

## **2ème Partie : Classe de Seconde**

### **Version actuelle des commentaires du programme de Seconde \***

• *Lorsqu'une rubrique du programme comporte la locution "exemples de...", il n'y a lieu ni de faire un exposé synthétique, ni de mettre en place un vocabulaire théorique général ; en revanche il est essentiel que l'étude d'un exemple aboutisse à des résultats précis et permette de dégager des idées ou des méthodes.*

• *L'ordre des commentaires est celui des rubriques du programme.*

I. - Les concepts de suite et de fonction ont dans l'enseignement une importance égale ; en effet les mathématiques ont besoin aussi couramment de représentations discrètes que de représentations continues et elles passent fréquemment des unes aux autres. Il est donc souhaitable que l'étude de ces concepts soit menée de front, tout en laissant à chacun d'eux sa propre autonomie ; une suite ne doit pas être considérée uniquement comme un cas particulier de fonction.

Les activités sur les suites et les fonctions, la réalisation et l'analyse de tableaux de données, impliquent une pratique constante des opérations et des inégalités sur les nombres réels ; on entraînera les élèves à interpréter géométriquement les inégalités grâce aux notions de distance et d'intervalles.

Le programme n'introduit qu'en Première la définition de la convergence vers 0 d'une suite numérique ; on se contentera en Seconde d'une approche consistant à convenir que :

• la suite  $\left(\frac{1}{n}\right)$  converge vers 0 (convention qui deviendra en Première l'axiome d'Archimède) ;

\* Contrairement aux engagements pris au CEGT de mai 1980 par la Direction des Lycées, l'Inspection Générale de mathématiques, sollicitée par l'urgence d'une publication CNDP, a décidé, sans attendre les conclusions de la mise à l'essai, et sans nouvelles discussions, une rédaction des commentaires qui, dit-elle, pourrait ultérieurement comporter des additifs.

L'A.P.M.E.P., informée in extremis de cette "urgence", a rappelé les modifications minimales qu'elle souhaitait. Le texte arrêté par l'Inspection Générale ne reprend pas complètement celles-ci (en particulier sur les suites et la géométrie dans l'espace).

A l'heure où nous mettons ce bulletin sous presse, les commentaires de seconde sont bloqués à la Direction des Lycées, l'A.P.M.E.P. ayant fait connaître son mécontentement devant la procédure employée ; nous sommes dans l'attente d'une décision officielle.

• si une suite  $(u_n)$  à termes positifs vérifie à partir d'un certain rang

$u_n \leq \frac{k}{n}$ , alors elle converge vers zéro ; de même pour une suite vérifiant à partir d'un certain rang  $-\frac{k}{n} \leq u_n \leq \frac{k}{n}$ .

Sur des exemples tels que  $\left(\frac{1}{10^n}\right)$  et  $\left(\frac{1}{2^n}\right)$ , on fera des comparaisons de rapidités de convergence.

Il convient de consacrer de nombreuses activités réparties sur toute l'année aux concepts, fondamentaux en analyse, de majoration, minoration, encadrement. Dans les exemples d'approximations d'un réel donné par des suites, des expérimentations permettent de comparer l'efficacité des divers procédés utilisés, et des majorations peuvent ensuite justifier *a posteriori* les résultats constatés sur la rapidité de convergence et la performance des différents algorithmes. Par ailleurs ces activités de majoration (voir aussi III c.) habituent l'élève à la mise en forme de conditions suffisantes : ainsi, pour réaliser l'inégalité

$$\frac{1}{4n^2 + n + 1} < 10^{-4}$$

il suffit, au premier abord, de choisir  $n \geq 10^4$  ; mais l'opportunité peut conduire à choisir  $n \geq 10^4$  ou  $n \geq 5.10^3$ .

II. - Les séquences d'activités statistiques limitées à l'étude d'une seule situation, constituent un débroussaillage pour l'étude ultérieure de la statistique et du calcul des probabilités ; elles sont aussi l'occasion d'appliquer de nombreuses autres parties du programme (barycentres, fonctions en escalier, représentations graphiques).

