Peut-on enseigner les mathématiques sans canon ?

par Serge POUTS-LAJUS, Paris

Dans son dernier éditorial (1), Claude Lassave s'interroge à propos d'une sorte de dilemme devant lequel se trouverait placé chaque enseignant :

1 - Présenter les mathématiques comme une théorie achevée sous la forme d'un exposé dogmatique.

2 - Centrer les préoccupations didactiques sur l'activité des élèves, faire la part belle à la créativité, à la redécouverte.

On sait bien que souvent dans la façon de poser une question, se cache le germe de la réponse souhaitée. Lassave invite à rejeter une conception archaïque et réactionnaire au bénéfice d'une pédagogie moderne et active. Personne ne songera jamais à lui reprocher ce choix. Personne non plus n'oserait en rester là, car il serait bien facile de relever les traces d'un dogmatisme inévitable dans les pratiques pédagogiques les plus avancées, de même qu'aucun enseignement, aussi dogmatique soit-il, ne pourrait s'exercer sans un souci minimum de pédagogie et de didactique.

A peine le dilemme est-il posé en termes clairs, qu'un épais brouillard l'enveloppe. On se demande s'il sera jamais possible d'y voir clair. André Revuz posait récemment cette question : "Est-il possible d'enseigner les mathématiques ?". Titre provocateur qui fait écho au désarroi réel des

(1) Bulletin 329, p. 415.

professeurs de mathématiques en France en 1981. Or ce désarroi est une affaire récente, ce malaise a une histoire et il faut essayer de la raconter.

Je citerai abondamment un petit livre, écrit en 1975 par Michel Lazard, professeur à l'Université Paris VII, publié par l'auteur lui-même et donc fort mal distribué. Avec un peu de chance, on le trouve à la librairie Offilib, rue Gay-Lussac à Paris. Le livre s'appelle "Halte, demi-tour". C'est un pamphlet qui est dans sa première partie une critique virulente de la nouvelle conception de l'enseignement des mathématiques, amorcée par la réforme des programmes des cycles élémentaires et secondaires de 1965

Il y avait du mérite, à cette époque, à s'élever contre les "matmodern". Il n'y en a plus maintenant que le vent a tourné et que les anciens thuriféraires de la réforme se sont brutalement mués en inquisiteurs, partisans d'une autre mode qui ne doit rien aux critiques de Lazard, qu'elle a ignorées en leur temps.

Pour le contenu de ces critiques, je renvoie au livre, mais pour l'histoire elle-même, j'oserai un parallèle téméraire avec la Grande Histoire, en rappelant qu'un autre observateur attentif, Simon Leys, dans "Les Habits Neufs du Président Mao" (Champ Libre 1971), pour dénoncer les ravages de la Révolution Culturelle bien avant le déclin et la chute du grand timonier, n'avait pas attendu les auto-critiques suspectes et tardives des ex-maoïstes réincarnés en nouveaux philosophes.

Il est symptomatique, à cet égard, que S. Leys et M. Lazard en appellent tous deux à ce joli conte d'Andersen "Les Habits Neufs de l'Empereur", parabole idéale pour ces deux ténébreuses affaires.

"Ils se donnèrent comme des tisserands et répandirent partout le bruit qu'ils savaient confectionner la plus belle étoffe qu'on pût imaginer, une merveille de dessin et de couleur et qui, de plus, avait la qualité unique de rester invisible pour toute personne qui était incapable de remplir son emploi et pour ceux qui étaient dépourvus d'intelligence... "Mais il est tout nu !" dit enfin un jeune enfant... l'Empereur entendit, il lui sembla que c'était vrai. "Mais la raison d'état ?" pensa-t-il. "Il faut que je me sacrifie et que je marche comme cela pendant toute la procession". Quant aux Chambellans, ils se redressèrent avec plus de fierté encore et ils continuèrent à porter avec une noble dignité la traîne qui n'existait pas".

Mais voici maintenant que les Chambellans clament avec le peuple tout entier : "Le Roi est nu !". Las ! Ce n'est que pour acclamer un autre Roi tout aussi nu que le premier.

Le maoïsme, tout comme l'enseignement moderne des mathématiques, a reçu des attaques typiquement réactionnaires ; celles de S. Leys et de M. Lazard ne sont pas du nombre, il suffit de les lire pour s'en convaincre.

