

3

DANS NOS CLASSES

Aire du disque et périmètre du cercle

par Daniel CARRIOT (membre de l'équipe O.P.C. de Clermont)

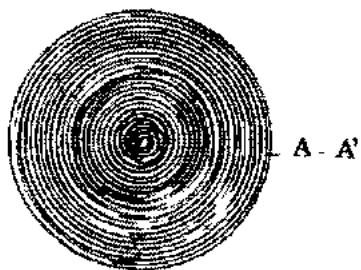
Vous est-il déjà arrivé de lancer un serpentin ? Si votre réponse est non, tournez la page, ce qui suit manque de sérieux. Si votre réponse est oui, rappelez-vous le moment et les flonflons. Songiez-vous alors à l'aire du disque ? Si oui, vous me décevez. Sinon, faites-moi l'honneur de lire mon article.

Périmètre du cercle, aire du disque et triangle rectangle

$2\pi R$ et πR^2 , deux formules que l'on apprenait, que l'on apprend moins. Mais comment conduire des enfants à leur découverte ? On connaît la méthode des polygones inscrits et circonscrits. Je veux décrire celle qui m'est venue à l'esprit un jour que, jouant avec un mètre de couturière, je lisais un maître de l'intégration.

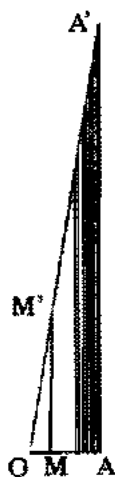
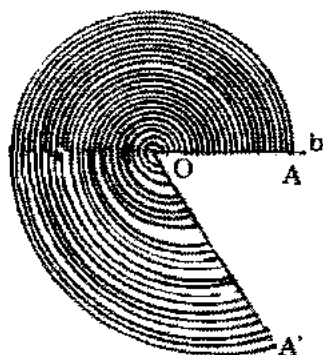
Premièrement, en enroulant un ou plusieurs serpentins, collés bout à bout, autour d'un axe très fin, vous réalisez un disque. Serrez les spires, mais pas trop ! Coupez ensuite le long d'un

rayon et déroulez les cercles jusqu'à ce que vous obteniez un triangle rectangle. Si vous n'avez pas bien compris, voici un dessin qui, je l'espère, vous aidera. (Fig. 1)



1-1 Nous avons fabriqué un disque bien plat

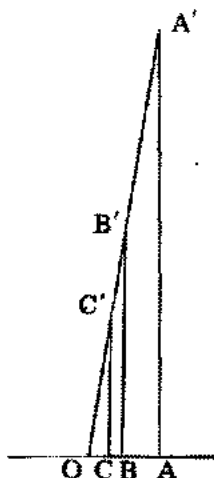
1-2 Ici nous avons coupé suivant un rayon. Cela nous a demandé beaucoup de soin. Nous avons collé une baguette b pour faciliter l'opération.



1-3 Voici notre disque transformé en triangle rectangle

Chaque cercle est transformé en un segment MM' , M est sur OA , M' sur OA' .

Nous pouvons faire un certain nombre de mesures et de constatations. Ainsi B étant le milieu de OA , B' est celui de OA' et l'on a : $AA' = 2 BB'$. De même, si C est tel que $OA = 3 OC$, alors $AA' = 3 CC'$, etc... (Fig. 2)



Posons $OA = R$ et $AA' = L$ et résumons dans un tableau les résultats précédents :

R	$\frac{R}{2}$	$\frac{R}{3}$	---	$\frac{R}{n}$	0
L	$\frac{L}{2}$	$\frac{L}{3}$	---	$\frac{L}{n}$	0

$n \in \mathbb{N}$

Un tel tableau permet "d'affirmer" que la relation $L = f(R)$ est la proportionnalité. On écrira donc : $L = k R$.

Le nombre k peut être déterminé, évidemment de manière approximative. On trouve : $6,2 < k < 6,3$.

Mais il y a plus. A l'élasticité du papier près, on admettra que l'aire du disque est égale à l'aire du triangle $\triangle O, A, A'$, laquelle

se calcule aisément : $(\frac{1}{2} L.R)$, soit $\mathcal{A} = \frac{1}{2} kR.R = \frac{1}{2} kR^2$, aire du disque.

C'est tout.

Un film qui montre

A l'I.R.E.M. de Clermont, il y a des mathématiciens (C. Auque, P.L. Hennequin, C. Pérol) qui ont trouvé que l'idée méritait bien un film. Alors voici ce que nous avons fait :

Nous avons filmé des enfants d'un Cours moyen, celui d'Audes — c'est justement le centre de la France ! (voir Bulletin APM n° 304) — qui enroulaient des serpentins, développaient des disques, mesuraient, bref qui réalisaient l'expérience décrite plus haut ; certes "un film est film" et nous avons pris quelques libertés avec le déroulement chronologique. Nous avons surtout voulu que tous les maîtres intéressés par cette manipulation puissent la mettre en oeuvre sans être arrêtés par des détails matériels. Nous leur proposons nos solutions pratiques.

Mais la manipulation dans la classe introduit un certain nombre de "bruits". On risque de perdre le fil conducteur. Aussi, et parallèlement au travail des élèves, avons-nous utilisé également une console d'ordinateur sur laquelle la "démonstration" retrouve toute sa "pureté".

Voici le titre du film (1) : "A la recherche de π " et ses auteurs : D. CARRIOT, J. MAUBLANC, A. CONFESSON.

Une suggestion

Que Mesdames et Messieurs les auteurs de manuels à qui cette idée appartient, dorénavant, sachent bien qu'il leur est loisible de remplacer, ou de suggérer de remplacer tout ou partie de la manipulation — "qui prend bien trop de temps" — par un texte adroitement rédigé. Par exemple : "En enroulant un ou plusieurs serpentins, collés bout à bout...".

Mais j'ai déjà écrit cela quelque part.

(1) I.R.E.M. de Clermont, Complexe Scientifique des Cèzeaux, B.P. 45, 63170 AUBIERE.