

Sommaire

1. Editorial	
P.L. HENNEQUIN : Convergences	437
2. Dans nos classes	
C. COMITI : Approche du nombre au Cours Préparatoire	439
3. Etudes	
J. BETREMA et G. WALLET : Les infiniment petits existent !	459
C.P. BRUTER : La formule et le fait.	471
J. SAUVY : Compte rendu du groupe "Corps - Espace - Mouvement"	493
4. Tribune libre	
C. PIAN : Odile	503
D. DANIEL, A. DEMONGET, M.P. DUPUY, M. HAMON, C. PELE : Histoire d'une émission pédagogique interdite !	505
5. Matériaux pour une bibliographie	
G. WALUSINSKI : Contrastes — Pour un inventaire — La cueillette des liserons — Inventaire d'actualité	507
6. Formation des maîtres	
A. PROST : L'évolution des conceptions en matière de formation des maîtres depuis 15 ans	523
7. Vie de l'Association	
7.1. Résultats des votes 1977	539
7.2. L'A.P.M.E.P. et la "réforme Haby"	
7.2.1. Manuels de Sixième	540
7.2.2. Lettre aux parlementaires	542
7.2.3. Audience du 4 mai 1977 (compte rendu par R. Hebenstreit).	546
7.2.4. Communiqué A.P.M.E.P.-S.N.E.S. du 27 avril 1977. . . .	547
7.2.5. Commission Inter-I.R.E.M. du Premier Cycle	549
7.3. Commission A.P.M.E.P. du Premier Cycle :	
Réflexions sur quelques textes	
A. Dans quel contexte paraissent-elles ? Pourquoi ?	553
B. Finalités de l'enseignement mathématique au Premier Cycle	554
C. Commentaire de l'avant-projet de programme de quatrième	560
7.4. Rapport de synthèse des Bureaux des 22-4-77 et 14-5-77 (par Michèle Chouchan).	569

7.5. Journées de Limoges de septembre 77 : additif	571
7.6. Préparation de la Charte : rectificatifs	574
7.7. Appel pour une brochure "Analyse des données" (P.L. Hennequin)	575
7.8. Vie des Régionales :	
7.8.1. Limoges : Activités 75-76	576
7.8.2. Bordeaux : Réflexions sur le programme de sixième de 1977	577
7.8.3. Lyon : Lettre au Comité National (Programmes de quatrième et troisième)	582

Annonces diverses :

Pentamino 585 — Ministère de la Coopération 587 — Rencontre C.R.A.P. de l'été 1977, 538 — Brochures A.P.M.E.P. 457 - 458 - 492 - 506 - 522 - 552 - 568.

Ce Bulletin contient en outre :

La mathématique parlée par ceux qui l'enseignent
Continu (adj.) — Continu (n. m.) — Fraction (continue)

Les annonceurs :

BELIN 588 — BORDAS 589 — MASSON 590 — HACHETTE 591 — HATIER 592 — NATHAN 593 — GAMMA 594 — VUIBERT 595 - 597 - 598 — ISTRA 596 — CEDIC 599. TECHNIQUE ET VULGARISATION 4e de couverture.

1 EDITORIAL

Convergences

par Paul-Louis HENNEQUIN

La réorganisation de l'I.N.R.P. à la rentrée 1976, la dissolution de la Commission Lagarrigue à la même date, mettant fin aux expérimentations tant du Laboratoire de Pédagogie Delacote que du groupe "Enseignement Scientifique Expérimental", éclairaient d'une lumière crue les intentions du ministre de l'Education en matière de Recherche Pédagogique. Voici maintenant que le groupe O.P.C., fondé en 1973 par la Commission Lichnérowicz pour expérimenter sur la géométrie en quatrième et troisième, et dont les travaux avaient été depuis placés directement sous l'autorité du ministère pour se poursuivre jusqu'en 1979, doit cesser de fonctionner en juin 1977, ce qui représente un gaspillage de travail considérable pour ses diverses équipes.

Mais notre Ministre n'hésite pas à aller beaucoup plus loin : dans une interview accordée à France-Inter, alors qu'on lui demandait si l'on pouvait vraiment enseigner des matières comme l'histoire, la philosophie et surtout l'économie en faisant abstraction des idéologies qui peuvent sous-tendre telle ou telle démonstration, M. Haby a affirmé : "J'irai très loin dans la réponse : si ce n'est pas possible, il faut les supprimer de l'enseignement".

Nous sommes abasourdis car, à moins de limiter l'enseignement mathématique à la présentation formelle de concepts abstraits, ce que nous récusons depuis longtemps, quand nous sera-t-il permis de parler d'histoire ou de philosophie de notre discipline, de statistiques, de recherche opérationnelle, bref de tout ce qui montre le fonctionnement des mathématiques et leur rôle dans la vie sociale ?

Nous voici revenus plusieurs siècles en arrière !

Dans ce contexte, devant la convergence de ces initiatives et de ces propos, la mise en place de la "Réforme Haby" à la rentrée 1977 fait peser de très lourdes menaces sur tout notre enseignement.

Notre Association n'y est pas restée indifférente.

Dès janvier 1977, alors qu'aucun texte d'application n'était encore paru, le Comité National, dans un appel transmis à toutes les Régionales et publié dans le Bulletin de février (p. 167), demandait à tous nos adhérents :

- de différer d'un an le choix des manuels en sixième ;
- de prendre la responsabilité de maintenir, en lieu et place d'"actions de soutien" et d'"activités d'approfondissement", s'ils le jugent préférable, les enseignements de travaux dirigés par demi-classe.

La décision relative au choix des manuels, communiquée dès janvier au Ministère, demandait à être précisée et le Bureau National a rédigé le 14 mai le texte qu'on trouvera page 540. Le Bureau ne mésestime pas les difficultés que rencontreront nos adhérents à appliquer partout cette consigne. Il lui semble essentiel que la question soit soulevée et débattue dans chaque conseil d'établissement et que les chefs d'établissement aient à prendre seuls la responsabilité d'organiser la mise en place d'une réforme aussi néfaste et aussi précipitée. Cette action n'exclut pas que nos adhérents entreprennent, au sein d'une commission d'"Analyse des Manuels", un travail en profondeur et de longue haleine sur les nouveaux manuels.

Il est bien évident que notre Association ne peut agir seule et que son action n'aura quelque efficacité que si elle converge avec celle de tous ceux qui partagent nos points de vue.

Les bonnes relations que nous entretenons depuis plusieurs années avec les autres associations de spécialistes débouchent maintenant sur deux actions : la diffusion en mars à plus de cent mille exemplaires de la "lettre aux parents d'élèves" (cf. Bulletin 308, p. 323) a éclairé l'opinion publique mal informée ; en avril, une lettre (cf. p. 542) a été envoyée à tous les Parlementaires, tant par la voie directe que par le canal régional, pour attirer leur attention sur le caractère dangereux des décrets et arrêtés d'application de la loi de juillet 1975. La Conférence des Présidents des Associations de Spécialistes a été reçue chez le Premier Ministre (cf. p. 546).

Nous avons aussi développé des liaisons régulières avec les syndicats d'enseignants : S.N.I.-P.E.G.C. ; S.N.E.S., qui a organisé avec le concours de l'U.D.P., de l'A.P.B.G. et de l'A.P.M.E.P. une journée sur les Enseignements Scientifiques le 7 mai ; S.G.E.N. ; S.N.A.L.C. Tous récusent l'interprétation ministérielle des notions de soutien et d'approfondissement et s'indignent de la suppression des travaux dirigés par demi-classe. La consigne du Comité de janvier reste donc toujours valable.

Je terminerai sur une note plus optimiste : les résultats de la campagne d'adhésions et ceux du vote annuel (cf. p. 539) mettent en évidence une plus grande cohésion et un plus grand dynamisme de notre association. Ensemble nous pourrions montrer notre détermination, atteindre nos objectifs et faire progresser nos idées.

DANS NOS CLASSES

Approche du nombre au cours préparatoire

par Claude COMITI, Maître-Assistante à l'Université I de Grenoble.

La notion de nombre est l'une des notions fondamentales en mathématique. Aussi y a-t-il actuellement des enseignants, des chercheurs, mathématiciens ou psychologues, qui travaillent sur les problèmes posés par l'approche du concept de nombre (naturel) par l'enfant.

Les études entreprises jusqu'ici dans ce domaine ont toutes mis en valeur l'importance des deux aspects, cardinal et ordinal, du nombre, sans par ailleurs, nous semble-t-il, permettre de conclure objectivement ni à l'antériorité de l'apparition, chez le jeune enfant, de l'un de ces aspects sur l'autre, ni à leur simultanéité.

L'expérimentation décrite ci-dessous a été mise sur pied, après de nombreux tâtonnements et un travail de quatre années * sur de nombreuses populations d'enfants, dans le but de proposer, à chaque étape, à l'enfant du Cours Préparatoire, des activités où interviennent les différents aspects du nombre, activités qui l'aideront à étendre progressivement le champ des nombres maîtrisés sur tous les plans. Une telle approche nous semble en effet susceptible

* travail conduit par une équipe d'animateurs de l'I.R.E.M. de Grenoble.

de favoriser, dès le C.P., l'acquisition du concept de nombre, cette acquisition devant se poursuivre les années suivantes avec une étude plus approfondie de la numération et un travail systématique sur les opérations et leurs techniques.

*
* *

Dans les classes de Cours Préparatoire dans lesquelles l'expérimentation s'est déroulée (une vingtaine) l'accent avait été mis, depuis quelques années, à notre demande, sur des activités préalables non numériques (concernant en particulier l'appréhension de l'espace, la désignation, le rangement, le classement ...). Les maîtres introduisaient ensuite le nombre à partir du classement d'ensembles finis et disjoints suivant le critère d'équipotence ; ce qui se traduisait, dans la pratique de la classe, de la manière suivante : les enfants étaient amenés à classer de nombreuses collections d'objets selon le critère "a autant d'éléments que ..." (ce qui se faisait en général par mise en correspondance terme à terme) et plaçaient dans une même boîte toutes les collections équivalentes après avoir enfermée chacune d'entre elles dans un sachet afin qu'elle ne se mélange pas avec les autres collections de la boîte, chaque boîte devant par la suite concrétiser un nombre. Nous ne détaillerons pas ici davantage ce processus de construction des nombres, d'autant plus qu'il est actuellement pratiqué dans de nombreuses classes.

Un certain nombre de difficultés rencontrées, tant au niveau du rangement de ces boîtes-nombres, dès le C. P., que plus tard dans les classes suivantes, par exemple lors d'exercices où il s'agissait d'ajouter ou de retrancher 1 à un nombre donné, nous ont incités à penser que les jeunes enfants font très mal le lien entre les différents nombres, qu'ils conçoivent beaucoup plus comme des entités indépendantes les unes des autres que comme les éléments d'une suite aux propriétés bien précises (même s'ils sont capables de dire ou même d'écrire dans un système donné la comptine *un, deux, trois ...*).

*
* *

Il nous a alors semblé indispensable, sans remettre en question la méthode utilisée par les maîtres (méthode présentant à nos yeux de nombreux avantages sur les méthodes classiquement employées avant la parution des commentaires de janvier 1970),

d'introduire très tôt, à l'intérieur même de leur progression, des activités susceptibles de pallier les inconvénients que nous avons pu constater.

Un problème restait cependant posé : comment travailler sur l'aspect ordinal du nombre alors que l'on ne dispose précisément pas, au début du Cours Préparatoire, de la suite des nombres ? (Même si certains enfants savent oralement la comptine, ils ne connaissent en général pas les nombres au-delà de *cinq* et ne savent de toutes façons pas les écrire).

C'est ainsi que nous est venue l'idée de remplacer cette suite par une file de signes qui lui servirait de substitut aussi longtemps que nécessaire.

Nous allons essayer de décrire ci-dessous comment a été introduite cette file privilégiée, quelles activités elle a permis et comment s'est fait, plus tard dans l'année, le lien avec la suite des nombres.

*
* *

I — ACTIVITES PREPARATOIRES.

Dès le début de l'année, les maîtres essayent de familiariser les enfants avec la notion d'ordre total. Il est en effet facile d'exploiter dans ce sens de nombreuses activités, en liaison avec les activités d'éveil par exemple.

Ils introduisent généralement très rapidement la notion de *file* (caractérisée par les propriétés suivantes :

- a) une file est toujours finie,
- b) sur une file, il y a un ordre total,

ce qui entraîne qu'il y a toujours dans une file un premier et un dernier élément, qu'hormis le dernier élément, tout élément a un suivant, qu'hormis le premier élément, tout élément a un précédent).

Comment s'y prennent-ils ? En exploitant des domaines familiers à l'enfant. Par exemple :

— Lors des activités musicales, le maître répète, à l'aide d'instruments à percussion, une suite de sons. Il demande aux enfants de trouver un codage de ces sons. Ceci permet de noter la suite de

sons émis par les instruments. Plus tard, les enfants pourront inventer d'autres suites avec ces mêmes sons pris dans un ordre différent, suites qu'ils communiqueront à leurs camarades pour exécution.

— En éducation physique, on peut profiter d'activités où la consigne donnée par le maître prescrit un enchaînement d'actions dans un ordre donné pour faire mettre en évidence par les enfants l'ordre dans lequel ces actions doivent être effectuées.

Par exemple : faire un grand pas, sauter à pieds joints, s'asseoir, frapper des mains, se lever, faire deux petits pas ...

Pour que personne ne se trompe, on peut être amené à inventer des signes pour chacune de ces actions, ce qui permet de représenter l'enchaînement des actions demandées :



Puis chaque groupe d'enfants inventera, à partir de ces mêmes actions, d'autres enchaînements dont il transmettra le message à un autre groupe pour exécution.

On peut remarquer que la suite de sons du premier exemple et l'enchaînement d'actions du second sont deux files dans le temps (l'ordre qui intervient est lié au déroulement du temps).

— Lors des activités de désignation, dans presque tous les C.P. chaque enfant adopte assez rapidement un signe qui le désigne.

On décide un jour que l'on ne se mettra pas en rang n'importe comment, mais dans un certain ordre.

Comment se souvenir de cet ordre ? Le petit train des signes est proposé par les enfants et les amuse beaucoup. Si l'on veut obtenir un autre train, il suffira de changer la place des wagons.

— En lecture, le maître peut être amené à travailler sur la suite des lettres d'une syllabe (par exemple pour amener les enfants à distinguer "par" de "pra"), sur la suite des mots d'une phrase ...

Remarquons ici que dans les exemples précédents il ne s'agit plus de file dans le temps mais de file dans l'espace.

— Bien d'autres thèmes de la vie scolaire ou extra-scolaire donnent lieu à de telles activités :

On a confectionné un gâteau ; mettre en évidence la suite des actions faites pour se souvenir de la recette.

On revient du stade ; quelles rues a-t-on longées et dans quel ordre ?

On raconte une histoire ; retrouver l'enchaînement des actions qui se sont déroulées au cours de cette histoire ...

Toutes ces activités permettent, par l'intermédiaire de manipulations, d'actions, traduites par des représentations graphiques ou des expressions verbales, de préciser petit à petit la notion d'ordre ainsi que le vocabulaire lié à cette notion :

est avant ... ou précède ...

est après ... ou suit ...

est juste avant ... ou est le précédent de ...

est juste après ... ou est le suivant de ...

(Vocabulaire qui pose en effet souvent de nombreux problèmes aux jeunes enfants car il fait appel à des termes souvent peu employés ou mal employés par leur entourage. Aussi multiplie-t-on les difficultés lorsqu'on attend les activités numériques pour l'introduire).

II — INTRODUCTION D'UNE FILE QUE L'ON PRIVILEGIERA PAR LA SUITE.

