

5

FORMATION DES MAITRES

Suggestions

pour un programme de didactique pour la formation initiale des professeurs de mathématiques du second cycle du second degré.

par Guy BROUSSEAU, Université de Bordeaux I et IREM

I. OBJECTIFS DU COURS DE DIDACTIQUE (1)

- Le cours de didactique a pour objet de rendre les étudiants aptes :
- à concevoir ou à choisir des leçons adaptées à la formation des élèves,
 - à conduire ces leçons (qu'elles soient préparées ou non par celui qui les conduit) dans différents styles,
 - à connaître le résultat de leur travail,
 - à comprendre les phénomènes de l'enseignement,
 - et à modifier leurs choix et leurs pratiques de façon pertinente pour améliorer leurs résultats.

II. PRINCIPES FONDAMENTAUX

Pour réaliser ces objectifs, nous estimons indispensable que soient tirées toutes les conséquences des quatre principes fondamentaux suivants :

1. Parce que *la pratique des mathématiques joue un grand rôle* dans leur apprentissage, elle doit jouer un rôle important dans la formation des enseignants. Aucune formation pédagogique ne peut corriger un bas niveau mathématique.

(1) Une grande partie des suggestions présentées ici ne sont pas spécifiques du second cycle du second degré et notamment les objectifs, les principes fondamentaux et les conséquences.

2. L'enseignement ne peut être l'application de deux cours indépendants, l'un purement de mathématiques, l'autre purement pédagogique ou didactique au sens classique.

Les élèves acquièrent chaque notion mathématique par une adaptation à des conditions spécifiques qui lui donnent sa signification. Il faut que les élèves-professeurs apprennent à reproduire les conditions d'une genèse du concept mathématique, artificielle mais acceptable du point de vue épistémologique.

La didactique oblige à réorganiser à la fois les mathématiques, la psychologie et la pédagogie et se constitue en une activité et un domaine de connaissances propres dont aucune composante ne peut être exclue.

3. Il est souhaitable de séparer le moins possible pour le futur professeur l'étude de sa discipline et celle de son enseignement — et en mathématiques moins qu'ailleurs.

4. Que l'enseignement soit considéré comme art ou science, la formation ne doit pas se faire sans que soient établis des contacts différenciés entre le futur professeur et le système éducatif :

- avec ses futurs élèves en tant qu'individus (tests d'acquisition, étude de cas, de résolution de problèmes, d'erreurs, etc.)
- avec les classes, dans un rapport soit d'expériences, au cours d'une recherche véritable, soit d'expériences de démonstration
- avec les professeurs en exercice dans leurs classes aux fins de la connaissance des pratiques professionnelles
- directement avec les problèmes d'enseignement lors de stages en responsabilité.

Les conséquences de ces principes doivent être tirées dans trois domaines :

1. le programme et les horaires des élèves-professeurs en didactique
2. le comportement et les activités des formateurs de professeurs
3. l'organisation de l'institution.

III. PROPOSITIONS DE PROGRAMMES ET D'HORAIRES

1) Les propositions sont les suivantes :

A. L'horaire de mathématique serait augmenté :

— d'un cours de "mathématiques et autres activités" orienté vers l'emploi des mathématiques auxquelles peuvent s'intéresser dans leur milieu les futurs professeurs et leurs futurs élèves (par exemple 1 heure/année en $(n - 1)$ ième année)

— et d'un cours de "*statistiques et logique*" orienté vers les méthodes mathématiques en didactique (par exemple 1 heure/année en *nième* année).

B. L'horaire de didactique comprendrait :

Didactique I : Etude de sujets mathématiques en vue de leur enseignement (par exemple 1 heure 15 en $(n-1)$ ième année)

Didactique II : Didactique normative, théories de l'enseignement et résolution de problèmes (par exemple 1 heure en $(n-1)$ ième année)

Didactique III : Didactique théorique et épistémologie (par exemple 1 heure en $(n-1)$ ième année)

Didactique IV : Didactique expérimentale (par exemple 0,45 heure en $(n-1)$ ième année)

Didactique V : Didactique pratique et professionnelle (par exemple 1 heure 30 en *nième* année)

Observation I : Observation d'élèves (par exemple 1 heure en $(n-1)$ ième année)

Observation II : Observation de classes (par exemple 1 heure en $(n-1)$ ième année)

Stages

et observation : *nième* année.

