2

DANS NOS CLASSES

Quel est l'âge du capitaine ?

*par l'équipe "Elémentaire" de l'IREM de Grenoble**

Lorsque nous nous sommes intéressés aux problèmes proposés aux enfants à l'école élémentaire, nous étions tous persuadés que, lorsqu'ils résolvent un problème, les enfants prennent en compte l'adéquation des données à la question posée (que le problème soit fabriqué à partir de situations familières ou imaginaires).

L'un de nous a cependant tenu à s'assurer de cette opinion a priori et a proposé à 97 élèves de CE1 et 2 le problème suivant :

"Sur un bateau il y a 26 moutons et 10 chèvres. Quel est l'âge du capitaine ?".

Or parmi les 97 élèves concernés, 76 ont donné l'âge du capitaine en utilisant les nombres figurant dans l'énoncé.

Cette très forte proportion de réponses nous a incités à proposer le même type d'énoncé à diverses classes aux différents niveaux de l'école élémentaire. Ce sont les résultats de cette observation que nous rapportons ici.

Nous avons donc construit une série d'énoncés "absurdes" sur le modèle de l'âge du capitaine et les avons proposés individuellement et par écrit aux élèves de 7 classes de CE et 6 classes de CM :

1 J'ai 4 sucettes dans ma poche droite et 9 caramels dans ma poche gauche. Quel est l'âge de mon papa ?

2 Dans une bergerie il y a 125 moutons et 5 chiens. Quel est l'âge du berger ?

3 Un berger a 360 moutons et 10 chiens. Quel est l'âge du berger ?

4 Dans une classe, il y a 12 filles et 13 garçons. Quel est l'âge de la maîtresse ?

5 Dans un bateau il y a 36 moutons, 10 tombent dans l'eau. Quel est l'âge du capitaine ?

* *Cet article paraît aussi dans « Grand N » n° 19.*

6 Il y a 7 rangées de 4 tables dans la classe. Quel est l'âge de la maîtresse ?

Chaque énoncé est complété par la question :
« Que penses-tu de ce problème ? ».

Cette question nous a permis de constater que, bien qu'ils donnent une réponse, certains élèves expriment un doute sur le problème :
« Il est un peu bizarre »
ou encore :
« Le capitaine du bateau a 26 ans.
Je trouve que c'est bien, mais je ne vois pas quel rapport entre des moutons et un capitaine ».

En tenant compte de ce type de réponse, nous avons obtenu les résultats suivants :

	répondent sans exprimer de doute sur le problème	répondent en exprimant un doute sur le problème	disent qu'on ne peut pas répondre à la question	font une évaluation qui ne prend pas en compte les données	rendent feuille blanche	nombre total d'élèves
CE	127	16	20	0	8	171
CM	23	13	74	5	3	118

On peut remarquer un écart important entre les réponses des élèves de CE et celles des élèves de CM : les trois quarts des enfants de CE environ trouvent « l'âge du capitaine », tandis qu'il n'y en a plus qu'environ un tiers en CM.

Ces proportions restent cependant importantes et assez inquiétantes.

Il ne faut cependant pas affirmer trop rapidement que les élèves ne se soucient pas du contenu de l'énoncé. Quelques observations nous montrent qu'en fait il peut être pris en compte bien que l'élève propose un résultat numérique. En voici quelques exemples :

— A une classe de CE2 nous avons proposé successivement les énoncés numéro 5 puis numéro 6. Sur 28 élèves, 9 ont eu un comportement contradictoire : ils ont affirmé ne pas pouvoir ou ne pas savoir résoudre le problème numéro 5 mais ils ont résolu le problème numéro 6.

Voici quelques exemples de réponses de ces élèves :

	numéro 5	numéro 6
Anne	— comment peut-on savoir l'âge du capitaine ? — on ne peut pas le savoir	$\begin{array}{r} 7 \\ \times 4 \\ \hline 28 \end{array}$ la maîtresse a 28 ans
Nathalie	— je ne comprends pas parce que en premier vous avez parlé de moutons et après d'un capitaine — je trouve que ce problème est un peu bizarre	— je pense que la maîtresse a 28 ans car j'ai fait $4 \times 7 = 28$ — je pense que ce problème est assez facile
Peter	— pourquoi on parle de moutons et après on demande l'âge du capitaine ? — je pense qu'il est bête parce qu'on parle de moutons et après du capitaine	— je pense que la maîtresse a 28 ans parce que $4 \times 7 = 28$ — je pense que celui-ci est moins bête que l'autre

— A un enfant de CE1 à qui l'on propose le problème suivant : « Tu as 10 crayons rouges dans ta poche gauche. Quel âge as-tu ? ». L'enfant répond : « 20 ans ».