Les activités sur les files faites au cours du premier trimestre nous permettent d'en choisir une, le moment venu, sur laquelle nous travaillerons ensuite plus systématiquement et qui nous permettra de mettre progressivement en évidence certaines propriétés importantes du nombre considéré sous ses aspects ordinal et cardinal.

On n'oubliera pas, avant de la choisir, qu'elle va remplacer provisoirement le début de la suite des nombres. Il y aura donc en particulier intérêt à prendre une file de signes tous distincts introduite à partir d'une activité des enfants (il n'est en particulier pas

question de demander aux enfants de mémoriser ces signes, la file en question n'étant qu'un instrument provisoire que l'on abandonnera dès que l'on aura suffisamment avancé dans l'année pour pouvoir la remplacer par la suite des nombres).

A titre d'exemple, nous décrivons ci-dessous comment, dans nos classes de C.P., a été construite cette file que les enfants ont, plus tard, baptisée "serpent", "chenille" ou "petit train".



Dans de nombreuses classes de C.P., les enfants aiment bien apprendre des comptines. La maîtresse en choisit une qui puisse, plus tard, être facilement prolongée par les enfants eux-mêmes, et dont la mémorisation ne soit pas trop facile. En voici quelques exemples :

Comptine 1

Refrain	{	Il était une petite poule blanche
		Qui allait pondre dans la grange
		Pondait un p'tit coco
		Que l'enfant mangeait tout chaud
		Il était une petite poule grise
		Qui allait pondre dans l'église
		Il était une petite poule noire
		Qui allait pondre dans l'armoire
		Il était une petite poule brune
		Qui allait pondre dans la lune
		Il était une petite poule verte
		Qui allait pondre dans l'herbette
		Il était une petite poule beige
		Qui allait pondre dans la neige
Il était une petite poule rousse		
Qui allait pondre dans la mousse.		

Comptine 2

Tu vas à Paris
La chanson le dit
Sur ton cheval gris
Tu vas à la Haye
Tout le monde le sait
Sur ton cheval bai
Tu vas au Manoir
Il faut bien le croire
Sur ton cheval noir
Tu vas à Moscou
Et je ne sais où
Sur ton cheval roux
Tu vas à Oslo
Ce n'est pas trop tôt
Sur ton cheval gros
Tu vas à Bastia
Tout à petits pas
Sur ton cheval gras.

Comptine 3

J'ai vu trois lapins
Faisant du patin
Sur un vert sapin
J'ai vu trois moineaux
Jouant du piano
Au pied d'un ormeau
Et trois rossignols
Chantant sur un bol
Do ré mi fa sol
J'ai vu trois grillons
Buvant du bouillon
Au creux d'un sillon
J'ai vu trois poussins
Faisant du dessin
Dans un vieux bassin
J'ai vu trois fourmis
Qui comptaient des mies
Derrière un tamis
Et trois chatons gris
Parlant de Paris
Dans un sac de riz

(extrait de
"Chansons à ma façon"
de Pierre Gamarra).

Les enfants, qui aiment beaucoup ces chansons, n'ont en général aucune difficulté à retenir couplets et refrain (lorsqu'il y en a un) mais mélangent l'ordre des couplets. Pour faciliter la mémorisation de cet ordre, ils proposent de "faire des signes" que l'on affiche au tableau au fur et à mesure du déroulement de la chanson et auxquels on se référera chaque fois que l'on voudra chanter.

A chaque fois qu'un signe est fabriqué, un enfant va le fixer au tableau à la droite du précédent.

Dès que tous les signes ont été fixés au tableau, les enfants chantent à nouveau la comptine, en se servant, pour retrouver l'ordre des couplets, de la lecture de gauche à droite de cette file de signes, en général figuratifs.

Les récitations de la comptine donnent très rapidement lieu à d'autres activités. En particulier, celle-ci :

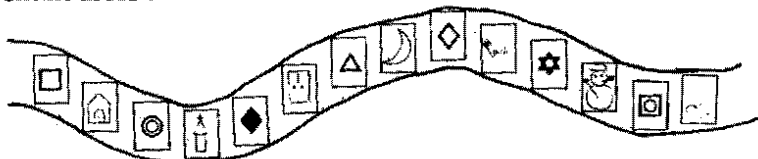
Le maître dispose devant les enfants une collection de plus de six objets (et de moins de n objets, si la comptine n'a pour le moment, abstraction faite du refrain, que n vers). Un enfant doit prendre un de ces objets à chaque fois que ses camarades chantent un vers (au sens précédemment mis en évidence : il ne prend donc pas d'objet au moment du refrain s'il y en a un) et le poser dans une boîte.

Lorsqu'il a pris le dernier objet de la collection, il crie "Stop". On repère le vers sur lequel on s'est arrêté. On vide la boîte sur la table. Si le même enfant recommence le même jeu et prend les objets dans un ordre différent (ce qui est inévitable), que remarque-t-on ? Cet exercice est intéressant car il est loin d'être évident pour un grand nombre d'enfants de 6 ans qu'on s'arrête toujours sur le même vers si l'on modifie l'ordre dans lequel on prend les objets.

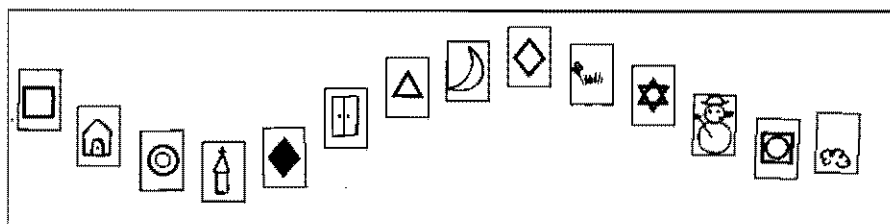
Mieux, de nombreux maîtres ont été étonnés de constater que si le même jeu recommence avec la même collection manipulée par un autre enfant, il y a très souvent des élèves pour lesquels il n'est encore pas évident de prévoir le vers sur lequel on s'arrêtera.



Les signes associés aux vers ont été réalisés suivant les classes, soit sur des cartons rectangulaires, soit sur des cartons ronds. Dans le cas des cartons rectangulaires, les enfants qui ont fixé les signes au tableau ne les ayant pas tous mis exactement à la même hauteur, certains proposent d'"encadrer" les signes par deux traits obtenant alors :



Voici un exemple de signes proposés par les enfants à partir de la comptine de la poule. Les signes des poules sont tous différents ; de plus, ils sont coloriés de la couleur de la poule. On rencontre donc dans l'ordre les signes coloriés en blanc, gris, noir, brun, vert, beige et roux.

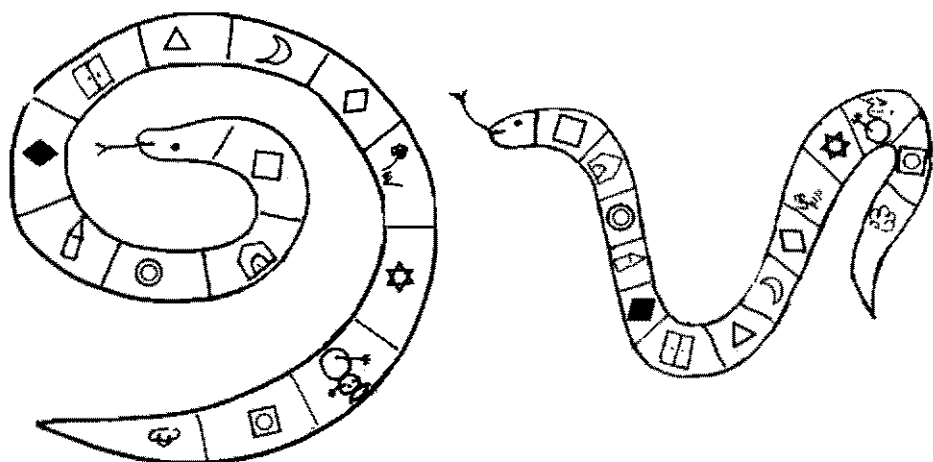


D'où de nombreuses remarques des enfants.

"C'est un chemin", "un tunnel", "un serpent". Dans certaines classes, cette dernière proposition a beaucoup de succès, on siffle comme sont supposés siffler les serpents ... et le nom reste. Le dessin quant à lui va être perfectionné car les enfants décident que chaque signe sera une écaille du serpent. Naturellement on dessinera aussi une tête qui, par convention, désignera la case de départ.

Chaque enfant veut avoir son propre serpent. Il le dessine dans la position qui lui plaît le plus, la seule règle à respecter étant la juxtaposition des "signes écailles" dans l'ordre du déroulement de la comptine.

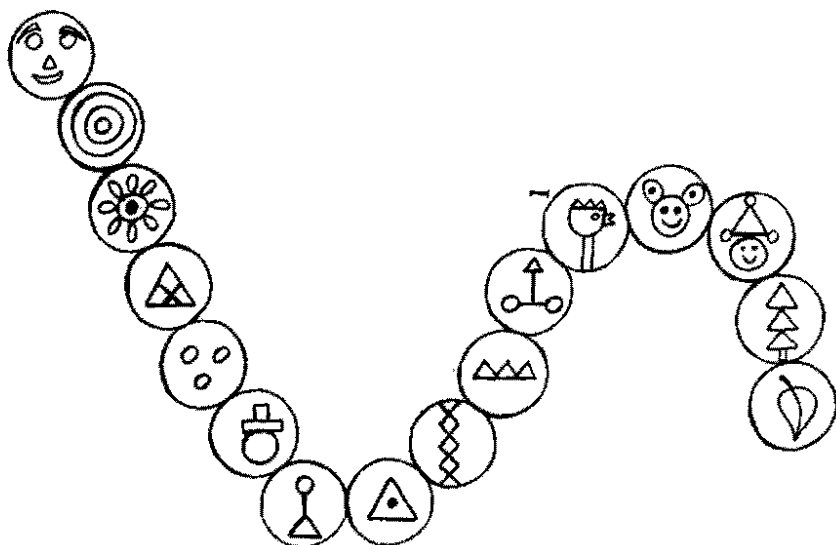
Voici quelques exemples de serpents obtenus à partir de la comptine de la poule :



Dans les classes où les signes ont été dessinés sur des ronds de carton, les enfants ont assemblé ces derniers par des attaches parisiennes et ont confectionné cette fois des "chenilles" individuelles (voir page 448 un exemple de chenille).

Enfin, dans un certain nombre de classes, les enfants ont fait des "petits trains" avec les signes ...

Exemple de chenille réalisée par les enfants d'un C.P. :



III — DIVERSES UTILISATIONS DE CETTE FILE.

Dans le paragraphe précédent, il nous a semblé important de donner, dans le détail, les activités amenant à la construction de cette file. Par contre nous nous contenterons, à partir d'ici, de mettre en évidence les différentes notions et propriétés sur lesquelles peuvent porter les activités des enfants.

Mais il n'est évidemment pas question d'introduire dans les classes le vocabulaire que nous sommes amenés à utiliser ci-dessous pour la clarté de l'exposé. Il n'est pas question non plus de faire énoncer, comme nous sommes obligés de le faire ici, les propriétés que les enfants découvriront lors de leurs manipulations.

Etude de la file.

On peut d'abord étudier cette file en elle-même, pour consolider les notions, déjà introduites précédemment, d'avant, après, entre, de précédent, de suivant ...

Utilisation de la file comme instrument de mesure d'ensembles (au sens de mesure cardinale bien sûr).

De nombreuses expériences permettent aux enfants de prendre conscience que :

— quel que soit l'ordre dans lequel on prenne les objets d'une collection pour les déposer, un par un, sur les écailles du serpent, en partant toujours de l'écaille la plus proche de la tête, et en posant un objet et un seul sur chaque écaille, le dernier objet de cette collection se trouve toujours posé sur la même écaille (que nous appellerons ici E),

— si l'on enlève des objets à la collection précédente et si l'on refait l'opération décrite ci-dessus, le dernier objet de la nouvelle collection est posé sur une case située sur le serpent avant l'écaille E,

— si l'on ajoute des objets à la première collection on s'arrête cette fois sur une écaille du serpent située après l'écaille E.

Utilisation de la file comme instrument de comparaison de deux ensembles.

Les enfants savent déjà (*) comparer deux collections par correspondance terme à terme. Des manipulations destinées à mesurer deux collections distinctes avec le serpent les amènent alors à constater que :

— si deux collections d'objets sont telles qu'on peut les mettre en correspondance terme à terme, on s'arrête sur la même écaille lorsqu'on pose leurs éléments sur le serpent. Et réciproquement, si on s'arrête sur la même écaille pour deux collections distinctes, cela signifie que les deux collections ont même nombre d'éléments ;

— si une collection A a plus d'objets qu'une collection B, alors l'écaille sur laquelle on s'arrête pour A est située sur le serpent après celle sur laquelle est posé le dernier élément de B (et réciproquement) ;

— si une collection C a moins d'objets qu'une collection D, alors l'écaille sur laquelle on pose le dernier élément de C est située, sur le serpent, avant celle sur laquelle on pose le dernier élément de D (et réciproquement).

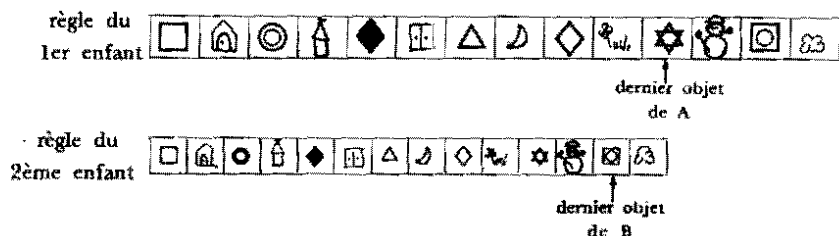
(*) Dans les classes dans lesquelles a été menée l'expérimentation, des manipulations sur la comparaison de deux collections par mise en correspondance terme à terme (au sens précisé page 440) avaient été faites à la fin du premier trimestre, préparant entre autres le terrain à la construction des boîtes-nombres (qui matérialiseront, dans les classes de C.P., les classes d'ensembles pour la relation d'équipotence). Les activités décrites dans ce paragraphe n'ont été abordées, quant à elles, qu'au début du deuxième trimestre, parallèlement aux activités de construction systématique des boîtes-nombres.

Remarque :

Le lecteur se sera peut-être demandé pourquoi nous n'amenons pas les enfants à construire tout simplement une règle et non un serpent ou une chenille, règle qu'on aurait en effet facilement obtenue par juxtaposition des signes sur une même ligne.

L'utilisation d'une telle règle comme instrument de mesure d'ensembles nous semble dangereuse car elle risque d'introduire une confusion dans l'esprit de l'enfant avec la mesure des longueurs (confusion fréquemment rencontrée lors d'une utilisation trop exclusive du matériel Cuisenaire), la mesure de l'ensemble risquant alors de n'être plus liée, pour l'enfant, au signe sur lequel on s'arrête lors de la distribution des objets de la collection, mais à la longueur du bout de règle correspondant, ce qui est tout à fait différent.

