5

LES NOUVEAUX PROGRAMMES DE 4ème ET 3ème

Auxerre et Toulouse, le 19 décembre 1977

Daniel REISZ, Président,
et Henri BAREIL, Vice-Président Premier Cycle,

à

Monsieur le Ministre de l'Education

Monsieur le Ministre,

Nous avons déjà eu l'honneur de formuler, en juin 1977, nos observations sur l'avant-projet de programme de Mathématiques de quatrième-troisième, élaboré par l'Inspection générale.

Nous avons ensuite, par lettre du 7 novembre 1977, précisé nos positions et nos voeux.

Maintenant, nous venons de recevoir des projets commentés, présentés par l'Académie des Sciences ou tels de ses membres et nous vous faisons tenir les remarques qu'ils nous inspirent.

Quels que soient ces projets et nos critiques, force nous est de constater d'abord qu'une véritable égalité des chances et une démocratisation de l'enseignement exigent un nombre suffisant d'heures d'enseignement, sous réserve que l'enseignement y soit à base d'activités et que le travail à la maison soit diminué d'autant.

Dans cette optique, et dans chaque classe du premier cycle, un horaire hebdomadaire de mathématiques de quatre heures pour chaque élève, avec dédoublements pour travaux par petits groupes, paraît indispensable.

Un point commun aux projets de l'Inspection générale et de l'Académie est leur conception par des mathématiciens coupés de toute pratique enseignante au niveau considéré. Aussi prennent-ils comme base de départ de leur réflexion une théorie axiomatique des mathématiques concernées. Il leur reste ensuite à en "déduire" un programme.

Il serait plus logique que des projets de programmes prennent corps par des rapports dialectiques entre réflexion théorique et expérimentation. Une telle procédure est dans la droite ligne de travaux actuels des I.R.E.M. (Recherche "O.P.C.", ...) qui peuvent déjà être utilisés.

L'A.P.M.E.P. constate, de plus, le caractère clandestin de la préparation des projets de programme de l'Académie ou de l'Inspection générale et le fait que, dès l'accord des autorités, les enseignants de quatrième-troisième seront mis devant le fait accompli.

Elevant la plus vive protestation contre de pareilles procédures, l'A.P.M.E.P. réclame avec vigueur la recréation de la Commission nationale sur l'enseignement des mathématiques (Cf. le voeu, en 1975, du "groupe de travail Haby n° 6 unanime !), dotée cette fois de pouvoirs plus réels et assurée, sur chaque sujet à débattre, d'une représentation majoritaire d'enseignants-chercheurs DIRECTEMENT concernés. Cette représentation devrait être décidée selon des modalités, à discuter, faisant la plus large part à la recherche en mathématiques, sans exclure ni l'organisation scolaire générale, ni l'interdisciplinarité.

C'est à cette Commission qu'il appartiendrait de mener les enquêtes et d'impulser les expérimentations ainsi que les diverses étapes de mise en route d'un programme.

Pour l'immédiat, l'A.P.M.E.P.,

1 demande qu'une telle Commission nationale précise, tout en signalant leur caractère relatif et évolutif :

— des *finalités* de l'enseignement des mathématiques dans le premier cycle,

— des *objectifs généraux* adéquats, relatifs aux méthodes aussi bien qu'aux contenus,

— des *objectifs opérationnels* s'intéressant prioritairement aux démarches et aux comportements.

2 *s'insurgerait contre la publication OFFICIELLE d'Annexes ou de Commentaires relatifs aux programmes.*

Ces Annexes ou Commentaires feraient alors figure de doctrine officielle, hors de laquelle il n'y aurait que péril, et qu'il faudrait reproduire. Le précédent de 1972 est à cet égard significatif.

La Commission sus-visée pourrait périodiquement publier tous commentaires proposés par des enseignants ou des usagers. Hors de là, les auteurs d'Annexes ou de Commentaires n'ont qu'à les faire connaître par des moyens qui leur sont propres, indépendamment de toute publication officielle.

3 *rappelle son texte "Programmes de quatrième-troisième" voté par le Comité national du 6 novembre 1977 et insiste, compte tenu de la représentativité de l'Association, pour que ses propositions et desiderata soient pris en considération.*

4 *souligne, une fois encore, l'impérieuse nécessité*

— *d'une formation continue* des maîtres telle qu'elle se pratique dans les I.R.E.M.

— *d'expérimentations nombreuses, solides*, insistant sur les méthodes et sur les comportements et faisant l'objet d'une véritable évaluation.

Vous trouverez, Monsieur le Ministre, dans le cahier joint,

1. Un Commentaire critique des divers textes de l'Académie des Sciences et des Annexes Cartan, Leray, Choquet, ainsi que d'un projet Giraud dont nous avons eu connaissance (et que nous avons joint en annexe).
2. Le rappel du texte A.P.M.E.P. du 6 novembre 1977.

En espérant que vous voudrez bien, Monsieur le Ministre, accorder toute votre attention à des textes que nous avons rédigés après mûre réflexion, nous vous prions d'agréer nos sentiments déférents.

A-propos des projets de programme de Mathématiques de quatrième et de troisième

REMARQUES SUR LES OBSERVATIONS D'ORDRE GENERAL DE L'ACADEMIE

Les "OBSERVATIONS D'ORDRE GENERAL" présentent diverses considérations qui relèvent de plusieurs ordres : finalités, pédagogie, programmes, ...

S'en tenir ainsi à quelques touches dans les domaines aussi amples, ne permet pas de traiter des problèmes au fond.

Mieux aurait valu essayer de définir avec soin, dans l'ordre :

- les finalités des enseignements de mathématiques en quatrième-troisième.
- les objectifs généraux correspondants, et ce qui peut en découler, en fait de comportements, démarches, méthodes et contenus,
- des objectifs opérationnels dépassant le cadre cognitif strict des énoncés mathématiques,
- des exemples d'activités, de problèmes, de thèmes d'étude.

Corrélativement devraient être précisées :

- les formes et la substance de la formation initiale et de la formation continue qualifiant pour enseigner, au moins une partie de son temps ou de sa carrière, dans le premier cycle,
- la mise sur pied, souhaitée par l'Académie, de nouvelles expérimentations IREM diversifiées, coordonnées, référées à la Commission Nationale sur l'Enseignement des mathématiques réclamée par "le groupe HABY n° 6", à ses projets et à ses analyses d'enquêtes, et dotées de moyens puissants.

*

* *

Cela dit, l'A.P.M.E.P. relève dans les "OBSERVATIONS D'ORDRE GENERAL" de l'Académie, des propositions largement susceptibles d'infléchir vers moins de dogmatisme et de verbalisme notre enseignement en quatrième-troisième.

Ces propositions rejoignent, sur bien des points, la circulaire ministérielle de février 1973, sur l'enseignement des mathématiques en quatrième-troisième, circulaire à l'impact libérateur.

Citons notamment :

— le souhait d'une concertation entre les enseignants des diverses disciplines scientifiques,
— le refus d'une cloison étanche entre l'algèbre et la géométrie : "il faut que l'élève puisse *voir géométriquement* lorsqu'il calcule sur les nombres réels et, inversement, il doit pouvoir traduire en calcul des situations géométriques simples".
— la limitation, quant aux énoncés *importants*, peu nombreux, et qui serviront à l'élève pour résoudre des exercices ou problèmes (à faire) en grand nombre.

— *le voeu de progressivité à partir des acquis antérieurs.*

"... il faut partir de l'intuition acquise en sixième et cinquième par l'usage expérimental des instruments de dessin (règle graduée, équerre, compas, rapporteur) et, à partir de cette intuition, amener progressivement l'élève à raisonner et à manipuler consciemment les instruments pour lui faire acquérir peu à peu la notion de plan euclidien et l'usage des coordonnées rectangulaires".

— *l'attention aux capacités des élèves*

..."Il n'est pas question de donner à l'élève une présentation axiomatique de la géométrie. En revanche, il devra apprendre à faire de courts raisonnements, à partir de faits géométriques considérés comme évidents et donc admis comme vrais."

... et aux motivations :

..."Il faut éviter qu'une propriété simple, qui est presque évidente aux yeux de l'enfant, soit déduite par le raisonnement d'une autre propriété moins évidente ou plus compliquée, car alors l'élève ne pourra pas comprendre quelle est la règle du jeu."