Pour permettre des travaux diversifiés, les données de la situation étudiée devront être nombreuses ; certaines pourront correspondre à des relevés chronologiques.

Dans son déroulement, l'activité statistique comporte plusieurs phases :

- Prise de contact avec les données, lecture de tableaux ;
- Elaboration d'une liste de questions qui se posent à partir de ces données ;
- Choix des moyens à mettre en œuvre pour répondre à ces questions ;
- Accomplissement des calculs (utilisation de calculatrices) ;
- Analyse des graphiques ; questions auxquelles ils permettent de répondre et nouvelles questions qu'ils conduisent à poser.

Les calculs les plus longs pourront être répartis entre les élèves et effectués à la maison ; l'analyse des graphiques permettra d'en contrôler l'exactitude.

**III. a.-** On donnera aux premières présentations de fonctions un maximum de relief et d'intérêt au niveau des enquêtes de données, mais également on les accompagnera de nombreuses activités graphiques. On habituera ainsi les élèves à lire et à interpréter un graphique, à délimiter et à subdiviser un champ d'étude ; le mot de restriction n'est mentionné au programme que dans cette intention.

**III. b. -** A titre de problèmes, on n'hésitera pas à étudier en vrac des fonctions très diverses, telles que :

$$x \longrightarrow \frac{x}{1+x^2} \quad , \quad x \longrightarrow d(x, \mathbb{Z}) \text{ (distance à } \mathbb{Z} \text{)}$$

$$x \longrightarrow (1 - |x|)^2 \quad , \quad x \longrightarrow 1 - \frac{E(x)}{x} \quad (\text{E partie entière})$$

On enrichira ainsi le champ des expériences et on marquera la valeur de l'observation directe.

En ce qui concerne les exemples numériques d'équations du second degré (thème facultatif), l'objectif est de mettre en valeur la méthode permettant de se ramener à l'équation  $x^2 = d$ , et non d'obtenir des formules de résolution. On notera que la même méthode permet, tout aussi bien, de trouver le centre et le rayon d'un cercle défini par une équation cartésienne.

**III. c. -** L'étude des comportements locaux prépare la mise en place ultérieure des notions de dérivée et de limite. On attachera une très grande importance à ces investigations, qu'on développera sur des exemples numériques variés de situations analogues à celles présentées dans le programme, sans se limiter nécessairement au voisinage de zéro. Ces activités sont d'autant plus fondamentales qu'elles amèneront à combiner l'expérimentation et le raisonnement. Par exemple *l'expérimentation sur*

$$1 - \frac{1}{1+x}$$

*permet de conjecturer que  $x$  en est une approximation au voisinage de zéro, ce qui conduit à former un tableau de valeurs de*

$$\Delta(x) = \frac{1}{1+x} - (1-x)$$

Une majoration permet ensuite de justifier, pour tout réel  $x$  vérifiant  $|x| \leq \frac{1}{2}$ , le majorant  $2x^2$  de  $\Delta(x)$ , et d'ailleurs de démontrer que, pour tout réel positif  $x$ , on a :  $0 \leq \Delta(x) \leq x^2$ .

Inversement cette inégalité permet de comprendre pourquoi une calculatrice affiche  $\frac{1}{1+x} = 1 - x$  dès que  $0 \leq x \leq 10^{-3}$  (ou  $10^{-7}$  suivant la précision du matériel).

De la même façon, on pourra établir sous la condition suffisante

$$|x| \leq \frac{1}{2} : \left| \frac{1}{1+x} - (1 - x + x^2) \right| \leq 2 |x|^3$$

Lors du calcul approché de valeurs prises par une fonction, on pourra mettre en jeu de telles inégalités pour évaluer la précision ; on associera de telles inégalités à une mise en place des représentations graphiques des fonctions étudiées ; on les utilisera dans l'étude des petites variations de quantités géométriques ou physiques (longueurs de trajets ; dilatations des solides :  $v = v_0 (1 + \lambda t)^3$ ).

