

2

ETUDES DIDACTIQUES

« Regard » sur la numération

*par C. MEUNIER, P. TEULE, G. VINRICH, R. BEUCHEY,
J. BRIAND, C. PROUTEAU, I.R.E.M. de Bordeaux*

Cadre du travail

L'I.R.E.M. de BORDEAUX organise annuellement des journées d'études à l'intention des Inspecteurs Départementaux de l'Education Nationale et Conseillers Pédagogiques de l'Académie.

Un des thèmes retenus durant l'année 1977 a porté sur les problèmes relatifs à la numération.

Le principe de l'élaboration d'un questionnaire composé d'items supposés révélateurs de connaissances et de comportements d'enfants vis-à-vis de ces problèmes a été retenu. Ainsi, trois questionnaires ont été élaborés sur les trois niveaux de l'école élémentaire.

Nous remercions les Inspecteurs Départementaux, leurs Conseillers Pédagogiques ainsi que les institutrices et les instituteurs de l'Académie de Bordeaux, qui nous ont permis le recueil des résultats que le groupe de recherche sur l'enseignement élémentaire de l'I.R.E.M. étudie.

A partir de ces questionnaires, instruments a priori, il s'agit, dans le cadre du travail de validation, de retenir les items significatifs et d'essayer de dégager les notions devant faire l'objet d'une étude ultérieure. Il est bien évident que ces études sont encore en cours et que nous ne présentons ici qu'une première analyse.

Vous trouverez ci-dessous un « regard » sur le Cours Élémentaire. Le même type de travail a été mené au Cours Préparatoire et Cours Moyen durant la même période (mars 1977). Pour ces cours, nous ne présentons en annexe que les items proposés aux enfants.

Cependant, les analyses correspondantes sont disponibles à l'I.R.E.M. de BORDEAUX.

« Regard » au Cours Élémentaire

PLAN :

- (A) ÉPREUVES
- (B) ÉCHANTILLONNAGE
- (C) RÉSULTATS GÉNÉRAUX
 - 1) Matrices des résultats
 - 2) Premiers résultats concernant les questions
 - 3) Résultats concernant les enfants
- (D) ÉTUDE PARTICULIÈRE DES RÉSULTATS SUIVANT LES QUESTIONS
 - 1) Dendrogramme au C.E.1.
 - 2) Dendrogramme au C.E.2.
- (E) COMPARAISON DES DEUX COURS C.E.1. et C.E.2.
 - a) Comparaison des pourcentages de réussite
 - b) Comparaison globale des deux cours
 - c) Comparaison des deux séries de résultats

(A) ÉPREUVES

Voici la liste des exercices proposés et leur code (quatre chiffres en « oblique »).

Certains exercices sont communs au C.E.1. et au C.E.2. ; pour les autres on trouvera à gauche le texte proposé au C.E.1. et à droite celui proposé au C.E.2.

Donne une écriture plus simple des nombres suivants :

3001	$500 + 8$		$2000 + 19$
3002	$92 + 300$		$4000 + 200 + 25$
3003	$70 + 200 + 4$		$(7 \times 100) + 8 + (5 \times 10)$
3004	$60 + 18$		$90 + 5 + 300 + 6000$
3005	$400 + 4 + 40$		$40 + 5000$

- 3101 On utilise uniquement les chiffres 4 et 8 .
 Trouve les nombres de 3 chiffres que l'on peut écrire et qui ont 8 comme chiffre des dizaines.

Trouve un nombre sachant que :

3201 le chiffre des dizaines est 9
le chiffre des unités est 7
le nombre des dizaines est 59

3202 le nombre des centaines est 3
le chiffre des dizaines est 7

3301 On dispose de 45 billes. Pierre les compte en base quatre. Il écrit 231. Paul écrit en base sept 62. Leurs réponses sont-elles correctes ? Justifie.

3302 Voici une collection.

X	X	X	X	X		
X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X		X	X

 Donne l'écriture en base six du nombre d'éléments.

3303 Dessine une collection dont le nombre d'éléments en base cinq s'écrit 34.

4001 Les crayons sont livrés par paquets de 10. Combien de paquets doit-on commander pour donner un crayon aux 250 élèves d'une école ?

Les crayons sont livrés par paquets de 10. Combien de paquets doit-on commander pour donner 1 crayon aux 257 élèves d'une école ?

4101 Voici des nombres écrits en base cinq. Range-les du plus petit au plus grand.

203 - 43 - 230 - 34 - 1000

4201 Cherche, pour chaque nombre, le suivant immédiat.

<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>27</td><td>49</td><td>369</td><td>709</td><td>99</td><td>90</td></tr> <tr><td>28</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	27	49	369	709	99	90	28						<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>27</td><td>49</td><td>969</td><td>7009</td><td>99</td><td>909</td></tr> <tr><td>28</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	27	49	969	7009	99	909	28					
27	49	369	709	99	90																				
28																									
27	49	969	7009	99	909																				
28																									

4301 Cherche, pour chaque nombre, le précédent immédiat.

<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>27</td><td>70</td><td>120</td><td>500</td><td>1</td><td>210</td></tr> <tr><td>26</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	27	70	120	500	1	210	26						<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>27</td><td>70</td><td>1020</td><td>8290</td><td>500</td><td>1</td></tr> <tr><td>26</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	27	70	1020	8290	500	1	26					
27	70	120	500	1	210																				
26																									
27	70	1020	8290	500	1																				
26																									

4401 Observe et mets les nombres correspondants dans les cases.

<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td></td><td>169</td><td>179</td><td>189</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		169	179	189				<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td></td><td>969</td><td>979</td><td>989</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		969	979	989			
	169	179	189												
	969	979	989												

4404
4405
4406

	On choisit une collection de 62 objets ; écris le nombre d'objets de la nouvelle collection si on ajoute :	On choisit une collection de 869 objets ; écris le nombre d'objets de la nouvelle collection si on ajoute :
4501	— 1 dizaine	— 1 dizaine
4502	— 1 unité	— 1 unité
4503	— 1 dizaine et 1 unité	— 1 centaine et 1 dizaine ..

