

6

SECOND CYCLE

Le groupe de travail sur les programmes du second cycle s'est réuni le 19 septembre 1981. Lors de cette réunion, il a élaboré une version définitive du projet de programme de terminale C et E. D'autre part, toujours en l'absence d'objectifs précis pour la section D, il n'a pas été possible au groupe de prendre une position cohérente sur les projets de programme. Les choix effectués par l'Inspection générale correspondent à une formule "sciences expérimentales", plutôt que "sciences de la nature et de la vie". D'où un programme abondant de façon superficielle une trop grande variété de sujets et très difficile à maîtriser par un élève de D, vu l'horaire prévu de 6 heures et la lourde charge des autres matières (sciences physiques et sciences naturelles).

Le Bureau de l'A.P.M.E.P. a écrit le 5 octobre et le 13 octobre à ce sujet au Directeur des Lycées. Pour les raisons qui précèdent, le Bureau a pensé préférable de ne publier dans ce Bulletin que les projets de programme et commentaires de première S. Les projets des sections G, de terminale D et terminale C et E paraîtront dès que seront précisées les positions correspondantes du Ministère. Ces projets peuvent être demandés à Denise Haugazeau, 76 avenue de Thouars, 33400 Talence.*

*Le Bureau a rappelé aussi la nécessité de la publication des commentaires de seconde**.*

Classe de Première Scientifique Programme de mathématiques

• *L'horaire hebdomadaire de la classe est de 6 heures.*

• *Des questions qui figurent dans diverses rubriques du programme étant destinées à s'interpénétrer, le professeur adoptera la répartition qui lui convient des différentes parties, en les scindant ou les menant de front. Il lui est demandé de ne sacrifier aucune rubrique, et il est précisé que l'équilibre du programme a été conçu sur la base de la moitié de l'horaire*

^{*} Les projets des sections A, B, F, H ont été publiés dans le Bulletin n° 329, pages 526 et suivantes.

^{**} Voir Bulletin n° 329, pages 514 et suivantes.

consacrée à l'analyse, d'une dizaine d'heures réservées aux statistiques, le reste allant à la géométrie.

• Comme en Seconde, les calculatrices seront largement utilisées.

Le choix des thèmes et des activités permettra de tenir compte des centres d'intérêt et des possibilités des élèves.

Les listes proposées pour les thèmes ne sont ni impératives ni exhaustives.

• Dans tout le programme, la mention "on admettra" ou "énoncé admis" se rapporte à une proposition pour laquelle le professeur décidera de l'opportunité d'une démonstration, étant entendu que celle-ci ne sera pas exigible au baccalauréat mais qu'en tout état de cause la signification de l'énoncé, sa portée et ses applications seront mises en évidence.

Les autres propositions seront, bien entendu, démontrées.

La mention "exemples de" signifie qu'il n'y a pas lieu d'effectuer un exposé synthétique général ni de mettre en place un vocabulaire théorique général. Bien entendu il est essentiel que l'étude d'un exemple soit menée de façon solide et précise, et permette de dégager des idées et des méthodes.

I. Suites numériques

a. - Exemples de suites définies par des procédés divers : valeurs d'une fonction, méthodes itératives faisant intervenir la différence ou le rapport de deux termes consécutifs.

Suites monotones. Suites périodiques.

Exemples de suites tendant vers l'infini ; cas de la suite $(na), a \in \mathbb{R}^*$ donné. On admet que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, il existe $p \in \mathbb{Z}$ tel que $pa \leq x < (p+1)a$.

b. - Suites arithmétiques. Suites géométriques.

Sur les exemples types $n \rightarrow n, n \rightarrow a^n$, on calculera les sommes de rang n , en vue d'applications numériques.

c. - Convergence d'une suite vers 0 : définition ; les suites qui convergent vers 0 sont bornées ; stabilité de la convergence vers 0 pour l'addition et pour la multiplication par une suite bornée (énoncés admis).

Convergence d'une suite : on dira que l est limite de la suite (u_n) si $\lim (u_n - l) = 0$. La limite d'une suite convergente de réels positifs est positive.

Justification d'une convergence vers 0 à l'aide d'une majoration ; des exemples simples, tels que $|u_n| \leq \frac{k}{n}$, $|u_n| \leq \frac{k}{10^n}$ permettront d'apprécier la rapidité de diverses convergences.