J'ai vu, dans une classe où la règle avait été adoptée, deux enfants s'obstiner à dire qu'il y avait plus d'éléments dans l'ensemble A que dans l'ensemble B parce que, l'un ayant mesuré A sur sa règle, l'autre B sur la sienne, ils obtenaient la situation suivante :

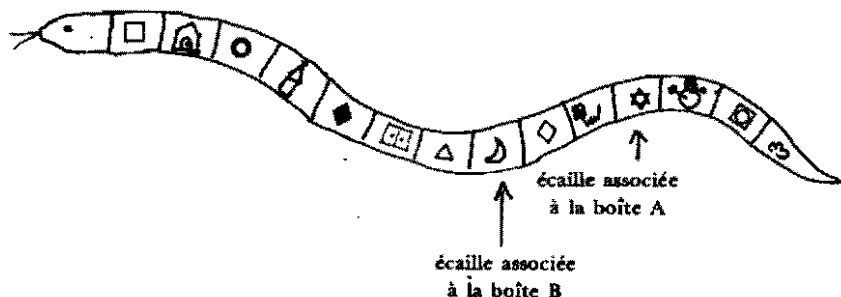


Toutes ces confusions sont évitées par l'utilisation de serpents, chenilles, trains circulant sur une voie non rectiligne ..., que l'on peut déformer à volonté et qui permettent de mettre d'autant mieux en évidence les propriétés des files qu'elles ne font pas appel en même temps à la notion de longueur.

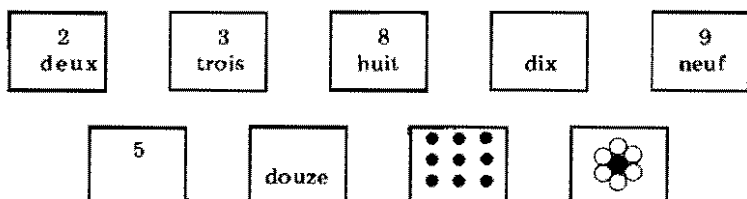
Utilisation du serpent comme instrument permettant de ranger les boîtes-nombres.

Enfin, lorsque les enfants ont construit par ailleurs suffisamment de boîtes-nombres, on revient au serpent et on s'aperçoit alors que toutes les collections rangées dans la même boîte s'arrêtent sur la même écaille et réciproquement : ce qui permet d'associer une écaille et une seule à chaque boîte.

On range alors sans trop de difficultés les boîtes déjà construites en décidant, par exemple, de mettre la boîte A à la droite de la boîte B si l'écaïlle associée à A est située sur le serpent plus loin que l'écaïlle associée à B.

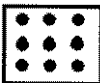
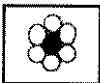


Supposons, par exemple, que les enfants aient déjà construit les boîtes suivantes qu'ils ont désignées au fur et à mesure de leur construction, soit par l'écriture en toutes lettres du nombre, soit par l'écriture "en chiffres", soit par les deux (suivant les propositions des enfants, le choix du maître et le travail fait au préalable), soit encore par un signe quelconque lorsqu'il s'agit de nombres dont personne ne connaît le nom (par exemple, la boîte désignée par une fleur est la boîte dix-neuf fabriquée par les enfants car "on pourrait y mettre l'ensemble des enfants de la classe").



Le serpent permet alors le rangement suivant :



Mais une question se pose immédiatement : comment faire pour les boîtes  et  ?

“Le serpent est trop court ! ”.

Certains enfants proposent d'ajouter des couplets à la comptine (ce qui n'est pas difficile si la comptine a été bien choisie) ; d'autres, qui ont complètement oublié ce point de départ, veulent construire un autre serpent à partir du premier auquel on ajouterait de nouvelles écailles.

Avec ce nouvel instrument (serpent à dix-neuf écailles), les enfants rangent toutes leurs boîtes.

Mais ils s'aperçoivent rapidement de ce qu'il y a des écailles du serpent auxquelles n'est associée aucune boîte déjà construite. Ils essayent donc de fabriquer les boîtes qui manquent et obtiennent ainsi finalement une file des boîtes-nombres de un à dix-neuf.

En nommant alors les boîtes dans l'ordre dans lequel elles sont rangées lorsque la file est complète, on continue l'apprentissage de la comptine *un, deux, trois, ... jusqu'à dix-neuf*, avant même d'avoir avancé sur le plan de l'écriture des nombres.



D'autres questions sont en général soulevées au cours des activités décrites dans ce paragraphe ; en particulier, le problème de la boîte zéro peut apparaître si les enfants l'ont construite précédemment, ou bien tout simplement parce que *zéro* leur semble un nombre magique et qu'ils ont envie d'en parler. On s'aperçoit facilement qu'il n'y a pas d'écaille sur le serpent associée à cette boîte. Mais cela n'empêche pas les enfants de ranger sans problème la boîte zéro à gauche de la file précédemment obtenue.

Petit à petit, les enfants prennent conscience de ce que le serpent n'est jamais assez long car on peut toujours fabriquer une nouvelle boîte plus grande que la dernière boîte de la file précédemment obtenue et que l'on posera donc à la droite de cette dernière boîte dans la file.

A ce stade, on n'est plus très loin de la suite des nombres.

IV — LA SUITE DES NOMBRES.

Le serpent des nombres.

Parallèlement aux activités précédentes prennent place, au cours du deuxième trimestre de l'année de C.P., de nombreuses activités de groupements et d'échanges qui conduisent progressive-

ment à la numération dans le système décimal (par l'intermédiaire d'activités de codage et de décodage des nombres en différentes bases qui ont l'avantage de permettre une manipulation plus facile aux enfants et de faciliter ainsi la compréhension des mécanismes de la numération).

Lorsque les enfants ont appris à écrire les nombres, ils peuvent désigner toutes les boîtes obtenues précédemment par l'écriture du nombre correspondant.

Il est alors intéressant de travailler en fin d'année sur les "serpents de nombres" qui ne sont autres que le début de la suite des nombres écrite dans une base donnée : on peut faire construire aux enfants le serpent des nombres écrits en base *trois* par exemple, aussi loin qu'ils le peuvent (en laissant évidemment à leur disposition le matériel, cubes emboîtables ou autres, à la manipulation duquel chacun peut revenir chaque fois qu'il en éprouve le besoin).

De tels exercices ont permis au maître de mieux voir les difficultés rencontrées par chaque enfant et ont été à l'origine de nombreuses autres activités qui ont permis de préciser l'ordre sur les nombres, le précédent et le suivant d'un nombre donné ... mais aussi de renforcer l'acquisition des principes de numération.

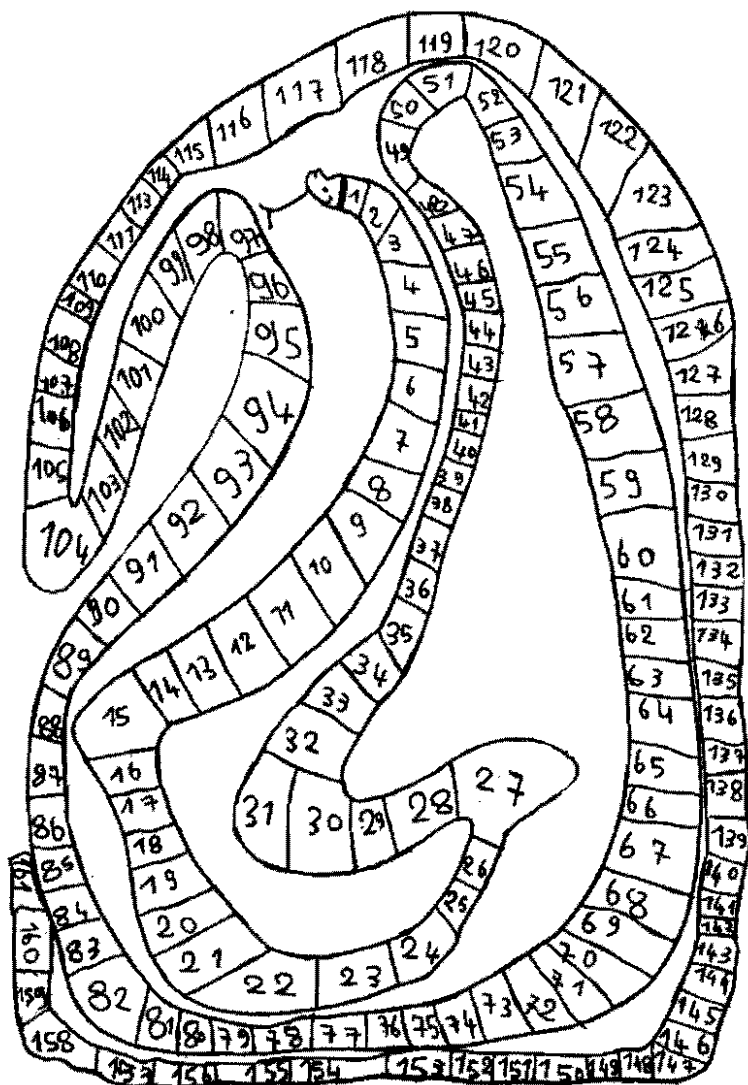
Et lorsque les enfants ont suffisamment avancé dans ce domaine, nous avons vu, en fin d'année, des enfants de C.P. très fiers de rapporter de chez eux le serpent des nombres écrits en système décimal (cette fois, sans manipulation mais par application des règles comprises) jusqu'à 160 ou 282 (*) (ces enfants ne s'étant arrêtés que parce qu'ils n'avaient plus de place sur leur feuille de papier : voir le serpent page 454).

Une activité qui rencontre alors le plus vif succès auprès des enfants est la reconstitution d'un dessin, reconstitution obtenue en joignant dans l'ordre croissant des points numérotés (à partir de 1 par exemple, ou de 15, ou de 30, ... suivant les difficultés des enfants).

(*) Le fait que le nom de ces nombres soit inconnu des enfants ne les gêne absolument pas. Il les lisent tout simplement 1.6.0 (un six zéro) ou 2.8.2 comme ils ont appris à le faire dans des bases autres que décimales.

Autres activités ordinales de fin d'année de C.P.

Les enfants ont entendu, dans la vie de tous les jours, leur entourage parler de "premier, deuxième, troisième ...". Eux-mêmes parfois utilisent également ces mots.



Il nous est apparu d'autant plus intéressant de leur proposer des situations suscitant l'emploi de ces adjectifs ordinaires que cela permettait de faire le lien avec tout ce qui avait été fait auparavant sur la notion de nombre.

Sans entrer ici dans le détail de telles activités, en voici quelques exemples.

— Si, au cours d'activités de lecture, un certain nombre d'images ont été fixées sur le mur, les unes à la suite des autres, on demande aux enfants de montrer la première, la deuxième, la cinquième, la dixième, ... On peut ainsi chercher le rang, dans la file des images, d'une image donnée, d'une autre image, de la dernière des images dans la file...

On peut introduire, à propos de cette activité, les écritures classiques : 1er, 2ème, 3ème, ...

— Au C.P., les enfants ont généralement des difficultés à apprendre la suite des jours de la semaine. Des activités utilisant cette suite, et plus tard la suite des jours d'un mois, puis des mois d'une saison ou d'une année, peuvent également être proposées. On peut par exemple s'intéresser aux enfants nés au mois de mai 1970 (si ce mois a été propice aux naissances) et reconstituer la file obtenue en rangeant les enfants suivant leur date de naissance ...

— Si une équipe d'enfants a fait, en éducation physique, une course (ou un parcours chronométré) dans laquelle il n'y avait pas d'ex-aequo, on précise le premier arrivé, le deuxième ... le dernier.

Il est également intéressant de proposer à la même équipe une autre activité qui aboutisse également à un rangement sans ex-aequo. Ceci aura l'avantage de mettre en évidence le fait qu'étant donné un ensemble, on peut lui associer différentes files qui ont toutes le même nombre d'éléments que l'ensemble, le rang d'un élément n'étant en général pas le même lorsque l'on change de file.

— Les jeux de l'oie fournissent aussi des activités ordinales.

Lorsqu'on a bien joué, on peut faire un certain nombre de remarques. Par exemple, si le dé m'indique 5 et que je suis au départ, je tombe dans la mare : la mare est la 5ème case à partir du départ. Mais lorsque je suis dans la mare, si le dé m'indique encore 5, je vais arriver à la prison. La prison est la 5ème case à partir de la mare, etc...

On peut aussi mettre en évidence le lien existant entre le rang d'une case du jeu et le nombre des cases situées avant celle-ci dans le jeu (exemple : il y a 9 cases dans le jeu situées avant la 10ème), mais ceci est beaucoup plus difficile.

— Si l'on veut commencer à faire mémoriser l'alphabet aux enfants, on peut proposer de nombreux jeux mettant en évidence la file des lettres de l'alphabet et utilisant le rang de chaque lettre dans cette file. Par exemple, on écrit les lettres de l'alphabet les unes à la suite des autres sur une ligne ; trouver le mot auquel je pense en écrivant d'abord la 2ème lettre de l'alphabet, puis la 18ème, puis la 1ère, puis la 22ème, puis la 15ème.

Les enfants, chercheront très vite une méthode leur évitant de partir toujours du *a* pour trouver le rang de la lettre qui les intéresse et prendront par la suite le plus grand plaisir à coder et décoder des messages.

BIBLIOGRAPHIE

BRAINERD. In Scientific America (numéro de mars 1973).

COLMEZ F. L'enseignement des mathématiques aux niveaux pré-élémentaire et primaire. *Rapport présenté au 3ème Congrès International sur l'Enseignement des Mathématiques. Karlsruhe 16-21 août 1976.*

DANIAU J. & S. Activités mathématiques des enfants de 5 à 6 ans à l'usage des maîtres. *Editions Cédic.*

FREUDENTHAL H. Mathematics as an Educational Task.

GRAND N numéros 3, 4, 5, 9, 11 : Bulletin pour les maîtres de l'Ecole Elémentaire. *I.R.E.M. et C.R.D.P. de Grenoble, 11 av. Général Champon, 38031 Grenoble.*

GRECO P., GRIZE J.B., PAPERT S. & PIAGET J. Problèmes de la construction du nombre. *EEG, tome XI, Presses Universitaires de France.*

I.N.R.D.P. Mathématique Cours Préparatoire, documents de recherche numéros 1 et 2. *Service des Etudes et Recherches Pédagogiques, 29, rue d'Ulm, 75005 Paris.*

I.R.E.M. de Bordeaux. Enseignement des Mathématiques au Cours Préparatoire. *I.R.E.M. de Bordeaux, 351, cours de la Libération, 33405 Talence.*

KUNTZMANN J. Evolution et étude critique des enseignements de mathématique. *Editions Cédic.*

PIAGET J. & SZEMINSKA A. La genèse du nombre chez l'enfant. *Delachaux et Niestlé.*

N.D.L.R. Cet article va paraître également dans le prochain numéro de la revue "Educational Studies in Mathematics".

Une Publication **A. P. M. E. P.**

A LA RECHERCHE DU NOYAU DES PROGRAMMES DU 1^{er} CYCLE

(Savoir minimum en fin de troisième)

2ème édition

par l'I.R.E.M. de Toulouse, avec la participation d'autres I.R.E.M. et de membres de l'A.P.M.E.P.

220 pages, 39 rubriques, un index alphabétique.

Ces rubriques regroupent les termes mathématiques, notations, énoncés, "savoir-faire", méthodes et attitudes ... qui paraissent constituer le bagage minimum d'un élève sortant du premier cycle, après y avoir suivi une scolarité la plus proche possible des conditions normales, dans le cadre des programmes de 1969 dont elle tente de limiter la surcharge.

Cette brochure est à l'usage du professeur. Elle se veut adaptée à un "enseignement pour tous".

Elle est le fruit d'un travail d'équipe.

Prix : 15 F (port compris : 19 F).

Pour vous la procurer, adressez-vous à votre Régionale ou Départementale.