ⓑ ÉCHANTILLONNAGE

- 572 élèves en C.E.1. répartis sur 24 classes
- 536 élèves en C.E.2. répartis sur 21 classes

Nous avons constitué un échantillon de 100 enfants pour chacun des 2 cours en prenant 5 ou 6 élèves par classe, les premiers ou les derniers de chaque liste.

ⓒ RÉSULTATS GÉNÉRAUX

1) Matrices des résultats *

La matrice du C.E.1. se présente de la manière suivante :

- les 32 exercices (en ligne)
- les 100 élèves (en colonne)

La matrice du C.E.2. se présente de la manière suivante :

- les 31 exercices (en ligne)
- les 100 élèves (en colonne)

Les réussites ont été codées 2 - les échecs ont été codés 1.

2) Premiers résultats concernant les questions

Dans un premier temps, l'analyse statistique nous apporte quelques informations relatives à la distribution.

— On a calculé pour chaque question le pourcentage de réussite et donné une représentation de la répartition des items à l'aide d'un histogramme.

— Chaque distribution est caractérisée à l'aide de paramètres tels que

- a) l'étendue de la série
- b) le mode ou valeur dominante
- c) la médiane, c'est-à-dire un score tel qu'il y ait autant de valeurs inférieures que de valeurs supérieures
- d) la moyenne
- e) l'écart-type et la variance qui mesurent la dispersion de la distribution autour de la moyenne.

* N.D.R.L. : Faute de place, nous ne les reproduisons pas ici.

(A) C.E.1

Pourcentage de réussite par question

Q	3001	3002	3003	3004	3005	3101	3201	3202
R	91	77	70	64	73	73	53	53

Q	3301	3302	3303	4001	4101	4201	4202	4203
R	36	67	55	40	68	86	67	58

Q	4204	4205	4301	4302	4303	4304	4305	4401
R	77	85	76	65	45	76	65	69

Q	4402	4403	4404	4405	4406	4501	4502	4503
R	75	49	45	42	43	71	61	65

Etendue de la série : $91 - 36 = 55$

Mode : 65

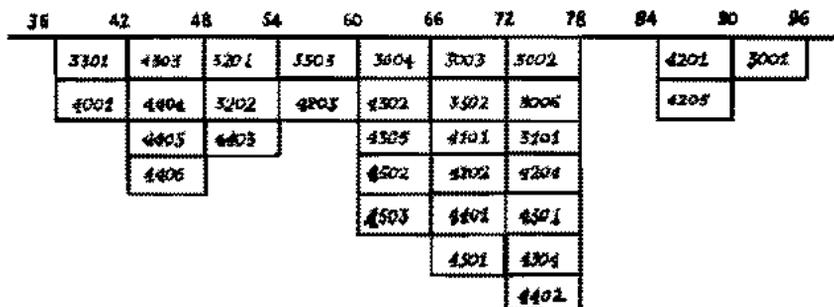
Médiane : 65

Moyenne : 63,75

Ecart type : $\sigma = 14,26$

Variance : 203,48

Histogramme pour les questions



(B) C.E.2

Pourcentage de réussite par question

Q	3001	3002	3003	3004	3005	3101	3201	3202	3301	3302	3303
R	90	79	90	75	86	60	47	52	51	62	56

Q	4001	4101	4201	4202	4203	4204	4205	4301	4302	4303	4304
R	44	88	93	94	89	96	89	97	92	90	85

Q	4305	4401	4402	4403	4404	4405	4501	4502	4503
R	97	84	88	57	49	50	65	53	45

Etendue de la série : $97 - 44 = 53$

Mode : $M_o = 88$

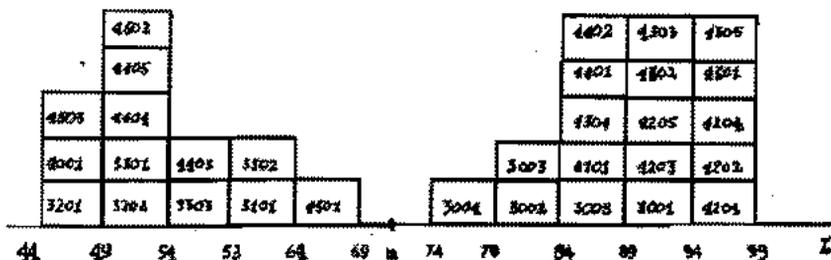
$M'_o = 97$

Médiane : $M_e = 79$

Moyenne : $m = 73,71$

Ecart type : $\sigma = 18,83$ (forte dispersion)

Histogramme pour les questions



Distribution bimodale.

Quelques commentaires :

On remarque : *une réussite assez élevée aux exercices

300 i = écriture d'un nombre à partir d'une décomposition, avec cependant un score plus faible au C.E.1. pour la question 3004 (modification du chiffre des dizaines 60 + 18).