Thèmes (à titre indicatif) :

- Exemples d'encadrements d'un nombre réel exprimant une mesure (aire, volume...).
- Exemples d'approximation (notamment par des suites adjacentes) d'un nombre réel solution d'une équation.
- Développements décimaux ; un développement décimal périodique caractérise un rationnel.

II. Fonctions numériques

** Les premiers éléments de l'étude d'une fonction (majorations, minorations, monotonie, sens de variation) ont été mis en place en Seconde ; on fera ressortir toute l'importance de l'étude numérique et de la représentation graphique.*

** On illustrera l'étude des propriétés qui vont suivre au moyen des fonctions déjà étudiées en Seconde, et d'exemples numériques de fonctions affines par morceaux, de fonctions polynômes ou encore de fonctions telles que $x \rightarrow \frac{ax+b}{cx+d}$ et $x \rightarrow \sqrt{ax+b}$.*

a. - Applications définies sur un intervalle ; opérations sur ces applications.

Notations $f \geq 0$, $f \geq g$; applications bornées.

Notion d'application bijective (liée à la discussion d'une équation $f(x) = y$, où x est l'inconnue).

b. - Exemples d'étude conjointe de deux fonctions : l'une d'elles étant f , l'autre est par exemple : $|f|$, λf , $x \rightarrow f(x-\lambda)$, $x \rightarrow f\left(\frac{x}{\lambda}\right)$.

Fonctions composées.

c. - Limite d'une fonction en un point : on commencera par le cas de la limite 0 au point 0 ; on définira $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ par $\lim_{h \rightarrow 0} f(a+h) = 0$; on dira que ℓ est limite de la fonction f au point a si $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - \ell) = 0$; on admettra des énoncés analogues à ceux qui ont été cités en I. c.

Continuité en un point (développement limité d'ordre zéro) ; continuité sur un intervalle. Toute étude systématique de la continuité est hors du programme.

d. - Développement limité d'ordre un ; nombre dérivé, interprétations cinématique (vitesse) et géométrique (tangente) ; fonction dérivable sur un intervalle.

Règles de dérivation de la somme, du produit de deux fonctions, de l'inverse d'une fonction (cette dernière règle pourra être admise).

Dérivée de $x \rightarrow f(ax+b)$.

e. - Applications des dérivées à l'étude du sens de variation d'une fonction, à la recherche d'extremums, à la résolution d'équations et inéquations. On s'appuiera sur les trois propositions suivantes, qu'à ce niveau il est hors de propos de démontrer :

— Si f est dérivable sur l'intervalle I et si sa dérivée f' est nulle sur I , alors f est constante sur I .

— Si f est dérivable sur I et si f' est positive sur I , alors f est croissante sur I .

— Si f est dérivable sur $[a, b]$ ($a < b$) et si f' est à valeurs strictement positives sur $]a, b[$, alors f établit une bijection strictement croissante de $[a, b]$ sur $[f(a), f(b)]$.

Primitives d'une fonction continue : on admettra qu'une fonction continue sur un intervalle I admet des primitives sur I , et on démontrera que chacune d'elles est déterminée par sa valeur en un point de I .

Cette notion de primitive permettra d'introduire la fonction logarithme népérien dès le début de la classe Terminale.

f. - Etude des fonctions sinus et cosinus : périodicité, parité, dérivées et primitives, représentations graphiques.

Thèmes (à titre indicatif) :

— Problèmes simples d'optimisation se ramenant à la recherche d'extremums de fonctions d'une variable.

— Recherche de limites de suites ou de fonctions à l'aide de développements limités d'ordre un.

— Obtention de majorations et d'encadrements à l'aide du calcul différentiel. A titre d'exemple, la chaîne d'inégalités valables pour tout $x \geq 0$:

$$\cos x \leq 1 ; \sin x \leq x ; 1 - \frac{x^2}{2} \leq \cos x \leq 1 ; \text{etc.}$$

— Calculs de valeurs approchées de fonctions.

— Exemples d'étude de mouvements rectilignes.

— Exemples d'étude de positions relatives de deux arcs de courbe.

III. Fonctions polynômes

a. Calcul sur les fonctions polynômes à une variable.

Factorisation par $x - a$.

b. Trinôme du second degré ; technique de la forme canonique ; application à la recherche du sens de variation, à la représentation graphique et à la résolution de l'équation du second degré ; somme et produit des racines.