... "Il faut se garder de présenter à l'élève des axiomatisations incomplètes, comme celle qui était proposée dans l'avant-projet de programme, et qui a provoqué un tollé général. On y donnait une caractérisation axiomatique du milieu d'un couple de points, tout en refusant de savoir que ce milieu est à la même distance des deux points ; et on ne voulait pas le savoir parce que l'on s'interdisait, en classe de quatrième, de parler de la distance de deux points du plan, sous prétexte qu'il s'agissait d'étudier seulement les propriétés affines du plan. Or, ... il est indispensable, au départ, de tabler sur la notion de *distance* de deux points du plan ; il s'agit de la distance que l'on a appris à mesurer expérimentalement, au moyen d'une règle graduée que l'on déplace dans le plan, une fois choisie l'unité de longueur."

Nous voilà apparemment loin de cet avant-projet (Inspection Générale, mars 1977) inhibiteur et dogmatique, totalement coupé des intérêts et motivations des élèves...

* *
*

Pourtant ces "Observations" sont parfois en retrait de la circulaire de février 1973, par exemple à propos du "Tableau 2-Colonnes" de celle-ci.

(Notons que les praticiens expérimentateurs en quatrième-troisième étaient pour beaucoup dans telles parties de cette circulaire !). De minimes références ponctuelles (aux approximations et majorations d'erreurs, aux constructions géométriques, à l'espace, aux coordonnées rectangulaires) ne sauraient combler cette lacune.

Plus encore, ces "Observations" sont en retrait de la réflexion et des voies actuellement ouvertes dans plusieurs groupes de travail (IREM généralement) de quatrième-troisième :

En effet, ces "Observations" :
— se réfèrent trop à des objectifs de type uniquement cognitif,
— semblent toujours sous-entendre un enseignement (pour les élèves) de type magistral, très directif,
— paraissent rejeter les activités qui ne seraient pas ordonnancées selon une construction linéairement déductive de la mathématique (ceci aggrave la remarque précédente).

DE LA LES RESERVES SUIVANTES,
DANS UN ORDRE "D'IMPORTANCE DECROISSANTE", SAUF POUR LA DERNIERE :

(*Les encadrés sont* les extraits du texte Académie, pour lesquels il est formulé des réserves, ou, pour le II, des protestations véhémentes !).

> I "A ce niveau, l'enseignement des mathématiques doit conduire l'élève à passer progressivement du stade de la simple observation à celui du raisonnement."

1. Les considérations sur l'observation et le raisonnement paraissent excessives :

Elles relèvent d'une idéologie de l'observation pure. Or les "Observations pures" indépendantes de tout raisonnement, existent-elles vraiment ? ... Dans la vie pratique, dès la plus tendre enfance, et dans les classes de mathématiques antérieures à la quatrième, l'observation a été sûrement alliée à une dialectique expérimentation-raisonnement, seule capable d'appréhender le réel.

En Mathématiques, le raisonnement intervient d'ailleurs sous plusieurs formes avant la quatrième, notamment en algèbre ! Ou alors, à quoi le restreint-on ?

2. Il est vrai, par contre, qu'en quatrième-troisième l'élève sera progressivement appelé à pratiquer la déduction sous des formes plus complexes. Mais il ne faudrait pas négliger pour autant les autres types de raisonnement, tels l'induction, la recherche d'exemples, de contre-exemples,... ni l'art de conjecturer, ni l'aptitude à imaginer...

> II "S'il convient d'éviter une présentation axiomatique, il est, en revanche, indispensable que le maître...
> ... connaisse une ou plusieurs manières d'axiomatiser la géométrie plane euclidienne ...
> ... Faute d'une telle vue d'ensemble, le maître risquerait d'entraîner les élèves dans des développements inutilement compliqués et souvent stériles."

L'A.P.M.E.P. s'insurge contre une telle prétention, surtout ISOLEE de toute autre :

1. Une axiomatique "ouverte" offrirait, de par son caractère, un intérêt culturel évident. Or, de telles axiomatiques ne se rencontrent pas dans les projets présentés en géométrie euclidienne.

2. Il y aurait un intérêt considérable à réfléchir à l'axiomatisation d'un domaine mathématique dès lors qu'elle manifesterait la relativité de la notion de vérité en mathématique, les degrés de liberté et les conséquences des choix. Or cela n'est absolument pas possible dans les limites imparties par l'Académie (ou l'Inspection, tout autant) aux programmes de géométrie de quatrième-troisième.

3. Le texte de l'Académie déclare que la connaissance d'une axiomatique aurait vertu simplificatrice : elle permettrait de dominer, donc de choisir, donc d'aider les élèves à aller à l'essentiel par les voies les plus sobres, les plus simples, les plus adéquates. Par contre, hors d'une axiomatique, il serait impossible d'enseigner correctement.

OR, RIEN NE NOUS PARAIT PLUS FAUX !

3.1. A partir de 1971, les Commentaires initiaux officiels des programmes de quatrième-troisième, les "Journées" correspondantes de l'Inspection Générale, les manuels, de nombreux groupes IREM, ... ont demandé aux maîtres, en leur en proposant, de connaître des axiomatiques de la géométrie euclidienne plane.

Qu'en a-t-il découlé au niveau des élèves ? "*Des développements inutilement compliqués et souvent stériles*" *proliférant dans des enseignements plus dogmatiques et verbaux que jamais.*

Cette leçon ne suffit donc pas ?

La même erreur recommence : "Maîtres, il vous faut savoir au moins une axiomatique de la géométrie (plane) euclidienne. En voici..."

Et, sur la trace des "ANNEXES", ... les manuels et des groupes IREM rivaliseront d'ardeur pour proposer des axiomatiques... assurant une suffisance intellectuelle à certains maîtres et un gavage proportionné à leurs élèves... Une fois encore, nous passerons à côté de l'essentiel...

3.2. Est-ce à dire que la connaissance d'axiomatiques est répréhensible ? C'est mal poser le problème.

En soi la connaissance d'une axiomatique n'est, pour un enseignant du premier cycle, ni "bonne" ni "mauvaise".

Encore faut-il remarquer qu'en insistant lourdement sur les vertus pour les maîtres d'une méthode axiomatique, qui est un *mode D'EXPOSITION* des "sciences exactes", l'Académie semble réduire les vrais savoirs et savoir-faire mathématiques. Où est là-dedans l'art de poser et de résoudre des problèmes ?

Cette attitude d'exposition n'est d'ailleurs conforme ni à l'attitude de l'enseignant, ni à celle du chercheur.

Sans l'équilibre de formation dont nous allons parler, le maître qui adhère au fait qu'il doit posséder au moins une façon d'axiomatiser la géométrie plane euclidienne et qu'il y trouvera de quoi ordonner et bâtir son enseignement sera tout au plus capable de dégurgiter aux élèves sa mathématique "déjà faite" et bien axiomatisée....

3.3. Au lieu d'insister sur les vertus d'une axiomatique mieux vaudrait demander, et en obtenir les moyens, un développement équilibré de diverses capacités du maître autrement intéressantes, traitées de façon non pas séparée, mais imbriquée :

— Connaissance du domaine à enseigner comme d'un milieu vivant, c'est-à-dire connaissance de ses capacités d'échanges internes ou externes (avec d'autres secteurs de tous ordres : didactiques, psychologiques, autres domaines de la science, ...). Ceci relève non d'une exposition axiomatique ou d'une organisation déductive linéaire mais de la mise en évidence des inter-relations entre concepts, et des inter-relations avec les motivations ou les intérêts des élèves et les finalités de notre enseignement.

— Attention privilégiée apportée aux démarches et comportements des élèves et à leurs modes d'appropriation des mathématiques,

— Aptitude à la communication, à l'attention, à la valorisation..., à la détection des "blocages", aptitude à intéresser...

C'est le déséquilibre entre les diverses capacités des maîtres qui conduit "aux développements inutilement compliqués" et "souvent stériles"... Et c'est aussi la non-explicitation de finalités et d'objectifs adéquats.

Ce déséquilibre et cette non-explicitation sont à la base du dogmatisme, de l'inflation verbale, de la "dysnutrition" mathématique des élèves, de leur désintérêt... Vouloir y remédier en inféodant les maîtres à une méthode d'exposition est pire que le mal !

3.4. Ce développement équilibré des capacités exigerait corrélativement que soit redonné le goût des responsabilités, favorisés l'esprit d'initiative, l'esprit critique et celui de recherche, et qu'une vraie formation continue soit offerte à la pratique des enseignants, par la voie des Instituts de *RECHERCHE* sur l'Enseignement des Mathématiques...

Dans ce cadre-là, il se pourrait d'ailleurs que des maîtres élaborent eux-mêmes des axiomatiques, qui seraient alors un élément utile d'une activité personnelle.

Mais il y a lieu de changer les priorités !

3.5. Les enfants des écoles primaires manipulent les naturels, et les instituteurs en donnent un enseignement cohérent... sans connaître la moindre axiomatique correspondante...