3

ETUDES

Les infiniment petits existent !

par J. BETREMA (*I.R.E.M. de Nantes*) et G. WALLET (*I.R.E.M. de Poitiers*)

Le calcul infinitésimal a présenté tout au long de son histoire une dualité de méthode : utilisation d'une part de quantités infiniment petites, élaboration d'autre part de procédés de démonstration permettant d'évacuer les mêmes quantités. Déjà l'oeuvre d'Archimède est marquée par ce trait caractéristique. Cependant l'aspect rigueur de la démonstration y est largement dominant et servira d'ailleurs de modèle à des générations de mathématiciens. Ce n'est qu'au XVII^e siècle que le calcul différentiel et intégral dégage peu à peu sa spécificité en même temps que semble s'imposer l'usage au moins géométrique de l'infiniment petit. Cette tendance est illustrée particulièrement par FERMAT, PASCAL, HUYGENS et BARROW. Dans la dernière partie de ce siècle, LEIBNIZ dégage partiellement l'infiniment petit de sa gangue géométrique et en fait un objet mathématique susceptible de s'intégrer à des calculs ; avec l'aide de cet outil, il va pouvoir reconnaître et isoler les concepts fondamentaux du calcul infinitésimal. Mais déjà la polémique commence à propos du statut de l'infinitésimal et des contradictions qui semblent régler son usage. A partir du XVIII^e siècle, l'histoire du calcul différentiel est marquée simultanément par un essor formidable (travaux d'EULER et de LAGRANGE) et par le rejet de ce qui avait permis son essor. BERKELEY dénonce de manière très violente l'extrapolation des opérations définies pour les grandeurs finies aux prétendus infiniment petits.

Alors qu'EULER utilise avec audace et souvent avec succès des quantités infinies, D'ALEMBERT, dans l'article de l'Encyclopédie consacré à la Différentielle, qualifie de métaphysique, d'obscur et inutile l'usage des quantités évanouissantes. Ainsi le titre même de l'ouvrage de LAGRANGE : "Théorie des fonctions analytiques, contenant les principes du calcul différentiel, dégagé de toute considération d'infiniment petits, d'évanouissants, de limites et de fluxions, et réduit à l'analyse des quantités finies". Cette tendance se renforce jusqu'à l'élaboration dans le courant du XIXe siècle de l'approche moderne de l'analyse avec les travaux de CAUCHY, BOLZANO et WEIERSTRASS. L'histoire semble alors avoir donné son verdict : l'infiniment petit n'a plus sa place dans l'édifice de l'analyse dont l'un des piliers est maintenant le concept de limite.

C'est en 1960 qu'un logicien américain, ABRAHAM ROBINSON, a l'idée d'utiliser un modèle non-standard pour valider la notion d'infiniment petit. La théorie qu'il met au point, nommée Analyse Non-Standard, est une véritable revanche posthume de LEIBNIZ. Il y est démontré qu'on peut reconstruire l'analyse classique en plongeant le corps des réels $\mathbb{R}$ dans un corps non archimédien ${}^*\mathbb{R}$ dont certains éléments sont infiniment grands ou petits.

L'exposé qui suit, et qui s'appuie sur un article de VAN-OSDOL [7], donne une présentation élémentaire du corps ${}^*\mathbb{R}$ des réels non-standard. La simplicité des applications à l'analyse qui sont abordées ici permet d'éviter la démonstration préalable d'un théorème d'existence, dit théorème fondamental de l'analyse non-standard. Le lecteur intéressé trouvera dans [4], [5] et [6] une démarche opposée... et des applications plus riches.

Construction de ${}^*\mathbb{R}$

L'idée est, comme d'habitude, de faire le quotient de l'ensemble, noté $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, des suites de réels, par une relation d'équivalence.

On peut penser à prendre comme définition : $(x_n) \sim (y_n)$ si, et seulement si, les deux suites coïncident à partir d'un certain rang.

En d'autres termes, en appelant $\mathcal{F}$ l'ensemble des parties $S \subset \mathbb{N}$ dont le complémentaire est fini, on aura par définition :

$$(1) \quad (x_n) \sim (y_n) \Leftrightarrow \{n \mid x_n \neq y_n\} \in \mathcal{F}$$

$\mathcal{F}$ est ce qu'on appelle un *filtre* sur N , car :

- i) $\emptyset \notin \mathcal{F}$
- ii) $S_1, S_2 \in \mathcal{F} \Rightarrow S_1 \cap S_2 \in \mathcal{F}$
- iii) $S \in \mathcal{F}$ et $S \subset T \subset N \Rightarrow T \in \mathcal{F}$

La relation définie par (1) est réflexive (car $N \in \mathcal{F}$) et symétrique, et grâce à la propriété (ii) du filtre $\mathcal{F}$, elle est transitive ; c'est donc bien une relation d'équivalence.

De même, grâce à (ii), les opérations usuelles de somme et de produit de deux suites sont compatibles avec la relation d'équivalence (1). On peut donc définir une somme et un produit sur l'ensemble quotient. La classe $\bar{0}$ de la suite $(0, 0, \dots, 0, \dots)$ est élément neutre pour l'addition, et celle $\bar{1}$ de $(1, 1, 1, \dots, 1, \dots)$ est élément neutre pour le produit. La vérification des axiomes d'anneau est facile, mais il existe toujours des éléments non nuls sans inverse : par exemple :

Soit (a_n) la suite définie par :

$$\begin{aligned} a_n &= 0 \text{ si } n \text{ est pair} \\ a_n &= 1 \text{ si } n \text{ est impair} \end{aligned}$$

On a : $(\overline{a_n}) \neq \bar{0}$, $[(\overline{a_n})]$ désigne la classe de (a_n) et pour toute suite (x_n) , on a :

$$(\overline{a_n})(\overline{x_n}) = (\overline{a_n x_n}) \neq \bar{1}$$

puisque $\{n \mid a_n x_n = 0\}$ est infini, d'où

$$\{n \mid a_n x_n = 1\} \notin \mathcal{F}$$

De même, la relation d'ordre passe au quotient ; on a explicitement la définition suivante :

$$(\overline{x_n}) \leq (\overline{y_n}) \text{ si et seulement si : } \{n \mid x_n \leq y_n\} \in \mathcal{F}$$

Mais, nouvel inconvénient, l'ordre obtenu n'est pas total : on ne peut comparer $\bar{0}$ et la classe de la suite $(-1)^n$, puisque :

$$\{n \mid 0 \leq (-1)^n\} \notin \mathcal{F}$$

$$\{n \mid (-1)^n \leq 0\} \notin \mathcal{F}$$

Les difficultés rencontrées seront levées si on peut remplacer le filtre $\mathcal{F}$ par un filtre $\mathcal{U}$ (avec $\mathcal{F} \subset \mathcal{U}$) tel que :

- (iv) quelle que soit la partie $S \subset N$: $(S \in \mathcal{U})$ ou $(S \notin \mathcal{U})$ ⁽¹⁾

(1) $\bar{S}$ désigne la partie complémentaire de S dans N .

Un filtre possédant la propriété (iv) est appelé un *ultrafiltre*. L'existence, pour tout filtre $\mathcal{F}$, d'un ultrafiltre $\mathcal{U}$ tel que $\mathcal{F} \subset \mathcal{U}$, est une conséquence simple du lemme de Zorn, et donc de l'axiome du choix.

Dans la suite, $\mathcal{U}$ désignera un ultrafiltre sur N contenant le filtre $\mathcal{F}$ des complémentaires des parties finies de N . Par définition, $*R$ sera le quotient de R^N par $\mathcal{U}$, c'est-à-dire par la relation d'équivalence définie par :

$(x_n) \sim (y_n)$ si, et seulement si, $\{n \mid x_n = y_n\} \in \mathcal{U}$
(on appelle $*R$ un *ultraproduit*).

Il est à noter que $*R$ dépend de l'ultrafiltre $\mathcal{U}$ choisi, et qu'en outre on peut seulement prouver l'existence de tels ultrafiltres, et non en construire.

Notation : Pour toute suite (x_n) de réels, nous noterons x sa classe modulo $\mathcal{U}$; de même, y sera la classe de (y_n) , etc... ; x, y sont donc des éléments de $*R$, et par définition :

$$x = y \Leftrightarrow (x_n) \sim (y_n) \Leftrightarrow \{n \mid x_n = y_n\} \in \mathcal{U}$$

Par passage au quotient, on définira dans $*R$ une somme, un produit, et une relation d'ordre. $*R$ est alors un *corps totalement ordonné*, appelé *corps des réels non standard*. Vérifions seulement ici que les deux difficultés rencontrées précédemment tombent :

a) Tout élément non nul $x \in *R$ admet un inverse pour le produit. En effet par hypothèse :

$$\{n \mid x_n = 0\} \notin \mathcal{U}$$

Donc (propriété (iv) des ultrafiltres) : $\{n \mid x_n \neq 0\} \in \mathcal{U}$

et la suite y_n définie par :

$$\begin{cases} y_n = 1/x_n & \text{si } x_n \neq 0 \\ y_n = 0 & \text{(ou n'importe quoi) sinon} \end{cases}$$

est bien telle que : $(x_n)(y_n) \sim (1, 1, 1, \dots)$.

b) Soit $*P$ l'ensemble des éléments strictement positifs de $*R$; $*P$ est défini par :

$$x \in *P \quad \text{si, et seulement si,} \quad \{n \mid x_n > 0\} \in \mathcal{U}$$

Montrons que pour tout élément $x \in *R$, nous avons :

$$x \in *P \quad \text{ou} \quad x = 0 \quad \text{ou} \quad -x \in *P$$

et que ces trois cas s'excluent mutuellement (2) .

Pour cela, considérons les trois ensembles :

$$J = \{n \mid x_n < 0\} , \quad K = \{n \mid x_n = 0\} , \quad L = \{n \mid x_n > 0\}$$

Ils forment une partition de N , et, d'après la propriété (iv) des ultrafiltres, on voit facilement que l'un d'entre eux appartient à $\mathcal{U}$, et un seulement (l'intersection de deux d'entre eux est vide, et $\emptyset \notin \mathcal{U}$). C.Q.F.D.

Enfin, on plonge facilement R dans *R en identifiant le réel x et la classe de la suite $(x, x, x, \dots)$. Désormais R désignera un sous-corps de *R ; on appellera *réels* les éléments de R , et *réels non-standard* les éléments de *R .

Infiniment petits et infiniment grands

Soit (x_n) une suite telle que : $\lim x_n = +\infty$

Cela signifie que, pour tout réel a , nous avons : $a < x_n$ à partir d'un certain rang, c'est-à-dire :

$$\{n \mid a < x_n\} \in \mathcal{F}$$

Or, par définition de $\mathcal{U}$, on a : $\mathcal{F} \subset \mathcal{U}$

Donc, pour tout réel a : $a < x$

Les réels non standard supérieurs en module à tout réel (ordinaire) sont dits *infiniment grands*. Notons que $\mathcal{U}$ est "beau-coup plus gros" que $\mathcal{F}$, donc la condition :

$$\forall a \quad \{n \mid a < |x_n|\} \in \mathcal{U}$$

ne signifie pas que la suite $(|x_n|)$ tend vers $+\infty$. En d'autres termes, il y a "plus" d'infiniment grands que ceux auxquels on s'attendait : si $\lim |x_n| = +\infty$, alors x est un infiniment grand, mais la réciproque est fautive.

De même, on appelle *infiniment petits* les réels non standard inférieurs en module à tout réel strictement positif. Si $\lim (x_n) = 0$, x est donc infiniment petit mais la réciproque n'est pas vraie.

0 est le seul réel infiniment petit.

Si $dx > 0$ est un infiniment petit, et a un réel, l'intervalle $]a - dx, a + dx[$ comprend un seul réel, à savoir a , et l'intervalle $]dx, 2dx[$ ne comprend aucun réel.

(2) Comme en outre *P est manifestement stable pour l'addition et la multiplication, il s'ensuit que *R est un corps totalement ordonné.

On sait que R est, à un isomorphisme près, le seul corps totalement ordonné vérifiant l'axiome de la borne supérieure. Dans $*R$ on trouve donc des parties majorées sans borne supérieure, par exemple l'ensemble I des infiniment petits. En effet, soit par l'absurde $a = \sup I$.

Si a est infiniment petit, nous avons : $2a \in I$, d'où contradiction car $a < 2a$; sinon : $\frac{a}{2}$ majore I , d'où encore contradiction, puisque a est le plus petit majorant de I .

Un élément $x \in *R$ est dit au contraire *fini* s'il existe un réel a tel que $|x| \leq a$. L'ensemble F des éléments finis de $*R$ est un anneau, dont l'ensemble I des infiniment petits est un idéal maximal (vérification facile). Donc F/I est un corps. Montrons qu'en fait F/I est isomorphe à R , c'est-à-dire qu'on a le théorème :

Théorème 1

Tout élément fini x de $*R$ se décompose de façon unique sous la forme :

$$x = u + du$$

où u est un réel, et du un infiniment petit.

Démonstration

Par hypothèse, l'ensemble : $L = \{y \in R \mid y \leq x\}$ est borné, puisque x est fini. Soit u la borne supérieure de L .

Montrons que $du = x - u \in I$

Soit ϵ un réel (ordinaire) strictement positif. Par définition de u , nous avons :

$$u - \epsilon \in L \quad \text{et} \quad u + \epsilon \notin L$$

$$\text{d'où : } u - \epsilon \leq x \quad \text{c'est-à-dire} \quad u - x \leq \epsilon$$

$$\text{et } u + \epsilon > x \quad \text{c'est-à-dire} \quad x - u < \epsilon$$

d'où au total :

$$|x - u| \leq \epsilon$$

Comme ceci est vrai pour tout réel ϵ strictement positif, on a bien :

$$du = x - u \in I$$

Enfin, soit une autre décomposition :

$$x = u' + du' \text{ avec } u' \in R, du' \in I.$$

On obtient $u - u' = du' - du \in I \cap R$

d'où : $u = u'$ et $du = du'$ (C.Q.F.D.)

Prolongements

Soit $X \subset R$; on appellera $*X$ la partie de $*R$ constituée des x tels que :

$$\{n \mid x_n \in X\} \in \mathcal{U}$$

Vu la définition du plongement de R dans $*R$, on a :

$$X \subset *X$$

De même, si f est une application $X \rightarrow R$, on appellera

$$*f \quad \left| \begin{array}{ccc} *X & \longrightarrow & *R \\ x & \longmapsto & y \end{array} \right.$$

l'application définie par :

$$y_n = f(x_n) \text{ si } x_n \in X$$

$$y_n = 0 \text{ (ou n'importe quoi) sinon}$$

On étendra de même les fonctions de plusieurs variables. On vérifiera que ces définitions ont un sens grâce à la propriété (ii) de $\mathcal{U}$: $S \in \mathcal{U}$ et $T \in \mathcal{U} \Rightarrow S \cap T \in \mathcal{U}$

On vérifiera aussi que l'on a bien : $x \in X_\zeta \Rightarrow *f(x) = f(x)$

Exemples

1) Un élément de $*N$, c'est-à-dire un *naturel non-standard*, est la classe d'une suite (x_n) telle que :

$$\{n \mid x_n \in N\} \in \mathcal{U}$$

En particulier, comme $N \in \mathcal{U}$, les éléments $x \in *R$ vérifiant : $\forall n : x_n \in N$ sont des naturels non-standard.

La classe de $(1, 2, 3, \dots, n, \dots)$ est un naturel non-standard infiniment grand.

2) Si $+$ et $\cdot$ désignent les opérations dans R , $*+$ et $*$ sont bien, comme on pouvait s'y attendre, les opérations du corps $*R$.

Par conséquent, si $f : X \longrightarrow R$ est une fraction rationnelle, $*f$ est la fraction rationnelle correspondante $*X \longrightarrow *R$.