Les études pour de grandes valeurs apportent aussi un cadre à l'emploi de conditions suffisantes. Par exemple, si l'on veut réaliser la minoration :

$$x^3 + 300x^2 + 19 \geq 27 \cdot 10^6$$

il suffit de choisir  $x \geq 3 \cdot 10^2$  ; il suffit aussi de choisir  $x \geq 10^6$  pour réaliser simultanément la minoration :

$$x^3 - 300x^2 + 19 \geq 27 \cdot 10^6$$

cette dernière étant vérifiée aussi dès que  $x \geq 10^3$ , etc.

IV. - L'apparence plus structurée de la partie du programme relative à la géométrie ne doit pas amener les professeurs à subordonner les activités des élèves à des exposés de cours. Il convient de mettre les connaissances du premier cycle à l'épreuve de la résolution de problèmes variés, et de les consolider à ce propos, sans procéder à un inventaire systématique.

La notion de barycentre se prête à des activités de géométrie dans l'espace.

V. - Il n'est évidemment pas question de développer pour elle-même la notion de lignes de niveau ; mais, sur des exemples numériques de fonctions  $M \rightarrow f(M)$ , il est demandé de construire les ensembles de points vérifiant  $f(M) = a$  ( $a$  réel donné), d'étudier l'évolution des courbes obtenues lorsque  $a$  varie, et de préciser le régionnement du plan qui en découle.

VI. - Dans tout ce paragraphe il s'agit seulement de la première prise de contact avec des notions plus élaborées qu'en premier cycle (angles orientés, rotations) ; cette prise de contact gardera un caractère expérimental ; on pourra faire appel à des notions intuitives sur la mesure des arcs, sur l'enroulement d'un fil, sur le mouvement circulaire uniforme.

L'objectif est que les élèves connaissent et sachent utiliser les résultats suivants :

- on associe à un angle orienté une mesure principale appartenant à  $] -\pi, \pi ]$  ;
- les autres mesures de l'angle s'en déduisent par addition de  $2k\pi$  ;
- les diverses mesures satisfont à la relation de Chasles ;
- si  $\theta$  est une mesure d'un angle, alors  $-\theta$  est une mesure de l'angle déduit du précédent par une symétrie axiale (orthogonale) ;
- toutes les mesures d'un angle ont un cosinus (resp. un sinus) commun, qui est le cosinus (resp. le sinus) de l'angle.

(Dans ce qui précède l'unité d'angle est le radian ; on signalera la possibilité de choisir le degré comme unité de mesure).

La donnée d'un point  $O$  et d'un angle, par une mesure  $\theta$ , détermine une application  $r$  du plan dans lui-même, appelée rotation de centre  $O$  d'angle  $\theta$  (abréviation de : angle de mesure  $\theta$ ) ainsi définie :

$$r(O) = O$$

et pour  $M \neq O$ ,  $M' = r(M)$  est l'unique point du cercle de centre  $O$  passant par  $M$  tel que  $\theta$  soit une mesure de l'angle des demi-droites  $OM$  et  $OM'$ .

On pourra également définir une rotation par produit de deux symétries axiales, ce qui permet de montrer aisément que toute rotation est une isométrie. Ce dernier résultat peut aussi se déduire de la formule

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

(dans la mesure où le thème correspondant a été traité).

VII. - L'objet de cette partie, qui représente environ le tiers des activités prévues pour la géométrie, est de donner aux élèves, déjà familiers (grâce aux programmes de Cinquième et de Troisième) avec les propriétés de l'espace, un œil neuf par la mise en fonctionnement de transformations. Une vision directe des problèmes est souhaitable (réalisation de solides, dessins en perspective ou en projection, coupes planes de solides), ainsi que de nombreuses activités de calcul utilisant les formules d'aires et de volumes qu'on rappellera ; au passage on signalera l'effet d'une homothétie sur une mesure (angle, distance, aire, volume).

Initialement on étudiera les positions relatives des droites et des plans, on s'intéressera aux modes de génération d'un plan, on énoncera le

fait qu'un plan partage l'espace en deux demi-espaces convexes. Le parallélisme fera l'objet d'une observation raisonnée ; puisqu'il est exclu de faire un grand nombre de démonstrations, c'est précisément à propos du parallélisme qu'on en fera quelques-unes, ayant valeur de méthode (par exemple : si une droite est parallèle à deux plans sécants, elle est parallèle à leur intersection ; si un plan coupe deux plans parallèles, les intersections sont parallèles). On établira la propriété de Thalès concernant la projection d'une droite sur une autre parallèlement à une direction de plan.