Thèmes (à titre indicatif)

— Exemples de décomposition d'un polynôme en produit de polynômes de degré 1 ou 2.

— Exemples de séparation et de calcul approché des zéros d'une fonction polynôme.

- Détermination d'une fonction polynôme par des valeurs données (problème de l'interpolation).
- Constitution et utilisation de tables de différences finies.

IV. Statistiques

Etude de séries statistiques à une variable.

Fréquences, histogramme.

Éléments caractéristiques de description et d'analyse d'une série statistique : caractéristiques de position (médiane, moyenne) ; caractéristiques de dispersion (écart moyen, écart type).

Thème (à titre indicatif) :

Le regroupement en classes ; ses effets sur les caractères quantitatifs.

V. Géométrie plane

** Le professeur procédera à un rappel rapide (sans démonstration) des propriétés des opérations sur les vecteurs du plan. En vue de faciliter la communication, il donnera la définition d'un espace vectoriel et d'une application linéaire, un premier exemple d'application linéaire étant la projection vectorielle.*

Aucune théorie générale des espaces vectoriels et des applications linéaires n'est au programme ; il n'y aura pas lieu de donner d'autres exemples d'espace vectoriel que les ensembles de vecteurs de la droite, du plan (§ V), de l'espace (§ VI).

** L'intuition géométrique sera développée par l'emploi fréquent de figures, concernant aussi bien les ensembles de vecteurs que les ensembles de points.*

a. - Colinéarité de deux vecteurs ; vecteurs directeurs d'une droite. Bases ; repères.

b. - Exemples de transformations du plan, définies par des procédés variés.

Exemples de composition de transformations, de décomposition d'une transformation ; exemples de groupes de transformations.

c. - Groupe des isométries du plan conservant un point donné ; décomposition d'une telle isométrie en un produit de symétries axiales ; partition du groupe en deux classes ; rotations.

Application linéaire associée à une isométrie admettant un point fixe.

d. - Orientation du plan.

e. - Applications du produit scalaire :

— Fonctions $M \rightarrow \alpha AM^2 + \beta BM^2$; théorème de la médiane.

— Formule $\cos(\beta - \alpha) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$; formules d'addition ; formules de multiplication par 2.

— Relation $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.

f. - Autres relations métriques dans le triangle :

$$S = \frac{1}{2} bc \sin A ; \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R .$$

Thèmes (à titre indicatif) :

- Problèmes d'alignement et de concours ; rôle du calcul barycentrique dans ces problèmes.
- Problèmes de constructions : rôle des diverses méthodes (analyse des propriétés d'une configuration, recours à une transformation, emploi de l'outil algébrique,...).
- Problèmes de lieux géométriques.
- Problèmes de trajets de longueur minimale et de trajets de durée minimale : billard, réflexion, réfraction,...

VI. Géométrie dans l'espace

a. - Vecteurs de l'espace : extension de la définition et des opérations étudiées dans le plan.

Droite définie par un point et un vecteur ; plan défini par un point et deux vecteurs.

Bases ; repères.

b. - Extension du produit scalaire à l'espace.

Orthogonalité de deux vecteurs ; traduction vectorielle de l'orthogonalité de deux droites, d'une droite et d'un plan.

Plans perpendiculaires : définition, caractérisation.

Projection orthogonale d'un angle droit.

c. - Bases orthonormales ; repères orthonormaux ; expressions du produit scalaire de deux vecteurs, de la distance de deux points.

Fonction $M \rightarrow \vec{K} \cdot \vec{OM}$; équations cartésiennes d'un plan ; distance d'un point à un plan.

d. - Orientation de l'espace ; bases orthonormales directes ; repères orthonormaux directs.

Produit vectoriel [notations : $\vec{u} \wedge \vec{v}$, $\vec{u} \times \vec{v}$].

Produit mixte.

Coordonnées du produit vectoriel et expression du produit mixte dans une base orthonormale directe.

e. - Sphère ; section plane ; plan tangent.

Thème obligatoire dans la section E, facultatif dans les autres :

Représentation, à l'aide des projections orthogonales sur deux plans perpendiculaires, de polyèdres tels que tétraèdres réguliers, cubes, prismes, pyramides.