Voir le détail des programmes en annexe.

Il est prévu, d'autre part, un cours de Sciences de l'Education (pédagogie, psychologie, sociologie, etc.), 1 heure 30 en $(n-1)$ ième et *nième* années.

2) Justification de l'introduction du cours de "Didactique I" :

"Etudes de sujets mathématiques en vue de leur enseignement au secondaire"

Les cours de mathématiques de l'Université sont généralement orientés vers la construction de théories puissantes et complexes et les exercices proposés sont des applications plutôt simples de ces théories.

Dans l'enseignement secondaire, il s'agit plus ou moins d'exposer des théories élémentaires (qui parfois n'ont pas été revues dans l'enseignement supérieur) et de les utiliser d'une manière astucieuse et adroite dans des problèmes.

D'où la nécessité de prévoir des séances d'approfondissement des questions spécifiques de l'enseignement secondaire, de construction d'exposés, de recherche et d'étude d'exercices mathématiques.

L'étudiant pratique l'exposé de mathématiques comme partie de son activité mathématique et pour apprendre à s'exprimer et à organiser sa pensée, mais non pas en tant que "leçon modèle".

3) *Didactique II* (Didactique normative, théories de l'enseignement, résolution de problèmes)

Dans les autres disciplines, le cours de didactique comprend approximativement ce que nous avons placé sous le nom de Didactique II (didactique générale 1^{re} partie) et qui correspond à la didactique classique (dans les pays anglo-saxons). Elle est principalement basée sur la définition et l'évaluation de ce qu'on veut enseigner.

4) *Didactique III* (Didactique et Epistémologie)

L'autre partie du cours de didactique générale tend à combler les énormes lacunes de la didactique classique en ce qui concerne :

- la connaissance du fonctionnement des mathématiques et de leur développement (épistémologie)
- la connaissance des situations et des processus d'apprentissage et d'enseignement spécifiques aux mathématiques.

Ce cours est tout à fait indispensable aux élèves-professeurs pour qu'ils puissent organiser les situations didactiques et les leçons nécessaires et conduire de façon efficace une authentique éducation mathématique de leurs élèves.

5) *Répartition dans le temps*

Didactique III succède logiquement à Didactique II, ce qui permet de remettre en cause le point de vue empiriste et parfois naïf qui préside au cours de didactique II.

Il est important que chacun de ces cours soit accompagné d'activités correspondantes tant en "méthodes mathématiques d'études en didactique" qu'en "observation" (et éventuellement en didactique I), car elles correspondent à des positions cohérentes, différenciées et complémentaires. C'est pourquoi nous avons distingué deux semestres dans la 3^{ème} année. On aurait pu aussi mettre ces deux parties dans les programmes de deux années différentes.

6) *Didactique IV* (Didactique expérimentale)

Le cours de "didactique expérimentale" permet d'exposer des processus effectifs d'enseignement et de les réaliser à titre de démonstration ou d'expérience, puis de les étudier d'une façon scientifique. Ce cours prépare à la fois l'étudiant :

- à considérer la didactique non seulement comme un art mais aussi comme une technique reposant sur une science expérimentale
- à apprendre à préparer les activités de ses futurs élèves et à en contrôler le déroulement
- à conduire un rapport de recherche dans le domaine de la didactique.

IV. CONSEQUENCES POUR LES FORMATEURS DES ELEVES-PROFESSEURS

1) Comme conséquence du principe 1, tous les professeurs de didactique des mathématiques sont des mathématiciens.

2) Il existe des connaissances de didactique des mathématiques à caractère scientifique (principe 2) ; elles sont produites par des recherches. Les chercheurs dans ce domaine sont préférentiellement des mathématiciens, enseignant dans la formation des maîtres, et particulièrement ceux enseignant la didactique des mathématiques.