Les maîtres de quatrième-troisième (et au-dessus !) donnent et donneront, je suppose, un enseignement cohérent des nombres réels. Connaissent-ils pour autant des axiomatiques de R ?

(A des niveaux supérieurs, tout mathématicien trouvera une foule d'exemples où il n'est jamais exigé des maîtres la connaissance d'au moins une axiomatique d'un domaine auquel on initie élèves ou étudiants (Cf. calcul différentiel et intégral, ...)).

Pourquoi est-on, à l'égard des maîtres, raisonnable à propos des nombres, et pourquoi si excessif à propos de la géométrie euclidienne plane ? Tombant sur des maîtres insuffisamment formés et autonomes, cela mène à la catastrophe.

III	(Une axiomatique est nécessaire au maître pour) "... pouvoir ordonner les matières de son enseignement et choisir, en toute connaissance de cause, les faits qu'il demandera aux élèves d'admettre, et les morceaux de raisonnement auxquels il les initiera."

1. Il a été signalé plus haut que l'A.P.M.E.P. apprécie l'intention de s'en tenir à des "morceaux de raisonnement". Mais la méthode suggérée se référerait plutôt à des exposés magistraux directs ! Ne peut-on espérer, au moins de temps à autre, une activité des élèves plus autonome ?

2. *Les souhaits des "Observations Générales" relatifs à la pratique de la classe sont en contradiction avec cet "ordonnancement" qui :*

— maintiendrait les élèves dans une perspective totalement passive en ce qui concerne leur appréhension de la mathématique,

— exigerait une mathématique toute faite, déductivement déroulée, en critère numéro un, le seul peut-être, des choix d'enseignement !

— irait à l'encontre d'un voeu A.P.M.E.P. qui nous est de plus en plus cher, tant il parait seul capable de permettre un enseignement vivant dont les élèves soient les principaux acteurs et agents, celui d'un enseignement par activités non obligatoirement ordonnancées selon une construction linéairement déductive de la mathématique.

Il faudrait prendre garde à ne pas fermer cette voie, ni interdire les espoirs qu'elle semble autoriser.

IV	"Le raisonnement doit être rigoureux, il ne doit jamais faire appel à des hypothèses non explicitement formulées".

A première vue cette ambition parait "raisonnable". Mais...

1. Il y a longtemps que l'on sait qu'il y a des degrés dans la rigueur. Celle-ci est loin d'être un absolu. Il faut tout un doigté pédagogique, sur la brèche cas par cas, pour équilibrer un souci de rigueur avec celui de ne pas scléroser, de ne pas décourager...

2. Formuler explicitement TOUTES les hypothèses est parfois une tâche énorme, par exemple dès qu'il apparait des notion d'ordre topologique ou spatial, tant elles sont immergées dans les connaissances informelles acquises lors des plus jeunes années. Mieux vaudrait être plus prudent et poser seulement en principe que le raisonnement doit s'efforcer de ne faire appel des hypothèses explicitement formulées.

V	L'Académie a décidé de proposer un programme dont le contenu s'éloigne aussi peu que possible du programme enseigné actuellement (à cela près qu'il comporte quelques suppressions destinées à alléger l'ensemble).

On a plutôt l'impression générale d'un renforcement. Il y a certes, à certains endroits, des allègements. Mais *à d'autres, il y a renforcement.* (L'examen détaillé des programmes le précisera).

Et ceci parait l'emporter.

Ou alors y aurait-il d'autres références ?

On peut, en effet, pour apprécier s'il y a ou non allègement, disposer de ***plusieurs références*** :

(1) *Le texte strict du programme de 1971*
(par rapport à cela, et globalement, pas d'allègement !)

(2) "*L'Annexe n° 1*" jointe à ce programme et son commentaire".
(par rapport à cela, bien sûr, que d'allègements !)

(3) *La Circulaire de Février 1973* (interprétation du programme)
(par rapport à cela, et globalement, il y a plutôt alourdissement !)

(4) La *"pratique enseignante"*, vécue en troisième-quatrième, notamment en utilisant la circulaire de février 1973.
En géométrie, cette pratique a conduit à beaucoup simplifier par rapport aux prétentions de 1971-72 :

Notamment l'étude de la droite en elle-même, avec ses familles de bijections sur R, et les diverses dénominations associées, a disparu de tout enseignement un tant soit peu réfléchi en quatrième-troisième.

Les axiomes d'incidence et d'orthogonalité sont beaucoup plus rapidement présentés, sans tout l'arsenal préconisé en 1972.

La transitivité de l'équipollence (de bipoints) n'est plus démontrée ... (donc la "double projection" du parallélogramme écartée)...

N'en déplaise à une Inspection Générale qui s'obstine à interdire la distance en quatrième, il existe déjà une tendance assez large à réintroduire de fait en quatrième, à partir des acquis antérieurs, les notions de distance et d'orthogonalité.

Quant aux théorèmes généraux sur les isométries (les images des droites mises à part) il y a longtemps qu'ils sont largués... faute de temps, et par l'excès de difficulté.

... *Par rapport à cela, en quoi le programme actuel simplifie-t-il ? En rien. Au contraire* "l'Annexe CARTAN" pourrait inciter à en rajouter...

Par ailleurs, le programme Académie alourdit bien d'autres points du programme 1971, par exemple à propos du calcul vectoriel.

Si l'on en juge par rapport à la moyenne des élèves actuels de quatrième-troisième, et si l'on se refuse à un enseignement dogmatique, le programme Académie risque d'excéder quatre heures hebdomadaires...

Pour être plus précis, il aurait fallu l'expérimenter...

... Quand se décidera-t-on à faire les changements de programme en les préparant dans un ordre logique ?

Quand se refusera-t-on à l'improvisation ?

... Il y avait pourtant, cette fois, quelques importantes expérimentations IREM. Ont-elles été sollicitées, écoutées ?

2 — REMARQUES SUR LE PROJET DE L'ACADEMIE

REMARQUES GENERALES QUATRIEME-TROISIEME

1. Le poids de la géométrie est extrêmement accru, notamment par le biais du vectoriel. Par contre, la part du numérique est notablement diminuée.

2. L'algèbre semble réduite à de simples pratiques de calcul, la réflexion étant éliminée !

3. Le registre des fonctions étudiées est de plus en plus étriqué. Réduire aux fonctions linéaire et affine quiconque arrêtera ses études en troisième est extrêmement débilitant. D'autres fonctions élémentaires, qu'il est possible d'étudier simplement ont pourtant beaucoup d'applications pratiques (plus sans doute que maint théorème de géométrie).

4. Le raisonnement existe pourtant aussi en algèbre. L'art de conjecturer, de critiquer des conjectures, de rechercher des preuves, ... peut s'y trouver autant qu'en géométrie !

Conclusion des 1). 2). 3). 4) : Il est créé, au détriment du numérique, un déséquilibre algèbre-géométrie que ne compense aucun apport nouveau. Pourtant :

5. Des activités *préparatoires* à l'*analyse* auraient aussi un effet formateur.

6. Pourquoi *probabilités et statistiques* sont-elles toujours complètement ignorées ? Pourtant, le monde moderne...

7. De même pour l'*informatique et ses méthodes*.
Or les calculateurs se généralisent à bas prix.
Les calculateurs programmables (dont tout établissement pourrait posséder un jeu) motivent et permettent des organisations de raisonnement jusqu'alors inconnues à ce niveau... Tout cela paraît ignoré !

8. Il n'est fait aucune allusion à *"l'économie générale" du programme proposé*, à l'équilibre des grands secteurs du programme, au temps global qui pourrait être consacré à chacun...

CLASSE DE QUATRIEME

I. ALGEBRE :

- On peut discuter de certains libellés :

— "relation d'ordre" (une formulation plus prudente s'imposerait)
— "erreur sur un produit" (ne pourrait-on se restreindre alors à des encadrements simples de produits de nombres positifs ?)
— "majoration de l'erreur sur x^{-1}" (surtout, pas de théorie !)
— "notamment lorsque x et y sont des entiers" (à propos des calculs sur les formes $\frac{x}{y}$) (pas la peine d'insister sur cette restriction, tellement ancrée chez les enseignants pour des raisons d'ordre historique...)

- On peut regretter le maintien de "équations et inéquations du premier degré à une inconnue" sous un libellé aussi difficile :

Il s'agit là en effet, sauf renseignements spécifiques, de "problèmes spéculatifs" où se posent non seulement le problème de la détermination de solutions mais encore celui de leur existence. Les raisonnements qui en découlent sont très difficiles pour le commun des élèves de quatrième-troisième.

Il serait plus sage de ne proposer en quatrième-troisième que des équations et inéquations tirées de sources concrètes (vie pratique, géométrie, ...) qui leur ôteraient le caractère "spéculatif". On saurait, dès le départ, à quoi s'en tenir quant à l'existence de solutions et, souvent, quant à leur nombre.