420 j et 430 k : recherche de prédécesseur ou de successeur d'un nombre avec là encore un score plus faible au C.E.1. pour la question 4303 (prédécesseur de 500).

* *Un faible pourcentage de réussite aux exercices :*

- relatifs aux bases 330 i (exception au C.E.1., l'exercice de codage 3302 a un score supérieur à la moyenne).
- ayant plusieurs solutions (3202)
- mettant en jeu l'encadrement d'un entier par des multiples de dix.

On signale aussi l'opposition entre 4101 et 330 i. Ceci ne doit pas surprendre car, quand il s'agit d'ordonner des nombres, un enfant peut fournir une réponse correcte en omettant de considérer la base.

3) Résultats concernant les enfants

* On peut associer à chaque enfant un score n correspondant aux nombres de réussite.

Pour les enfants du CE₁ $0 \leq n \leq 32$

Pour les enfants du CE₂ $0 \leq n \leq 31$

(l'item 4406 n'existe pas dans le questionnaire du CE₂).

* Nous obtenons pour chacun des cours une série statistique.

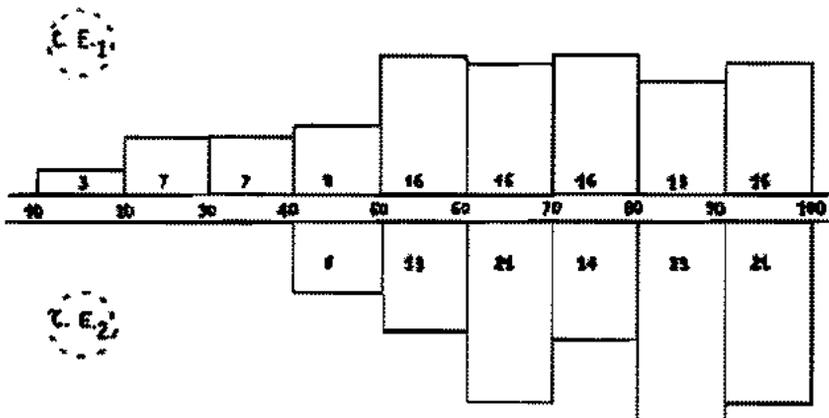
- Au CE₁, la moyenne des notes obtenues est $m_1 = 20,6$;
la médiane a pour valeur 21 ;
le mode est 20.

L'écart-type de cette distribution est $\sigma_1 = 7,35$.

- Au CE₂, la moyenne des notes est $m_2 = 22,7$;
la médiane a pour valeur 23.

La distribution est bimodale, les 2 valeurs du mode étant 20 et 26.
L'écart-type de la distribution des notes du CE₂ est $\sigma_2 = 5,02$.

* Histogramme pour les élèves par moyennes.



Quelques remarques :

- Tous les enfants du CE₂ ont un pourcentage de réussite supérieur à 40 %.
- 45 % des enfants du CE₂ ont un pourcentage de réussite supérieur à 80 %.
- On observe une répartition quasi-uniforme des effectifs du CE₁ dans les classes [50,60[[60,70[[70,80[[80,90[[90,100[.

④ ÉTUDE PARTICULIÈRE DES RÉSULTATS SUIVANT LES QUESTIONS

Dans un deuxième temps, on désire repérer les questions qui sont proches les unes des autres et regrouper en classes homogènes les questions qui sont les plus proches.

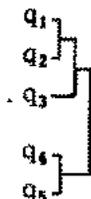
Pour cela, on choisit un indice de similarité entre deux questions i et j ; nous avons retenu le coefficient de Sokal et Michener $s(i,j)$; si $R(i,j)$ (resp $E(i,j)$) désigne le nombre d'enfants ayant réussi (resp. échoué) aux questions i et j on pose

$$s(i,j) = \frac{R(i,j) + E(i,j)}{\text{nombre total d'enfants}}$$

(Remarque : $s(i,j) = 1$ si tous les enfants ont répondu de la même façon aux deux questions i et j ; $s(i,j) = 0$ si aucun enfant n'a répondu de la même façon aux deux questions.)

Nous pouvons ainsi rechercher les questions qui sont les plus proches, q_1 et q_2 par exemple. On considère ensuite cette classe comme une question fictive dont l'indice de proximité avec les autres questions est recalculé : l'indice de la classe (q_1, q_2) avec une autre question, q_3 par exemple, est le plus petit des deux indices de q_1 avec q_3 et de q_2 avec q_3 .