3) Les formateurs, puisqu'ils appartiennent à l'enseignement supérieur, font des recherches : les formateurs en mathématiques font de la recherche, soit en mathématique, soit en didactique des mathématiques ; nous appellerons mathématiciens didacticiens ces derniers.

Seuls ceux qui ont eu la formation adéquate peuvent assurer convenablement les cours de didactique générale. Ceux-ci peuvent d'ailleurs, en collaborant avec leurs collègues (qui font la didactique I), les sensibiliser et les initier à cette partie essentielle de leur fonction.

4) Les mathématiques doivent rester une pratique vivante pour ces enseignants ; aussi aucun mathématicien didacticien ne doit avoir un emploi du temps complet en didactique ; il doit assurer une partie du cours de mathématique (cours magistral ou T.D.).

5) Comme conséquence du principe 3, nous admettrons que tout formateur d'élèves-professeurs de mathématique devrait être intéressé à la formation didactique de ses élèves : aucun "mathématicien" ne devrait avoir non plus un temps complet d'enseignement en mathématiques. Par exemple, tous les professeurs de mathématiques recrutés par les instituts de formation doivent être capables, pour commencer, de faire au moins une partie de didactique I (celle par exemple correspondant à leur enseignement de mathématiques) et ceci sans autre formation préalable.

Ces dispositions sont de nature à montrer que ces formateurs respectent le futur métier de leurs élèves et ne le jugent pas indigne de leurs recherches, qu'ils considèrent que leurs capacités sont à leur service et que les mathématiques sont, même à ce niveau (second cycle du secondaire), au service de l'homme et non l'inverse. Elles sont aussi de nature à améliorer les rapports entre les différents intervenants, quelles que soient leurs origines ou leurs fonctions.

Une partie des formateurs (au moins ceux qui ne font pas de recherche en mathématique proprement dite et qui, donc, la font en didactique des mathématiques) doit prendre en charge le reste du programme de didactique.

V. CONSEQUENCES POUR L'INSTITUTION DE FORMATION DES MAITRES (UNIVERSITE, ECOLE NORMALE SUPERIEURE, ETC.)

1) *Rapports avec le système éducatif*

Les principes les plus difficiles à mettre en œuvre et cependant les plus importants à respecter sont ceux qui impliquent des interactions avec le système éducatif. Il ne serait pas raisonnable d'en remettre l'organisation à l'initiative personnelle des uns et des autres. Cette pratique aboutit régulièrement, soit à des conflits personnels ou idéologiques, soit le plus souvent à un fonctionnement indépendant des différentes composantes de la formation — théorique, professionnelle et pratique — et dans tous les cas, par conséquent, à la stérilité : pas de recherche et pas de formation véritable. Ne relevant que des faits isolés, le formateur de mathématique n'a rien à dire, ou, pire, peut dire n'importe quoi sur l'enseignement sans risquer d'être contredit : il ne changera pas les pratiques de ses étudiants et n'apportera pas grand'chose aux professeurs en exercice qui les encadrent. Le didacticien sera enfermé dans une description normative et théorique de l'enseignement, dans une critique éternelle des pratiques "traditionnelles" et dans la recherche d'innovations dont il ne pourra jamais ni montrer la possibilité de réalisation ni prouver la validité. Lui non plus n'aura guère d'influence sur la pratique de ses élèves. Le professeur de stage lui-même, en l'absence d'une prise théorique sur sa pratique, verra son efficacité très réduite — entre autres raisons — parce qu'elle est totalement subordonnée aux affinités personnelles.