On lui fait alors remarquer qu'il sait parfaitement qu'il n'a pas 20 ans et l'enfant réplique : « oui mais c'est de ta faute, tu ne m'as pas donné les bons nombres ».

*
* *

On peut aussi se demander ce qui motive chez l'enfant le choix d'une opération :
— quel rôle jouent les mots inducteurs ?
— quelle est l'influence des apprentissages scolaires récents ?
— quel rôle joue la vraisemblance du résultat ?

Voici à ce sujet un extrait d'interview d'un élève de CM1 (énoncé numéro 2).
(Après un temps d'hésitation) :

Elève — Ce problème est difficile... J'avais pas réfléchi qu'on pouvait faire 125 divisé par 5.

Maître — Tu aurais pu faire une addition ?

Elève — Oui.

Maître — Combien tu aurais trouvé ?
Elève — 130.
Maître — Tu aurais pu faire une soustraction ?
Elève — J'aurais trouvé 120.
Maître — Quel est l'âge du berger ?
(silence) Pourquoi fais-tu une division ? (silence)
Elève — Je sais pas (silence) parce que 125 + 5 = 130 et c'est un peu gros et 125 − 5 = 120 c'est gros aussi tandis que 125 : 5 = 25 ça va mais je ne sais pas si c'est juste.
Maître — Pourquoi tu hésites ? tu es pas sûre que c'est 25 ans ?
Elève — Je pense que c'est 25 ans.

*
* *

Ces résultats nous ont conduits à nous poser des questions sur la façon dont un énoncé de problème est perçu par les élèves. En particulier, nous nous sommes demandé pourquoi, dans les conditions où cette épreuve s'est déroulée, c'est-à-dire en classe et sous forme d'un travail écrit, un si grand nombre d'enfants (127 sur 171 au CE et 23 sur 118 au CM) a pris au sérieux nos énoncés de problèmes "absurdes".

Il faut bien admettre soit que celui-ci ne leur a pas semblé absurde, soit qu'ils ne se sont pas occupés de la pertinence des données par rapport à la question posée. La deuxième hypothèse semble confirmée par le fait que, lorsqu'on demande à des enfants d'inventer des problèmes, on constate qu'ils respectent toujours la cohérence de la forme, mais pas toujours la cohérence logique. Voici à titre d'exemple, un cas extrême. Il s'agit d'un problème créé et résolu par un enfant de sixième. On constate bien que seules les formes sont respectées.

VI

Bruno
Alain
6 A

Problème

« On sait que dans [illegible] il y a 48 semaines.
On sait que le nénuphar fait 70 cm de diamètre.
Un étang fait 30 m de diamètre. Un nénuphar met une semaine pour se reproduire et éclore en un autre [illegible]. Combien faut il faire d'enuphar pour remplir l'étang ? »

30 × 70 = 3500 cm
3500 cm = 35 m
Nombre de mètre pour remplir l'étang
30 − 35 = 15 m
Nombre de nenuphars
15 × 48 = 48
Nombre de nenuphars qu'il auraient remplit l'étang
48 × 15 = [illegible] nenuphars
[illegible]

Cela nous entraîne évidemment à nous demander quand et comment on apprend aux enfants à rechercher la logique interne d'un texte. C'est bien sûr un vaste problème, et on peut l'aborder sous de nombreux angles. Pour notre part, nous avons commencé à réfléchir aux énoncés de problèmes tels qu'ils sont présentés par les manuels (et souvent reproduits par les enfants).

A travers nos lectures, nous avons choisi quelques énoncés que nous reproduisons ici en mêlant à dessein énoncés de livres anciens*, énoncés de livres actuels* et énoncés d'enfants.