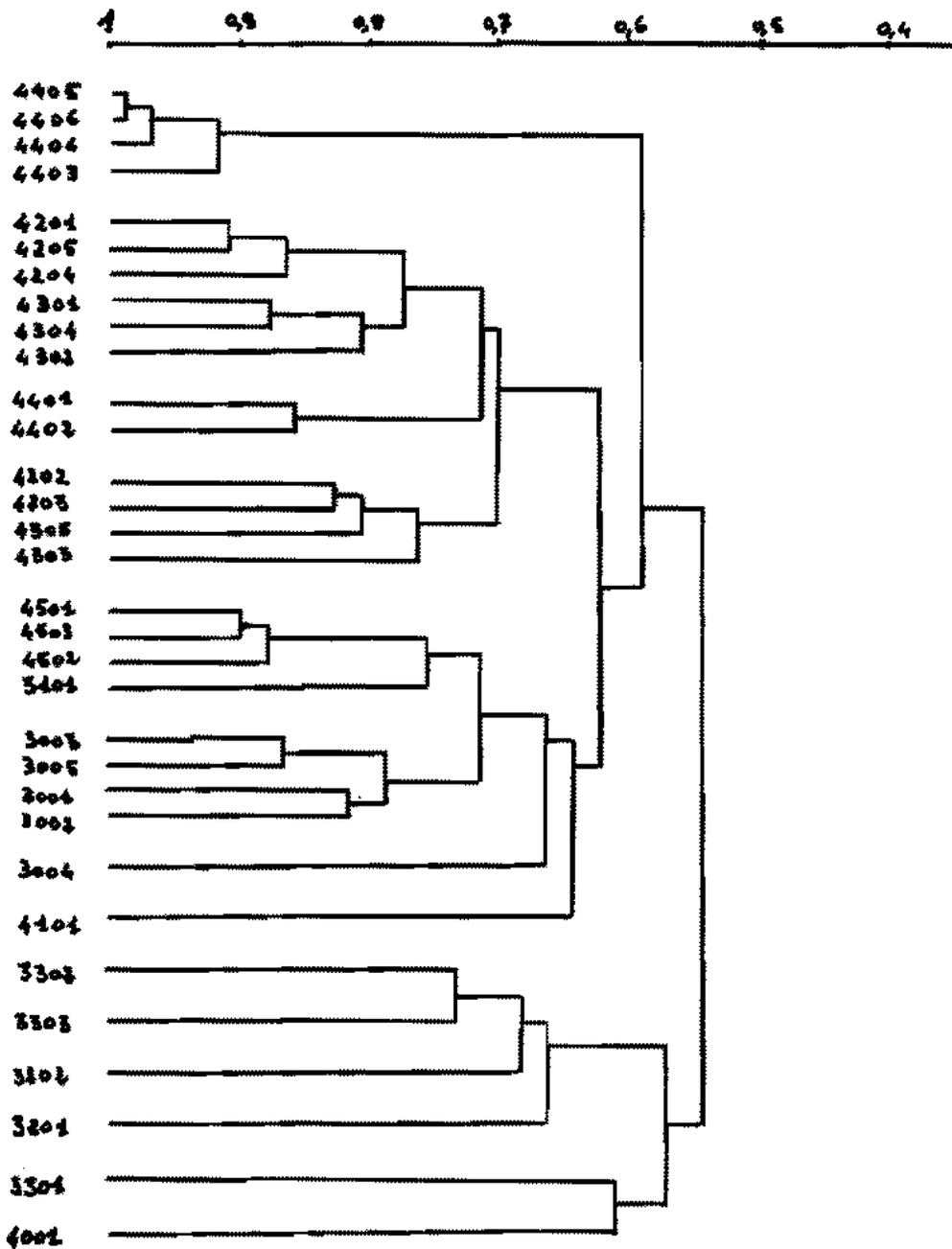
Ce processus répété permet de construire un arbre de classification tel que :



Sur cet arbre, le niveau d'un nœud est le plus petit indice entre les questions d'une même classe.

C'est de l'interprétation de cet arbre que se dégagent les critères de ressemblance.

1) *Arbre obtenu au C.E.I. (Dendrogramme)*



Dans un premier temps, l'observation du dendrogramme nous montre une opposition assez importante entre deux familles de questions (4405.....4101) et (3302.....4001). Ceci peut être interprété par la forme de l'énoncé. Les questions (4405.....4101) se présentent sous forme de tableau ou font appel à la décomposition d'un nombre sous forme additive.

Dans la famille (3302.....4001) on trouve une opposition entre (3302.....3202) et (3301 - 4001) vraisemblablement due à la nature du problème posé : 3301 et 4001 demandent analyse et synthèse.

3201 et 3202 s'opposent à 3302 et 3303.

3201 et 3202 sont, soit un problème à solutions multiples, soit un exercice à énoncé redondant.

On remarque encore que les questions 3302 et 3303 sont assez éloignées, un des facteurs d'opposition étant la réussite : l'exercice de codage a un score plus élevé que celui de décodage.

Dans la famille (4405.....4101) on note une série de questions (4405.....4403) dont le pourcentage de réussite est inférieur à la moyenne, alors que les questions (4201.....4101) ont un pourcentage de réussite supérieur à la moyenne. La famille (4201.....4303) regroupant les exercices de recherche de prédécesseur ou de successeur d'un nombre donné s'oppose à (4501.....4101) qui porte sur les décompositions canoniques de nombres. Essayons d'affiner notre analyse en tenant compte des différents indices de similarité.

$$\bullet F_1 = (4501.....3004) \text{ et } s(F_1; 4001) = 0,65$$

4001 : question où il s'agit d'ordonner des nombres écrits dans une base autre que dix.

$$\bullet F_2 = (4501.....3002) \text{ et } s(F_2; 3004) = 0,67$$

3004 : exercice où il faut retrouver l'écriture d'un nombre à partir d'une décomposition qui n'est pas canonique.

$$\bullet F_3 = (4501.....3101); F_4 = (3003.....3002) \text{ et } s(F_3, F_4) = 0,71$$

La forme de l'énoncé semble être le critère d'opposition.

