

# A propos de l'article de G. Dubois sur la Théorie de l'information et le Master-Mind

par Michel SOUFFLET, Caen

La théorie de l'information est fondamentale pour le jeu de Master-mind si l'on veut répondre aux trois premières questions de Gilles DUBOIS, ou si, jouant à deux, on essaie de trouver avant l'adversaire.

La quatrième question : "Peut-on trouver en  $n$  coups minimum ?" relève par contre plus de la logique que de la théorie de l'information. Je m'explique.

Dans ce qui suit, nous appellerons "proposition" la combinaison proposée par le décodeur, et "code" la combinaison établie par le codificateur.

D'un point de vue mathématique, une proposition, ou un code, est un élément de l'ensemble  $\mathcal{E}$  des applications de l'ensemble des trous dans l'ensemble des couleurs. Chaque proposition  $f_i$  réalise une partition  $\mathcal{F}_i$  de l'ensemble  $\mathcal{E}_i$  des codes possibles après  $i-1$  essais ;  $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}$  (tous les codes sont possibles à la première proposition  $f_1$ ) et  $\mathcal{E}_i \subset \mathcal{E}_{i-1}$  pour  $i > 1$ .

Une classe de  $\mathcal{F}_i$  est l'ensemble de tous les codes de  $\mathcal{E}_i$  qui amèneraient une même réponse, de la part du codificateur, à la proposition  $f_i$  (Remarque : la classe du code établi par le codificateur est donc un singleton). Pour tout  $i$ , le nombre de classes de  $\mathcal{F}_i$  est au plus égal au nombre de

réponses possibles pour le codificateur. (Au premier essai, donc pour  $f_1$ , toutes les réponses sont possibles.  $\mathcal{F}_1$  aura donc 14 classes au "4 trous" et 20 classes au "5 trous".)

La stratégie permettant de trouver en au plus  $n$  coups ( $n$  minimum) est la suivante : Appelons  $X_i$  la classe de  $\mathcal{F}_i$  dont le cardinal est le plus grand. Alors la proposition  $f_{i+1}$  que fera le décodeur sera celle qui donnera une partition  $\mathcal{F}_{i+1}$  dont le cardinal de  $X_{i+1}$  sera le plus petit possible. Cette proposition n'est pas nécessairement celle qui donne le plus de quantité d'information ; par exemple, au "4 trous, 6 couleurs" (1296 possibilités), les propositions  $f_1$  suivantes : 1234, 1233 et 1122, donnent respectivement comme information moyenne (exprimée en bits) 3,05 ; 3,04 ; et 2,88 ; alors que le cardinal du  $X_1$  correspondant est respectivement 312, 276 et 256. Cela fait que le meilleur départ, au "4 trous - 6 couleurs", est un bicolore, si l'on veut trouver en cinq coups au plus. Dans ce cas précis, ce départ est à ma connaissance le seul valable, car les autres ne permettent pas de trouver à coup sûr au cinquième essai.

On trouvera une approche mathématique de cette stratégie dans l'article de D. VIAUD : *Une formalisation du jeu de Master-mind* (RAIRO - Recherche opérationnelle - vol. 13 n° 3 - août 79, pages 307 à 321).

En conclusion, je dirais qu'en jouant au Master-mind, on est amené à se poser des questions fort différentes, et que les études mathématiques que l'on fera pour y répondre pourront prendre des formes très diverses. Ce n'est pas le moindre intérêt de ce jeu.