2

ETUDES DIDACTIQUES

Dépendances didactiques *

Cohérence et interprétation des décisions du maître relatives à l'ordre de présentation des activités mathématiques

par Gérard VINRICH, IREM de Bordeaux

1 Introduction

Ce travail constitue la première partie d'une étude sur les dépendances didactiques, à savoir, d'une part : l'étude de la mise en ordre par les enseignants d'une série d'activités mathématiques de l'enseignement élémentaire (cours préparatoire) et d'autre part, l'étude des raisons pour lesquelles certains pédagogues choisissent de faire telle leçon avant telle autre.

Pour ces études, un questionnaire a été élaboré (pour une enquête auprès des enseignants de l'Ecole Elémentaire). Cet article montre plus particulièrement la méthodologie du traitement de cette enquête, en particulier : la cohérence ou l'incohérence d'une réponse — la concordance des classements obtenus — l'ajustement d'un modèle — les divergences des enseignants par rapport au modèle ajusté ainsi qu'un début de typologie concernant les justifications des dépendances données par les enseignants.

* Travail effectué dans le cadre du Diplôme d'Etudes Approfondies de Didactique des Mathématiques de l'Université de Bordeaux I, sous la direction et la précieuse collaboration de G. Brousseau, maître-assistant à l'Université et à l'IREM de Bordeaux.

2 Elaboration d'un questionnaire

2.1. But et méthode

Dans le but de cerner un ordre ou un préordre auprès des enseignants concernant six leçons (sur l'addition au C.P.) nous avons choisi la méthode décrite un peu plus loin après avoir éliminé les deux méthodes suivantes :

- On donne les six leçons et on demande aux enseignants de déterminer un ordre total sur les six séances.
- On donne les six leçons et on demande aux enseignants de dire pour chaque paire de leçons quel est l'ordre qu'ils proposent.

La première de ces deux méthodes ne peut conduire qu'à une étude sur l'accord des enseignants.

La deuxième est trop longue et comporte des risques d'échecs dus à la lassitude.

La méthode choisie ici consiste à présenter à l'enseignant la série de six leçons, à en isoler une et à lui demander de répartir les autres en trois lots :

— le lot de celles qu'il place avant la leçon proposée

— le lot de celles qu'il place après la leçon proposée

— le lot de celles qu'il place "ex-aequo" avec la leçon proposée.

On recommence cette opération en isolant successivement chacune des leçons de la série. Par ailleurs, l'enseignant est invité à justifier en quelques mots ses répartitions en trois lots. Ceci dans le but d'essayer de construire un début de typologie des dépendances didactiques entre ces six leçons.

2.2 Questionnaire

Les six leçons (ou séquences) de mathématiques sont décrites dans le questionnaire, présentées par ordre alphabétique et numérotées de 1 à 6. Chaque enseignant (juge) doit remplir les six tableaux qui se présentent de la manière suivante :

Séquence i

Avant i	"ex-aequo"	Après i

$i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Justifications...

*

* *

Extraits du questionnaire proposé

Nous vous proposons six séquences de mathématiques au cours préparatoire concernant l'addition.

Ces six séquences peuvent être intitulées de la manière suivante par ordre alphabétique :

1 — Activités sur les écritures : réductions
2 — Comparaison de nombres écrits sous forme additive
3 — Correspondance paquet à paquet
4 — Du répertoire à la table d'addition
5 — Ecriture d'un nombre sous forme additive
6 — Sur les vingt premiers nombres.

1/ ACTIVITES SUR LES ECRITURES : REDUCTIONS

L'écriture additive nous permet de coder de différentes manières une même collection. Il s'agit de concevoir une suite d'exercices conduisant à l'écriture canonique des nombres ; pour cela on propose de réduire des écritures additives.

• ***Exemples de jeux :***

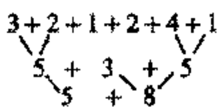
Les enfants vont se transmettre de l'un à l'autre des messages :

• le premier reçoit l'information : $3+2+1+2+4+1$

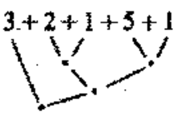
Il le recopie et le transmet au second. Celui-ci le recopie et le transmet au troisième, etc.