Il y a un usage pernicieux de la pensée de Mao, y compris par Mao lui-même. De la même façon, il y a un usage pernicieux des principes de la réforme de 65 ; c'est vrai, mais l'examen des faits doit se substituer tôt ou tard à celui des intentions. Il ne faut pas oublier, par exemple, faute de quoi toute critique serait irrecevable, que l'enseignement des mathématiques modernes ne se laisse pas réduire à l'usage du vocabulaire et du formalisme ensemblistes. Mais il ne faut pas oublier davantage que s'y cristallise une rupture historique essentielle. Là où les non initiés confondent mathématiques modernes et théorie naïve des ensembles, les esprits avertis distinguent ; mais le phénomène culturel et sociologique est le même pour tous ; enseignants, élèves et parents, de leurs points de vue si différents, savent au fond de quoi il est question.

L'essentiel de la contribution de Lazard n'est pas dans la critique. Il défend l'idée d'un *canon mathématique* consacré par une pratique sociale auquel il attribue trois qualités essentielles : il doit être *élémentaire, ordonné, conventionnel*. Elémentaire, car il s'adresse à des novices, ordonné, car il doit permettre une progression, conventionnel par opposition à dogmatique, car il n'est pas raisonnable de croire à un canon mathématique unique.

Lazard est convaincu qu'il ne peut y avoir d'enseignement des mathématiques sans canon : "Tout enseignement exige du maître une certaine assurance, une certaine fermeté d'intention, particulièrement en mathématiques. Le savoir qu'il s'agit de transmettre aux élèves ne peut être flottant, incertain, sinon l'échec est certain".

Un canon mathématique a-t-il jamais existé dans l'enseignement français ? Avant 1965, on peut admettre que c'était le cas et qu'il en reste encore aujourd'hui quelque chose. A la suite d'accidents historiques lointains, le canon mathématique s'était trouvé partagé entre un canon arithmétique et un canon géométrique. Un avatar récent fit voler en éclat le canon géométrique (qu'on a appelé depuis la géométrie des triangles), tandis que le canon arithmétique (la numération décimale de position et les règles des opérations), dont l'invention constitue l'un des plus importants progrès des mathématiques, dû à la science arabe, résistait mieux du fait de son succès : "La chose est si banale qu'on en parle somme toute très peu, comme de l'air qu'on respire ; c'est quand il vient à manquer qu'on ressent sa nécessité" (Lazard).

Avant de revenir sur l'idée centrale de canon, car c'est par là que doit commencer toute réflexion sérieuse sur l'enseignement des mathématiques, je me permets d'introduire ici quelques réflexions sur les événements survenus après 1975 et dans les perspectives ouvertes par Lazard.

On a vu naître ces dernières années une réaction de plus en plus vive à l'encontre des "matmodern". Peu importe pour l'instant d'où sont venues les critiques et quelles étaient leurs motivations, je constate qu'au moment où les changements de programme de 1977 délivrèrent les enseignants du premier cycle de l'obligation d'emploi du jargon ensembliste, on n'a observé aucune résistance sérieuse.

Les réformateurs avaient passé douze ans à méconnaître le mot de Spinoza : "La Nation ne jouit aucunement du droit de faire voler les hommes dans les airs, ni de leur faire considérer avec respect ce qui excite leur hilarité ou leur dégoût".

Mais les programmes de 1965 avaient le mérite d'ébaucher la construction d'une sorte de canon ensembliste sur lequel certains enseignants bien formés ou bien recyclés pouvaient compter comme sur un allié solide. C'était élémentaire, ordonné et conventionnel, ça n'était malheureusement validé par aucune pratique sociale réelle autre que scolaire.

Pourtant, en 1977, nombre de professeurs de collèges ont eu le sentiment d'avoir été floués. Après leur avoir imposé le dogme ensembliste, on les laissait libres d'enseigner comme ils le voulaient un catalogue de thèmes livrés en vrac. Beaucoup ont refusé d'obtempérer, ce qui était rendu facile par le flou des nouvelles directives, et ont continué de réciter les litanies pseudo-bourbakistes.

Une liste de "noyaux-thèmes" ne peut constituer un canon tant que rien n'est dit sur leur articulation : "Comment va-t-on de l'une à l'autre dans ces choses qui s'appellent cercles, carrés, angles, etc. ? On prétend y aller n'importe comment, et de fait, on n'y va plus du tout" (Lazard).