- R est maintenu et la présentation simplifiée des réels actuellement de mise reçoit une consécration officielle, ce qui est appréciable.

- Par contre les "règles de calcul" sur les quotients font un curieux effet. Ne vaudrait-il pas mieux dire, tout simplement, "calculs sur les quotients" ? En effet, le vocable "règles" paraît éliminer la réflexion au profit d'un "par-coeur" contestable. Il reste qu'en fin de compte il serait normal que la pratique des calculs sur les formes-quotients soit, en quatrième, fortement acquise sur les cas les plus simples (Il faudrait préciser).

- "Calcul" de $(a+b)^2$ et de $(a+b)(a-b)$ .. : Il faudrait préciser le maximum exigible et, là aussi, inciter à préférer la réflexion au mécanisme.

EN GROS L'IMPRESSION EST FAVORABLE, MAIS IL FAUDRAIT :

1°) Faire explicitement leur plus large part à la réflexion et au raisonnement, dans des situations simples,

2°) Marquer nettement quels sont, chaque fois, le plancher et le plafond des diverses exigences.

3°) Prévoir davantage d'activités de l'ordre du numérique.

II. GEOMETRIE

1. Remarques sur la rédaction :

1.1. : Le texte mêle des énoncés de deux types et les présente de la même façon.
(Premier type : Les énoncés à coup sûr primitifs, tels "Le plan, ensemble de points muni d'une distance",
Deuxième type : Des énoncés "libres", qui peuvent ou non faire l'objet de démonstrations).

Peut-être faudrait-il oser donner comme énoncés primitifs, et le dire clairement, tous les énoncés "évidents" aux yeux des élèves.

1.2. : Autant des listes de thèmes et d'exercices publiés en Annexe remplaceraient utilement les Commentaires habituels, et marqueraient d'une certaine façon un plafond d'exigences au niveau des activités, autant la publication d'exercices dans le corps du programme paraît regrettable : ces exercices deviendront, par la grâce des manuels, et sous leur forme maximale, partie intégrante du cours.

Il y aura donc un chapitre "Homothétie", un chapitre "Barycentre", ... avec les développements maximaux...

1.3. : Il est maladroit de donner des titres tels que "Plan vectoriel" (même assortis de ":"), "Bases du plan vectoriel"... Une prolifération de théries pourrait en résulter.

2. Remarques sur le contenu :

2.1. *Au crédit de ce projet de programme, l'introduction, dès le départ, d'une distance dans le plan* : le plan pourrait être très vite "opérationnel"...

2.2. *Par contre* l'orthogonalité n'apparait pas encore et le parallélisme, de par le libellé du programme, semble loin d'être connu des élèves dès le départ ! Ceci restreint le caractère opérationnel du plan. Si l'on s'en tenait au découpage quatrième-troisième préconisé, de nombreuses activités (relevant par exemple de la géométrie de construction, des applications de la distance, ...) seraient ainsi contrariées.

Par sa timidité relativement au parallélisme, et par son refus de situer l'orthogonalité en quatrième, ce programme ne fait qu'atténuer (grâce à la distance), un vice fondamental du programme actuel, qui est de faire table rase du passé géométrique de l'élève, et de vouloir à tout prix "reconstruire" le plan euclidien, au mépris de tous les acquis des classes antérieures.

2.3. *Le programme actuel est alourdi par ailleurs*. Corrigé par le "Tableau Deux-colonnes" de la circulaire de février 1973, il laissait en effet la liberté de ne pas aller en quatrième au-delà de l'addition des vecteurs.

Et voici qu'il faudra faire, en plus,

— le produit d'un vecteur par un nombre
— la présentation des bases
— les coordonnées d'un vecteur...
— les équations des droites ...
— l'homothétie
— les barycentres, (et médianes d'un triangle).

Vouloir "présenter" autant de choses (sur lesquelles il n'est pas prévu, explicitement, de retour en troisième) ne peut qu'inciter à un enseignement dogmatique et au refus d'activités à vivre par les élèves. Il faudra courir la poste et "faire apprendre"... Adieu les "activités élèves" et l'appel à la "créativité" ou à la recherche !

2.4. Le maintien, excellent en soi, de ce qui aurait pu être deux sources d'activités intéressantes : la symétrie centrale et, surtout, la translation, se trouve ainsi parfaitement contrarié.

CLASSE DE TROISIEME

I. ALGEBRE

- Même remarque que pour la quatrième à propos des équations et inéquations à leur caractère "problème spéculatif".

- Par contre il est excellent de voir disparaître les calculs sur les polynômes, leur factorisation, les fonctions rationnelles. Ils donnaient lieu au plus fort contingent de questions B.E.P.C. et, de ce fait, à un bachotage et à une mécanisation ahurissants. Leur disparaition fera gagner un temps précieux, sans rien faire perdre de spécifique.

- Dommage sans doute qu'une (petite) partie de ce temps ne soit pas attribuée à la représentation graphique (par points) de fonctions aussi essentielles que $x \longmapsto x^2$ et $x \longmapsto \frac{1}{x}$, et pourquoi pas, de type exponentiel.

Ceci ne fait-il pas partie du bagage minimum souhaité pour le premier cycle ? Bien sûr il s'agirait d'une étude sans théorie générale, avec des tracés par points.

Et il y aurait de quoi déconditionner vis-à-vis d'automatismes auxquels incitera la seule étude de $x \longmapsto ax+b$.

- La part du numérique est à revaloriser (Cf. Remarques générales).

II. GEOMETRIE :

1. Remarques sur la rédaction. Cf. quatrième.
2. Remarques sur le contenu :

2.1. Même remarque qu'en quatrième à propos du *mépris affiché pour la pratique antérieure* des élèves et de la volonté de reconstruire la géométrie.

Ceci est éclatant à propos du paragraphe sur l'orthogonalité...

2.2. *Le poids du vectoriel est accentué.* C'est une option.

Il faut savoir le type de comportement qu'elle réclame et, simultanément, qu'elle induit chez l'élève, type de comportement qui risque d'être plus "calculatoire" que "géométrique".

Il aurait été regrettable qu'une telle option fût interdite. Il est tout autant déplorable qu'elle ait seule droit de cité. Au lieu d'un programme libérateur par rapport au programme actuel, nous voilà, ici, avec un programme beaucoup plus contraignant, alors même qu'aucune étude sur des expérimentations ne permet de trancher entre les différentes voies d'enseignement de la géométrie, et que très peu d'études sérieuses là-dessus ont même été seulement esquissées !

2.3. Il apparait fort tardivement, au terme d'un paragraphe de géométrie analytique : "Intersections de cercles et droites" (quel alourdissement, en le plaçant à cet endroit !), et, plus loin : "Problèmes de construction utilisant la règle et le compas" ... Que veut-on exactement ? ... De tels problèmes devraient être faits tout au long de la quatrième ... ! D'ailleurs, pourquoi s'en tenir "à la règle et au compas" ?

2. Le III est un beau titre, appréciable, qui peut conduire à une très utile appréhension de l'espace, élément intéressant d'un "bagage minimum premier cycle".

Mais l'énoncé "Tous les plans de l'espace sont isométriques" est vraiment, à ce stade, et dans l'optique envisagé par le titre et la remarque qui est en-dessous, un énoncé parfaitement inutile, vrai scrupule de "matheux" sans plus ! Quant au produit scalaire, comment "l'observer" ? ...

Enfin le "calcul de longueurs dans des polyèdres simples et dans la sphère" mériterait d'être sérieusement "plafonné" !

CONCLUSION GENERALE

Ce programme parait plus lourd que le précédent, ce qui inhibe l'effet libérateur de l'introduction de la "distance" en début de quatrième. Il se dégage mal de la séparation affine-métrique et coupe encore beaucoup trop des acquis de sixième et de cinquième.

Il ne paraît pas, de plus, susceptible d'inciter à des activités ni d'offrir, d'emblée, des situations assez riches pour susciter des exercices et des problèmes intéressants et abordables.

Appauvrissant exagérément l'algèbre, renforçant la géométrie, il risque de se révéler aussi sélectif, ou davantage ? que l'actuel programme.

3 — REMARQUES SUR LES ANNEXES DE L'ACADEMIE

SUR L'ANNEXE A

I - REMARQUES LIMINAIRES :

Cette annexe semble révéler un certain nombre d'intentions du programme.

1. Voici le mot "exposer".

("Une façon d'exposer...", — titre de l'annexe —).

Qu'en déduire ? Sinon que l'enseignement prévu en quatrième-troisième est de type magistral ?