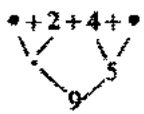
Il est entendu que l'on peut modifier l'écriture du message pourvu que le nombre reste le même.

$$3+2+1+2+4+1 \to 5+1+2+4+1 \to 5+3+4+1 \to 5+3+5 \to 5+8$$



• ***Exemples d'exercices***





2/ COMPARAISON DE NOMBRES ECRITS SOUS FORME ADDITIVE

En manipulant les écritures, il s'agit d'amener les enfants à comparer deux nombres écrits sous forme de somme.

Donc $4+8+3+5 < 4+9+5+8$

• ***Exemples d'exercices***

Compare :

7 + 5 + 8 + 3	8 + 6 + 4 + 7
9 + 2 + 3 + 6	6 + 2 + 3 + 9
3 + 2 + 7 + 3	5 + 8 + 3

Complète :

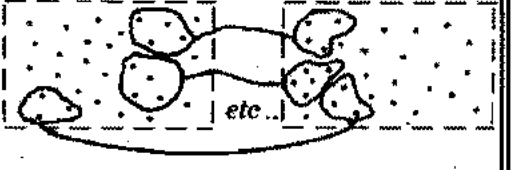
8 + 3 + 5 + 2 < 5 + 8 + • + 3

3/ CORRESPONDANCE PAQUET A PAQUET

Il s'agit de comparer, en nombre, des ensembles comportant "beaucoup" d'éléments (environ 50). Pour cela, il s'agit d'amener les enfants à utiliser, non plus la correspondance terme à terme qui est souvent longue et peu claire, mais la correspondance entre sous-ensembles équipotents qui est plus économique.

• ***Exemple de déroulement***

Deux feuilles de papiers par groupe d'enfants où sont dessinés une cinquantaine de points. Chaque groupe doit comparer les nombres de points dessinés et expliquer aux autres comment il a trouvé le résultat..



4/ DU RÉPERTOIRE A LA TABLE D'ADDITION

Un certain nombre d'égalités du type $a + b = c$ doivent être découvertes et mémorisées. Ces égalités constituant un répertoire de premiers résultats qui feront l'objet d'une mise en ordre sous forme d'un tableau : table de Pythagore d'addition.

• ***Exemples d'exercices***

Complète :

+	4	6	5
4			
3			
1			

5/ ÉCRITURE D'UN NOMBRE SOUS FORME ADDITIVE

Introduire une écriture de la forme $a + b + c + d + \ldots$ qui permet de désigner le nombre d'objets de n'importe quelle collection (a,b,c et d étant des "petits" nombres, ceux connus des enfants).

- ***Exemple de déroulement***

Devant une collection (50 objets), les enfants doivent écrire un message permettant à d'autres de réaliser un ensemble équivalent en nombre.

Des écritures du type : 5,4,8,7,6,6 sont obtenues (il est alors facile pour la maîtresse d'introduire l'écriture habituelle avec le signe +).

Ce qui donne : $5 + 4 + 8 + 7 + 6 + 6$.

6/ SUR LES VINGT PREMIERS NOMBRES

Il s'agit de présenter globalement les nombres de 10 à 19 avec la lecture particulière des nombres de 11 à 16 et à propos de ces nombres de présenter quelques situations.

- ***Exemples d'exercices***

Complète $13 = 10 + .$
$14 = 10 + .$
$15 = . \quad + .$

Compare $18 \; . \; 13$

*
* *

Il faut signaler que les enseignants qui ont reçu ce questionnaire ou sont décrites ces six séquences sont en principe déjà au courant des leçons présentées, mais rien ne permet d'affirmer qu'ils ont eux-mêmes effectué ces six leçons. Le choix de cette série de séquences qui concerne l'introduction de l'addition au cours préparatoire selon le canevas décrit par G. Brousseau a été guidé par l'aspect nouveau de cette introduction, son originalité, sa remise en cause de certaines habitudes et sa simplicité d'exposition.

2.3. Population

Dix réponses seulement nous sont parvenues d'institutrices de cours préparatoires et ont fait l'objet d'un traitement dont la méthodologie est décrite ci-après ; ceci malgré l'envoi de trente questionnaires dans les cinq départements de l'Académie, en particulier dans les écoles d'application attachées aux Ecoles Normales départementales.

3. Cohérence ou incohérence d'une réponse

Pour chaque personne interrogée, nous pouvons déterminer trois relations de $\mathcal{A}$ dans lui-même ($\mathcal{A}$ désignant l'ensemble des six activités proposées).