En ce qui concerne l'orthogonalité, le résultat fondamental à établir est, naturellement, le suivant : une droite orthogonale à deux droites concourantes d'un plan est orthogonale à toutes les droites de ce plan.

Les projections ont une grande importance par leurs applications pratiques. Elles permettent de mettre en place la notion de repère cartésien, essentiellement à l'usage du physicien, car il n'est pas question de traiter ici de la géométrie analytique ; elles invitent également à distinguer clairement les propriétés qui se conservent en projection de celles qui n'ont pas cette garantie (projection de l'angle droit, aires, ...) ; les élèves à qui ces situations échapperaient seraient gravement démunis, particulièrement lorsqu'ils auront choisi des options technologiques.

**VIII.** - La méthode de substitution fait passer d'un système à un système équivalent. On peut ainsi faire comprendre d'emblée à l'élève que pour tout système d'équations affines, l'ensemble des solutions peut être explicite ; on s'attachera par un choix convenable d'exemples à mettre en évidence la diversité des cas.

Par combinaison linéaire d'équations, on n'obtient un système équivalent que sous certaines conditions. On observera ce fait sur des exemples, mais l'étude générale de ces conditions (même pour deux inconnues) n'est pas au programme.

## ***Analyse critique du projet de texte officiel***

*1 — La rédaction des textes officiels (introduction au programme, programme et commentaires) est caractérisée par un émiettement des objectifs risquant d'introduire un flou fort dommageable dans l'esprit des divers utilisateurs. C'est pourquoi l'A.P.M.E.P. continue de souhaiter que les commentaires comportent un exposé cohérent des objectifs mathématiques et didactiques couvrant tout le second cycle et fournissant des indications solides sur l'articulation avec le premier cycle.*

En particulier, l'A.P.M.E.P., conformément aux principes fondamentaux précisés dans le Bulletin n° 323 d'avril 1980 (pages 261 et suivantes), maintient les objectifs proposés pour la classe de seconde (pages 331 à 334) et se propose de les intégrer à un document d'ensemble sur le second cycle.

- 2 — Elle estime indispensable que, pour chaque rubrique du programme, des niveaux d'approfondissement soient précisés, de manière cohérente pour l'ensemble du cursus des études. Il s'agit notamment
- de fournir aux enseignants une meilleure information sur les objectifs mathématiques et didactiques à atteindre ;
  - d'assurer une meilleure cohésion d'une année à l'autre, d'un cycle à l'autre, à l'opposé d'un déroulement linéaire de rubriques.

Des propositions à ce sujet ont été effectuées dans le Bulletin d'avril 1980, et par la Régionale de Lyon (Bulletin 325, p. 710). Il convient maintenant, à la lumière des mises à l'essai effectuées, de préciser notre position sur ce point important.

3 — En ce qui concerne les remarques de type technique sur le projet officiel de commentaires, nous voulons attirer l'attention sur les points importants qui suivent, qui nous ont été signalés par de nombreux collègues, notamment parmi les metteurs à l'essai.

## A — CONVERGENCE DES SUITES

Ce paragraphe est rédigé d'une façon qui ne convient absolument pas. Il a fait l'objet de deux rédactions successives :

- L'ancien libellé était le suivant : "les premiers exemples de suites pourront aider à dégager avant toute autre la notion de convergence vers 0 (suites  $(1/n)$ ,  $(1/2^n)$ ,  $(1/10^n)$ ,...) et on fera sur ces exemples un examen comparé de la rapidité de convergence".
- Le nouveau libellé proposé par l'Inspection Générale est :  
 "Le programme n'introduit qu'en Première la définition de la convergence vers 0 d'une suite numérique ; on se contentera en Seconde d'une approche consistant à convenir que :
  - la suite  $(1/n)$  converge vers 0 (convention qui deviendra en Première l'axiome d'Archimède),
  - si une suite  $(u_n)$  à termes positifs vérifie à partir d'un certain rang  $u_n \leq \frac{k}{n}$ , alors elle converge vers 0 ; de même pour une suite vérifiant à partir d'un certain rang  $-\frac{k}{n} \leq u_n \leq \frac{k}{n}$ .