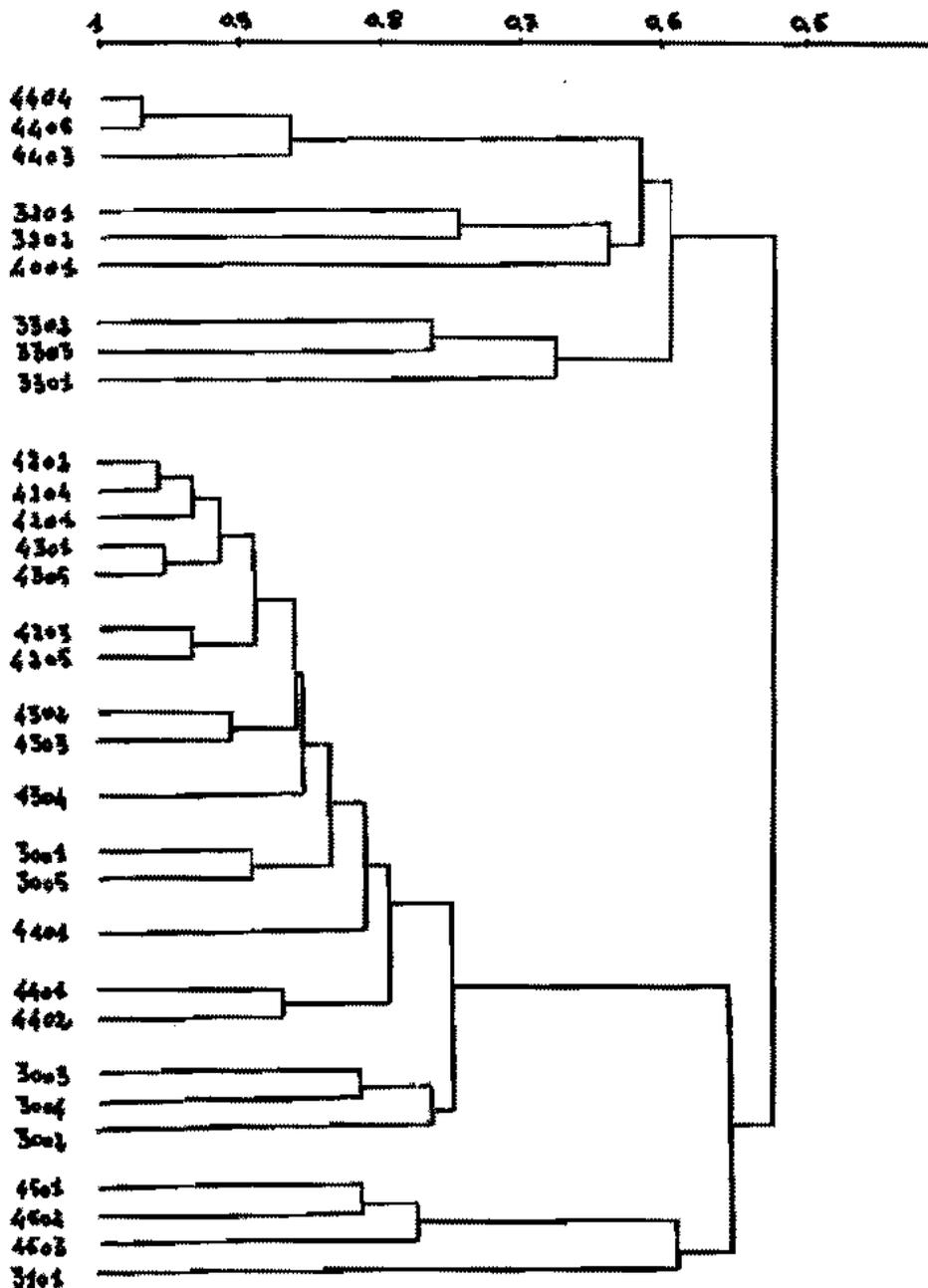
$$\bullet F_5 = (4201.....4402); F_6 = (4202.....4303) \text{ et } s(F_5, F_6) = 0,70$$

Le critère retenu sera la place du zéro dans l'écriture du nombre.

$$\bullet F_7 = (4201.....4302); F_8 = (4401 - 4402) \text{ et } s(F_7, F_8) = 0,71$$

F_7 porte sur les notions de prédécesseur et de successeur alors que F_8 met en jeu le changement de dizaine sans modification du nombre de chiffres.

2) Arbre obtenu au C.E.2. (dendrogramme)



Voici livrées en vrac quelques observations :

a) *Nous obtenons deux familles fortement opposées*
(4404.....3301) et (4202.....3101).

La première classe regroupe des questions de score faible. Cependant, nous pouvons affirmer que ce critère n'est pas le premier facteur d'opposition puisqu'une question comme 4503 lui est opposée.

3301.3302.3303. ont trait à un système de base autre que dix.

3201.3202. nécessitent la connaissance du rôle de la position d'un chiffre dans l'écriture du nombre.

4403.4404.4405. correspondent à des questions où il s'agit de compter de dix en dix et plus précisément à un niveau où apparaissent des unités d'ordre supérieur (passage de 999 à 1009).

La caractéristique de cette famille est de mettre en jeu la compréhension du nombre, sa conception en tant que polynôme formel.

C'est par cette propriété que ces items s'opposent aux autres. La présence de 4001 dans cette classe renforce notre hypothèse. En effet, 257 est une autre désignation d'une collection de 25 dizaines et 7 unités et
 $25 \times 10 < 257 < 26 \times 10$

b) *Par la suite, la hiérarchie s'établit dans cette classe de la manière suivante :*

- travail en base autre que dix
- forme de l'énoncé (opposition entre {4403.4404.4405}
et {3201.3202.4001})
- questions à données surabondantes ou incomplètes
(opposition entre {3201.3202} et 4001)

c) Si l'on considère la deuxième famille (4402.....3301), nous obtenons une opposition entre (4501.....3101) et les autres.