On désignera par $R^<$, $R^=$ et $R^>$ ces trois relations et $G^<$, $G^=$ et $G^>$ leurs graphes respectifs.

Nous dirons que la réponse est *cohérente* si les quatre conditions suivantes sont remplies :

1/ $R^<$ est antisymétrique et transitive

2/ $R^=$ est symétrique et transitive

3/ $(x, y) \in G^< \Longleftrightarrow (y, x) \in G^>$

4/ $G = G^< \cup G^=$ est complet.

Si l'une au moins de ces quatre propriétés n'est pas remplie, nous dirons que la réponse est *incohérente*.

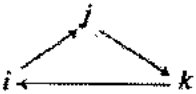
Dans le cas d'une réponse cohérente :

$G^= = \phi$ nous conduit à un ordre total (sans les boucles) sur $\mathcal{A}$ (voir exemple I).

$G^= \neq \phi$ nous conduit à un préordre total sur $\mathcal{A}$, donc un ordre total sur des classes d'éléments de $\mathcal{A}$ (voir exemple II).

Dans le cas d'une réponse incohérente :

Supposons que nous obtenions $G^<$ complet antisymétrique non transitif. Il semble intéressant alors de dégager, s'il y a lieu, l'existence et le nombre de circuits de trois arcs (voir exemple III).



"choix incompatible"

$(i<j, \quad j<k, \quad k<i)$

$T = \dfrac{n(n-1)(n-2)}{6}$, nombre total de cycles de trois arcs.

$S = \sum_{1}^{n} \dfrac{d_i(d_i-1)}{2}$, nombre de triangles de transitivité (d_i est le degré extérieur du sommet i).

$C = T - S$, nombre de circuits de trois arcs ou encore nombre de choix incompatibles.

$$C = \frac{n(n-1)(n-2)}{6} - \sum_1^n \frac{d_i(d_i-1)}{2} \quad \text{ou encore}$$

$$C = \frac{1}{12}\, n(n-1)(2n-1) - \frac{1}{2}\sum_1^n d_i^2$$

avec $\left[\, n = 6 \quad , \quad C = \dfrac{55 - \Sigma d_i^2}{2} \,\right]$

3.1. Exemple I *(juge f)*

Séquence 1

Avant 1	"ex-aequo"	Après 1
6, 3, 5, 2		4

Séquence 2

Avant 2	"ex-aequo"	Après 2
6, 3, 5		1, 4

Séquence 3

Avant 3	"ex-aequo"	Après 3
6		5,2,4,1

Séquence 4

Avant 4	"ex-aequo"	Après 4
6,1,3,5,2		

Séquence 5

Avant 5	"ex-aequo"	Après 5
6, 3		2, 4, 1

Séquence 6

Avant 6	"ex-aequo"	Après 6
		1,2,3,4,5

Représentations des trois relations $R^<$, $R^=$, $R^>$:

	1	2	3	4	5	6
1				×		
2	×			×		
3	×	×		×	×	
4						
5	×	×		×		
6	×	×	×	×	×	

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

	1	2	3	4	5	6
1		×	×		×	×
2			×		×	×
3						×
4	×	×	×		×	×
5			×			×
6						

Réponse *cohérente* ($G^= = \phi$), donc ordre total :

$$6 < 3 < 5 < 2 < 1 < 4$$

3.2. Exemple II *(juge g)*

Séquence 1

Avant 1	"ex-aequo"	Après 1
5, 3	2, 4	6

Séquence 2

Avant 2	"ex-aequo"	Après 2
3, 5	1, 4	6

Séquence 3

Avant 3	"ex-aequo"	Après 3
	5	2,4,1,6

Séquence 4

Avant 4	"ex-aequo"	Après 4
5, 3	2, 1	6

Séquence 5

Avant 5	"ex-aequo"	Après 5
	3	1,2,4,6

Séquence 6

Avant 6	"ex-aequo"	Après 6
1,2,3,4,5		

Représentations des trois relations $R^<$, $R^=$, $R^>$:

	1	2	3	4	5	6
1						×
2						×
3	×	×		×		×
4						×
5	×	×		×		×
6						

	1	2	3	4	5	6
1		×		×		
2	×			×		
3					×	
4	×	×				
5			×			
6						

	1	2	3	4	5	6
1			×		×	
2			×		×	
3						
4			×		×	
5						
6	×	×	×	×	×	

Réponse *cohérente* ($G^= \neq \phi$) ; préordre (5, 3) < (1, 2, 4) < 6

3.3. Exemple III *(juge d)*

Séquence 1

Avant 1	"ex-aequo"	Après 1
6,5,3,4		2

Séquence 2

Avant 2	"ex-aequo"	Après 2
6,5,3,1		4

Séquence 4

Avant 4	"ex-aequo"	Après 4
6,3,5,2		1

Séquence 5

Avant 5	"ex-aequo"	Après 5
6, 3		1, 2, 4

Séquence 3

Avant 3	"ex-aequo"	Après 3
6		5,1,4,2

Séquence 6

Avant 6	"ex-aequo"	Après 6
		3,5,1,4,2

Représentations des trois relations $R^{<}$, $R^{=}$, $R^{>}$:

	1	2	3	4	5	6
1		×				
2				×		
3	×	×		×	×	
4	×					
5	×	×		×		
6	×	×	×	×	×	

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

	1	2	3	4	5	6
1			×	×	×	×
2	×		×		×	×
3						×
4		×	×			×
5			×			×
6						

Réponse *incohérente* ($G^{<}$ complet antisymétrique mais non transitif).

Nombre de choix inconsistants : $C = \dfrac{55 - \Sigma d_i^2}{2}$

$$\begin{tikzcd}[column sep=small] & 2 \arrow[dr] & \\ 1 \arrow[ur] & & 4 \arrow[ll] \end{tikzcd}$$

$\Sigma d_i^2 = 1+1+16+1+9+25 = 53$

$C = 1$

Il apparaît raisonnable de proposer le préordre suivant :

$6 < 3 < 5 < (1, 2, 4)$

Signalons que c'est la seule réponse (sur dix) qui nous a conduit à examiner une incompatibilité.

4. Còncordance des classements

Récapitulation des dix classements obtenus d'après l'enquête :

Juge a : $3<5<2<4<1<6$
Juge b : $3<5<2<(4, 1)<6$
Juge c : $5<(6, 3)<1<(2, 4)$
Juge d : $6<3<5<(2, 1, 4)$
Juge e : $(3, 2)<1<4<5<6$

Juge f : $6<3<5<2<1<4$
Juge g : $(3, 5)<(1, 2, 4)<6$
Juge h : $5<(1, 2, 3, 4)<6$
Juge i : $5<(3, 2)<(4, 1)<6$
Juge j : $3<5<2<6<1<4$

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	t_i	$t_i - m$
1	5	4,5	4	5	3	5	4	3,5	4,5	5	43,5	+8,5
2	3	3	5,5	5	1,5	4	4	3,5	2,5	3	35	0
3	1	1	2,5	2	1,5	2	1,5	3,5	2,5	1	18,5	−16,5
4	4	4,5	5,5	5	4	6	4	3,5	4,5	6	47	+12
5	2	2	1	3	5	3	1,5	1	1	2	21,5	−13,5
6	6	6	2,5	1	6	1	6	6	6	4	44,5	+9,5

Pour étudier la concordance de ces dix classements, nous utilisons le coefficient W de concordance de Kendall, qui est construit de la manière suivante : Considérons nos k juges ($k = 10$) c'est-à-dire les k classements des n séances ($n = 6$).

Kendall constate que, si tous les juges sont d'accord, les totaux des lignes sont égaux à k, $2k$, $3k$... nk (dans un ordre quelconque) et que ces valeurs assureront la dispersion maximum des totaux. En effet, moins les juges seront d'accord entre eux et plus les totaux tendront à se ressembler et à se rapprocher de leur valeur moyenne. Cette valeur moyenne m est donnée par :

$$m = \frac{k(n+1)}{2} \qquad [m = 35]$$

Kendall calcule la somme des carrés des écarts entre les totaux t_i et leur valeur moyenne.

