

4

ECHANGES

Plaidoyer

pour un retour aux sources techniques des mathématiques et une pédagogie plus vivante*

*par Jean SAUVY, Ingénieur des Ponts et Chaussées
(équipe Activités Recherches Pédagogiques)*

1. Survol historique.

Depuis la Renaissance italienne se manifeste dans le monde occidental une puissante volonté collective d'améliorer les techniques dont dépendent les conditions de vie des populations humaines.

Quelles techniques ?

J'en cite quelques-unes qui me viennent à l'esprit.

- Les techniques de construction des immeubles, des routes et des ouvrages d'art et, liées à cela, les techniques du trait pour l'assemblage des pièces de bois et des pierres taillées, les techniques de lever du terrain, les techniques de représentation dudit terrain par des croquis en perspective, des plans, des cartes...
- Les techniques de la guerre avec leurs deux composantes complémentaires : le tir offensif des canons et les fortifications défensives. Ces techniques sont respectivement source de la balistique et source de l'architecture militaire.
- Les techniques de la navigation en haute mer et, partant de là, les techniques de la mesure du temps, de l'observation de la course des astres. Cette dernière exige que progresse la technique de la taille des verres — lentilles et dioptries — indispensables pour fabriquer télescopes et lunettes astronomiques.

* Texte français de la communication présentée en italien à l'Accademia Nazionale dei Lincei à l'occasion de la "Mostra-Convegno Omaggio a Emma e Lina", Rome, octobre 1979.

A ces techniques, et à d'autres sur lesquelles je passe, sont associés des *savoirs pratiques*, c'est-à-dire des "sommés" de connaissances empiriques, procédés et tours de main, qui se sont accumulés de génération en génération.

Pendant longtemps, ces savoirs restent l'apanage des divers corps de métier et corps de spécialistes qui ont la charge de les mettre en œuvre sur le terrain.

Mais voici venir des hommes qui, dépassant ces spécialisations, cherchent des liens théoriques susceptibles d'unir ces savoirs dispersés.

C'est le cas de Desargues.

Desargues, architecte et ingénieur lyonnais du 17^e siècle, s'intéresse à la gnomonique (tracé des cadrans solaires), à la coupe des pierres, au tracé des charpentes, au dessin d'architecture. Jetant un regard englobant sur les techniques de son temps, il pressent qu'elles ont des points communs et, sans doute, un soubassement commun.

Il cherche et il trouve.

Il trouve ce soubassement et, en le mettant en évidence, il crée la *géométrie projective*, il édifie un embryon de théorie géométrique.

C'est un pas considérable car, désormais, pour conserver le savoir et le transmettre, on peut s'appuyer sur quelque chose de nouveau : une théorie explicative.

Arrêtons-nous un instant sur ce pas nouveau, demandons-nous ce qui le caractérise.

Essentiellement une sorte de "vocation à l'universel".

On le voit bien dans le cas de la géométrie.

Celle-ci, parce qu'elle s'intéresse aux relations les plus générales qui unissent les divers objets de l'espace, se présente comme un outil universel pouvant indifféremment se mettre au service de la technique du gnomon, du trait de charpente, de la taille des miroirs, du dessin des jardins, de l'explication du mouvement des astres...

*
* * *

A ce stade, la géométrie est fille de la technique. Elle le restera jusqu'au milieu du 19^e siècle environ. Pendant toute la période qui va de la Renaissance à 1850, ses développements successifs répondent à des sollicitations précises émanant des besoins techniques.

Cela ne veut pas dire que la géométrie d'alors soit strictement utilitaire. Constamment nous la voyons "prendre du large", comme on dit en navigation, et déborder son objet initial. Mais l'impulsion vient presque toujours d'un problème pratique.

J'en donnerai un seul exemple, celui de Gaspard Monge. A la veille de la Révolution française de 1789, il cherche à alléger la peine des hommes en réduisant les transports de terre nécessités par les travaux de fortification. Ces recherches l'incitent à approfondir certains points théoriques concernant l'étude des familles de surfaces et la géométrie différentielle, alors à ses débuts. Et le "Mémoire sur la théorie des déblais et des remblais" qu'il présente à l'Académie des Sciences en 1776* constitue beaucoup plus un jalon dans l'édification de la géométrie qu'un progrès dans la construction des fortifications.

*
* * *

La société où vivent les mathématiciens et les géomètres connaît aux 17^e et 18^e siècles une évolution rapide qui apporte de nouvelles possibilités de travail aux mathématiciens.

C'est l'époque de "l'explosion de la science", une explosion qui affecte aussi bien l'astronomie que la dynamique des fluides, la mécanique que l'optique.