Sur des exemples tels que  $(1/10^n)$  et  $(1/2^n)$ , on fera des comparaisons de rapidités de convergence."

Nous remarquerons d'abord que ces deux textes insistent sur une définition de la convergence plutôt que sur son fonctionnement correct sur quelques exemples simples, et qu'il n'est fait aucune allusion à une stratégie s'étendant sur les classes de Seconde et de Première (pour les sections de Première où l'étude des suites est continuée) si ce n'est par la précision catastrophique "convention qui deviendra en Première l'axiome d'Archimède", alors même que le terme "Axiome d'Archimède" ne figure (à juste titre) dans aucun programme de Première.

En outre, la nouvelle rédaction se réfère à un nominalisme totalement étranger à la pratique mathématique : "l'approche consiste à convenir que...". Dans cette perspective, pourquoi ne pas convenir que si  $|u_n| \leq \frac{12}{\sqrt{n}}$ ,  $(u_n)$  converge vers 0, tandis que, si  $|u_n| \leq \frac{91}{\sqrt{n}}$ , on ne conviendra pas de dire que  $(u_n)$  converge vers 0 !

Il y a une seconde objection, tout aussi fondamentale, à ce texte : le choix exclusif de  $(1/n)$  comme suite de référence est en totale contradiction avec les objectifs essentiels du programme d'analyse, qui précisent clairement et à plusieurs reprises l'importance capitale des activités numériques. Or il est évident que ces activités s'appuient sur la suite  $(1/10^n)$  ("on gagne des décimales", on demande la précision  $1/10^p$ ),... et absolument pas sur la suite  $(1/n)$  qui converge vers 0 avec une lenteur désespérante.

Enfin, il est temps de vider la querelle sur la définition des limites de suites en seconde ; à cet effet, il convient de prendre un peu de recul :

- L'objectif principal est l'étude d'exemples simples d'approximations de nombres réels donnés par diverses suites, et l'on désire comparer la performance des divers algorithmes utilisés. En revanche, l'étude systématique de la convergence des suites est prévue pour la classe de Première.
- L'aspect expérimental des activités correspondantes est fondé sur l'obtention d'une précision donnée : "les décimales jusqu'à tel rang se stabilisent".
- Il convient de fournir un contrôle théorique des expérimentations effectuées, dont quelques exemples bien choisis auront montré l'éventuelle non-fiabilité (par exemple,  $E(17/n)$ ,  $n^2 \left( \sqrt{1 + \frac{1}{n^2}} - 1 \right)$ ,  $\frac{3^n}{n^{10}}$ ,  $\frac{(1,01)^n}{n^2}$ ,  $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ ).
- Ce contrôle théorique s'effectue en montrant que, sur les exemples étudiés, quelle que soit la précision  $10^{-p}$  exigée, l'inégalité

$|u_n - a| \ll 10^{-p}$  est réalisée à partir d'un certain rang (c'est-à-dire pour tous les entiers  $n$  supérieurs à un entier  $n_0$  convenablement choisi, entier  $n_0$  qui dépend de la précision  $10^{-p}$  demandée). On dit alors que  $u_n$  converge vers  $a$ , ce qui signifie aussi que  $v_n = |u_n - a|$  converge vers 0.

Ces inégalités s'obtiennent, soit de façon directe (cas des suites  $(1/n)$ ,  $(1/2^n)$ , ...), soit en se ramenant aux cas précédents par majorations et minorations. L'étude de la rapidité de convergence prend facilement appui sur cette définition.