2. *Sauf pour la distance de deux points* (ce qui est un progrès manifeste par rapport à l'actuel programme ou à l'avant-projet de l'inspection générale), *cette Annexe REFUSE AUX ELEVES de quatrième TOUT ACQUIS GEOMETRIQUE ANTERIEUR !*

On devra tout ignorer, en début de quatrième, du parallélisme. On ne saura pas ce qu'est un parallélogramme (il sera défini après maintes tribulations, et pas du tout de l'une des façons dont il a été déjà perçu par les élèves) ni qu'un rectangle ou un losange, ..., puisque les élèves doitent être d'abord débarassés de l'orthogonalité qu'ils "apprendront" en troisième...

Dans l'ensemble, après le coup de trompette sans lendemain relatif à la distance de deux points, cette Annexe reste dans l'optique du programme actuel et s'affirme très semblable aux premiers Commentaires officiels de "l'Annexe n° 1" de ce programme ...

Remplacer par le produit scalaire la "symétrie du rapport de projection orthogonale" n'affecte guère cette ressemblance !

3. *Cette annexe est un "Cours" et par là-même très dangereuse :*

— elle est inutile pour les maîtres "formés" : elle ne leur apportera que des entraves si elle est "officialisée".

— elle est nocive pour les autres, magistrale et linéaire, incitant à la reproduction vers les élèves, sclérosant en canalisant, gommant initiative et recherche, éliminant les vrais priorités de l'enseignement.

4. *Il était vraiment inutile de ressasser :*

— les bijections d'une droite sur R (il suffit de s'en tenir à la pratique !)

— la "double projection" du parallélogramme (ce qui oblige à un long développement sur les parallélogrammes "aplatis")

— des théories axiomatiques sur parallélisme ou orthogonalité.

— ...

5. *Cette Annexe s'adresse-t-elle seulement aux professeurs ?* Ceci pourrait n'être, une fois de plus (Cf. Commentaires de l'Annexe n° 1 de l'actuel programme), qu'une clause de style, révélée telle par une négligence.

II - REMARQUES SUR LE CONTENU :

1. L'Annexe marque, encore davantage que le programme, l'option vectorielle.

Cf. les définitions vectorielles de la translation, de la symétrie centrale, de l'homothétie, et de la composition de deux de ces transformations, ...

Pourquoi ?

(Surtout si l'on compare à ce qui a été refusé par ailleurs à propos des fonctions, des probabilités, ...)

2. Par contre l'Annexe libère heureusement des distinctions "plan-physique — plan-mathématique" auxquelles semblaient obliger jusqu'ici les interprétations officielles des programmes actuels, ou nos propres scrupules.

3. *Il est d'autant plus bizarre que la dichotomie subsiste au niveau de l'organisation de l'enseignement :*

Chers élèves, souvenez-vous que vous savez utiliser un double-décimètre. C'est bien. Cela vous donnera la "distance" de deux points. Mais il faut vous décider à oublier tout le reste-qui n'était pas la vraie mathématique et nous allons la re-découvrir ensemble, cette fois "en vraie mathématique" (celle d'une Annexe).

Sur une Annexe de 26 pages couvrant pratiquement, en un déroulement axiomatique, tout le programme de géométrie de quatrième-troisième, cela permet, entre autres, d'apprendre :

— page 20, (déjà !, enfin ?) ce qu'est un rectangle,
— page 21, ce que sont un cercle et la distance d'une point à une droite
— page 24, l'intersection de deux cercles ...
ETC...

Pauvres élèves de cinquième qui auriez déjà pu savoir tout cela !

Organiser son enseignement en fonction de telles progressions nous laisserait dans les contraintes de l'actuel programme.

CONCLUSION

En cette Annexe, l'axiomatique parle seule. Elle instituerait un enseignement totalement en contradiction avec les remarques les plus sages des "Observations Générales".

Cette Annexe reprend d'une main ce qu'on a donné de l'autre :

Elle laisserait l'enseignement dans son état actuel où l'essentiel (à savoir l'activité de recherche, l'étude de situations et de problèmes) est négligé, oublié, ou impossible. Elle nous garderait "la myopie (obligation étant faite à l'élève de voir certaines choses et interdiction d'en voir d'autres)" ...

Si cette Annexe reçoit un quelconque label officiel (publication au B.O. par exemple) avec ses prétentions à régenter axiomatiquement le comportement des maîtres, il restera à apprendre à forger d'autres voies d'enseignement adaptées aux acquis antérieurs, et prioritairement soucieuses, pour les élèves, d'activités de recherche.

SUR L'ANNEXE B

Elle est beaucoup moins que l'Annexe A un "cours construit"

De plus elle est beaucoup plus riche en "observations", beaucoup plus prudente quant au langage vectoriel dès qu'il est question des élèves (alors que l'Annexe elle-même utilise un langage plus symbolique et difficilement transportable auprès d'élèves de premier cycle).

Bref elle est moins contraignante et fait moins table rase du passé géométrique des élèves (Ainsi pour le parallèlogramme).

Par ailleurs c'est évidemment (?) la même option vectorielle (Cf. le programme lui-même).

Et toutes les critiques faites au projet de programme ou aux "Observations Générales" la concernent directement.

SUR L'ANNEXE C

ALGEBRE :

Rien de spécial.

GEOMETRIE :

Elle est TRES DIFFERENTE DES PRECEDENTES.

Loin de s'inscrire dans le cadre du projet Académie, elle modèle autrement la répartition de la géométrie entre la quatrième et la troisième. Ceci peut-être décisif quant aux méthodes d'enseignement ainsi suscitées.

Cette Annexe frappe par plusieurs caractères :

— Elle respecte beaucoup plus que les précédentes (surtout que celle de Cartan) les acquis des élèves entrant en quatrième.
— Elle est beaucoup plus progressive, de par ses choix pour la classe de quatrième consacrée aux figures simples élémentaires.
— Elle est beaucoup plus directe dans les acquis des outils les plus élémentaires, le cosinus et la relation de Pythagore intervenant dès la quatrième.
— Plus prudente quant au vectoriel elle suggère d'autres expérimentations qui... peut-être, dit-elle, le feraient repousser en Seconde au bénéfice d'activités plus pratiques intéressant par exemple les aires, la rotation ...
Cette Annexe ne sacrifie à tout le vectoriel du programme Académie que pour avoir droit de cité : En fin de troisième sa progression a couvert les mêmes domaines ...

Citons comme particulièrement bienvenues diverses remarques :

Page 1,

"... en quatrième et troisième, la géométrie doit rester fortement liée au monde physique et à l'expérience quotidienne, à la notion de solide et de règle graduée, et doit s'appuyer sur une familiarité totale avec un petit nombre de figures simples : rectangle, parallèlogramme, médiatrice d'un segment, bissectrice d'un angle.

La notion de déplacement d'un solide, convenablement mathématisée, doit être le roc sur lequel doit être basée la géométrie en quatrième."

Pages 5 et 6.

"Il est en effet hors de question de présenter aux élèves, à ce niveau, un exposé entièrement déductif de la géométrie ; ce serait à la fois trop long et non adopté au développement mental des élèves. Par contre il est important que ces élèves se familiarisent avec de nombreux objets géométriques, et qu'ils commencent à suivre et à reconstituer de courts raisonnements ; la conception du présent programme est particulièrement bien adaptée à ce cheminement : A partir de quelques figures simples telles que rectangle, parallélogramme, dont les propriétés de base auront bien été comprises par l'observation et l'expérimentation ou même par les courts raisonnements d'une étape antérieure, on déduira par un raisonnement précis, des propriétés beaucoup moins évidentes, par exemple le théorème de Thalès pour des rapports rationnels, ou le théorème de Pythagore.

Ces figures clefs seront les étapes qui permettront aux élèves de "souffler", de prendre pied sur un concret familier, d'où ils pourront repartir pour aller un peu plus loin. L'essentiel, en fin de compte, sera qu'ils aient parcouru un paysage géométrique varié et enrichissant et qu'ils s'en souviennent comme d'un monde non pas arbitraire mais raisonnable et compréhensible".

Sur un mode plus mineur, la façon dont le rectangle est présenté en quatrième est riche d'activités possibles (Cf. Géométrie "de construction" de G.H. CLOPEAU).

*
* *

Mais l'insistance axiomatique revient parfois au premier plan, contredisant au moins partiellement les intentions précédentes !

Cette Annexe est alors, elle aussi, "développement logique" et "exposé" construit de la géométrie.

De là, par exemple :

— une présentation de l'orthogonalité lente et lourde, sans aucun souci des acquis antérieurs des élèves,

— un parallélogramme qui tarde lui aussi beaucoup trop,

— pas de cercle en quatrième ?