(4202.....3002) sont des énoncés qui se présentent sous une forme habituelle.

Les questions {4501,4502,4503} s'opposent à la famille {4404,3301} par le fait qu'à aucun moment n'entrent en jeu des groupements d'ordre supérieur à ceux existant dans les données.

d) *Nous allons essayer d'analyser un certain nombre d'oppositions*
* entre $g_1 = \{3001.3005\}$ et $g_2 = \{3002.3003.3004\}$

Les écritures additives des items de g_2 sont des décompositions canoniques laissant apparaître des représentants de chacune des catégories :
millier - centaine - dizaine - unité

Ceci est en liaison avec la signification d'une écriture (m.c.d.u.) et met en évidence le rôle de la position d'un chiffre dans l'écriture d'un nombre.

* entre $h_1 = \{4201, 4202, 4204\}$ et $h_2 = \{4203, 4205\}$

Leur opposition peut résulter de l'ordre de grandeur des nombres, mais plus vraisemblablement de la présence côte à côte de 0 et de 9 dans l'écriture des nombres, car la recherche des successeurs nécessite une modification, dans l'écriture, du chiffre des dizaines.

Ainsi, existerait-il dans l'esprit des enfants des successeurs « fâcheux », ce que semblerait confirmer l'opposition entre $\{4301, 4305\}$ d'une part et $\{4302, 4303, 4304\}$ d'autre part.

On retrouve le même phénomène au niveau des prédécesseurs (et plus exactement avec 4304 qui s'oppose à 4303).

Ceci met en évidence le rôle du zéro et de sa place dans l'écriture d'un nombre.

⑤ COMPARAISON DES DEUX COURS C.E.1. ET C.E.2.

Les questions proposées aux C.E.1. et C.E.2. ne sont pas les mêmes mais les notions mises en jeu sont a priori les mêmes. Rappelons les pourcentages de réussite aux différents items.

TABLEAU I

Q	3001	3002	3003	3004	3005	3101	3201	3202
C.E.1.	91	77	70	64	73	73	53	53
C.E.2.	90	79	80	75	86	60	47	52
CE ₂ -CE ₁	-1	2	10	11	13	-7	-6	-1

Q	3301	3302	3303	4001	4101	4201	4202	4203
C.E.1.	36	67	55	40	68	86	67	58
C.E.2.	51	62	56	44	88	95	94	89
CE ₂ -CE ₁	15	-5	1	4	20	9	27	31

Q	4204	4205	4301	4302	4303	4304	4305	4401
C.E.1.	77	85	76	65	45	76	65	69
C.E.2.	96	89	97	92	90	85	97	84
$CE_2 - CE_1$	19	4	21	27	45	9	32	15

Q	4402	4403	4404	4405	4501	4502	4503
C.E.1.	75	49	45	42	71	61	65
C.E.2.	88	57	49	50	65	53	45
$CE_2 - CE_1$	13	8	4	8	-6	-8	-20

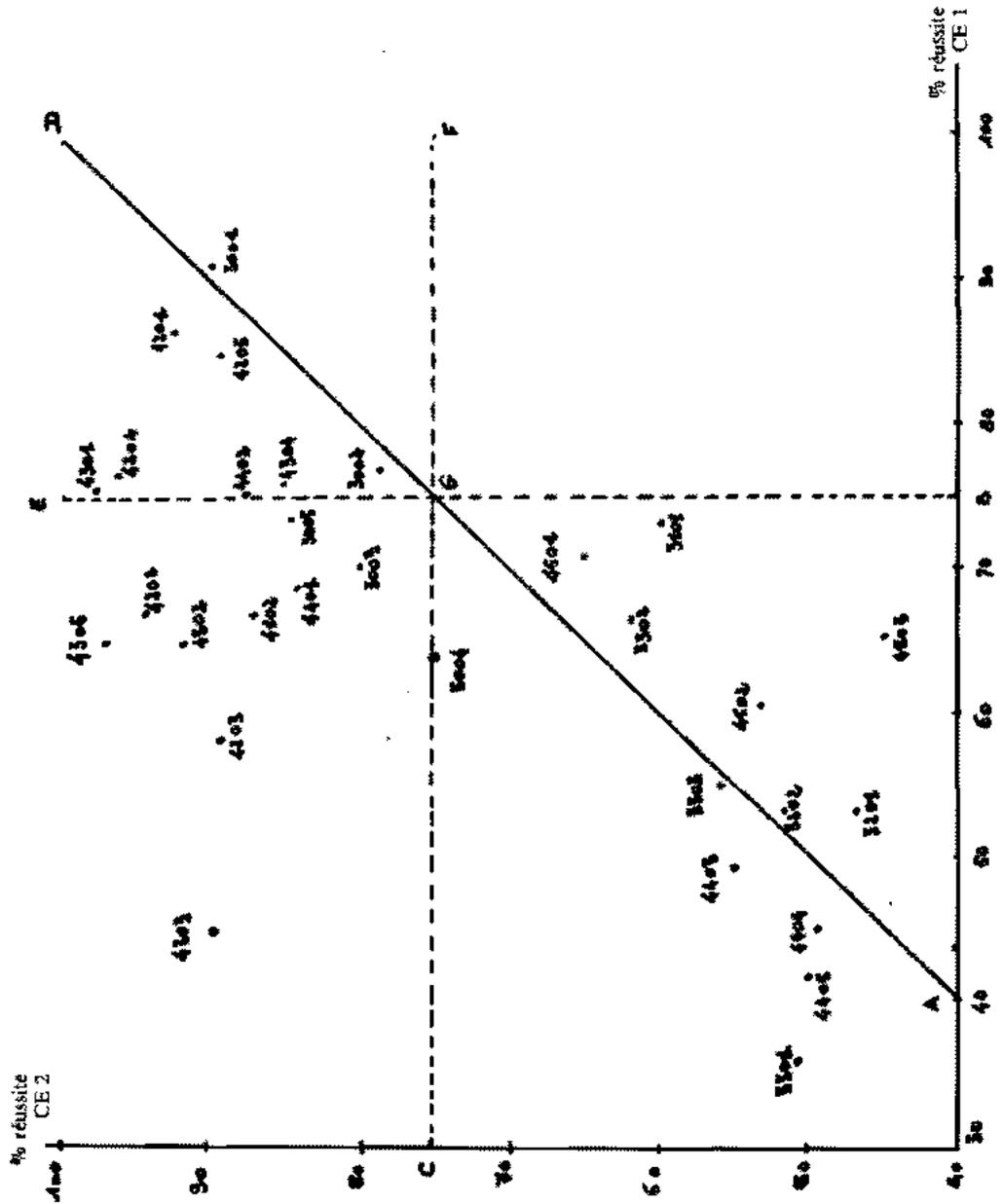
a) *Comparaison des pourcentages de réussite*