- e) Le lecteur versé en mathématiques remarquera que la définition de la convergence vers 0 donnée ci-dessus est mathématiquement correcte, mais qu'elle n'est libellée ni en termes de lettres grecques, ni à l'aide de quantificateurs, et qu'elle correspond exactement à l'activité numérique de l'élève dans la résolution de problèmes d'approximation.
- f) Au niveau de la classe de seconde, son rôle essentiel est de donner un sens (sens mathématique, mais aussi bon sens) à la convergence vers 0 de quelques suites de référence et, conjointement, à leur rapidité de convergence, et de préciser ainsi quelques ordres de grandeur pour apprécier l'efficacité des algorithmes d'approximation.

Il est clair que, pour les autres suites, on ne revient pas à la définition, mais qu'on emploie pour chaque exemple des majorations du type  $|u_n - a| \leq k v_n$ , où  $(v_n)$  est une suite de référence déjà étudiée, (ou que l'on étudie à l'occasion de la situation considérée).

- g) En conclusion, cette démarche ne préconise aucun cours théorique sur la convergence des suites ; en revanche, elle s'appuie sur une définition précise de cette convergence car nous estimons qu'en mathématiques il faut appeler un chat un chat. Nous rejetons résolument, d'une part tout système de conventions arbitraires et dénuées de sens pour l'élève, d'autre part la mise en œuvre d'activités purement empiriques. Disons-le encore une fois : le propre des activités scientifiques est de combiner l'expérimentation (qui n'est pas synonyme d'observation) et le fonctionnement de concepts théoriques.
- h) Nous remarquerons enfin que la démarche proposée ci-dessus non seulement présente une bonne cohérence au seul niveau de la classe de seconde, mais s'inscrit fort bien dans une progression globale pour l'enseignement de l'analyse : dans les classes de première où l'étude des suites est reprise à un niveau plus approfondi, elle fournit une base à la fois intuitive et théorique, et un point d'appui capital pour l'approche, plus délicate, de la notion de limite d'une fonction.
- i) Bien entendu, la démarche précédente n'est sans doute pas la seule possible, et nous souhaitons vivement que des travaux scientifiques

*précis en proposent d'autres à la réflexion de nos collègues. Pour l'instant, en l'absence de tels travaux, nous nous tiendrons au point de vue ci-dessus exprimé, qui s'appuie sur une analyse scientifique et épistémologique précise, tient compte des recherches didactiques (notamment A. Robert et B. Cornu), a fait l'objet d'une réflexion approfondie sur cinq années aux groupes Analyse des IREM de Bordeaux et Marseille, et se situe dans la même ligne que les ouvrages très remarquables de A. Engel "Mathématique élémentaire d'un point de vue algorithmique" et de P. Lax "Calculus with applications and computing"*\*\*.

## **B — STATISTIQUES**

*La phrase "limitées à l'étude d'une seule situation" est trop péremptoire ; il convient plutôt de préciser qu'on doit éviter un éparpillement excessif des situations étudiées, qui conduirait à des activités trop superficielles.*

*En outre, on aura intérêt à relier les activités statistiques à d'autres parties du programme, et non à appliquer ces parties aux statistiques ; en effet, les statistiques peuvent jouer un rôle intéressant dans l'élaboration même des concepts correspondants.*

*Enfin, ce n'est pas seulement "l'analyse des graphiques" qui permet de contrôler l'exactitude des calculs, mais principalement le mode de répartition des tâches dans la classe.*

## **C — GEOMETRIE PLANE**

*Il convient de préciser les objectifs de cette partie du programme, en ce qui concerne les transformations.*

*La plupart des méthodes fondamentales de la géométrie mettent en œuvre de façon dialectique configurations et transformations, et il faut s'attacher à développer systématiquement la capacité des élèves à investir l'outil des transformations dont ils disposent dans la résolution de problèmes.*

*En classe de Seconde, il convient d'effectuer une étude synthétique solide des translations, des homothéties et des symétries orthogonales ; en ce qui concerne les rotations, il convient d'effectuer une étude précise de quelques exemples, et il vaut mieux réserver un exposé synthétique pour la classe de Première scientifique, dans le cadre de l'étude du groupe des isométries du plan fixant un point.*