$$S = \sum_1^n (t_i - m)^2 \qquad [S = 761]$$

Dans le cas de la dispersion maximum dont nous parlions plus haut, S prend donc la valeur maximum :

$$S_{max} = \frac{1}{12} k^2 (n^3 - n)$$

En effet :

$$t_i = ik \qquad S_{max} = \sum_1^n (ik - m)^2$$

$$S_{max} = k^2 \sum_1^n i^2 - 2km \sum_1^n i + nm^2$$

$$S_{max} = k^2 \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{k^2 n(n+1)(n-1)}{2} + \frac{n\,k^2(n+1)^2}{4}$$

$$S_{max} = \frac{1}{12} k^2 (n^3 - n)$$

D'où le coefficient W qui varie entre 0 et 1 : $W = \dfrac{S}{S\ max}$

$$W = \frac{12\ S}{k^2(n^3-n)} \qquad [W = 0{,}43]$$

Test de signification de W :

nous sommes dans le cas $n = 6$, donc il suffit de consulter une table établie par Friedman*. Cette table utilise directement la valeur de S. Si la valeur trouvée dans le calcul est supérieure à la valeur lue de la table au seuil choisi, on est en droit de considérer le résultat comme significatif et de déclarer qu'il existe un accord entre les différents classements.

La table de Friedman nous confirme la signification de S à 0,01.

5. Ajustement d'un modèle

Il semble naturel de choisir comme opinion collective le rangement qui est le plus proche du barycentre G des points X_i représentatifs des classements du protocole.

Nous utiliserons, pour évaluer la qualité de l'ajustement du modèle D, un coefficient A construit sur la comparaison du moment d'inertie M_D des points X_i par rapport à D et du moment maximum M_{max} que l'on peut obtenir en parcourant la classe des modèles possibles.

$$A = 1 - \frac{M_D}{M_{max}}$$

M_{max} sera obtenu en prenant la permutation la plus éloignée du centre de gravité, autrement dit, dans le cas général, la permutation D′ diamétralement opposée à D. (Nous utiliserons les distances euclidiennes entre les permutations représentatives des classements)

Le théorème d'inertie nous permet d'écrire :

$$M_D = \Sigma\, DX_i^2 = \Sigma\, GX_i^2 + k\, DG^2 = M_G + k\, DG^2$$

$$M_{max} = M_G + k\, D'G^2$$

$$M_{max} - M_D = k\,(D'G^2 - DG^2)$$

donc

$$A = \frac{k\,(D'G^2 - DG^2)}{M_G + k\, D'G^2}$$

---

* Se reporter à G. Bajard dans *Méthodes non paramétriques en psychologie*, Institut d'Etudes Psychologiques de Bordeaux (Service de Recherche).

Or $$M_O = M_G + k\,OG^2$$

O étant le centre de la sphère de n'importe quel protocole (permutation dont les coordonnées sont $\frac{n+1}{2}$).

$$M_o = k\,r^2 \quad \text{avec} \quad r^2 = \frac{n(n^2-1)}{12}$$

En effet : $$r^2 = \Sigma\,(i - \frac{n+1}{2})^2$$

Donc $$A = \frac{D'G^2 - DG^2}{r^2 - OG^2 + D'G^2}$$

Coordonnées de G : 4,35 3,5 1,85 4,7 2,15 4,45
Coordonnées de O : 3,5 3,5 3,5 3,5 3,5 3,5

$OG^2 = 7{,}61$; $r^2 = 17{,}5$; rappel : $A = \frac{D'G^2 - DG^2}{r^2 - OG^2 + D'G^2}$

Calculons successivement A pour les trois modèles suivants :

$D_1 : 3 < 5 < 2 < 1 < 6 < 4$ coordonnées de D_1 : 4 3 1 6 2 5
coordonnées de D_1' : 3 4 6 1 5 2

$D_1G^2 = 3{,}11$; $D_1'G^2 = 47{,}11$; $A = 0{,}771$.

$D_2 : 3 < 5 < 2 < (1, 6) < 4$ coordonnées de D_2 : 4,5 3 1 6 2 4,5
coordonnées de D_2' : 2,5 4 6 1 5 2,5

$D_2G^2 = 2{,}71$; $D_2'G^2 = 46{,}51$; $A = 0{,}776$.

D_3 : (3, 5) < 2 < (1, 6, 4) coordonnées de D_3 : 5 3 1,5 5 1,5 5
coordonnées de D_3' : 2 4 5,5 2 5,5 2

$D_3G^2 = 1{,}61$; $D_3'G^2 = 43{,}61$; $A = 0{,}785$.