— des énoncés lourds (mais ... "rigoureux" !) proposés aux élèves (ainsi à propos des demi-plans).

Finalement, un certain souci persistant de déroulement axiomatique limite encore (mais plus modérément) :

— l'utilisation des acquis de sixième-cinquième,

— le champ des activités possibles.

NOTE COMMUNE AUX TROIS ANNEXES

Préoccupées uniquement de la Géométrie, ces Annexes consacrent :

— le mépris dans lequel est reléguée une Algèbre réduite à des recettes,

— le poids exclusif, en géométrie, des théories mathématiques du domaine strictement cognitif.

Lorsqu'elles sacrifient à un déroulement axiomatique, avec quels excès parfois, elles se coupent de la pratique enseignante...

Leur publication s'inscrit alors dans une attitude hiérarchique qui paralyse volontiers notre enseignement : Au nom de la seule mathématique, des personnalités "suggèrent" aux maîtres de quatrième-troisième des progressions "mathématiquement cohérentes"... *Ces théories axiomatiques n'ont pourtant aucune pertinence en fait d'enseignement en quatrième-troisième : l'expérience l'a amplement démontré.*

Il est dès lors aussi regrettable de proposer des choix d'enseignement à partir de ces progressions qu'il le serait de vouloir enseigner les mathématiques en ne disposant que de qualités pédagogiques.

Les priorités de l'enseignement en quatrième-troisième sont ailleurs : "L'essentiel est sans doute moins l'exposition de résultats que l'accroissement de l'aptitude à attaquer de nouveaux problèmes".

4 — REMARQUES SUR UN PROJET GIRAUD GEOMETRIE DE QUATRIEME

Ce projet n'a, semble-t-il, fait l'objet que d'une diffusion TRES limitée. Sans doute était-il essentiellement considéré par son auteur comme un document de travail. Mais ce projet, et les Commentaires qu'en donne l'auteur, nous paraissent aller bien au-delà. Aussi allons-nous en parler. (Ces textes sont joints en Annexe).

Quelques réserves porteraient sur la notation de la distance et sur le paragraphe du préambule du programme relatif à la déduction (Cf. remarques du présent dossier, page 4). Il y aurait peut-être aussi des réserves sur sa longueur.

Pour l'essentiel, l'A.P.M.E.P. constate que ce programme est en accord, sur le plan des contenus, avec son propre texte d'orientation du 6 novembre 1977 (pièce jointe).

Elle adhère, de plus, à tout le Commentaire. Celui-ci, au lieu "d'exposer" un Cours, donne des clés pour une traduction du programme en activités, et met l'accent sur l'acquisition de méthodes.

Voici un programme, et une interprétation, qui, loin de s'inscrire dans les déroulements axiomatiques plus ou moins huilés au départ, *proposent* :

— une utilisation maximum des acquis de sixième-cinquième, du dessin géométrique, des manipulations, avec mise en ordre des propriétés "évidentes",
— des activités — très nombreuses
  — à plusieurs niveaux par thème
  — avec de nombreuses organisations possibles
  — à partir d'outils dynamiques : symétrie-droite, symétrie-point, translation,
  — relevant d'un langage simple
— une importante activité géométrique d'emblée, sans qu'il soit besoin d'attendre les nombres réels,
— une acquisition rapide d'outils forts, capables de faciliter l'exploitation de situations riches :

Il n'est que de lire le projet de programme et son Commentaire pour s'en convaincre. Ici les exercices et problèmes pourront abonder.

Rompant nettement avec l'esprit axiomatique du programme actuel ou d'autres projets, le programme GIRAUD n'en est pas moins un programme "moderne" en ce qu'il conduit l'élève à structurer lui-même sa géométrie et en ce qu'il use des divers langages (dessin, coordonnées ou langage calculatoire, langage "géométrique", et préparation, sans en avoir l'air, du langage "vectoriel"), incitant à les utiliser avec discernement, selon les niveaux "d'ambitions".

Il importerait d'ailleurs de veiller à ce que ce programme ne soit pas repensé dans l'optique des anciens programmes — d'avant 1971 —.

Pour autant cette rupture ne choquera aucun maître. Au contraire elle libèrera leurs potentialités. Point besoin de "recyclage" savant. Mais plutôt d'*un retour aux sources pour un enseignement vivant.*

*

* *

Ce projet de programme, et son interprétation, devraient permettre *une "géométrie plaisante et délectable"* tant pour les élèves que pour les maîtres, quelle que soit l'orientation future des élèves.

Ne pourraient-ils être pris en considération par les autorités compétentes ?

Faute de pouvoir juger sur expérimentations, ce projet de programme aurait déjà pour lui d'être, parmi tous ceux présentés (et leurs Commentaires), le plus cohérent dans un cursus premier cycle, le plus cohérent aussi entre les intentions affichées et les propositions présentées.

Mais *n'aurait-il pas été expérimenté*, sinon dans sa totalité, du moins dans la plupart de ses démarches et contenus ? :

Les groupes de "Recherche O.P.C." de cinq IREM et d'autres groupes de 4 autres IREM qui s'y rattachent en sont, pour 1977-78, à leur quatrième année d'expérimentation de démarches et de contenus largement présents dans le projet GIRAUD. D'autres groupes IREM travaillent dans la même direction.

* *
*

Si un tel programme était adopté, il devrait être accompagné d'un programme de troisième réalisé dans le même esprit, mais suffisamment court en géométrie pour permettre un rééquilibrage en faveur du numérique (Cf. remarques A.P.M.E.P. faites pages 11, 12, 14, 15) — au moins — .

En conclusion ...

... L'A.P.M.E.P. voudrait insister sur son propre texte du 6 novembre 1977 (pièce jointe) source de ses critères de jugement des projets actuels.

Ce texte définit des positions A.P.M.E.P. qui d'ailleurs ne sauraient se restreindre à un programme et entendent préserver, à côté de la capacité d'apprécier, celle d'indiquer de nouvelles voies d'avenir.

L'A.P.M.E.P. souligne notamment que tous les projets actuels sont des programmes de contenus stricts alors qu'elle appelle de ses voeux des programmes tout autres qui, à propos de contenus répertoriés, s'intéresseraient prioritairement aux comportements et démarches des élèves et à leurs modes d'appropriation des activités de base des mathématiques.

Elle renouvelle son espoir de recherches et d'expérimentations en ce sens, ces recherches et ces expérimentations étant également exploitées dans le cadre d'une formation continue des maîtres toujours plus nécessaire.

5 — PIECES JOINTES

5.1. Projet GIRAUD : Préambule
Programme de géométrie de quatrième
Commentaire par l'auteur

5.2. Positions A.P.M.E.P. définies le 6 novembre 1977 (Rappel)

5.3. Rappel de positions antérieures de l'A.P.M.E.P. : (Cf. Bulletin n° 309)
Lettre au Ministre (du 25/6/77)
Commentaire de l'Avant-Projet Inspection Générale de Février-Mars 1977.

5.1. PIECE JOINTE — PROJET "GIRAUD"

GEOMETRIE DE QUATRIEME

C'est l'étude d'un ensemble appelé et noté ici P muni d'une distance notée ici $|AB|$ et d'un ensemble de parties de P appelées droites.

L'un des objectifs essentiels de cette partie du programme est d'amener l'élève à maîtriser les traductions du langage géométrique dans le langage algébrique grâce à l'usage de coordonnées rectangulaires et à savoir choisir le cadre qui convient le mieux pour résoudre un problème donné.

On pourra admettre beaucoup plus de propriétés qu'il ne serait nécessaire mais on ne perdra pas de vue que l'un des objectifs essentiels de l'enseignement des mathématiques en quatrième et troisième est l'apprentissage de la déduction.

§ 1 — Droite contenue dans un plan muni d'une distance.

Relations d'incidence.

Si O et I sont deux points d'une droite D tels que $|OI| = 1$, il existe une bijection $f : D \to \mathbb{R}$ telle que $f(O) = o$, $f(I) = 1$ et $|AB| = |f(B) - f(A)|$. Unicité. On pose $\overline{AB} = f(B) - f(A)$; relation de Chasles. Demi-droite, segment.

§ 2 — Médiatrice, orthogonalité, symétrie droite, parallélisme.

L'ensemble des points équidistants de deux points distincts A et B est une droite appelée médiatrice de AB. Construction par la règle et le compas. Deux cercles de centre distincts et de rayons assez grands et égaux se coupent en deux points distincts.

Construction par la règle et le compas du symétrique d'un point par rapport à une droite : un cercle de centre donné et de rayon assez grand coupe une droite donnée en deux points distincts.

Si une droite D est la médiatrice d'un couple de points distincts d'une droite D', alors D' est orthogonale à D. Diagonales d'un losange. Usage de l'équerre.