Théorèmes d'analyse

Nous allons traduire dans $*R$ un certain nombre de concepts d'analyse dans R . Les traductions obtenues sont très satisfaisantes en ce sens qu'elles sont voisines de l'intuition ; mais il ne faut pas cacher une difficulté qui, mésestimée, conduirait à des paradoxes : la traduction dans $*R$ doit utiliser les prolongements $*X$, $*f$, etc... définis au paragraphe précédent, prolongements qui ne sont pas toujours aussi "simples" ou "naturels" que l'on pourrait espérer (cf. [2] pour des paradoxes).

Dans toute la suite, nous utiliserons la relation d'équivalence suivante dans $*R$: $x \sim y$ si, et seulement si, $x - y$ est un infiniment petit. On dira dans ce cas que x est *infiniment voisin* de y .

Soit $S : \begin{cases} N \longrightarrow R \\ n \longmapsto S(n) \end{cases}$ une suite de réels.

Théorème 2

S converge vers le réel a si, et seulement si, pour tout naturel infiniment grand $\nu \in *N$, on a :

$$*S(\nu) \sim a$$

Autrement dit : S converge vers le réel a si et seulement si : $S(\nu)$ est infiniment voisin de a lorsque ν est un naturel infiniment grand (!).

Démonstration *

a) Supposons que $\lim S(n) = a$. Soit ϵ un réel > 0 ; il existe $m \in N$:

$$n > m \Rightarrow |S(n) - a| < \epsilon$$

Soit ν un naturel infiniment grand. Posons :

$$K = \{n \mid \nu_n \in N \mid \cap \{n \mid \nu_n \geq m\}$$

Par hypothèse $K \in \mathcal{U}$, et :

$$n \in K \Rightarrow |S(\nu_n) - a| < \epsilon$$

Donc

$$K \subset L = \{n \mid |S(\nu_n) - a| < \epsilon\}$$

Ceci prouve que $L \in \mathcal{U}$, d'où : $|*S(\nu) - a| < \epsilon$

Ceci est vrai pour tout ϵ réel > 0 , donc $*S(\nu) - a$ est infiniment petit.

b) Inversement, si S ne converge pas vers a , il existe un réel $\epsilon > 0$ et une suite croissante de naturels $\nu(n)$ tels que :

$$\forall n \mid |S(\nu(n)) - a| > \epsilon$$

ν est un naturel infiniment grand tel que : $|S(\nu) - a| > \epsilon$, ce qui prouve que $S(\nu)$ n'est pas infiniment voisin de a (C.Q.F.D.)

On démontrera de façon analogue le théorème suivant :

Théorème 3

$f : X \longrightarrow \mathbb{R}$ est continue en $a \in X$ si, et seulement si, pour tout $x \in {}^*X$, nous avons :

$$x \sim a \Rightarrow {}^*f(x) \sim f(a)$$

Applications

1) Soit X l'ensemble des réels non nuls, et f l'application

$$\left| \begin{array}{l} X \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto 1/x \end{array} \right.$$

On vérifiera que *X est l'ensemble des réels non standard différents de zéro, et *f l'application

$$\left| \begin{array}{l} {}^*X \longrightarrow {}^*\mathbb{R} \\ x \longmapsto 1/x \end{array} \right.$$

Soit $a \in X$. Montrons que f est continue en a . Soit da un infiniment petit :

$$\frac{1}{a + da} - \frac{1}{a} = - \frac{da}{a(a + da)}$$

est un infiniment petit (les infiniment petits forment un idéal dans l'ensemble des nombres finis) (C.Q.F.D.!).

2) Somme et produit de fonctions continues en a sont continues en a , car :

$${}^*(f + g) = {}^*f + {}^*g \quad \text{et} \quad {}^*(fg) = ({}^*f)({}^*g)$$

et la relation $y \sim z$ (y est infiniment voisin de z) est compatible avec l'addition et la multiplication !

Revenons au théorème 1, qui affirme que tout élément fini $x \in \mathbb{R}$ peut être décomposé de façon unique sous la forme :

$$x = u + du \quad \text{avec} \quad u \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad du \in I$$

On posera $u = R(x)$ ("partie réelle" de x).

On obtient alors les traductions intéressantes suivantes qu'on pourra chercher à démontrer (cf [7]) :

Théorème 4

$X \subset \mathbb{R}$ est fermé si, et seulement si,

$$\forall x \in {}^*X \quad (x \text{ fini} \Rightarrow R(x) \in X)$$

Théorème 5

$X \subset \mathbb{R}$ est ouvert si, et seulement si, pour tout réel $x \in X$ et tout infiniment petit $dx \in I$, nous avons : $x + dx \in {}^*X$

Théorème 6

$$X \subset \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad \|p \sim \# \| \setminus \{0\} \setminus \mathbb{R}^+$$

$X \subset \mathbb{R}$ est compact si, et seulement si, tout élément $x \in {}^*X$ est fini et vérifie : $R(x) \in X$

On en déduit immédiatement que tout compact X est fermé. En outre X compact est borné (dans $\mathbb{R}$) ; sinon il existerait dans X une suite non bornée (x_n) , c'est-à-dire un infiniment grand $x \in {}^*X$.

Réciproquement, si $X \subset \mathbb{R}$ est borné (dans $\mathbb{R}$), *X ne comporte que des éléments finis ; donc un fermé borné est compact. Nous avons là une "démonstration non-standard" du théorème connu (dont la formulation n'utilise aucun terme non-standard) :

Théorème 7

$X \subset \mathbb{R}$ est compact si, et seulement si, X est fermé borné.

Autre exemple de démonstration non-standard :

Théorème 8

L'image continue d'un compact est un compact.

Démonstration

Soit X un compact de $\mathbb{R}$, $f : X \longrightarrow \mathbb{R}$, et $Y = f(X)$.

Soit $y \in {}^*Y$; il existe donc une suite (x_n) dans X telle que :

$$|n| y_n = f(x_n) \quad | \in \mathcal{U}$$

D'où :

$$y = {}^*f(x) \quad \text{et} \quad x \in {}^*X$$

Comme X est compact : $x = u + du$ avec $u \in X$, $du \in I$

Comme f est continue, le théorème 3 indique : ${}^*f(x) \sim f(u)$

En résumé : $y \sim f(u)$, ce qui prouve que y est fini, et que $R(y) = f(u) \in Y$.

Donc Y est compact.

Nous arrêterons là nos exemples d'analyse non-standard, car on pourrait continuer ainsi longtemps : dérivation, intégration, etc... On voit que les traitements non-standard des définitions et des démonstrations sont plus proches de l'intuition (peut être en sont-ils "infiniment voisins" ?).

L'analyse est une branche déjà très développée des mathématiques, et l'analyse non-standard n'y a pas apporté de révolution. Cependant, on lui doit déjà quelques résultats nouveaux et elle a permis de redémontrer de manière plus élégante de nombreux théorèmes.

Il est surtout remarquable de constater que le grand assainissement de l'analyse, opéré au milieu du XIXe siècle par l'éviction des infinitésimaux et le développement des " (ϵ, η) -raisonnements", ne découlait peut-être pas d'une nécessité logique.

Et plus tard, par un terrorisme intellectuel remarquable, ceux (entre autres les physiciens) qui ont continué à utiliser les infiniment petits ont été considérés avec mépris, et nous continuons à répandre cet état d'esprit. Et pourtant, l'élégance et la rapidité des méthodes infinitésimales auraient pu nous inquiéter...

Bien sûr la construction, présentée dans cet article, des réels non-standard, construction qui repose sur l'existence d'ultrafiltres, est impossible dans le système de pensée du 19e siècle ; c'est une construction de l'époque de la logique moderne et de la théorie des ensembles.

Mais il faudrait étudier si, sans *construire* le corps des réels non-standard, il n'était pas possible, dès le 19e siècle, de définir rigoureusement les *règles d'emploi* des infiniment petits et infiniment grands. Les mathématiciens du 19e siècle, malgré des erreurs, avaient une bonne pratique de l'emploi de ces notions ; en outre la conviction s'est développée chez eux (cf [8]) que la source de la validité des mathématiques se situe dans la *manipulation réglée de symboles*.

Il faudrait donc analyser les raisons qui les ont poussés à abandonner les infiniment petits et à *exclure* cette notion plutôt qu'à la *régler*. Et si l'on admet l'hypothèse d'une nécessité intrascientifique à cette exclusion, faut-il reconnaître ici un exemple de *refoulement* que suppose l'émergence d'un certain type de *rationalité*, ici l'analyse ? De toute façon on tient certainement là un cas exemplaire, ni trop proche, ni trop lointain, où peut être vue

et étudiée l'influence du contexte idéologique d'une époque (en particulier social, politique et philosophique) sur le développement des mathématiques.

Enfin, la réponse à la question : qu'est-ce qui, en profondeur, a produit, en mathématiques, l'abandon des infiniment petits ? peut amener à une nouvelle réflexion sur la pédagogie de l'initiation à l'analyse. Quand on sait, par expérience, la difficulté qu'il y a à fonder cette dernière sur les " (ϵ, η) -arguments" ...

BIBLIOGRAPHIE

L'ouvrage fondamental de ROBINSON [6] présente $\ast R$ à partir de concepts généraux de logique, rappelés dans un premier chapitre. On aura un aperçu de cette démarche en consultant l'article de LIGHTSTONE [2], [1] et [8] ne traitent pas des réels non-standard, mais sont des études épistémologiques sur le développement du calcul infinitésimal.

- [1] BADIOU A. : *LA SUBVERSION INFINITESIMALE*. Cahiers pour l'Analyse. N° 9. Editions du Seuil.
- [2] LIGHTSTONE A.H. : *INFINITESIMALS*. The American Mathematical Monthly. Vol. 79. N° 3, 1972.
- [3] LUXEMBURG W.A.J. : *APPLICATIONS OF MODEL THEORY TO ALGEBRA, ANALYSIS AND PROBABILITY*. HOLT, RINEHART and WINSTON, New-York 1969
- [4] LUXEMBURG W.A.J. : *WHAT IS NONSTANDARD ANALYSIS ?* The American Mathematical Monthly. Vol. 80, N° 6, Part II (1973)
- [5] MACHOVER M. et HIRSHFELD J. : *LECTURES ON NONSTANDARD ANALYSIS*. Lectures Notes in Mathematics 94 ; 1969.
- [6] ROBINSON A. : *NONSTANDARD ANALYSIS*. North-Holland, Amsterdam 1966.
- [7] VAN OSDOL D.H. : *TRUTH WITH RESPECT TO AN ULTRAFILTER OR HOW TO MAKE INTUITION RIGOROUS*. The American Mathematical Monthly. Vol. 79, N° 4, 1972.
- [8] C. HOUZEL, J.L. OVAERT, P. RAYMOND, J.J. SANSUC : *PHILOSOPHIE ET CALCUL DE L'INFINI*. Maspéro, 1976.

La formule et le fait

par C.P. BRUTER *, maître de conférences à l'Université de Bretagne Occidentale

Nous nous proposons, dans ce texte, de redonner vigueur à quelques thèses classiques. Celles-ci paraissent tellement évidentes qu'elles échappent parfois à l'attention. Par cette négligence, le progrès de la connaissance peut venir à marquer le pas. Aussi, encouragés dans cette voie par quelques-uns de nos collègues biologistes, nous a-t-il paru opportun de rappeler ces thèses, en donnant la parole, le plus souvent possible, à nos grands anciens qui sont aussi nos guides.

Du fait vers la formule

Nous savons que la connaissance joue un rôle essentiel dans la survie et dans le développement de l'espèce. Et que la connaissance est en premier lieu le fruit de l'observation.

N'est pas bon observateur qui veut ; certains ont la vue courte, d'autres ont le regard perçant, c'est là un fait évident de nature auquel nul n'échappe. L'exercice de l'observation, la familiarité avec l'objet à étudier, l'intérêt qu'on lui porte, sont quelques-uns des facteurs qui permettent d'accroître la qualité de cette observation : les Esquimaux en arrivent à former plusieurs dizaines de mots pour caractériser les différents états de la neige ; la langue arabe possède plus de 400 termes pour décrire le chameau et exprimer les rapports du nomade avec cet animal familier.

Les artifices que nous devons à l'ingéniosité humaine peuvent nous permettre de suppléer à nos déficiences naturelles, voire de décupler nos facultés sensibles. L'étendue du savoir, l'agilité combinatoire de l'esprit conduisent à faire des rapprochements, à saisir les analogies, à procéder à des expériences qui justifient les intuitions ou mettent en évidence des propriétés nouvelles.

* Nous voudrions remercier le Professeur L. Baillaud (physiologie végétale) qui nous a incités à écrire ce texte. Nous remercions également vivement le Professeur A. Kastler qui a mis entre nos mains les quatre volumes pesants des traités britanniques ([15] [21]).

N.D.L.R. Cet article paraît également dans le *Bulletin du Groupe d'Etude des Rythmes Biologiques*, T.8, n° 6 (1976) 185-200 et dans la revue *Economies et Sociétés*, n° 2, 1977.

Les qualités de l'observateur sont donc fonction de faits de nature sur lesquels le sujet peut difficilement agir, et de faits de culture : ces qualités dépendent de la formation reçue, et de la volonté que l'observateur déploie à en développer les aspects positifs.

Après avoir rassemblé les faits qui lui paraissent présenter des propriétés de stabilité, soit dans leur état, soit dans leurs rapports de causalité, le savant tente d'exprimer les relations qu'il remarque entre phénomènes, non plus seulement par le verbe, mais aussi par le nombre. Il tente de quantifier ses observations, de les relier entre elles par des relations fonctionnelles. Il essaie de trouver des chaînes causales qui justifient les apparitions successives ou concomitantes de ces propriétés. Pendant cette phase de recherche, libre cours est laissé à l'imagination. "Les rêveurs scientifiques qui semblent perdus dans leurs spéculations sont à leur manière des hommes pratiques : l'application vient quelquefois de surcroît. La source tarirait promptement, si un esprit exclusivement utilitaire venait à dominer dans nos sociétés trop préoccupées de jouissances positives" [17]. L'esprit est en droit d'exprimer les pensées les plus hardies, les plus folles selon l'apparence. Les réponses incorrectes s'évanouiront dans les vapeurs de l'oubli, les solutions justes, au contraire, s'enracineront, et finiront petit à petit par s'imposer.

Au terme de cette période de rêve, la pensée *réduit*, résume en sentences et en formules l'essentiel de ses observations et de ses déductions. La réalité est donc *tronquée* au cours d'un processus qui comporte deux étapes principales : la première se situe au niveau de l'observation, la pensée ne retient que certains traits pertinents de l'objet en cours d'examen ; la seconde apparaît au niveau de l'expression de la pensée, qui peut se laisser aller à la facilité, en ne choisissant pas le terme exact, en écourtant son discours.

Dans certains cas simples, la réalité apparente peut être décrite au moyen du seul langage mathématique. Celui-ci, par son vocabulaire et par sa syntaxe, est d'apparence très pauvre ; mais il contient en lui des potentialités d'une richesse exceptionnelle [5]. Son déchiffrement, qui est l'oeuvre des mathématiciens, se révèle très difficile. Immense dans son étendue, ardu à apprendre, il décourage souvent les bonnes volontés du public qui s'en tient malgré lui à la connaissance de la signification de quelques symboles et de quelques termes. Il est souvent difficile d'exprimer l'idée vraie dans sa langue maternelle ; à plus forte raison dans ce langage ésotérique.

La formule contre le fait

“C'est la première liaison du concret et de l'abstrait qui a toujours été la difficulté la plus grande dans l'application des mathématiques à l'étude des réalités ; une fois cette liaison établie sur un point, le développement relativement aisé des théories abstraites fournit rapidement de nouveaux sujets d'études et de recherches, de nouvelles analogies”.