Et la société s'équipe en conséquence.

On voit fleurir un peu partout en Europe des Académies, des Universités, des Grandes Ecoles, des Observatoires, des Musées, des Bibliothèques.

On voit naître le métier de professeur de mathématique.

On voit apparaître et prospérer des publications scientifiques qui, grâce aux progrès de l'imprimerie, assurent une large et rapide diffusion aux découvertes récentes.

*
* * *

A la fin du 18^e siècle, ce n'est plus quelques dizaines d'ingénieurs, d'architectes ou d'astronomes qui s'intéressent à la géométrie et à la mathématique, mais des milliers de jeunes gens qui reçoivent dans les grandes écoles ou les universités des formations spécialisées. Je pense naturellement à l'École Polytechnique créée par la Révolution française, mais aussi aux Universités anglaises, italiennes ou allemandes, depuis Cambridge jusqu'à Göttingen en passant par Bologne...

Dans ce milieu nouveau, la mathématique, la géométrie, changent d'âme. Elles deviennent plus spéculatives, moins attachées aux problèmes techniques qui, d'ailleurs, dans beaucoup de cas, sont désormais résolus.

Et cette situation autorise l'apparition de ce que j'appellerai des "géomètres-poètes".

* Mémoires de l'Académie des Sciences, Paris 1781, p. 666-704, publication en 1784.

Je songe à Bernhard Riemann, sans doute le plus génial d'entre eux, à Félix Klein, à Sophus Lie, à Camille Jordan, à Eugenio Beltrami, à David Hilbert, à Elie Cartan et à bien d'autres.

J'appelle ces géomètres, "poètes", parce que, à certains moments de leurs travaux, ils deviennent des visionnaires. Des visionnaires qui voient au-delà des apparences, qui voient ce qui est derrière le miroir, qui voient les "structures profondes" à jamais cachées à nos sens.

Où trouvent-ils la source de leur inspiration ? Ce n'est plus dans la technique, mais dans une région mystérieuse, immatérielle, dans ces élans du corps et de l'esprit qui poussent les hommes à jouer, à rechercher la beauté formelle des belles constructions théoriques, à explorer l'au-delà du visible.

C'est l'époque de l'ivresse des géométries non-euclidiennes et des premières hardiesses de l'axiomatique naissante.

Encore un petit bond de l'histoire et nous voilà au lendemain de la "grande guerre" de 14-18, dans ces "années trente" que quelques-uns parmi nous ont connues.

A Paris, du côté de la rue d'Ulm et de l'Ecole Normale Supérieure, nous voyons les bourbakistes porter leurs premiers assauts contre l'ancienne mathématique.

Ces jeunes mathématiciens n'apprécient pas plus le trésor géométrique qu'ils trouvent dans leur berceau que les exploits des généraux de la grande guerre. Ils trouvent ce trésor hétéroclite, mal ficelé...

Ils décident de mettre de l'ordre là-dedans. Et ils s'attellent à transformer la forêt buissonnante des mathématiques de leurs pères en "jardin à la française", où n'auront droit de cité que les parterres impeccables et les allées bien tracées. Ils laissent à des notices historiques le soin de rappeler quelques-unes des péripéties de l'extraordinaire aventure mathématique des siècles écoulés.

Quant au jardin lui-même, il exige pour son entretien des jardiniers-mathématiciens en blouses blanches, hautement qualifiés, strictement spécialisés.

Le jardin ainsi édifié est sans doute d'une grande beauté pour qui connaît ses arcanes. Mais cette beauté-là n'est accessible qu'à une étroite minorité de la population mathématicienne.

2. Pourquoi le "retour aux sources" ?

Précisément pour contrebattre quelque peu cette déviation élitiste que je discerne dans l'évolution de la mathématique contemporaine.

Je n'accepte pas volontiers la situation présente en France qui écarte des mathématiques beaucoup de jeunes gens convenablement dotés d'intelligence.

Je n'accepte pas volontiers de voir, parmi mes amis qui enseignent les mathématiques dans le Secondaire, tant de personnes pour qui la mathématique est un savoir quasiment étranger à la culture scientifique, artistique, esthétique dans laquelle ils baignent par ailleurs.

Je déplore que la plupart de ces professeurs n'aient jamais eu l'occasion de prendre un contact un peu approfondi avec l'histoire des créateurs qui, de siècle en siècle, ont construit la mathématique qu'ils enseignent aujourd'hui.

Il me semble qu'un certain retour aux sources techniques des mathématiques pourrait quelque peu corriger ces défauts de l'enseignement actuel.