Deux droites orthogonales à une même troisième sont parallèles. Construction d'un rectangle. Enoncé d'Euclide.

Projection orthogonale d'un point sur une droite. Coordonnées d'un point dans un repère orthonormé. Coordonnées du milieu d'un segment, du symétrique d'un point par rapport à un axe de coordonnées.

Symétrie par rapport à une droite : propriétés.

Les diagonales d'un rectangle se coupent en leur milieu. Le composé de deux symétries par rapport à des droites orthogonales est la symétrie par rapport à leur point d'intersection. Coordonnées du symétrique d'un point par rapport à l'origine d'un repère.

§ 3 — Translation.

Parallélogramme : les côtés opposés sont parallèles et de même longueur, les diagonales se coupent en leur milieu.

Image d'un point par la translation qui applique A sur B. Coordonnées de cette image. Image d'une droite.

Composé de deux translations f et g. Construction de f(g(0)) connaissant f(0) et g(0).

Facultatif : le composé de deux symétries par rapport à des droites parallèles est une translation.

§ 4 — Relations métriques.

Aire d'un rectangle, d'un parallélogramme, d'un triangle.

Enoncé de Pythagore. Facultatif : expression de la distance dans un repère orthonormé.

En exercice : longueur de la diagonale d'un carré, de la hauteur d'un triangle équilatéral, valeur (très) approchée de l'aire d'un cercle, etc...

§ 5 — **Représentation graphique de problèmes linéaires.**

Le graphe de l'application $f(x) = ax+b$ est une droite.

L'ensemble des points du plan dont les coordonnées satisfont à une inégalité (resp. égalité) affine est un demi-plan (resp. une droite).

Ces énoncés seront utilisés sur des exemples numériques simples sans qu'il soit nécessaire de les justifier. Résolution graphique de systèmes d'équations ou inéquations affines simples, par exemple : intérieur d'un triangle.

COMMENTAIRE

Il est indispensable que tous les mots utilisés en mathématiques aient un sens précis. Pour le programme de cette classe, le langage ensembliste usuel accompagnant les notions d'ensemble, sous-ensemble, produit de deux ensembles, application, loi de composition suffit. Les notions de relation d'ordre et relation d'équivalence ne sont pas indispensables et méritent seulement d'être signalées lorsqu'on les rencontre.

Ce langage précis permet d'énoncer certaines propriétés que l'on admet et d'en déduire d'autres, mais il n'est pas demandé de prouver tous les énoncés du programme à partir d'un petit nombre d'entre eux, plus ou moins judicieusement choisis. Ainsi, il est sans doute plus nuisible qu'utile de déduire l'un de l'autre deux énoncés ayant le même caractère d'évidence géométrique. En revanche, il convient de faire voir que la langage adopté rend compte de l'activité du dessinateur et que la déduction permet d'en prévoir le résultat, que ce soit par le raisonnement géométrique, ou, dans des cas simples (problèmes linéaires) par le calcul.

Pour mieux souligner l'entière liberté du professeur, le programme est écrit dans un ordre tel qu'il serait sans doute peu raisonnable de le respecter en enseignant. En revanche, le découpage en paragraphes ou le regroupement de certains énoncés dans un même alinéa signalent des corrélations qu'il convient de mettre en lumière. A titre d'exemple, on trouve dans le dernier alinéa du paragraphe 2, une notion purement affine : la symétrie par rapport à un point, un fait familier, ou en tout cas visuellement évident, l'égalité des diagonales d'un rectangle, un énoncé de nature plus "dynamique" sur le composé de deux symétries droites d'axes orthogonaux et enfin la traduction calculatoire du tout. Ce regroupement signifie qu'il est plus important de bien faire voir à l'élève que l'on a là trois déguisements d'un même fait mathématique que, par exemple, de donner une démonstration du second énoncé à partir d'un système d'axiomes, qui, suivant les cas, rend cette démonstration subtile ou triviale.

On observera que la notion de classe d'équipollence de bipoints (vecteurs) n'est pas au programme, ni, à fortiori, la construction d'une loi de groupe sur cet ensemble quotient. En revanche, la formulation volontairement naïve de l'alinéa trois du § 2 permet le moment venu (et c'est au maître de décider quand), de montrer que le choix d'une origine munit le plan d'une structure de groupe canoniquement isomorphe au groupe des translations. La structure d'espace vectoriel et, par suite, le théorème de Thalès sont au programme de la classe de troisième.

En revanche, le programme impose d'étudier trois exemples d'isométries et de les composer dans des cas simples. Il y a sans doute là une difficulté que l'on s'abstiendra d'aggraver en utilisant prématurément des concepts tels qu'isométrie ou groupe des translations (ces mots ne figurent pas dans le programme) ou en caractérisant trop tôt les translations parmi les bijections du plan sur lui-même. Par exemple, pour la symétrie droite, on pourra commencer par la construction du symétrique d'un point, faire voir que cette construction conserve les distances et en tirer quelques conséquences, puis l'on s'apercevra que l'on a défini une bijection du plan sur lui-même et l'on exprimera les propriétés vues comme des propriétés de cette bijection ; même démarche progressive pour les translations où l'on peut en outre s'élever jusqu'au concept de groupe des translations. Mais cette démarche prudente n'est pas imposée. Il est seulement demandé que les élèves connaissent les énoncés du programme, dans la formulation volontairement naïve adoptée ou dans une autre, et sachent s'en servir pour résoudre des problèmes simples. En résumé, il convient d'apprendre à l'élève la *méthode* qui consiste à appliquer les transformations du programme à une figure simple pour en déduire des propriétés.

Le lien entre le paragraphe 2, où la distance permet d'aborder de manière simple certains problèmes quadratiques, et les problèmes linéaires que l'on peut dans cette classe aborder de façon calculatoire est très important. Bien que le programme ne le demande pas, il n'est pas difficile de démontrer à partir de l'expression de la distance en coordonnées rectangulaires (c'est-à-dire du théorème de Pythagore) que l'équation d'une droite dans un repère orthonormé est de la forme $ax+by+c = 0$. En effet, toute droite est la médiatrice d'un couple de points dont l'un peut être pris arbitrairement, par exemple l'origine des coordonnées.

Il est sans doute bon d'organiser l'enseignement en utilisant le fait que le langage géométrique permet de donner des définitions intrinsèques et que la traduction calculatoire permet parfois des démonstrations simples. Exemple : définition de la translation appliquant A sur B, calcul des coordonnées de l'image d'un point (connaissant celles du milieu d'un segment), composé de deux translations.

5.2. — PIECE JOINTE

A PROPOS DES PROGRAMMES QUATRIEME-TROISIEME (RAPPEL)

1 *A TOUS LES NIVEAUX DU PREMIER CYCLE DE L'ENSEIGNEMENT DU SECOND DEGRE L'A.P.M.E.P. SE PRONONCE FERMEMENT :*

— *CONTRE TOUTE CONSTRUCTION AXIOMATIQUE GLOBALE (aussi bien en algèbre qu'en géométrie).*

— *CONTRE TOUTE THEORIE GENERALE SUR LES STRUCTURES, fût-elle sommaire.*

A ces niveaux, y compris en quatrième et troisième, il s'agit d'une étude exploratoire des mathématiques. On multiplie les exemples variés, on favorise des rapprochements qui pourraient suggérer l'existence d'une structure commune. Mais on attend qu'un véritable besoin de clarification, d'ordonnancement et de simplification soit ressenti comme possible pour le satisfaire, au moins partiellement. C'est dire que, s'il doit y avoir, au long du premier cycle, des progrès vers cette démarche, ce n'est qu'au-delà de la classe de troisième qu'elle aura droit de cité, après accumulation de matériaux, d'outils , de savoir-faire, d'exemples et de contre-exemples.

D'autant que le premier cycle relève de l'enseignement obligatoire. Il s'adresse à tous les adolescents de mêmes classes d'âge et il est dangereux de les passer au laminoir d'excessives ambitions de programme.

De plus l'A.P.M. considère que l'on doit éviter d'imposer aux élèves du premier cycle des mathématiques "*déjà faites*".

Par contre, ambition qui lui est chère, *l'A.P.M. demande QUE TOUS LES ADOLESCENTS SOIENT MIS DANS LA POSITION DU CHERCHEUR*, d'abord attentif aux menues observations, aux petits faits, d'abord limité aux conjectures et aux mini-déductions. Ainsi formera-t-on aux mathématiques et en donnera-t-on le goût, tout en développant les aptitudes et en favorisant les qualités de caractère que l'on souhaite rencontrer chez tous les adultes.