(Il n'est pas question de faire un cours de géométrie descriptive ; en particulier l'usage de la ligne de terre et des traces d'un plan est sans intérêt ;

mais il est bon d'habituer les élèves à traiter par les techniques de l'épure des problèmes simples de constructions, en particulier ceux qui concernent l'intersection de deux plans, l'orthogonalité d'une droite et d'un plan).

Exemples de détermination de sections planes de polyèdres.

Autres thèmes (à titre indicatif).

— Utilisation de transformations simples de l'espace, telles que translations et homothéties, pour la résolution de problèmes de constructions.

— Exemples de distance de deux parties de l'espace ; problèmes simples d'équidistance.

— Repérage d'un point sur une sphère.

Commentaires du programme de Première Scientifique

L'ordre adopté est celui des rubriques du programme ; le numéro de chaque rubrique est rappelé.

I. — Pour les suites comme pour les fonctions (assez souvent on pourra mener de front ces deux études) les activités numériques sont capitales. Elles amènent à conjuguer les ressources des divers moyens de calcul (mental, à la main, calculatrices) ou à faire un choix entre eux selon les nécessités de la situation.

Il ne suffit pas, pour bien conduire un calcul, de connaître des règles de manipulation. Dans la recherche d'inégalités significatives, il est important de savoir apprécier à l'avance des ordres de grandeur ; il est d'autre part souvent utile d'interpréter une condition, une réponse, en termes géométriques tels que distances et intervalles. On ne négligera donc aucune occasion d'employer, pour l'analyse d'une question ou pour une synthèse des résultats obtenus, des représentations graphiques.

La — Le programme propose de s'intéresser, dans l'étude d'une suite, aux différences entre termes consécutifs ou aux rapports entre ces termes. C'est en premier lieu pour faire apparaître assez naturellement les suites arithmétiques et géométriques. Mais on ne se privera pas d'avoir les mêmes curiosités dans des situations d'accès facile avec une calculatrice, par exemple dans les itérations $u_{n+1} = \cos u_n$ ($u_0 = 0$) ; $u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n}$ ou $u_{n+1} = \sqrt{6 - u_n}$. On enrichira ces expériences de quelques cas de divergence.

Dans tous les cas étudiés l'expérimentation doit être conjuguée avec l'obtention théorique de majorations et d'encadrements, qui permettront de confirmer ou d'infirmer les conjectures issues de l'expérimentation, de contrôler les algorithmes utilisés, de comparer leurs performances et d'apprécier la pertinence des moyens de calcul. On entraînera les élèves, devant un problème à résoudre, à construire un algorithme et à l'exprimer clairement.

Sur des exemples significatifs, on apprendra aussi aux élèves à rédiger de façon nette des raisonnements par récurrence ; cependant aucune étude théorique du principe de récurrence ne figure au programme ; en outre, on évitera la mise en forme des récurrences dans les cas intuitivement évidents.

Les suites auxquelles on s'intéressera sont en règle générale définies sur \mathbb{N} , mais, au moment d'envisager une suite définie seulement pour $n \geq n_0$, il suffira de signaler qu'un changement d'indice par exemple ramènerait au cas général.

I.b. — On reliera l'étude des suites arithmétiques et géométriques aux situations (en physique, biologie, économie, ...) qu'elles permettent de décrire, et on évitera de multiplier les exercices artificiels de calcul sur ces types de suites.

I.c. — Les questions de limites sont commentées en une seule fois au II.c.

II. — Le programme ne parle que d'applications définies sur un intervalle ; cela n'empêche pas, sur des exemples, une pratique plus large, à condition de se limiter, comme il est raisonnable, à des fonctions régulières par morceaux.

L'intuition générale est en effet de privilégier les situations les plus sûres, sans s'attacher à rechercher des hypothèses fines. Les exemples de fonctions seront, sauf exceptions, choisis de telle sorte qu'on puisse se ramener à des intervalles où elles sont dérivables. La continuité sur un intervalle, lorsqu'elle intervient, pourra se démontrer par la dérivabilité (ou par des majorations directes). C'est pourquoi on a préféré faire l'inventaire des opérations usuelles sur les fonctions dérivables plutôt que sur les fonctions continues. On donnera des exemples très simples de discontinuités et de points anguleux ; l'étude systématique de ces phénomènes ne figure pas au programme.