Depuis quelques années, un certain nombre de didacticiens tentent de combler le vide apparu après l'éclatement du canon géométrique et le reniement partiel du dogme ensembliste, par toutes sortes de pratiques pédagogiques improvisées, dont les principes de base tiennent dans le plaisir de la découverte, la stimulation de la créativité, l'expression personnelle : les mathématiques comme un jeu. Le caractère improvisé de ces pratiques peut d'ailleurs progressivement disparaître par la consécration institutionnelle de jeux-clés de plus en plus nombreux.

Les IREM s'emploient à les répandre et certains d'entre eux sont déjà devenus des sortes de phares autour desquels les enseignants se retrouvent le plus souvent. Les jeux pouvant être rattachés à une théorie mathématique préexistante (groupes, topologie, espaces vectoriels, etc.) remportent un succès particulièrement vif ; à qui s'étonnerait d'apprendre que l'on joue en classe de mathématiques, on montrera l'ombre que porte la théorie des groupes sur le cube de Rubick, la numération binaire sur le jeu de Nim ou la topologie sur les ponts de Koenigsberg.

Je ne condamne pas ces pratiques en tant que telles ; chacun a le droit d'y avoir recours. Je crains seulement qu'elles finissent par constituer une sorte d'archétype en matière de pédagogie des mathématiques. Il y a là une supercherie qui cherche à dissimuler un malaise profond derrère un masque attrayant mais trompeur. Il est essentiel que les enfants jouent, il est important qu'ils fassent des mathématiques, mais un jeu mathématique n'est pas vraiment un jeu et pas vraiment des mathématiques. Dans l'idée que je me fais de ces deux importantes activités humaines, on ne peut faire les deux en même temps.

Qu'est devenu l'enseignement élémentaire de la géométrie. L'offensive bourbakiste, menée dans les années 70 (j'ai connu à cette époque un professeur de Quatrième qui, en toute bonne foi, avait entrepris d'enseigner une géométrie axiomatique sans figures !) a été récemment battue en brèche. Les directives ministérielles, en même temps qu'elles laissent les enseignants libres de leurs choix, les invitent par exemple à ne plus séparer affine et métrique. Les auteurs de manuels ont saisi la balle au bond et ont accéléré une saine réaction contre les perversions bourbakistes : beaucoup d'exercices, énormément de figures ! Mais là encore, c'est un brouillard qui noie le malaise sans le faire disparaître.

Comment être sûr que la géométrie de l'éditeur X est la même que la géométrie de l'éditeur Y ? Bien au contraire, tout invite à penser le contraire . Les professeurs n'ont pas plus envie de réinventer la géométrie que de choisir entre différentes écoles. La solution n'est pas de faire beaucoup de figures mais *d'apprendre* au début des figures élémentaires fondamentales (pourquoi n'y a-t-il jamais de figures dans les programmes officiels ?) et d'y rattacher les notions fondamentales qui seront les piliers de la géométrie.

Pour Lazard, par exemple, elles sont cinq et constituent sa contribution pour la fondation d'un nouveau canon géométrique : Rotation, Translation, Réflexion, Similitude, Perspective et l'on comprendra par cette simple énumération que le canon géométrique proposé par Lazard est plus pascalien qu'euclidien puisqu'il place le mouvement au centre de l'activité géométrique.

La fondation d'un canon mathématique est une tâche longue et difficile ; elle ne peut être l'œuvre ni d'un individu, ni même d'un groupe restreint. De ce point de vue, les propositions faites par Lazard sont utiles puisqu'uniques en leur genre ; on ne peut évidemment pas les recevoir sans critiques. On ne peut non plus se contenter de laisser les choses s'établir d'elles-mêmes. Nul ne serait certain du résultat ; il est même improbable qu'un système anarchique puisse déboucher spontanément sur une organisation canonique solide. La fondation du canon arithmétique, conquête de la science arabe, correspond à une volonté scientifique précise et motivée et n'est en aucun cas le résultat d'un hasard historique.

Il appartient aux chercheurs en didactique de rechercher dans les pratiques actuelles celles qui méritent d'être canonisées, de faire des propositions et d'engager des expérimentations en liaison avec les praticiens des mathématiques extra-scolaires.