A ces remarques d'Emile Borel [2], font écho aujourd'hui celles de Pierre Delattre [8] : “La rigueur que possède la mathématique, dans son propre domaine, ne se transmet pas automatiquement aux disciplines qui en font usage. La mathématique est en fait une syntaxe, qui ne garde sa valeur que lorsqu'elle est appliquée à une sémantique précise et cohérente. De là résulte la nécessité de procéder à une analyse conceptuelle très soignée avant toute mathématisation, si l'on veut éviter d'aboutir à des propositions illusoirement précises, voire à de véritables calembours logiques”.

Voici un exemple classique [14] de calembour logique qui permet de “montrer que -1 est égal à $+1$:

$$(-1) = i^2 = ((-1)^{1/2})^2 = ((-1)^2)^{1/2} = 1^{1/2} = +1”.$$

Même en mathématiques, le symbole est enrobé de signification. Il importe, au moment où l'on jette les bases du modèle, puis lorsqu'on en développe les propriétés, de bien être assuré, à chaque pas, de la pertinence sémantique des symboles, des expressions, de leurs enchaînements.

Il est probable que l'attention portée à ces questions linguistiques est insuffisante. On ne peut qu'être étonné en effet du nombre de modèles mathématiques proposés dans toutes les disciplines, et du peu d'usage qu'en retiennent les praticiens. Les modèles ne sont le plus souvent que des feux de paille éteints aussitôt qu'allumés. Mais ils permettent à leurs auteurs de faire mention de publications, ils entretiennent et développent l'art de construire les modèles, ils contribuent à la diffusion des concepts nouveaux à travers toutes les disciplines, et par là ils annoncent l'apparition future de modèles signifiants.

Nous ne devons pas protester trop fort contre le faible pouvoir opératoire des modèles existant à l'heure actuelle. Non seulement parce qu'on peut objecter “faites mieux puisque vous êtes si savant”, mais davantage, parce que nous savons que le prix imposé

par la Nature pour aboutir à une création de qualité est toujours extraordinairement élevé. La communauté scientifique, ceux qui la dirigent, doivent accepter cette donnée avec philosophie, faire preuve d'indulgence, de patience, et de ténacité.

Les auteurs de modèles doivent également accepter la critique avec non moins de sagesse, et savoir tirer les leçons des échecs et des erreurs de direction. Nous avons, dans d'autres textes [3] [4], indiqué et justifié nos réticences à l'égard des modèles probabilistes, ou des modèles inspirés par la théorie des automates. Entre le hasard pur auquel on pourrait rattacher les premiers modèles, et la conception sans souplesse qui caractérise les seconds, les modèles plus flexibles de la géométrie paraissent mieux adaptés pour évoquer la plénitude de la vie. Nous avons exprimé nos doutes les plus sévères sur la valeur des modèles économiques actuels, même et peut-être surtout sur les plus savants d'entre eux [6]. Comment peut-on faire des modèles approfondis quand les concepts de base, comme celui de la valeur, ne sont pas encore formalisés ? Et que dire des problèmes de stabilité quantitative ? Les économistes, tel François Perroux, savent, eux, que l'économie n'est encore qu'une discipline à "intention scientifique" [17]. Le fait que quelques excellents mathématiciens s'attellent à l'économie théorique telle qu'on la pratique de nos jours n'est nullement un gage de la pertinence de ces théories.

Mais le langage mathématique exerce une sorte de fascination sur la majorité des chercheurs de toute discipline. L'emploi de ce langage fait savant ; il a permis à la science et à la technique d'accomplir d'incontestables progrès ; et nous croyons tous qu'il faudra en venir à une expression plus géométrique de la réalité sensible. Pourtant, l'emploi magique de la formule peut en fait servir de masque à la facilité et à la compréhension véritable.

Dans la préface de l'ouvrage qu'ils ont publié en commun [22], W. Thomson, physicien plus connu sous le nom de Lord Kelvin, et P. G. Tait, mathématicien célèbre, ont mis en garde leurs lecteurs et le monde universitaire* : "Nothing can be more fatal to progress than a too confident reliance on mathematical symbols ; for the student is only too apt to take the easier course, and consider the *formula* and not the *fact* as the physical reality" (a).

* On trouve dans l'annexe une traduction de toutes les citations écrites en anglais.

Sans doute convient-il d'insister sur cette facilité, qui tourne aisément à la légèreté. Selon la loi du moindre effort, d'une part on s'en tient à la surface de l'observation, et, d'autre part, on tente de ramener la description à un trait unique, codifié en une formule élémentaire. Dans le meilleur des cas, deux ou trois propriétés sont posées en axiomes, à partir desquels on raisonne en isolant en général l'objet de son contexte. Or, il faut le dire, on peut toujours établir une tour de Babel de conséquences de ces quelques données initiales. L'esprit des mathématiciens est particulièrement *habile* à ce genre d'exercice. Mais, en dehors du champ des mathématiques, les déductions qu'on nous propose sont trop souvent des affirmations sans destin. Le mathématicien n'en a cure.

Virtuose du langage abstrait, il subjugue les foules comme un concertiste. L'admiration du public pour la facilité et l'habileté peut finir par nuire au mathématicien lui-même et à la science toute entière. L'orgueil naturel, que nous rapprocherions plutôt du sentiment noble de la dignité de soi, est perverti. Trop conscient de ses dons, parfois limités à une parcelle de l'activité intellectuelle, le mathématicien estime appartenir à une société supérieure, dont les membres cultivent l'élitisme : certains éléments de cette corporation souffrent alors de complexes d'infériorité à l'égard des représentants les plus actifs et les plus brillants de leur caste, et peuvent finir par acquérir une mentalité de petit blanc.

Peut-être Montesquieu a-t-il essuyé leurs sarcasmes ? Pensée 678 * : "Je n'estime pas plus un homme qui s'est appliqué à une science, que celui qui s'est appliqué à une autre, si tous deux y ont apporté de l'esprit et du bon sens. Toutes les sciences sont bonnes et s'aident les unes les autres. Je ne sache que le maître à danser et le maître d'armes de Molière qui disputent sur la dignité et la préférence de leur art. Je dis tout cela contre les géomètres ...". La suite du texte de Montesquieu n'est pas moins mordante ni moins pertinente **.

Deux siècles plus tard, c'est toute l'activité scientifique qui est rongée par le mal. Au temps des Grecs, et même au Moyen-Age, le barbare en somme était l'habitant de la cité voisine. Aujourd'hui, l'agressivité humaine se transpose à un autre niveau, plus spirituel si l'on veut. Le sauvage, qui n'est pas forcément bon, est celui qui n'a pas l'honneur de pratiquer la même discipline

* Montesquieu — Mes pensées (voir Oeuvres Complètes), Editions du Seuil, Paris, 1964.

** Platon - La République (Livre VII) : "dans l'état présent des choses, ceux qui sont doués pour ces recherches ont trop de présomption pour l'écouter".

intellectuelle que le véritable apôtre du savoir. A. Giard [10] dénonce déjà la "spécialisation nécessaire et avantageuse à beaucoup d'égards, mais dont la conséquence la plus fâcheuse est que chaque spécialiste arrive trop vite à considérer comme seuls dignes d'intérêt les objets dont il s'occupe et la manière dont il s'en occupe". Le texte suivant d'Henry O. Pollack [19] aurait tendance à nous plonger dans l'humour : "Look at the same undergraduate four years later, and all too often there is just one little branch of mathematics which is interesting, and everything else is bunk. It is true that the process of getting a research degree requires you to become an approximate world expert in some particular topic. But that does not imply that you therefore have to believe that all other topics are worthless and uninteresting. I am afraid that sometimes this attitude is even adopted in imitation of more senior mathematicians" (b). L'auteur aurait pu également rappeler la concurrence sévère qui existe au sein du monde scientifique, et que l'excès de lutte engendre la mort.

On ne peut quitter ce sujet sans faire mention de ce bon texte d'Errett Bishop [1] : "I want to discuss today one fundamental reason why mathematics is so often applied so thoughtlessly : the arrogance of mathematicians. I have experienced this arrogance ever since I began to work in the philosophy of mathematics and I am sure that you historians have experienced it too. People tell me in so many words that when I was proving theorems, I was doing something original and worthwhile ; but when I started to think about philosophical questions, I could not possibly be doing anything deep. This prejudice, that all good work must be technical in the mathematical sense, has made economists, sociologists, etc, feel inferior, as if they should mathematicize, very often to the detriment of the real *meaning* of their work" (c).

C'est en effet à l'étude de la signification profonde des oeuvres des savants d'autres disciplines que le mathématicien doit s'attacher, s'il veut faire oeuvre "pratique". Il n'est pas dit que tous les mathématiciens soient aptes à saisir toutes les subtilités de ces esprits souvent littéraires. On peut être vif et habile ; on n'est pas forcément toujours sensible ni très profond. Et peut-être les secondes qualités sont-elles parfois des freins au développement des premières, et inversement. Quand on croit deviner qu'une richesse de causes préludent à l'apparition d'un phénomène, le modèle sauvage qui décrit cet événement fait repoussoir ; dans ces cas, la recherche du théorème semble devenir un exercice scolastique et pédant.

Le psycho-physiologiste Robert Jung [13], note que "le fait que les modèles aient des corrélats anatomiques n'est pas toujours un critère suffisant pour assurer leur succès". Il cite comme exemple "quelques modèles intéressants développés sur des bases histologiques et synaptiques exactes, tels que ceux de Pitts et Mc Culloch pour le cortex visuel, (qui) n'ont jamais été confirmés expérimentalement". La connaissance de ces bases, aujourd'hui tout à fait insuffisante, interdit en effet le succès de tout modèle fin.

Un des préalables à la construction d'un modèle éventuellement significatif est l'intelligence très approfondie de la matière dans laquelle on cherche à appliquer les mathématiques. Cette affirmation peut paraître banale. En effet, malheureusement cette intelligence fait souvent défaut ; parfois, au niveau des plus grands spécialistes de la discipline en question, même s'il leur arrive de prétendre, pour le bon renom de leur personne ou celui de leur corporation, avoir accès à une compréhension bien travaillée. Dans ce cas, bien souvent, le mathématicien, par sa formule, tronquera encore davantage la réalité qu'il prétendra décrire, et son travail sera vain. Mais parfois, le mathématicien atteindra le niveau de compétence des plus grands créateurs ou des meilleurs spécialistes, et l'apport de ses réflexions, des concepts et des techniques qu'il utilise dans sa propre discipline, permettront de faire des progrès décisifs. Ceux de l'astronomie, des cosmogonies, de la physique ont été marqués par les travaux de savants illustres qui possédaient à fond l'outil mathématique dans leur bagage intellectuel.

On peut rencontrer des situations où la compréhension du spécialiste est profonde. Ses intuitions le poussent à introduire de nouveaux concepts, à avancer des explications nouvelles, ou des schémas d'explication qu'il a du mal à exprimer, à formuler, parfois même à rendre cohérents. Le mathématicien, d'ordinaire, ne s'arrête pas à examiner les écrits de ces auteurs, jugés peut-être trop "littéraires" ; a-t-il le temps, en effet, de s'adonner à de pareilles lectures ? Sa fonction est de produire rapidement des modèles mathématiques.

A l'inverse, des efforts patients et ardents de réflexion sur ces textes peuvent conduire à des réussites exceptionnelles. L'attitude de Maxwell est en tout point exemplaire, et son témoignage, qu'il expose avec tant de ferveur, est capital pour la défense et l'illustration de nos points de vue.

Les leçons de Maxwell

“Before I began the study of electricity I resolved to read no mathematics on the subject till I had first read through Faraday’s *Experimental Researches in Electricity*. I was aware that there was supposed to be a difference between Faraday’s way of conceiving phenomena and that of the mathematicians, so that neither he nor they were satisfied with each other’s language. I had also the conviction that this discrepancy did not arise from either party being wrong. I was first convinced of this by Sir William Thomson, to whose advice and assistance, as well as to his published papers, I owe most of what I have learned on the subject.

As I proceeded with the study of Faraday, I perceived that this method of conceiving the phenomena was also a mathematical one, though not exhibited in the conventional form of mathematical symbols. I also found that these methods were capable of being expressed in the ordinary mathematical forms, and thus compared with those of the professed mathematicians.

For instance, Faraday, in his mind’s eye, saw lines of force traversing all space where the mathematicians saw centres of force attracting at a distance : Faraday sought the seat of the phenomena in real actions going on in the medium, they were satisfied that they had found it in a power of action at a distance impressed on the electric fluids.

When I had translated what I considered to be Faraday’s ideas into a mathematical form, I found that in general the results of the two methods coincided, so that the same phenomena were accounted for, and the same laws of action deduced by both methods, but that Faraday’s methods resembled those in which we begin with the whole and arrive at the parts by analysis, while the ordinary mathematical methods were founded on the principle of beginning with the parts and building up the whole by synthesis*.

I also found that several of the most fertile methods of research discovered by the mathematicians could be expressed much better in terms of ideas derived from Faraday than in their original form” (d).

Il poursuit, dans sa préface, deux pages plus loin : “I have confined myself almost entirely to the mathematical treatment of

* Nous n’aborderons pas dans ce texte l’examen de ce point important de la méthodologie scientifique (cf. par exemple [4]).

the subject, but I would recommend the student, after he has learned, experimentally if possible, what are the phenomena to be observed, to read carefully Faraday's *Experimental Researches in Electricity*. He will there find a strictly contemporary historical account of some of the greatest electrical discoveries and investigations carried on in an order and succession which could hardly have been improved if the results had been known from the first, and expressed in the language of a man who devoted much of his attention to the methods of accurately describing scientific operations and their results.

It is of great advantage to the student of any subject to read the original memoirs on that subject, for science is always most completely assimilated when it is in the nascent state" (e).

Toutes ces lignes sont extraites de la préface de son *Traité* [15]. Dans le cours de ce livre, au volume 2, il incite à nouveau le lecteur à se pencher sur l'ouvrage de Faraday. Voici en quels termes : "528. The discovery by Ørsted of the magnetic action of an electric current led by a direct process of reasoning to that of magnetization by electric currents, and of the mechanical action between electric currents. It was not, however, till 1831 that Faraday, who had been for some time endeavouring to produce electric currents by magnetic or electric action, discovered the conditions of magneto-electric induction. The method which Faraday employed in his researches consisted in a constant appeal to experiment as a means of testing the truth of his ideas, and a constant cultivation of ideas under the direct influence of experiment. In his published researches we find these ideas expressed in language which is all the better fitted for a nascent science, because it is somewhat alien from the style of physicists who have been accustomed to establish mathematical forms of thought.

The experimental investigation by which Ampère established the laws of the mechanical action between electric currents is one of the most brilliant achievements in science.

The whole, theory and experiment, seems as if it had leaped, full grown and full armed from the brain of the "Newton of electricity". It is perfect in form, and unassailable in accuracy, and it is summed up in a formula from which all the phenomena may be deduced, and which must always remain the *cardinal formula* of electro-dynamics.

The method of Ampère, however, though cast into an inductive form, does not allow us to trace the formation of the ideas which guided it. We can scarcely believe that Ampère really discovered the law of action by means of the experiments which he describes. We are led to suspect, what, indeed, he tells us himself, that he discovered the law by some process which he has not shewn us, and that when he had afterwards built up a perfect demonstration he removed all traces of the scaffolding by which he had raised it.

Faraday, on the other hand, shews us his unsuccessful as well as his successful experiments, and his crude ideas as well as his developed ones, and the reader, however inferior to him in inductive power, feels sympathy even more than admiration, and is tempted to believe that, if he had the opportunity, he too would be a discoverer. Every student should therefore read Ampère's research as a splendid example of scientific style in the statement of a discovery, but he should also study Faraday for the cultivation of a scientific spirit, by means of the action and reaction which will take place between the newly discovered facts as introduced to him by Faraday and the nascent ideas in his own mind.