II.c. — L'étude des limites exige des définitions ; une seule, celle de la limite 0, a besoin d'être explicitée en (ε, N) ou (ε, η) ; il suffit ensuite, sans manquer à la rigueur, d'employer des majorations et de recourir aux théorèmes (admis) de stabilité. Encore faut-il qu'à travers l'étude de nombreuses situations on accède progressivement aux motivations de la définition en (ε, η) de la limite 0 ; on évitera l'emploi systématique de cette formulation au niveau du cours comme à celui des exercices.

Voici un schéma possible (applicable aussi aux suites) d'une telle progression :

- On part de fonctions très variées telles que :

$$x \rightarrow \frac{x}{\sqrt{1+x}}, \quad x \rightarrow \frac{x}{1+\sin x}, \quad x \rightarrow \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}, \quad x \rightarrow x \sin \frac{1}{x}.$$

Chacune de ces fonctions vérifie, sous une hypothèse large $|x| \leq \rho$, une inégalité du type $|f(x)| \leq M|x|$, et dans ce cas on peut convenir déjà de dire que $f(x)$ tend vers 0 quand x tend vers 0.

- Considérant la situation ainsi posée, qui s'énonce :

(1) quand $|x| \leq \rho$, alors $|f(x)| \leq M|x|$,

on constate, se donnant un réel $\varepsilon > 0$, que si x vérifie à la fois $|x| \leq \rho$ et $|x| \leq \frac{\varepsilon}{M}$ alors $|f(x)| \leq \varepsilon$. Autrement dit on peut assujettir les nombres $|f(x)|$ à être inférieurs à tout réel strictement positif préalablement fixé (ce qu'on exprime par "rendre $|f(x)|$ aussi petit que l'on veut") en imposant à x d'être dans un intervalle suffisamment petit de centre 0.

On notera qu'on peut, surtout pour les suites, motiver une telle étude par la recherche, dans un problème d'approximation, d'une précision numérique donnée ($\varepsilon = 10^{-p}$).

• L'examen de situations où (1) n'a pas lieu (telles que $x \rightarrow \sqrt{|x|}$) incite à un point de vue plus qualitatif et amène à la formalisation en (ε, N) ou (ε, η) .

On adoptera la définition suivante : soit E un intervalle, ou une réunion de deux intervalles choisis de façon que $E \cup \{0\}$ soit un intervalle. Si f est une application de E dans \mathbb{R} , on dira que f admet la limite 0 en 0 (ou que $f(x)$ tend vers 0 avec x) si et seulement si :

$$(\forall \varepsilon \in \mathbb{R}^+) (\exists \eta \in \mathbb{R}^+) [(x \in E \text{ et } |x| < \eta) \Rightarrow (|f(x)| < \varepsilon)].$$

On notera que l'inégalité $|x| < \eta$ a remplacé l'inégalité $0 < |x| < \eta$ qui prévalait dans l'usage antérieur. Une limite en 0 à gauche (resp. à droite) est la limite de la restriction à $E \cap \mathbb{R}^+$ (resp. $E \cap \mathbb{R}^-$) ; on évitera de développer ces considérations.

Il résulte de là que, si une fonction est définie en un point a , elle n'a de limite en ce point que si elle est continue en ce point ($\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$).

Toute insistance théorique sur la notion de continuité en un point étant exclue, on s'adressera le plus souvent, dans l'intérêt même des études locales, à des majorations plus précises, et on éclairera par contraste quelques situations de discontinuité.

La locution développement limité d'ordre 0 n'est à signaler, par rapport à ce qui suit, que dans un but d'unification du langage.

II.d. — On recherchera par priorité un développement limité d'ordre 1, dont l'existence implique celle d'un développement limité à l'ordre 0.

On accordera pour cela la prépondérance aux majorations et enca-drements les plus efficaces, ce qui conduira à commencer par des exem-ples de majorations du type :

$$|f(a+h) - f(a) - Ah| \leq Mh^2$$

telles que celles qui ont été étudiées en Seconde (§ III.c).

Ensuite des exemples tels que $x \rightarrow x\sqrt{|x|}$ marqueront les limites de ce procédé et aideront à dégager la notion de dérivabilité :

$$f(a+h) = f(a) + Ah + h\varepsilon(h),$$

où la fonction ε a pour limite 0 en 0.