Voici d'abord, en parallèle, un énoncé d'enfant et deux énoncés de manuels (un ancien, un nouveau) ; ce sont trois problèmes-marathon typiques :

Vous avez besoin d'un cahier neuf. Vous partez de la maison à 17 h 15 mn et, après avoir marché pendant 9 mn, vous vous apercevez que vous avez oublié votre argent. Vous retournez le chercher et repartez immédiatement. Vous attendez chez le libraire 12 mn avant d'être servi. Vous êtes de retour chez vous à 18 h 9 mn. Calculez :

a) le temps que vous avez perdu à cause de l'oubli de votre porte-monnaie.

b) le temps qu'il vous aurait fallu pour faire votre course sans cet oubli.

c) sachant que vous avez marché à la vitesse de 4,200 km/h, à quelle distance de votre maison se trouve la librairie ?

Une mairie organise un corso fleuri. Pour un char il faut 999 fleurs. Sachant qu'il y a 15 chars, combien faudra-t-il de fleurs ?
Avec un rouleau de 1,50 m sur 1 m on peut faire 11 fleurs. Combien faudra-t-il de rouleaux pour faire 15 chars ?
Un rouleau coûte 3 F. Pour faire 9 fleurs il faut 1 h. Il y a cinq employés qui gagnent 15 F de l'heure. Quelle est la dépense de la mairie ?

* Liste des ouvrages cités :
- Nouveau traité d'arithmétique décimale édité par A. Mame (Tours) et C. Poussielgue (Paris).
- Arithmétique, cours supérieur par les frères des écoles chrétiennes.
- Petite arithmétique des écoles primaires (Eyssério-Gautier) édité par Delagrave (1870).
- Traité d'arithématique décimale (L. Bonvallet) édité par Lambert-Garon, Amiens (1874).
- Cours pratique d'arithmétique - CE1 et 2 (Minet et Patin) édité par Fernand Nathan (1928).
- Math au CM (Louis Postel - Roland Mourjan) édité par Sudel (1970).
- Math contemporaine (Thirioux - Gaspari - Leyrat - Mirebeau) édité par Magnard (1973).
- Math 015 CM2 (Manesse - Lecouvez) édité par Hachette (1975).

> Deux ouvrières ont ourlé en un jour, sur deux côtés seulement, trois douzaines de mouchoirs carrés de 0 m 55 de côté, et elles ont reçu chacune 2 fr. Si on les avait payées proportionnellement au travail fait, l'une aurait reçu 2 fr 25, et l'autre 1 fr 75. Cela posé, on demande combien chaque ouvrière a fait de points et le prix payé pour 1000 points, sachant qu'il y a 84 points dans 0 m 12 d'ourlet.

A quoi veut-on former les enfants à travers ce type d'énoncé (qu'ils reproduisent eux-mêmes) ?

Pour "concrétiser" un modèle numérique simple (ici une somme algébrique), on fabrique parfois des énoncés verbeux et embrouillés :

> Un général partant pour une expédition avec 13000 hommes, en laissa 600 pour garder une petite place ; en même temps, il reçut un renfort de 800 hommes : 450 furent obligés de rester aux hôpitaux ; il en demanda 3500, mais il n'en reçut que 2730, et en laissa 1750 en divers postes : avec combien d'hommes arriva-t-il à sa destination ?

> Dans une entreprise, il y a 2001 voitures. 99 voitures doivent subir des révisions. 160 doivent être emmenées pour être vendues. 350 doivent être exportées à l'étranger, puis 250 doivent être peintes. 650 voitures reviennent pour être remises en état mais 505 voitures repartent. Combien de voitures reste-t-il dans l'entreprise ?

Ce n'est plus du tout la capacité de l'enfant à reconnaître et à faire fonctionner le modèle numérique qui est en jeu, mais sa capacité à décoder un langage compliqué.

Venons-en aux caricatures de situations concrètes :

> Un prince voulant récompenser une province des services qu'il en avait reçus, lui accorda une diminution d'impôts de 137790 fr. A combien revient la diminution par tête, s'il y a 2 villes de 9000 habitants, 6 bourgs de chacun 350, 12 villages de chacun 120, et 19 hameaux de chacun 75 ?

Enfin un homme politique qui contrôle soigneusement la démographie : exactement 9000 habitants par ville, 350 par bourg, etc.