(+) Chaque « notion » est caractérisée par un couple de nombres (n_1, n_2) ,

n_1 désignant le pourcentage de réussite au C.E.1.,

n_2 désignant le pourcentage de réussite au C.E.2.

(+) Nous pouvons ainsi représenter l'ensemble des items dans un repère de coordonnées (Ox, Oy) .



Interprétation

- Pour faciliter la lecture nous avons tracé les droites (B,E) et (C,F) qui correspondent à un seuil de 75 % de réussite.

- La droite (A,D) est la bissectrice du quadrant (Ox,Oy).

Nous obtenons donc :

- *Dans le quadrant (GE,GF)* les exercices qui sont réussis à plus de 75 % au C.E.1. et au C.E.2. Ceci n'est pas très surprenant car ils correspondent, soit à des écritures de nombres, données sous forme canonique suivant les puissances décroissantes de dix, soit à la recherche de successeur ou prédécesseur de nombres pour lesquels il n'y a pas de problème de changement de dizaines ou de centaines.

- *Dans le quadrant (GC,GE)* sont regroupés les « items » qui ont un pourcentage de réussite supérieur à 75 % au C.E.2. et inférieur à 75 % au C.E.1. Ces questions sont relatives à des recherches de successeur et prédécesseur de nombres au niveau d'un changement de dizaines.

- *Dans le quadrant (GC,GB)*, nous trouvons les exercices ayant obtenu un pourcentage de réussite inférieur à 75 % au C.E.1. et au C.E.2. Il apparaît intéressant de distinguer les questions du secteur (AB,AC) de celles du secteur (AG,AC), les premières étant mieux réussies au C.E.1. qu'au C.E.2.

Le fait de retrouver 4501.4502.4503 dans le secteur (AB,AG) laisse supposer que l'ordre de grandeur du nombre proposé (62 au C.E.1., 869 au C.E.2.) est un facteur de discrimination.

A noter la place de 4001, exercice ayant obtenu un score faible au C.E.1. et au C.E.2., question mettant en jeu l'encadrement d'un nombre par des multiples de dix.

b) Les résultats aux deux niveaux sont-ils globalement différents ?

On se propose de comparer les deux niveaux CE₁ et CE₂ et pour cela nous allons comparer les moyennes des notes obtenues par les enfants aux questionnaires du CE₁ et du CE₂.

Au CE₂, la moyenne obtenue est $m_2 = 22,79$ et l'écart-type $\sigma_2 = 5,02$.

Pour le CE₁ nous allons corriger les calculs obtenus car pour pouvoir considérer les questionnaires CE₁ et CE₂ comme identiques, il est nécessaire qu'ils aient les mêmes items, donc en omettant l'item 4406.

Sous ces conditions la moyenne au CE₁ est $m'_1 = 20,05$ et l'écart-type $\sigma'_1 = 6,87$.

* Nous allons tester l'hypothèse nulle H₀ (« les deux populations ont même moyenne ») en comparant la quantité

$$t = \frac{|m'_1 - m_2|}{\sqrt{\frac{\sigma_1'^2}{100} + \frac{\sigma_2^2}{100}}}$$

à la valeur lue dans la table de la loi normale pour un seuil donné.

Si la valeur calculée est supérieure à la valeur lue dans la table on rejette l'hypothèse nulle, c'est-à-dire qu'alors la différence entre m_1 et m_2 est significative.

$$t = \frac{|20,05 - 22,79|}{\sqrt{\frac{6,87^2}{100} + \frac{5,02^2}{100}}} = 3,21$$

La valeur calculée est supérieure à la valeur lue dans la table de la loi normale au seuil de 0,01. On peut donc rejeter l'hypothèse nulle, la différence entre m_1 et m_2 est significative.

c) *Question par question, les résultats diffèrent-ils suivant les niveaux ?*

Pour cela on calcule question par question la différence entre le nombre de réussites à un niveau et le nombre de réussites à l'autre niveau.

Sous l'hypothèse nulle H_0 (la moyenne des différences est nulle) on calcule le t de Student :

$$t = \frac{m_d}{\sigma/\sqrt{N}}$$

où m_d = moyenne des différences
 σ = écart-type de la série des différences
 N = nombre de questions posées.