Dans l'interprétation géométrique de la dérivée, c'est la limite du coefficient directeur des sécantes qui est seule visée, à l'exclusion bien évi-demment de toute digression sur la topologie des ensembles de droites.

• Dans les exercices de recherches de limites, on se gardera de toute codification systématique ; on entraînera les élèves à évaluer l'ordre de grandeur des termes mis en jeu. Il ne s'agit, en Première, que d'une initia-tion sur quelques exemples simples.

Des problèmes de limites s'introduiront à propos du tracé des cour-beres ; on ne se refusera pas à rencontrer, sur des exemples simples, des limites infinies et les comportements asymptotiques correspondants ; on n'en fera aucun exposé systématique.

II.e. — Comme il est trop tôt, en Première, pour préciser avec quel-que généralité l'image d'un intervalle par une fonction continue, on se bornera à recourir, dans chaque circonstance où cela sera nécessaire, au théorème de bijection énoncé dans le programme.

II.f. — L'étude des fonctions sinus et cosinus en un point quelcon-que se déduit, grâce aux formules d'addition, de l'étude à l'origine. Les valeurs des dérivées à l'origine seront admises ; on pourra éclairer cette question par des considérations d'aire ou de longueur.

III. — Une étude des polynômes à une indéterminée a paru préma-turée, on s'en tiendra donc à celle des fonctions polynômes. Il est néces-saire cependant que les élèves sachent qu'une fonction polynôme

$$x \rightarrow a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$$

n'est la fonction nulle que si tous ses coefficients sont nuls ; ce résultat, qui se vérifie aisément pour $n=0, 1, 2$, pourra être admis dans le cas général.

Les occasions de rencontrer des équations et des inéquations sont nombreuses en analyse. Par conséquent on évitera de multiplier, en parti-culier pour le second degré, les exemples donnés a priori, notamment ceux qui feraient intervenir artificiellement des paramètres. L'usage doit demeurer de tirer parti de situations géométriques ou physiques, condui-sant aux "problèmes du second degré". Le trinôme est une fonction comme les autres ; la mise en œuvre de formules de résolution ne s'impose pas toujours.

IV. — L'élève a rencontré déjà les statistiques en seconde. L'objectif est de l'entraîner à lire un document statistique ; à présenter des données par tableau ou par représentation graphique ; à résumer, discuter, exploiter un tableau de données à l'aide des notions introduites par le programme de Première.

Dans l'étude de thèmes on évitera deux pratiques extrêmes :

- le lancement d'enquêtes dont l'ampleur serait démesurée et ne laisserait plus de temps pour le traitement des données ;
- l'utilisation exclusive de documents statistiques déjà trop synthétiques.

V. — En géométrie plane le programme n'appelle que peu de remarques. L'objectif essentiel est, comme en Seconde, l'étude des configurations classiques du plan et des effets des transformations sur ces figures ; le calcul vectoriel est un outil puissant, et en particulier le théorème de la médiane peut intervenir de façon très utile dans le plan comme dans l'espace.

La conservation des angles par certaines isométries du plan a déjà été signalée en Seconde ; l'étude de l'application linéaire rattache cette propriété à l'invariance du produit scalaire.

En ce qui concerne les angles, on a précisé, en Seconde, comment associer à un angle orienté, à partir de sa mesure principale, d'autres mesures satisfaisant modulo 2π à la relation de Chasles. Par cosinus ou sinus d'un angle on entend les cosinus ou sinus communs à toutes ses mesures. Lorsque deux vecteurs unitaires \vec{u} , \vec{v} sont repérés par leurs angles, de mesures α , β avec le vecteur \vec{i} d'une base (\vec{i}, \vec{j}) orthonormale directe, leur produit scalaire peut s'évaluer de deux façons, et l'égalité ainsi obtenue conduit aux formules d'addition de la trigonométrie.

La notion de groupe ne figure pas au programme de Première, qui ne comporte que celle de "groupe de transformations".

VI. — Dans l'espace la nouveauté est le calcul vectoriel. La notion de vecteur est déjà familière à l'élève dans le plan. Sa bonne compréhension dans l'espace repose sur une claire connaissance, dès le début de l'année, des propriétés d'incidence.

En Seconde on a étudié les positions relatives des droites et des plans ainsi que les projections sur un plan selon une direction de droite, et sur une droite selon une direction de plan. A partir de la propriété de Thalès on est donc en mesure, dès la mise en place des vecteurs, de démontrer la linéarité des projections vectorielles.