Vivent les salades calibrées à déchets calibrés !
Il est vrai que ce ne sont pas de vulgaires laitues pesées sur le marché, mais d'aristocratiques salades de laboratoire dont on "mesure la masse".

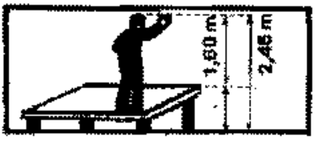
> Monique a acheté 3 salades pesant chacune 300 g. Pour chaque salade, elle jette 70 g de déchets. Elle prépare pour sa famille le reste des 3 salades. Trouve la mesure de la masse de salade préparée.

Pierre et Caroline sont frère et sœur d'une famille de trois enfants. Ils habitent à Paris, rue de Rivoli. Ils jouent à penser à des ensembles.
Pierre forme un ensemble et donne à Caroline l'information suivante : A = {P, 7, Céline, 31}.
Caroline forme un ensemble et donne à Pierre l'information : B = {le numéro de notre immeuble, le prénom de ma petite sœur, l'initiale du prénom de mon grand frère, l'âge de maman}.
Pierre et Caroline rient : ils ont formé le même ensemble ! Quelle égalité peuvent-ils écrire ? Tu peux alors :
— Donner l'âge de leur mère.
— Deviner le prénom de la petite sœur.
— Ecrire leur adresse complète.
— Connaître l'initiale du prénom du grand frère.

Pierre et Caroline ne sont pas les seuls à rire !...

Croit-on faire "faire de la logique" aux enfants ?
Un tel énoncé semble plutôt apte à les inciter à avoir de l'imagination !

Complète la dernière phrase dans chacun des cas suivants :
A table, papa est en face de maman ; donc ....
A table, papa est à côté de Marc ; donc ....



Un garçon mesure 1,60 m. Il doit planter un clou à une hauteur de 2,45 m. Il monte sur une table, sa tête arrive à la hauteur de l'emplacement du clou. Quelle est, en cm, la hauteur de la table ?

Pour mesurer, plantez des clous ...

Voici enfin quelques exemples d'énoncés qui incitent l'enfant à utiliser un modèle qui n'est absolument pas adapté à la situation proposée.

Dans l'espace de 26 ans, les armées françaises ont remporté 624 victoires ; à ce compte, combien y a-t-il eu de batailles gagnées chaque année ?

Un tube de 15 g de pommade a permis environ 50 applications. Quelle masse de pommade, exprimée en grammes, puis en cg, a-t-on utilisée pour une application ?

Avant de terminer, nous tenons à préciser qu'il n'est pas du tout dans notre intention de vouloir présenter le problème comme une activité inutile ou dépassée. Les problèmes à énoncé de type classique nous paraissent avoir leur place dans l'enseignement élémentaire, à condition d'éliminer ceux que "l'habillage" a rendus ridicules comme nous venons d'en voir des exemples. Il nous paraît très important de ne pas se borner à coller une allure de concret sur un modèle mathématique que l'on veut faire reconnaître et appliquer aux enfants, mais de faire très attention à ce que "l'histoire" que l'on raconte en même temps ait un sens pour les enfants (Certaines situations imaginaires ont d'ailleurs parfois beaucoup plus de sens que certains problèmes soi-disant "concrets").

Bien entendu, un véritable apprentissage de la résolution de problèmes doit se faire sous bien d'autres formes que les problèmes à énoncés.

A ce sujet nous renvoyons le lecteur aux articles et ouvrages suivants :

Elem math 5 : aides pédagogiques pour le CE (paragraphe sur le problème) édité par l'A.P.M.E.P.

Ermel : *Cours élémentaire*, édité par l'OCDL.

"Exercices - Problèmes - Situations - Recherches" par Roland Charnay ; on peut trouver cet article :

- soit dans *ZOOM-avant* numéro 2, Ecoles Normales et IREM de Lyon ;
- soit dans *Grand N* (numéro 7), Revue pour l'enseignement des maths à l'école élémentaire, éditée par le CRDP et l'IREM de Grenoble.

"Les problèmes à l'école élémentaire" par Jean Daniau.
Grand N numéro 6 ou Bulletin A.P.M.E.P. numéro 301.