It was perhaps for the advantage of science that Faraday, though thoroughly conscious of the fundamental forms of space, time, and force, was not a professed mathematicien. He was not tempted to enter into the many interesting researches in pure mathematics which his discoveries would have suggested if they had been exhibited in a mathematical form, and he did not feel called upon either to force his results into a shape acceptable to the mathematical taste of the time, or to express them in a form which mathematicians might attack. He was thus left at leisure to do his proper work, to coordinate his ideas with his facts, and to express them in natural, untechnical language" (f).

Sur la première leçon : "Il faut prendre l'idée de celui-là même qui l'a inventée"

Cette formule d'Alain résume la première leçon que nous rappelle Maxwell. Leçon antique, on la trouve déjà chez Platon. Mais tant de fois négligée. La lecture du créateur apporte plus à l'entendement, enrichit davantage que ne semble pouvoir le faire n'importe quel épigone.

La pédagogie universitaire pourrait tenir compte de cette remarque. Le professeur renvoie-t-il assez l'étudiant à la lecture des pères fondateurs ? Comme on le fait dans le secondaire pour les lettres classiques, on pourrait également réunir des textes scientifiques importants, et passer quelques heures à les commenter. Un professeur d'histoire des sciences serait chargé de ce rôle. A un niveau plus élevé, l'étudiant rédigerait un petit rapport sur l'histoire d'une découverte contemporaine, afin, principalement, que soit suscité en lui l'intérêt pour la pensée d'autrui.

Il fut un temps, en France, où l'on ne dédaignait pas ce contact avec les maîtres du passé. Ainsi Alfred Kastler, lorsqu'il était à l'Ecole Normale, dut faire un exposé sur Ampère. Qui peut apprécier, avec exactitude, l'incidence secrète de ce petit travail d'histoire sur la carrière du prix Nobel ? L'école française de physique aurait-elle gagné à la lecture des traités de Maxwell et de Thomson-et-Tait, qui dormaient dans les réserves de la bibliothèque de l'Ecole Normale (les pages 41 à 96 du second de ces traités (édition de 1879) n'étaient même pas découpées) ? Des expériences de formation "nouvelle" portant sur quelques décennies permettraient sans doute d'asseoir la valeur d'une réponse.

Il va sans dire que la doctrine qui est présentée ici est applicable à toutes les disciplines. Les éditeurs y trouveraient leur compte : on publierait à nouveau les ouvrages des grands précurseurs, et si possible leurs éditions *princeps* où l'on peut goûter à la fraîcheur de la première pensée.

Chez les naturalistes, l'oeuvre de Buffon, par exemple, gagnerait semble-t-il à être mieux connue. On sait l'intérêt que portait ce grand savant aux mathématiques ; les travaux et les réflexions qu'elles lui ont inspirés gardent toute leur jeunesse. Ses idées sur la perception physiologique (cf [7]) mériteraient encore d'être examinées. Et ces lignes ne pourraient-elles pas intéresser les embryologistes : "Les vrais ressorts de notre organisation ne sont pas ces muscles, ces veines, ces artères, ces nerfs, que l'on décrit avec tant d'exactitude et de soin ; il existe, comme nous l'avons dit, des forces intérieures dans les corps organisés, qui ne suivent point du tout les lois de la mécanique grossière que nous avons imaginée, et à laquelle nous voudrions tout réduire : au lieu de connaître ces forces par leurs effets, on a tâché d'en écarter jusqu'à l'idée ; on a voulu les bannir de la philosophie : elles ont reparu cependant, et avec plus d'éclat que jamais, dans la gravitation, dans les affinités chimiques, dans les phénomènes de l'électricité, etc".

Sur la seconde leçon : les dangers de l'algèbrose

Buffon ne s'exprime ni à l'aide de symboles ni par le truchement de formules mathématiques. Il n'en est pas moins quelqu'un d'intelligent. En n'employant que le langage vernaculaire, la portée de son expression paraît au contraire plus grande, la sémantique plus étendue et plus riche.

Dans un discours purement littéraire, le savant décrit, met en évidence des faits saillants : on pourrait parfois les dénommer axiomes, propositions, lemmes ou théorèmes. On peut s'efforcer d'écrire à la manière des penseurs du dix-septième siècle comme Descartes ou Spinoza : *more geometrico*. Bien souvent le savant propose des conjectures. Il manipule entre elles toutes ces idées pour en tirer des conclusions, des thèses, des prophéties. Il simule et démontre à sa manière.

Naturellement, l'expression diffère, dans son apparence scripturale, de celle du mathématicien. Le symbole que celui-ci emploie n'est que l'image brève d'un discours plus ou moins long, dont la sémantique est figée. S'il tenait à supprimer les symboles de sa rhétorique, on ne pourrait faire de distinction entre le texte littéraire et celui du mathématicien. Simplement, mais ce point est important, on constaterait la pauvreté du vocabulaire mathématique en regard du vocabulaire littéraire. Les mots de ce vocabulaire renvoient à des événements, à des faits ou à des propriétés d'une très grande complexité ; dans son désir réductionniste, le langage mathématique souhaiterait ramener cette complexité à des schémas symboliques standard ; il est à l'heure actuelle incapable de procéder à une telle réduction. Dans une certaine mesure, la mathématique est trop simpliste.

Mais, à la faveur de cette simplicité, la rigueur logique de l'enchaînement des pensées semble plus nette chez le mathématicien — qui, notons-le, se laisse parfois surprendre par des raisonnements subtils mais faux. Selon l'apparence, la démonstration mathématique, dans l'ordre des causes et des implications, ne connaît aucune faille. L'explication paraît parfaite. Pourtant, déjà à ce niveau, il est le plus souvent impossible matériellement de transcrire ces explications dans le seul langage mathématique irréprochable, celui de l'arithmétique.

Naturellement, l'exposition littéraire donne l'impression d'une solidité beaucoup moins assurée. On peut voir plusieurs causes au caractère parfois laxiste de l'argument littéraire. D'abord

une clause de style, pleine de vertu. On permet au mathématicien de répéter vingt fois de suite le même symbole. Le littéraire doit au contraire éviter les redites : pour ne pas lasser le lecteur et l'endormir par la litanie ; à cette raison classique s'en adjoint une seconde, plus sérieuse : un seul terme ne suffit pas à évoquer dans l'esprit du lecteur la plénitude des propriétés que possède un objet ; on décrit mieux celui-ci en l'examinant sous plusieurs facettes au lieu d'une seule, et chaque examen suggère l'emploi d'un terme nouveau.

De cette seconde raison découlent également, en partie, les parenthèses, les excroissances du discours qui peuvent momentanément écarter l'auteur du sujet principal qui l'occupe. Les digressions finissent parfois par masquer et faire oublier la continuité dans la démonstration.

La richesse du thème à traiter oblige fréquemment à faire appel à une multitude de causes plus souvent implicites qu'explicites, à opérer des raccourcis, à user pour cela d'analogies et de métaphores, ces premières étapes sur la voie du symbole, à indiquer les degrés les plus voyants d'un cheminement mental que le lecteur reconstitue au sein des strates cachées de son propre inconscient.

Bien que, d'un jour à l'autre, ne cessent de s'accroître la matière et le préalable des connaissances nécessaires à la création de toute nouvelle oeuvre mathématique, il n'en reste pas moins vrai que les sujets abordés dans les articles des mathématiciens sont d'une simplicité remarquable comparés avec les thèmes dont s'occupent par exemple les économistes ou les psychologues. Et si déjà, comme nous l'avons rappelé, il paraît impossible de transcrire la grande majorité des travaux mathématiques dans le langage rigoureux de l'arithmétique, cette transcription de travaux non mathématiques dans ce langage semble tout à fait impensable.

Cette pauvreté relative du vocabulaire du mathématicien, des sujets qu'il traite, peut finir par avoir une incidence inquiétante sur sa manière d'appréhender le monde. Non seulement il finit par ne croire qu'à la seule vertu des modèles mathématiques, par se convaincre que seul le mathématicien est capable de faire un travail sensé, mais encore, par l'exercice seul des mathématiques, il ruine sa sensibilité, en réduisant le monde extérieur à des schémas simplistes et sclérosés, en prenant l'habitude de vivre constamment dans un monde abstrait, où l'on ne pratique qu'un type d'exercice mental, astreint aux contraintes d'un vocabulaire limité.

Pour reprendre un terme de l'anthropologiste Marcel Jousse [12], l'esprit finit par être atteint d'"algébrose". C'est un danger de l'enseignement actuel des mathématiques de favoriser l'apparition de phénomènes d'algébrose mentale. Cet enseignement en effet tient à respecter une règle de rigueur. Or, selon l'avis d'un expert, Bertrand Russell [20] : "C'est un trait particulier de la genèse et du développement des nouvelles disciplines qu'une rigueur excessive imposée trop tôt étouffe l'imagination et rend vaine l'invention. Une certaine liberté d'esprit envers les critiques inspirées du respect de la forme aide au développement d'un sujet dans ses premiers stades, même si cette liberté signifie qu'on court le risque d'une erreur". Comment ce rigorisme excessif peut-il former de bons mathématiciens, alors que Jean Hadamard [11] affirmait la nécessité de savoir "penser à côté" ? Quelle science n'a pas besoin, pour son progrès, de rêveries préalables ou d'échafaudages nouveaux ? Figurer l'imagination par la rigueur, c'est tarir la source vive de l'évolution de notre espèce.

Ce même enseignement fait la part trop belle à l'abstrait. Les raisons des axiomatiques sont cachées à l'élève. Toutes les déductions sont formelles, calculées et non point guidées par la vision du but à atteindre, ni par les apparences sensibles qui suggèrent ces déductions. L'esprit apprend à se mouvoir dans un univers dénué de forme, triste, et coupé du réel. Un tel enseignement ankylose la perception du monde sensible, et a tendance à former des individus incapables d'appréhender avec finesse et peut-être justesse cette diversité des nuances qui caractérise la réalité. Non seulement il devient inapte à former de bons physiciens ou de bons naturalistes, mais encore il rompt l'équilibre mental interne de l'individu, et par ce biais est un facteur de rupture de l'harmonie sociale. Tel est le plus profond danger que recèle en lui le cours actuel des études au niveau secondaire.

Il est pourtant facile de rétablir le contact avec un monde plus naturel en rétablissant les droits modernisés de la géométrie et de sa *représentation graphique*. Paul Painlevé [16] n'hésite pas à écrire que "la géométrie est une science expérimentale au même titre que la mécanique" ; "la géométrie nous apparaît à ses débuts comme une science physique" remarque Emile Picard [18]. René Thom [21] s'est fait un avocat vibrant de la cause de la géométrie.

Les manuels n'ont pas changé d'un iota. L'algébrose, terrible maladie, aurait-elle envahi l'esprit des professeurs ? Pourtant rien ne remplace le dessin dans sa fonction d'éveil à la perception des

formes ; les données expérimentales sur la maturation du système nerveux montrent qu'il faut savoir stimuler celui-ci à temps. Une stimulation trop tardive n'a plus d'effet. Or la société devient de plus en plus urbaine, où l'enfant n'est plus en contact avec la multiplicité des odeurs, des formes qui enrichissaient les capacités mentales de nos ancêtres chasseurs et campagnards. L'environnement sensoriel de l'être humain s'appauvrit, s'algébrose avec le développement de la civilisation industrielle. Si l'enseignement renforce cette tendance à la simplification de l'architecture mentale, l'avenir de l'espèce pourrait être mis en péril.

L'irrationnel contre l'algébrose

D'autres raisons poussent quand même à être moins pessimistes. Dans la mesure où nombre de structures sensorielles sont innées, on peut espérer qu'il en est de même pour certaines formes des schémas nerveux internes en rapport direct avec l'activité la plus riche de la pensée. Sur ce point, le développement de la neurophysiologie pourrait rendre de grands services à l'humanité, en évitant à celle-ci de se fourvoyer dans des voies d'évolution sans avenir.

Quels sont, d'un autre côté, le poids et la part intangibles de l'irrationnel dans notre activité mentale, et quels sont les facteurs capables de grossir et de faire sourdre ce fleuve caché, au bord duquel fleurissent les arbres de la science ? On connaît en effet l'importance des sectes ésotériques qui, depuis l'antiquité jusqu'au dix-neuvième siècle, ont suscité l'intérêt curieux des philosophes et des savants. Les courants pythagoriciens, cabalistiques, alchimistes ont fécondé l'esprit des premiers grands géomètres, comme celui de Képler ou de Newton. L'oeuvre religieuse et ésotérique de ce grand savant est, paraît-il *, plus abondante que son oeuvre scientifique proprement dite, qui n'est pas mince. On connaît, en partie par l'intermédiaire du "savant théologien" Wachter, les liens de Spinoza avec la Cabale, ceux de Leibniz avec le monde occulte. Et l'influence du mesmérisme semble avoir été considérable sur la genèse des travaux d'Oersted et d'Ampère.

Ces courants de pensée sont encore bien vivants à l'heure actuelle ; par l'intermédiaire de rencontres annuelles, ils ont droit de cité dans nos universités. Certes, il n'est pas de bon ton de tenir ces activités pour très sérieuses. Mais peut-être s'agit-il là de pré-

* Je dois cette information au philosophe K. POMIAN.

science, de délires pré-scientifiques. Chez les Grecs, le prophète est Tirésias, l'aveugle, ou bien Cassandra, la "folle" dit Clytemnestre. "Le cri des entrailles n'est pas un vain cri, et le cœur qui mène des rondes sur des entrailles amies de la justice annonce une réalité" [9]. Est-ce également, comme dans les siècles passés, en puisant parfois dans les fantasmes et dans les réalités véhiculées par la tradition ésotérique que seront conçues des théories nouvelles et d'importance majeure ?

On peut se demander si l'excès d'algèbre ne conduirait pas à susciter des réactions positives qui pousseraient vers l'irrationnel, ou bien vers un nouveau mysticisme pythagoricien. Nous prendrons comme exemple l'intérêt magique que d'aucuns manifestent pour le ruban de Moebius. Comment en expliquer le pouvoir d'attraction : la simplicité de sa construction le rend accessible à la compréhension de tous, son étrangeté physique éveille l'imagination. Dans la mesure où cette imagination favorise la conception d'outils qui permettent de comprendre les faits, on peut poser que la forme, géométrique ou numérique, se maintient au service du fait en excitant notre curiosité et l'activité de nos facultés créatrices.

La nouveauté et le "moyen terme"

De l'opposition des contraires naissent, tout à la fois, la nouveauté et une manière de moyen terme, qui se fondent en une forme synthétique, également éloignée des positions extrêmes.

La pensée féconde se situe entre un irrationnel et une algèbre, dont les tendances respectives sont mises à profit pour créer une oeuvre et pour l'affermir sur ses bases.

Placé à "égale" distance du mathématicien pur et du spécialiste d'une autre discipline, le fondateur d'une théorie doit sa réussite à l'attention qu'il porte aux paroles des premiers comme à celles des seconds, à sa capacité d'avancer avec profondeur dans l'intelligence de la pensée et des travaux des uns et des autres. L'interdisciplinarité, qu'on ne saurait confondre avec la pluridisciplinarité [8], court à l'échec si, au lieu de dissoudre les disciplines en une seule, elle se contente de les accoler entre elles.

Entre les théories fondées sur la probabilité insaisissable, et celles basées sur l'algèbre et sur l'automatique figés, *les théories et les modèles géométriques sont les plus aptes à représenter la*

dynamique de la nature et de la Vie, novatrice dans le présent et dans le futur, mais qui s'appuie sur les formes stables et codifiées du passé.