W étant significatif au seuil 0,01, nous pouvons déclarer qu'il existe un "accord" entre les différents classements des dix juges. Le modèle qui rend le mieux compte de cet accord est le suivant :

(3, 5) < 2 < (1, 6, 4)

Le modèle ci-dessus peut se représenter de la manière suivante :

<table>
<tr><td>3 Correspondance paquet à paquet</td><td colspan="2">5 Ecriture d'un nombre sous forme additive</td><td>Travail sémantique</td></tr>
<tr><td colspan="3">2 Comparaison de nombres écrits sous forme additive</td><td rowspan="2">Travail syntaxique et axiomatisation</td></tr>
<tr><td>1 Activités sur les écritures ; réductions</td><td>6 Sur les vingt premiers nombres</td><td>4 Du répertoire à la table d'addition</td></tr>
</table>

• Nous trouvons, dans une première partie, un travail sémantique (action, construction et codage) concernant la comparaison de partitions avec au même niveau l'écriture du cardinal d'une "grande" collection.

• Dans une deuxième partie, nous trouvons un travail syntaxique (raisonnement sur les écritures) avec tout d'abord la comparaison de nombres écrits sous forme additive, puis au même niveau les trois activités suivantes : réductions d'écritures, les vingt premiers nombres, la table d'addition.

Nous constatons que les nombres comme 17 se construisent à l'aide d'écritures telles que $4+6+7$ ou $2+3+1+4+1+6$ alors que dans les progressions traditionnelles il fallait "connaître" 17 avant d'écrire $4+6+7$.

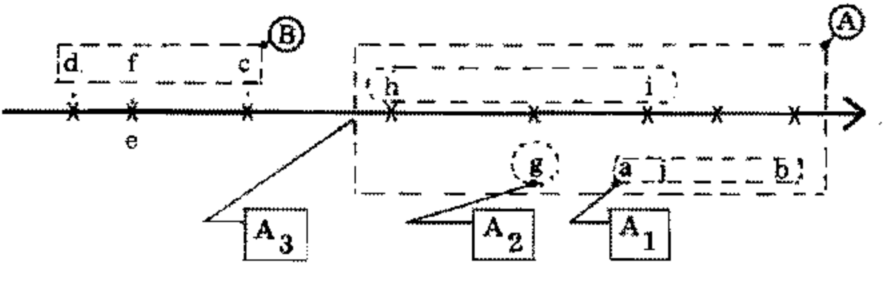
6 Divergences des juges (par rapport au modèle ajusté)

A chaque juge nous associons le coefficient ρ de Speerman (coefficient calculé entre son classement et le modèle).

$$\rho = 1 - \frac{6\,\Sigma d^2}{n(n^2-1)} \quad \left[n = 6 \ : \ \rho = 1 - \frac{\Sigma d^2}{35} \right]$$

Σd^2 représentant le carré de la distance entre son classement et le modèle.

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
0,928	0,942	0,571	0,357	0,414	0,414	0,885	0,714	0,914	0,928



En éliminant le cas du juge c qui paraît avoir un classement assez inexplicable, une première coupure nous permet de séparer les juges en deux classes A et B qui s'opposent par la place donnée à la séquence *six*.

$$\text{Cl A} = \{ h, i, g, a, j, b \} \quad ; \quad \text{Cl B} = \{ d, f, c \}$$

En effet, les juges de la classe A proposent la séquence *six* en dernière position (à l'exception de *j* qui la propose en quatrième position) alors que les juges de la classe B proposent la séquence *six* en première ou en deuxième position (juge *c*).

Nous trouvons ainsi grossièrement deux didactiques qui s'opposent : l'une que l'on peut qualifier, comme Hans Aebli, de "didactique traditionnelle", qui caractérise les juges de la classe B, l'autre que l'on peut qualifier, toujours comme le dit Hans Aebli, de "didactique de l'école active", qui caractérise les juges de la classe A.

• En effet, la première, qui puise ses fondements sur le "principe de l'intuition", conduit à une didactique "des leçons de choses" et, en particulier pour ce qui concerne les nombres et l'addition, à la connaissance des nombres de *dix* à *dix-neuf* avant des écritures telles que $8+5+2+1$.

• Par contre, la deuxième, qui puise ses fondements sur une "interprétation instrumentale de la pensée" (avec des précurseurs comme Dewey et Claparède), conduit à exclure totalement les "leçons de choses" pour les remplacer par des activités qui mettent l'enfant dans une situation d'où se dégagera véritablement un besoin de construire des outils, des concepts, des théories qu'il faudra par la suite valider.