2) *Moyens d'enseignement et de recherche*

Il serait très utile et à mon avis indispensable qu'un institut de formation dispose des moyens suivants :

a) Un système de relations avec les établissements d'application, c'est-à-dire ceux où les élèves-professeurs de 4^{ème} année vont faire leur stage en responsabilité et leurs leçons d'essai. Les professeurs qui les encadrent doivent pouvoir,

— d'une part, être tenus informés,

— d'autre part, éventuellement collaborer aux études et aux recherches en didactique qui servent de base à la formation de leurs stagiaires (donner leur avis, reproduire des expériences, etc.).

b) Un système de relations avec un établissement pour l'observation des phénomènes didactiques semblable par exemple au contrat liant l'école J. Michelet de Talence avec l'IREM de Bordeaux où les formateurs peuvent organiser des observations, soit de démonstration en rapport avec leurs cours, soit d'expériences en rapport avec certaines recherches. Les observations dirigées de classes supposent entre les différents responsables (le professeur qui conduit sa leçon, le didacticien, le spécialiste des sciences de l'éducation ou le psychologue, le responsable de

l'enregistrement audio-visuel ou du traitement des données, etc.) une confiance réciproque qui ne se forge que dans une collaboration étroite et prolongée entre des personnes qui s'estiment mutuellement à cause de leur compétence éprouvée à résoudre les problèmes rencontrés en commun et qui partagent la responsabilité des activités organisées et leurs résultats.

c) Un système de relations avec des établissements susceptibles d'accepter certains contrats de recherches avec une équipe de l'institut de formation les conduisant à organiser une partie très bien délimitée de l'enseignement dont ils sont chargés selon un projet et un plan d'expérience. La mise au point d'un tel projet n'est possible que si l'équipe dispose du système évoqué en b).

On peut inclure dans ce système de relations les moyens donnés, aux étudiants et aux professeurs, d'aller dans des établissements pour proposer à des élèves de simples questionnaires ou tests d'acquisitions.

On peut aussi inclure dans ce système des établissements ou des professeurs qui, pratiquant une méthode ou une technique originale (soit de leur propre initiative, soit dans le cadre d'un projet quelconque), accepteraient l'observation ou l'évaluation de leur travail et de leurs innovations.

Un même établissement ne peut appartenir qu'à l'un des trois systèmes a, b, c.

La création de ces systèmes suppose que soient satisfaites de nombreuses conditions que nous n'évoquerons pas ici. Cela fait partie du travail du didacticien de savoir les organiser, mais il est exclu qu'ils se mettent en place durablement de façon spontanée, informelle et progressive.

Il faut, en même temps et au moment opportun, rassembler, peut-être autour d'un noyau existant, une équipe suffisante, lui donner les différentes motivations appropriées (sanction des recherches, emploi des travaux produits et intérêts divers), les moyens techniques de travail (moyens administratifs et matériels) et les moyens scientifiques (formation, sujets d'études et ressources, en particulier bibliographiques).

Le problème à la fois le plus important et le plus délicat est de rassembler et de motiver de façon égale une équipe composée de personnes d'origines et de fonctions différentes et de faire en sorte que son mode de fonctionnement combatte les inévitables tendances à l'éclatement.

PROPOSITION DE PROGRAMME DE DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES (2)

n est le nombre d'années d'études post-bac consacrées à la formation des professeurs.

Ces propositions ont été formulées dans une étude demandée par un gouvernement étranger qui envisage $n = 4$ seulement. Elles restent donc valables a fortiori pour une formation plus longue. $n = 5$ paraît être un minimum.

Horaire ($n - 1$)^{ème} année : Didactique : 4 h. Observation : 1 h.

Horaire n ^{ème} année : Didactique : 1 h 30

($n - 1$)^{ème} ANNÉE 1^{er} semestre (ou ($n - 2$)^{ème} ANNÉE)

Didactique I : 1 h 30

Etudes de sujets mathématiques en vue de leur enseignement au secondaire (1^{ère} partie).

Entraînement des élèves-professeurs à faire des exposés sur les sujets de mathématiques du 2^{ème} cycle de l'enseignement secondaire.

Etude d'exercices permettant l'utilisation adroite des notions élémentaires.

Didactique II Didactique générale (1^{ère} partie) : 2h

A. *Didactique normative*

1. *Généralités.* Le système de décision et de gestion de l'enseignement des mathématiques.

Caractéristiques de la communication et des contrats didactiques.

2. *Finalités de l'enseignement des mathématiques.*

3. *Etude des programmes et instructions officielles et des épreuves.*

4. *Technique des examens*

Niveaux d'objectifs pédagogiques.

Taxonomies d'objectifs (adaptation et illustration en maths).