En ce qui concerne l'orthogonalité, la seule notion qui vient s'ajouter est celle de plans perpendiculaires ; elle repose sur la propriété fondamentale de l'orthogonalité d'une droite et d'un plan : une droite est orthogonale à un plan dès qu'elle est orthogonale à deux droites non parallèles de

ce plan ; il sera bon de s'assurer que les élèves ont bien acquis cette propriété. Quant à l'étude de la projection orthogonale d'un angle droit, elle est indispensable pour la représentation des solides.

La définition du produit scalaire est fondée, comme en géométrie plane, sur le produit $\vec{OA} \cdot \vec{OH}$, mais en employant directement un plan projetant orthogonal ; la concordance avec la définition posée dans le plan permet d'obtenir aussitôt la plupart des propriétés du produit scalaire dans l'espace ; la formule $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$ s'établit simplement en utilisant la linéarité de la projection orthogonale sur une droite.

On admettra que l'on peut orienter l'espace, c'est-à-dire les bases orthonormales. Ultérieurement on pourra caractériser les bases directes par le signe du produit mixte.

Le produit vectoriel sera introduit sous une forme utilisable directement en Sciences physiques : la construction, à partir des points O, A, B , quand ils ne sont pas alignés, du point C tels que $\vec{OC} = \vec{OA} \wedge \vec{OB}$, que dans le plan OAB , orienté par \vec{OC} , la mesure principale de l'angle (\vec{OA}, \vec{OB}) est positive ; l'antisymétrie du produit vectoriel en résulte. C'est alors seulement qu'on débouche sur l'aspect analytique.

Il pourra être commode, à l'occasion, de réinvestir en géométrie plane (en introduisant un axe perpendiculaire au plan) cette connaissance du produit vectoriel, en particulier pour certaines relations dans le triangle.

Bien que le programme contienne de nombreux outils permettant des activités touchant à la géométrie analytique, il est clair qu'il n'est pas dans les objectifs de la classe d'étudier systématiquement l'emploi de telles méthodes : l'essentiel est de développer la vision dans l'espace.

Position de l'A.P.M.E.P. Bilan concernant La Première Scientifique

Préambule.

1/ La fusion des sections C, D et E a pour objectif majeur *d'ouvrir très largement les sections scientifiques* aux élèves de première. Il convient que les textes réglementaires précisent ce point de façon très nette, pour éviter toute interprétation conduisant à une sélection renforcée à l'issue de la seconde dite de détermination.

2/ Il est indispensable de mettre en œuvre un plan pluriannuel conduisant à deux heures de travaux dirigés hebdomadaires, avec, dès la rentrée 1982, une heure de travaux dirigés.

Programmes et commentaires

Sous les deux conditions essentielles précédentes, l'A.P.M.E.P. a approuvé globalement le programme, avec les réserves suivantes :

a) Manque de clarté à propos de l'enseignement des questions de convergence et de continuité. Le parti didactique qu'on peut tirer des *suites* n'est pas assez dégagé ; en outre, les commentaires sont trop *centrés* sur la *défi-nition* de la convergence.

b) Manque de clarté sur le rôle éminent de l'outil vectoriel en géométrie plane, et sur les activités concernant les transformations.

c) Manque total de motivation pour les primitives. Il est indispensable d'étudier, sur un exemple significatif, le lien entre le calcul d'une aire et celui d'une primitive, et de marquer ainsi le lien étroit entre le calcul intégral (mesure de grandeurs, valeurs moyennes) et le calcul différentiel.

d) D'une façon générale l'ensemble seconde-première-terminale manque d'une stratégie globale pour l'enseignement de plusieurs points capitaux (questions de convergence en analyse, rôle des transformations en géométrie, problèmes linéaires et concept de linéarité).

Suivi de la réforme des programmes

Il ne peut être effectué de façon *scientifiquement* sérieuse que par la mise en place d'analyses didactiques menées par des équipes de *recherche* dotées des moyens appropriés. La mise en place de ces équipes et des débats scientifiques doit relever d'une *commission permanente de réflexion* sur l'enseignement des mathématiques, faute de quoi on en restera toujours au stade de l'improvisation hâtive et des coups de balancier idéologiques.