C'est ainsi que, grâce aux petits nombres et à l'addition et comme le dit G. Brousseau, les enfants pourront construire et manier des naturels aussi grands que possible en utilisant des écritures sous formes additives.

Si nous poursuivons l'étude des divergences des juges, nous pouvons répartir les juges de la classe A en trois sous-classes : sous-classe $A_1 = \{a, j, b\}$, sous-classe $A_2 = \{g\}$, sous-classe $A_3 = \{h, i\}$ qui s'opposent par l'ordre chronologique des deux séquences *trois* et *cinq*.

— en effet les juges de A_1 proposent $3 < 5$

— le juge de A_2 propose $3, 5$

— les juges de A_3 proposent $5 < 3$

Souvenons-nous que la séquence 3 concerne la correspondance paquet à paquet et que la séquence 5 conduit à l'écriture d'un nombre sous forme additive.

• Le juge *g* de A_2 propose ex-aequo ces deux séquences. On peut penser qu'il considère ces deux activités comme fonctionnant d'une manière dialectique : la correspondance paquet à paquet servant de validation sémantique pour des exercices mettant en jeu des écritures additives.

• Quant aux juges de A_1, ils s'opposent aux juges de A_3 :

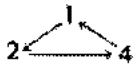
— pour les premiers, il faut introduire d'abord l'outil qui permettra de vérifier sémantiquement (c'est-à-dire en revenant aux objets de la situation) un certain nombre d'égalités ou d'inégalités entre les écritures additives ;

— pour les seconds, cet outil de la correspondance paquet à paquet viendra après l'introduction des écritures additives.

7 Quelques constatations (après le traitement des résultats)

Cette enquête auprès des enseignants et son traitement nous a permis, en dépit d'un certain "accord" entre les classements [paragraphe 4], de mettre en évidence l'existence de divergences entre les enseignants concernant l'ordre chronologique d'une série de leçons [paragraphe 6]. En particulier, nous avons pu distinguer deux catégories de maîtres : les uns appuyant leur choix sur une didactique "traditionnelle", les autres appuyant leur choix sur une didactique "active".

D'autre part, le type de questionnaire proposé nous a permis de découvrir un ordre intransitif (incompatibilité) choisi par le juge *d* [paragraphe 3.3], mettant ainsi en évidence les difficultés d'un pédagogue face au problème de dépendance entre les séquences.



En effet, pour cet enseignant : "il faudrait faire 1 avant 2, 2 avant 4 et 4 avant 1".

Une étude précise de ces trois activités mathématiques et les justifications données par ce pédagogue permettent une étude plus approfondie de ce phénomène intéressant.

Enfin, le recueil des justifications de dépendance données par les enseignants nous a permis d'obtenir le début de typologie suivant :

I avant J	*I après J*
- Car I plus simple que J.	
- Car I prépare J.	- Car I est une application de J.
- Car I concrète.	- Car I abstraite.
- Car I met en jeu des notions dont on se servira pour J.	- Car I utilise des notions qui doivent être vues en J.
- Car J met en jeu des notions dont on se servira pour I.	
- Pour des raisons idéologiques.	- Pour des raisons idéologiques.

Une population plus nombreuse d'enseignants doit permettre un élargissement de cette typologie et la confirmation de certaines justifications caractérisant les deux types de didactiques signalées plus haut.

BIBLIOGRAPHIE

AEBLI H., *Didactique psychologique,* Neuchatel, Delachaux et Niestle, 1966.

BOUDON R., *Les mathématiques en sociologie,* Paris, Presses Universitaires de France, 1971.

BROUSSEAU G., "Un exemple de processus de mathématisation : l'addition dans les naturels (C.P.-C.E.$_1$)", *La mathématique à l'école élémentaire,* Paris, *Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public,* 1972.

DEGENNE A., *Techniques ordinales en analyse des données statistiques,* Paris, classiques Hachette, 1972.

KENDALL M.G., *Rank correlation methods,* Londres, Griffin, 1948.

MORONEY M.J., *Comprendre la statistique,* Paris, Marabout Université, 1970.

ROY B., *Algèbre moderne et théorie des graphes* orientées vers les sciences économiques et sociales (premier tome), Paris, Dunod, 1969.