On compare alors la valeur calculée avec la valeur lue sur la table du t de Student.

$$t = \frac{9,48}{13,95/\sqrt{31}} = 3,78$$

La valeur calculée est supérieure à la valeur lue dans la table du t de Student au seuil 0,01.

On peut donc rejeter H_0 et conclure que, question par question, les exercices sont significativement différents entre les deux niveaux.

En guise de conclusion

Cette étude, qui demeure évidemment partielle et schématique, met en évidence un certain nombre de difficultés rencontrées par les enfants que nous allons rappeler ci-dessous :

- compter de 10 en 10 ou de 20 en 20
- distinguer nombre de dizaines et chiffre des dizaines
- établir le lien existant entre l'écriture d'un nombre et sa décomposition polynomiale.

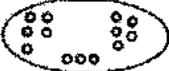
On peut en outre remarquer que les exercices relatifs à une base de numération autre que la base dix ne se distinguent pas des autres items. Ce qui pose le problème de l'efficacité d'un tel travail.

Nous ne pouvons aller plus loin dans nos investigations car nous ne possédons pas pour l'instant une liste de procédures utilisées par les enfants pour résoudre ces questions ; aussi un travail sur les analyses des erreurs est en cours et fera l'objet d'une publication ultérieure.

ANNEXES

EPREUVES AU C.P.

Les exercices proposés étaient les suivants : on trouvera dans la colonne de gauche leur code (en oblique).

	a) mets les sacs dans les « boîtes nombres »
1001	
1002	
1003	
1004	
	
2001	b) donne l'écriture en base cinq, du nombre de ronds :
2002	
2003	
	
3001	c) dessine une collection dont le nombre d'éléments s'écrit :
3002	$6+6+2$ $(2, 2)_3$
4001	d) Code, en base trois, le nombre $3+3+2$
5001	e) Trouve une écriture plus simple de :
5002	$5+3$
5003	$7+7$
5004	$1+1+2+1+1$ $4+4+2$
6001	f) Mets un point sous le nombre le plus grand, mets une croix
6002	sous le nombre le plus petit. $4+5$ $5+4$ $3+3+1+1$ $1+1+1+1+1$ 12
7001	g) Trouve une écriture plus simple, en base cinq, de : $(1,0)_5+4$
8002	h) Trouve une écriture plus simple de : $10+10+8$

EPREUVES AU C.M.

Voici la liste des exercices proposés et leur code (quatre chiffres en « oblique »).

- | | |
|------|---|
| 1101 | • Dessine vingt-trois croix et écris le nombre de croix en base quatre. |
| 1102 | • En base quatre, il y a : 103 jetons. Dessine-les ; écris ce nombre de jetons en base dix.
• Complète le tableau suivant. |

1201		1202	1203
1204	1205		
	1206	1207	1208
1209		1210	1211
1212	1213		

Nombre d'objets (lettres)	Nombre d'objets (chiffres)	Nombre de dizaines	Chiffre des unités
	3402		
		72	1
Mille-cent vingt-huit			
	100 100		
		30	0

- | | |
|------|--|
| 1301 | • Connais-tu des nombres compris entre 1912 et 1977 dont le chiffre des dizaines est 4 ? |
| 1401 | • Connais-tu le plus grand nombre de 4 chiffres ? |
| 1402 | • Connais-tu le plus petit nombre de 3 chiffres ? |
| 1403 | • Connais-tu le plus grand nombre de 5 chiffres que l'on peut écrire avec les chiffres : 5, 1, 7, 0, 8 ? |
| 1404 | • Connais-tu le plus petit nombre de 5 chiffres que l'on peut écrire avec les chiffres : 5, 1, 7, 0, 8 ? |

• Complète les écritures suivantes :

2101 $2465 = (. \times 1\ 000) + (. \times 100) + (. \times 10) + .$

2102 $306 = (. \times 100) + (. \times 10) + .$

2103 $3020 = . + (. \times 1\ 000) + (. \times 10) + (. \times 100)$

2104 $(4 \times 1\ 000) + (2 \times 100) + (7 \times 10) + 1 = .$

2105 $(3 \times 1\ 000) + (7 \times 10) = .$

2106 $(3 \times 10) + (7 \times 1\ 000) + (8 \times 100) = .$

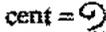
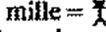
2201 • Les crayons sont livrés par paquets de 10. Combien de paquets doit-on commander pour donner un crayon aux 458 élèves d'une école ?

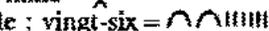
2301 • Connais-tu des nombres dont le chiffre des unités est 7 et le nombre de centaines 42 ? Lesquels ?

2302 • Connais-tu des nombres dont le chiffre des unités est 4 et le nombre de dizaines 299 ? Lesquels ?

2303 • Connais-tu des nombres dont le chiffre des centaines est 2 et le nombre de dizaines 31 ? Lesquels ?

Les Egyptiens avaient le code suivant pour écrire les nombres :

un = |
dix = 
cent = 
mille = 

Par exemple : vingt-six = 

deux-cent-cinquante = 

2401 Peux-tu écrire en égyptien : cinquante quatre =

2402 cent deux =

2403 mille neuf cent soixante dix sept =

On a trouvé en Egypte les écritures suivantes ; à quels nombres correspondent-elles ?

2404  =

2405  =

Tous ces exercices ont été distribués sur deux fiches :

- sur la première, les exercices dont le code commence par 1
- sur la deuxième, les exercices dont le code commence par 2