\* N.D.L.R. : Voir page 477

*En fin de classe de Seconde, un élève doit savoir :*

1. caractériser géométriquement une translation, une homothétie, une symétrie orthogonale, une rotation ;
2. déterminer l'effet d'une telle transformation sur des configurations simples (droites, segments, triangles, parallélogrammes, carrés, cercles et disques...), sur des grandeurs attachées à ces configurations (effets sur les longueurs, les aires, les mesures des angles,...) ou sur des objets géométriques qui leur sont associés (barycentre, orientation,...) ;
3. donner une expression analytique, dans un repère orthonormé, d'une translation et d'une homothétie, d'une symétrie orthogonale par rapport aux axes de coordonnées ou à l'une de leurs bissectrices, et du quart de tour direct ;
4. composer deux translations, deux homothéties de même centre, deux symétries centrales, deux symétries orthogonales, deux rotations de même centre ;
5. décomposer une translation en produit de deux symétries orthogonales d'axes parallèles, une symétrie centrale en un produit de deux symétries orthogonales d'axes perpendiculaires ; en revanche l'étude systématique de la décomposition d'une rotation en produit de symétries orthogonales ne figure pas au programme (on se bornera à étudier quelques exemples).

*Il convient aussi d'entraîner les élèves à utiliser les transformations précédentes pour résoudre des problèmes concernant :*

- les propriétés des configurations (alignement, concours, parallélisme, propriétés métriques) ;
- la recherche de lieux géométriques ;
- la construction de configurations.

*On trouvera en annexe quelques énoncés d'exercices permettant de situer le niveau et l'esprit de ces activités.*

*En revanche, l'introduction du concept de groupe de transformations et des notions qui s'y rattachent est prématurée en Seconde, car le champ des objets explorés et des méthodes élaborées est encore trop pauvre pour une utilisation efficace de ce concept.*

#### *Annexe*

*Exercice 1 : Étant donnés deux segments  $[A,B]$  et  $[A',B']$  de longueurs distinctes et de supports parallèles, établir que les milieux des segments  $[A,B]$  et  $[A',B']$ , le point d'intersection des droites  $(AA')$  et  $(BB')$ , et le point d'intersection des droites  $(AB')$  et  $(BA')$  sont alignés.*

*Exercice 2 : Etant donné un triangle ABC et le carré BCDE construit dans le demi-plan déterminé par BC qui ne contient pas le point A, établir que la droite passant par A et perpendiculaire à (BC), la droite passant par D et perpendiculaire à (AB), et la droite passant par E et perpendiculaire à (AC) sont trois droites concourantes.*

*Exercice 3 : Etant donné un triangle ABC, construire un carré PQRS tel que  $PE \in [A, B]$ ,  $QE \in [A, C]$ ,  $SE \in [B, C]$ , et  $RE \in [B, C]$ .*

*Exercice 4 : A et B étant deux points donnés, déterminer les lignes polygonales (A, M, B) de plus courte longueur où M parcourt une droite donnée ; de même déterminer les lignes polygonales (A, M, N, B) de plus courte longueur, M et N parcourant deux droites données (parallèles ou perpendiculaires).*

*Exercice 5 : Soit OAB un triangle équilatéral, et OA'B' le triangle qui s'en déduit par une rotation de centre O ; on note C le point du plan tel que (OBCA') soit un parallélogramme. Etablir que ACB' est un triangle équilatéral.*

## **D — GEOMETRIE DANS L'ESPACE**

*L'objectif est que les élèves maîtrisent les notions suivantes.*

*1) Incidence et parallélisme ; plans parallèles, droites parallèles, droites parallèles à un plan. Propriété de Thalès.*

*2) Orthogonalité. Toute droite orthogonale à deux droites concourantes d'un plan est orthogonale à toute droite de ce plan. Plan médiateur. Propriétés élémentaires des symétries orthogonales par rapport à un plan.*

*3) Linéarité des projections. Notion de repère.*

*Au cours de l'étude de 1) et 2), on n'hésitera pas à admettre bon nombre d'énoncés.*

*(Il est inopportun d'imposer une méthode d'exposition pour les notions de base de géométrie dans l'espace. Différentes possibilités pourraient être insérées dans un encart ultérieur).*