3. Comment faire ?

Je ne sais pas trop. Je cherche. Avec le concours de petites équipes de volontaires. Peut-être le mot "recherche" est-il un trop grand mot pour qualifier la démarche tâtonnante, jalonnée d'essais et d'erreurs, dans laquelle je suis engagé depuis une quinzaine d'années ?

En simplifiant, je dirai que je m'intéresse principalement à deux grands types de démarches.

Une première démarche vise à *intégrer une dimension historique dans l'enseignement des mathématiques* et cela afin que les élèves puissent se faire une idée de la grande aventure qu'a vécue la mathématique à l'époque de son enfance et de son adolescence.

Je le fais par un moyen que j'ai emprunté à des collègues et amis de Rome : "*l'exposition pédagogique*"*.

* * *

Ma seconde démarche est sans doute plus originale et j'en parlerai un peu plus longuement.

Il s'agit de proposer aux élèves — je l'ai surtout expérimenté avec des adultes effectuant des stages — des *activités* qui s'écartent de la pratique scolaire courante mais qui peuvent déboucher sur des spéculations mathématiques. Elles s'écartent de la pratique scolaire car elles font appel à un *travail collectif mettant en jeu le corps et la sensibilité des participants*.

Voici un exemple.

L'objectif recherché étant d'introduire l'étude des *graphes planaires topologiques*, j'imagine le jeu suivant. Je dessine sur le plancher d'un hall, d'un gymnase, d'un préau ou sur le sol d'une cour d'école un plan de maison suffisamment grand pour que plusieurs participants puissent y évoluer simultanément. Je donne une longue ficelle à une équipe qui travaille sous le regard des autres participants et je lui demande de dérouler le fil à travers les diverses pièces de la maison de telle façon que celui-ci

* Cf *Mathématiques dans la réalité*, E. Castelnuovo-M. Barra, éd. Cédic.

passer une fois et une seule par toutes les portes sans en omettre aucune. Après quelques essais, je suis parfois amené à fermer quelques portes, ou bien je laisse le soin aux participants d'en ouvrir à leur guise. Bref, je donne à tous — participants-acteurs et participants-observateurs — l'occasion d'explorer une situation mathématique qui n'est ni triviale ni trop complexe. Une situation à caractère énigmatique, donc stimulante pour l'esprit. Les participants, constatant que le problème posé est soluble dans certains cas et pas dans d'autres, cherchent à dépasser la simple constatation, à trouver le "pourquoi", à découvrir la loi qui régit la situation.

Ils cherchent. En général collectivement.

Parfois ils délaissent le terrain pour aller au tableau. Peu importe, l'impulsion est donnée, la motivation fait le reste.

J'ai appelé cette pédagogie de divers noms : "pédagogie du champ de foire", "pédagogie du saltimbanque", "Comedia dell'Arte pédagogique" et cela afin de bien marquer mon souci de mettre la mathématique à la portée de tous, même la mathématique relativement avancée.

Les expériences que j'ai faites au cours de ces dernières années en France, en Belgique et en Grande-Bretagne* m'ont montré que cette pédagogie-là était vécue positivement par une majorité de participants.

Il semble que la mobilité du corps favorise la mobilité de l'esprit.

Il semble que la lenteur du rythme permette aux plus lents de ne pas se laisser distancer par le gros de la troupe.

Il semble que l'atmosphère de jeu induise un travail particulièrement sérieux, avec parfois un léger flirt avec la poésie.

Il semble que la chaleur des communications favorise l'éclosion d'idées originales.

Il semble que les concepts ainsi découverts deviennent vraiment la propriété de leurs découvreurs.

*
* * *

La voie que je préconise me paraît donc pédagogiquement fondée.

Mais je sais que c'est une voie difficile. Je sais qu'elle n'est pas toujours applicable. Je sais qu'elle ne permet pas d'aller à l'extrême pointe de l'abstraction mathématique.

Ce n'est qu'une voie marginale parmi les nombreuses voies qui sont actuellement explorées en Europe et spécialement en Italie pour renouveler les méthodes de l'enseignement des mathématiques.

* En France, principalement aux "Journées Nationales annuelles de l'A.P.M.E.P." et lors de "recyclages" au Centre National d'Etudes et de Formation pour l'Adaptation Scolaire et l'Education Spécialisée de Beaumont-sur-Oise près de Paris ; en Belgique avec l'équipe d'animateurs du C.R.E.P.E. (Centre de Recherche et d'Expérimentation en Psychopédagogie de l'Expression) ; en Angleterre avec le groupe Leapfrogs.