Evaluation

— différents types d'évaluation

— exercices d'évaluation.

5. *Etablissement et contrôles des contrats didactiques.*

B. *Théories classiques de l'enseignement appliquées aux mathématiques*

(En relation avec le cours de Sciences de l'Education)

C. *Résolution de problèmes et heuristique*

A l'occasion de problèmes bien choisis ; identification des principales stratégies heuristiques.

(2) On peut se procurer à l'IREM de Bordeaux une brochure "Sommaire détaillé d'un cours de didactique des mathématiques et Bibliographie" correspondant à ce programme.

Observations : 1h30

Observations d'élèves et analyse de résultats (en application du programme de didactique II).

Observations de classes.

(n - 1)^{ème} ANNÉE 2^{ème} semestre [ou (n - 1)^{ème} ANNÉE]

Didactique I : 1h

Études de sujets mathématiques en vue de leur enseignement au secondaire (2^{ème} partie).

Exposés, exercices et études épistémologiques et didactiques, de concepts bien précis.

Didactique III Didactique générale (2^{ème} partie) : 2 h

D. *Epistémologie et Didactique*

1. *Mathématiques et épistémologie génétique*

(En relation avec le cours de Sciences de l'Éducation). Obstacles ontogénétiques...

2. *Epistémologie des mathématiques*

Étude de la constitution, du développement et des reprises d'un concept mathématique, dans ses relations intra et intersectorielles.

Études sur la formation de l'esprit scientifique, obstacles épistémologiques.

E. *Didactique théorique*

1. *Situations didactiques*

Le système didactique : interactions élèves-milieu relatives à un concept.

Situation problème, situation didactique, contrat didactique (et leur modélisation).

Les manifestations de connaissances mathématiques et la signification des comportements.

Procédures, algorithmes, représentations et stratégies des enseignants et des élèves, l'erreur.

Typologie des situations didactiques (action, formulation, validation, institutionnalisation). Caractéristiques d'une situation.

Adaptations et inadaptations d'une procédure ou d'une représentation.

Caractères des situations didactiques.

2. *Processus didactiques*

Les séquences d'enseignement et d'apprentissage.

Les manifestations d'apprentissages : assimilation, accommodation, complexification de procédures et des représentations..., fonction des erreurs dans l'apprentissage.

Conditions de processus didactiques : incertitude, sauts de variables et sauts informationnels, obstacles didactiques, déstabilisation d'un modèle...

Typologie des processus didactiques, méthodes et gestion.

Étude du rôle de l'évaluation dans le processus éducatif.

3. *Phénomènes en didactique des mathématiques*

La transposition didactique.

Le contrat didactique.

Le vieillissement des connaissances didactiques et leur renouvellement.

Aspects ostensifs et discursifs en mathématiques, notion de préconstruction.

L'échec en mathématiques, les "surdoués", etc.

Mathématiques et affectivité, etc.

Didactique IV : 1h30

Didactique expérimentale

Construction ou choix de situations didactiques sur un sujet précis de mathématiques.

Gestion du contrat didactique.

Plan d'expérience.

Initiation aux moyens d'observations audio-visuels.

Réalisation et observations de diverses situations durant la partie observation de classes (en relation avec le programme d'observation de classes).

Moyens didactiques

Etude de moyens d'enseignement spécifiques :

— calculateurs électroniques

— calculateurs programmables et enseignement de l'analyse, etc.

Observations de classe : 0h30

Une partie du programme d'observation se fait en relation avec le cours de didactique.

nième ANNÉE

Didactique pratique et professionnelle (hors stage) : 1h30

Préparation et conduite d'une séance d'enseignement par les élèves-professeurs (à tour de rôle et devant leurs collègues ainsi que l'équipe des formateurs).

Encadrement des stagiaires pendant leur stage et collaboration avec le professeur de stage (celui qui reçoit les normaliens en stage).

Évaluation, par les étudiants, de la formation didactique reçue au cours de leur formation.

Encadrement des élèves-professeurs qui font leur rapport de recherche en didactique (et des autres s'ils en expriment le besoin).