2 *CELA NE SIGNIFIE PAS DU TOUT QUE L'A.P.M.E.P. REFUSE L'APPRENTISSAGE DU RAISONNEMENT DEDUCTIF*

Il ne saurait être question de confondre axiomatique et raisonnement déductif : Par exemple on "déduisait", en géométrie, avant HILBERT !

MAIS, POUR LE PREMIER CYCLE, L'A.P.M. ENVISAGE LES DEDUCTIONS DANS DES SITUATIONS PRECISES — CHACUNE PEU ETENDUE — :

— *OU L'ELEVE AURA RESSENTI LA NECESSITE D'UN RAISONNEMENT,*

- ce qui exclut, en géométrie, les démonstrations de résultats que le dessin ou des manipulations rendent part trop évidents

— *OU LES PRESUPPOSES ET LES REGLES DE VALIDATION DU RAISONNEMENT AURONT ETE CLAIREMENT DEFINIS,*

- ce qui exclut d'anciennes "pseudo-démonstrations" de cinquième, quatrième ou troisième (celles des "cas d'égalité" par exemple).

— *OU L'EFFORT DEMANDE RESTE A LA PORTEE DE L'ELEVE*

- ce qui exclut en particulier les démonstrations délicates même pour des spécialistes.

3 *L'A.P.M. CONSIDERE EGALEMENT QUE :*

— *LA DEDUCTION N'ATTEND PAS LA CLASSE DE QUATRIEME* pour apparaître en mathématiques.

— *L'APTITUDE A LA DEDUCTION N'EST PAS LA SEULE A DEVOIR ETRE DEVELOPPEE.*

Le sont également l'imagination, la curiosité d'esprit, le raisonnement inductif, l'art de conjecturer, l'aptitude à l'auto-contrôle, la capacité de rédiger, la recherche d'exemples et de contre-exemples, ... Ajoutons qu'il faut savoir lire et ordonner des informations ...

4 *IL N'Y A LIEU D'INTRODUIRE UNE NOTION QUE S'IL* est possible de s'en servir assez rapidement, de la faire fonctionner, de la réinvestir sans trop tarder.

5 L'A.P.M.E.P. considère toujours *QU'UN PROGRAMME UNIQUE POUR UN BLOC QUATRIEME-TROISIEME* favoriserait la liberté des maîtres.

Cela permettrait d'ailleurs :

— de rappeler opportunément qu'une notion nouvelle présentée en quatrième ne saurait être considérée comme acquise en début de troisième !

— de faciliter les activités dont il sera question au § 6

L'A.P.M.E.P. SOUHAITE QUE, DANS CETTE OPTIQUE, SOIENT :

— *PROPOSES DES OBJECTIFS DE COMPORTEMENTS, ATTITUDES, DEMARCHES A DEVELOPPER CHEZ LES ELEVES.*

Des études devraient être étendues ou engagées, notamment par les I.R.E.M. pour préciser ces objectifs et les rendre "opérationnels", pour rechercher les voies et moyens de les atteindre. Les résultats de ces Recherches seraient périodiquement diffusés auprès de tous les enseignants de mathématiques du premier cycle (au moins).

— *DELIMITEES LES NOTIONS DU PROGRAMME, NOTIONS A FAIRE DEGAGER PAR LES ELEVES, EN PRECISANT BIEN QUEL EST LE MAXIMUM EXIGIBLE, CELUI-CI DEVANT ETRE TRES REDUIT, NOTAMMENT QUANT AU LANGAGE.*

Dans le cas où des programmes séparés subsisteraient pour la quatrième et la troisième un tel effort serait à conduire pour chacune de ces classes.

En tout état de cause, quelle que soit la forme des programmes, il faut reconnaître et faire reconnaître par tous les enseignants qu'aux niveaux du premier cycle (mais sûrement aussi aux autres) rien n'est définitivement acquis. Cette mise en garde doit s'adresser explicitement aux professeurs de Seconde.

6 *L'A.P.M. PRECONISE UNE REDACTION DES PROGRAMMES DE QUATRIEME-TROISIEME AUTORISANT UNE CONCEPTION DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES PAR ACTIVITES*

— *QUI SE SITUERAIENT D'EMBLEE DANS LES ACQUIS ET LE PROLONGEMENT DES CLASSES ANTERIEURES* (par exemple pour la "distance double-décimètre", l'orthogonalité, le parallélisme)

— *QUI NE SERAIENT PAS NECESSAIREMENT ORDONNANCEES SELON UNE CONSTRUCTION LOGIQUE DE LA MATHEMATIQUE.*

L'A.P.M. dit bien "AUTORISANT". De tels types d'activités ne seraient pas imposés. Mais tout doit les permettre.

7 De toutes façons, à côté des types d'activités ci-dessus définies il en existe d'autres, plus "classiques".

C'est en pensant à eux tous que l'A.P.M.E.P. REAFFIRME AVEC FORCE QU'ELLE NE CONCOIT PAS *l'enseignement des mathématiques en quatrième-troisième* autrement que *SOUS FORME D'ACTIVITES.*

8 *DANS CET ESPRIT, L'A.P.M. JUGE OPPORTUNES DES ETUDES ET RECHERCHES FONDANT L'ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE EN QUATRIEME ET TROISIEME SUR :*

— *UNE GEOMETRIE DE CONSTRUCTION* (cf. textes de G.H. CLOPEAU)

— *L'USAGE DES TRANSFORMATIONS :*

SYMETRIES
TRANSLATION

AGRANDISSEMENT-REDUCTION
CES TRANSFORMATIONS "FONCTIONNANT" DANS DIVERS DOMAINES.

(manipulations, graphismes, figures usuelles, numérique et, peut-être, vectoriel), sans privilégier l'un d'eux.

Sans se considérer pour autant comme engagée par elles, l'A.P.M. souhaite que les recherches déjà conduites en ce sens soient entendues.

Simultanément l'A.P.M. réclame la reconduction et l'extension de telles recherches.

9 • L'A.P.M.E.P. souhaiterait *QUE NE SOIT PAS RENOUVELEES DES ERREURS ANTERIEURES* imposant (au mépris des expérimentateurs) des programmes conçus par des "experts" privilégiant les "mathématiques" par rapport à leur "enseignement".

• Elle souligne *qu'il DEVRAIT S'ECOULER DEUX ANS FRANCS ENTRE LA PUBLICATION D'UN PROGRAMME ET SON APPLICATION GENERALISEE.* Ce délai est nécessaire pour la constitution de matériel didactique (manuels ou documents) et pour son examen par les maîtres en liaison avec une réflexion approfondie sur l'enseignement qui devra être dispensé.

De très légers changements du programme actuel de quatrième doivent permettre d'attendre ce délai, les livres actuels restant alors en usage.

10 *NOUS SOUHAITONS QUE LES "NOUVEAUX PROGRAMMES" S'ANNONCENT EMINEMMENT TRANSITOIRES ET SE DONNENT ESSENTIELLEMENT POUR BUT DE FAVORISER L'EVOLUTION DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES DANS DIVERSES DIRECTIONS :*

— enseignements plus personnalisés, type "noyaux-thèmes",

— activités plus libres par rapport aux ordonnancements de constructions logiques des mathématiques,

— attention toujours accrue aux comportements, attitudes et démarches des élèves.

On ne peut donc espérer que les programmes à venir fixeront la forme optimale de l'enseignement des mathématiques.

11 *RIEN NE SE FERA, RIEN NE SERA POSSIBLE SI LES POUVOIRS PUBLICS N'ENCOURAGENT PAS, PAR TOUS LEURS MOYENS :*

— *DES EXPERIMENTATIONS* toujours plus solides et nombreuses

— *UNE FORMATION CONTINUE* des maîtres liée à la recherche et associant tous les ordres d'enseignement.

L'A.P.M.E.P. REAFFIRME QUE LES I.R.E.M. LUI PARAISSENT ETRE LES LIEUX PRIVILEGIES DE CES EXPERIMENTATIONS ET DE CETTE FORMATION ET QU'IL IMPORTE DE LES CONSOLIDER EN LEURS MISSIONS ET LEURS MOYENS.

Ce n'est qu'ainsi que la liberté des maîtres sera fondée et qu'ils seront en mesure d'exercer leurs responsabilités.

Les progrès dans l'enseignement des mathématiques sont à ce prix. De tels progrès n'ont que peu à voir avec des changements de programme — pourvu que ceux-ci permettent et si possible favorisent les évolutions —.

Nous publierons dans le prochain Bulletin :

— Quelques remarques de l'Académie des Sciences au sujet l'enseignement des mathématiques dans les classes de quatrième et de troisième.
— Projet de programme de mathématique pour la troisième et quatrième année des collèges.
— Annexe de Henri Cartan.
— Annexe de Jean Leray.
— Annexe de Gustave Choquet.