Enfin, entre le fait brut qui relève du domaine pesant de la matière, et la formule pleine de clarté qui appartient au monde des Idées, entre la substance du corps et l'abstrait du concept, se forge la Pensée, réceptacle et miroir de la Forme, dont elle réfléchit les contours.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] E. BISHOP, *Crisis in Contemporary Mathematics*, *Historia Mathematica* 2 (1975) 507-517.
- [2] E. BOREL, *L'Espace et le Temps*, Félix Alcan, Paris (1933).
- [3] C.P. BRUTER, *Sur la Nature des Mathématiques*, Gauthier-Villard, Paris (1973).
- [4] C.P. BRUTER, *Topologie et Perception*, tome 1 (bases philosophiques et mathématiques), Maloine-Doin, Paris (1974).
C.P. BRUTER, *Topologie et Perception*, tome 2 (aspects neurophysiologiques), Maloine-Doin, Paris (1976).
- [5] C.P. BRUTER, *Sur la Modélisation in* P. SAMUEL, *Mathématiques, Mathématiciens et Société*, Pub. Math. Orsay, n° 86-74.16 (1975), pp. II.8 - II.19.
- [6] C.P. BRUTER, *Deux remarques sur les rapports entre Economie et Mathématique*, *Mondes en Développement*, n° 17 (1977).
- [7] G.L. de BUFFON, *De l'Homme*, François Maspéro, Paris (1971).
- [8] P. DELATTRE, *Concepts de Formalisation et Concepts d'Exploration*, *Scientia*, V-VI-VII-VIII (1974) 1-32.
- [9] ESCHYLE, *Théâtre Complet (Agamemnon)*, Garnier-Flammarion, Paris (1964).
- [10] A. GIARD, *Morphologie in* *De la Méthode dans les Sciences*, Félix Alcan, Paris (1928).
- [11] J. HADAMARD, *Essai sur la Psychologie de l'Invention dans le Domaine Mathématique*, Gauthier-Villars, Paris (1975).
- [12] M. JOUSSE, *L'Anthropologie du Geste*, Gallimard, Paris (1974).

- [13] R. JUNG, *Visual Perception and Neurophysiology*. Handbook of Sensory Physiology, Vol. 1, part. A, 1-157, Springer-Verlag, Berlin (1973).
- [14] S. MARCUS, *Conceptual and Contextual Hypostases of Abstract Entities*, Noesis, (Travaux du Comité Roumain d'Histoire et de Philosophie des Sciences) I (1973) 77-83.
- [15] J.C. MAXWELL, *Treatise on Electricity and Magnetism* (2 vol.), 2nd édition (1892) reprinted (1946) Lowe and Brydone, London.
- [16] P. PAINLEVE, *Mécanique in De la Méthode dans les Sciences*, Félix Alcan, Paris (1928).
- [17] F. PERROUX, *Unités Actives et Mathématiques Nouvelles*, Dunod, Paris (1976).
- [18] E. PICARD, *De la Science in De la Méthode dans les Sciences*, Félix Alcan, Paris (1928).
- [19] H.O. POLLAK, in *The Role of Applications in Ph. D. Programs in Mathematics*, Notices Am. Math. Soc. 22, 3 (1976) 158-163.
- [20] B. RUSSELL, *L'Aventure de la Pensée Occidentale*, Hachette, Paris (1961).
- [21] R. THOM, *Les Mathématiques "Modernes"*, l'Age de la Science, 3, 3 (1970) 225-242.
- [22] W. THOMSON, P.G. TAIT, *Treatise on Natural Philosophy* (2 vol.), Cambridge University Press (1879) (3rd edit.).

ANNEXE

TRADUCTION des CITATIONS

Je remercie Madame O. BROWN-HULL † et Monsieur F. COLMEZ d'avoir bien voulu traduire les textes écrits en anglais. Les traductions sont parfois un peu lourdes, par contre elles tentent de reproduire fidèlement la pensée des auteurs. Le style de Maxwell manque d'élégance. Les redites sont nombreuses. Cependant, chaque redite s'entoure d'idées nouvelles. Pour cette raison, il m'a paru difficile d'amputer ce corpus de citations quelque peu.

(a) "Rien ne peut être plus fatal au progrès qu'une confiance trop assurée dans les symboles mathématiques ; car l'étudiant n'est que trop apte à emprunter la voie la plus facile, et à considérer la *formule* et non le *fait* comme la réalité physique." (Thomson et Tait)

(b) "Voyez ce même étudiant quatre ans plus tard ; bien trop souvent, il n'y a, pour lui, que juste une petite branche de mathématiques qui soit intéressante ; tout le reste, c'est de la foutaise. Il est vrai que pour obtenir un diplôme de recherche, il est presque nécessaire de devenir un expert mondial sur un sujet particulier. Mais ceci n'implique pas qu'il doive croire que tous les autres sujets sont dépourvus de valeur et d'intérêt. Je crains que cette attitude soit même parfois copiée sur celle de leurs aînés en mathématiques." (Pollack)

(c) "Je veux discuter aujourd'hui d'une raison fondamentale de l'application irréfléchie si fréquente des mathématiques, l'arrogance des mathématiciens. J'ai fait l'expérience de cette arrogance depuis le début de mes travaux sur la philosophie des mathématiques et je suis certain que vous, les historiens, l'avez aussi subie. Des gens m'ont dit littéralement qu'en prouvant des théorèmes, je faisais quelque chose d'original et de valable, mais que lorsque je réfléchissais à des questions philosophiques, je ne pouvais rien faire de profond. Ce préjugé, qui veut que tout travail valable soit technique dans le sens mathématique, a engendré un sentiment d'infériorité chez les économistes, les sociologues, etc, comme s'ils avaient l'obligation de mathématiser bien souvent au détriment de la signification réelle de leur oeuvre." (Bishop)

(d) "Avant de commencer l'étude de l'électricité, je pris la résolution de ne pas lire de mathématiques sur ce sujet avant d'avoir parcouru *Les Recherches Expérimentales sur l'Electricité* de Faraday. Je savais que l'on pensait qu'il y avait une divergence de vue sur la manière dont Faraday d'une part et les mathématiciens de l'autre concevaient les phénomènes, si bien qu'aucune des parties n'était satisfaite du langage de l'autre. J'étais également convaincu que ce désaccord ne provenait pas d'une erreur d'un côté ou de l'autre. Je dois cette conviction à Sir William Thomson ; je lui dois également l'essentiel de ce que j'ai appris sur le sujet, par son aide, ses conseils, ses publications.

En poursuivant l'étude de Faraday, je perçus que sa méthode de concevoir les phénomènes, bien que n'étant pas exprimée sous la forme conventionnelle de symboles mathématiques, était également de type mathématique. Je découvris que ces méthodes pouvaient s'exprimer dans les formes mathématiques ordinaires, et ainsi être comparées à celles des mathématiciens professionnels.

Par exemple, Faraday voyait dans son esprit des lignes de force traversant tout espace là où les mathématiciens voyaient des centres de force attirant à distance : Faraday recherchait le siège du phénomène dans l'action réelle qui se produisait dans le milieu ; les mathématiciens étaient sûrs de l'avoir trouvé dans un pouvoir d'action à distance, agissant sur les fluides électriques.

Après avoir traduit en mathématiques ce que je considérais comme étant les idées de Faraday, je trouvais qu'en général les résultats de ces deux méthodes coïncidaient, de sorte que les deux méthodes permettaient d'expliquer les mêmes phénomènes et de déduire les mêmes lois d'action ; mais je trouvais aussi que la méthode de Faraday ressemblait à celles dans lesquelles, partant du tout, on arrive aux parties par l'analyse, tandis que les méthodes mathématiques ordinaires étaient fondées sur le principe qui consiste à prendre d'abord en considération les parties pour construire par synthèse le tout.

Je trouvais également que quelques-unes des méthodes de recherche les plus fertiles découvertes par les mathématiciens pouvaient être exprimées de bien meilleure façon dans les termes, les idées de Faraday, que dans leur forme originale."

(e) Il poursuit dans sa préface, deux pages plus loin : "Je me suis limité presque entièrement au traitement mathématique du sujet, mais je recommanderais à l'étudiant, après qu'il ait appris, si possible expérimentalement, quels sont les phénomènes à observer, de lire avec soin *Les Recherches Expérimentales en Electricité* de Faraday. Il y trouvera un compte rendu historique, strictement contemporain, de quelques-unes des découvertes et recherches électriques les plus grandes, réalisées dans un ordre de succession qui aurait pu difficilement être amélioré si le résultat en avait été connu dès le début, et exprimées dans le langage d'un homme qui porte beaucoup d'attention à la description précise des opérations scientifiques et de leurs résultats.

L'étudiant aura intérêt à lire les mémoires originaux sur le sujet qu'il travaille, quel que soit celui-ci ; car la science est toujours plus complètement assimilable quand on l'étudie dans son état naissant."

(f) "La découverte par Ørsted de l'action magnétique d'un courant électrique a conduit, par un processus direct de raisonnement, à la découverte de la magnétisation par les courants électriques, et de l'action mécanique entre les courants électriques. Cependant, ce ne fut pas avant 1831 que Faraday, qui avait essayé depuis quelque temps de produire des courants électriques par une action magnétique ou électrique, découvrit les conditions de l'induction magnéto-électrique. La méthode employée par Faraday dans ses recherches était fondée sur un appel constant à l'expérience connue, moyen de vérification de ses idées, et sur l'approfondissement constant de celles-ci sous l'influence directe de l'expérience. Dans ses publication sur ses recherches, nous trouvons ces idées exprimées dans un langage qui est d'autant mieux adapté à une science naissante qu'il est quelque peu étranger au style des physiciens accoutumés à établir des formes mathématiques de pensée.

La recherche expérimentale par laquelle Ampère établit les lois de l'action mécanique entre les courants électriques est l'une des plus brillantes réussites de la science.

L'ensemble, théorie et expériences, semble avoir jailli pleinement adulte et tout armé du cerveau du "Newton de l'Electricité". La forme en est parfaite, la précision inattaquable, et se résume en une formule d'où l'on peut déduire tous les phénomènes, et qui demeurera la formule cardinale de l'électro-dynamique.

Cependant, la méthode d'Ampère, bien que moulée dans une forme inductive, ne nous permet pas de suivre la formation des idées qui l'ont guidée. Nous pouvons difficilement croire qu'Ampère a vraiment découvert la loi de l'action au moyen des expériences qu'il décrit. Nous en venons à soupçonner — en fait, il nous le dit lui-même — qu'il a découvert cette loi par un procédé qu'il ne nous montre pas et qu'après avoir construit une démonstration parfaite, il a ôté toute trace de l'échafaudage au moyen duquel il l'avait bâtie.

Faraday, au contraire, nous montre aussi bien ses échecs que ses expériences réussies, ses idées latentes aussi bien que celles qui se sont développées, et le lecteur, si inférieur à lui en pouvoir

d'induction, éprouve plus encore de sympathie que d'admiration ; il est tenté de croire que si l'occasion lui en était offerte, il pourrait, lui aussi, devenir un découvreur. Tout étudiant devrait donc lire les recherches d'Ampère comme un splendide exemple du style scientifique dans la présentation d'une découverte, mais il devrait aussi étudier Faraday pour cultiver un esprit scientifique, au moyen de l'action et de la réaction qui se produiront entre les faits nouveaux présentés par Faraday et les idées qui prendront naissance dans son propre esprit.

Ce fut peut-être un bénéfice pour la science que Faraday, bien que pleinement conscient des formes fondamentales de l'espace, du temps et de la force, n'ait pas été un mathématicien déclaré. Il n'était pas tenté de se plonger dans les nombreuses recherches intéressantes de pure mathématique que ses découvertes lui auraient suggérées si elles avaient été présentées sous une forme mathématique, et il ne se sentait obligé ni de forcer ses résultats à prendre une forme acceptable au goût mathématique de l'époque, ni de les exprimer sous une forme susceptible d'être attaquée par les mathématiciens. Il eut ainsi la liberté de faire son travail personnel, d'accorder ses idées à ses faits, et de les exprimer dans un langage naturel et non technique."

Publications A.P.M.E.P.

Les
CARRES MAGIQUES

Brochure de 48 pages sur un "thème vertical"

Prix : 4 F par la poste : 5,50 F

Groupe

"Corps - Espace - Mouvement"*

Compte rendu des journées d'action-recherche des 4-5 décembre 1976 (Paris)

par Jean SAUVY

*L'homme doit tout apprendre de
son corps et par son corps. Le
"connaître" passe par "l'être".*

Stéphane THIEFFRY

Notre groupe a retenu comme centre principal d'intérêt pour sa "recherche-action" de l'année scolaire 1976-77 le thème : "du vécu au concept et du concept au vécu".

En tant qu'animateur, je propose, en début de session, que nous nous concentrons sur le premier sous-thème : "du vécu au concept".

Afin de rendre notre travail à la fois efficace et agréable j'ai prévu, pour la première séance (le samedi après-midi de 14.45 h à 18.00 h), une série d'exercices et de jeux destinés :

- à donner l'occasion aux participants (venus d'horizon divers) de mieux se connaître et créer ainsi un climat favorable au travail collectif ultérieur,
- à assurer une "entrée en douceur" dans le jeu, grâce au centrage progressif de l'intérêt sur la partie sensible et charnelle de notre vécu commun.

* Groupe A50 des Journées APMEP de Rennes, renforcé par des "éléments" venus des Cercles de Recherche et d'Action Pédagogiques (C.R.A.P.) et des Activités Recherches Pédagogiques (A.R.P.).

Il s'agit en effet, au cours de la session, de voir s'il est possible, comme le dit le psychologue-philosophe Merleau-Ponty dans son ouvrage posthume "Le visible et l'invisible", de donner à certaines idées "une existence presque charnelle" et d'expérimenter cette "sublimation de la chair" en direction de l'idée dont il parle dans le même livre.

Démarche peu courante qui, me semble-t-il, doit être abordée sans hâte ni précipitation.

Nous commençons donc par quelques *exercices de concentration* qui font porter l'attention sur l'équilibre du corps, l'amplitude des oscillations obtenues quand, en position verticale, les pieds joints, nous balançons le corps rigidifié, d'avant en arrière, de droite à gauche. Perception des déplacements du centre de gravité, "matérialisation" sensorielle du polygone de sustentation et de la trajectoire de tel ou tel point du corps, etc... Nous recommençons la série en travaillant cette fois deux par deux, ce qui a le mérite, entre autres, de réduire "l'espace de défense" que chacun de nous, dans la vie courante, a tendance à installer autour de son propre corps.

La glace étant désormais rompue, nous entreprenons un *exercice de verbalisation — mémorisation — communication*.

Un premier sujet fait un geste assez complexe mais bien défini (qu'il peut reproduire fidèlement autant de fois que nécessaire) devant un partenaire. Celui-ci enregistre dans sa mémoire les diverses phases du mouvement et les décrit à haute voix devant un magnétophone. On fait écouter cet enregistrement à une tierce personne qui n'a pas assisté à la scène. Celle-ci exécute à son tour les mouvements d'après la description qu'elle en entend. Puis elle refait la séquence devant une quatrième personne qui mémorise et décrit à haute voix. Au bout d'un certain nombre d'opérations de ce type, on confronte résultat et geste de départ et on écoute la série des enregistrements successifs. Hilarité, discussions assez vives. Le "climat de participation" espéré est créé ...

Après cet intermède, je propose des *exercices à faire les yeux fermés*.

J'ai collé sur une planche des cordons (*fig. 1*) dont chacun matérialise un parcours fermé.

A tour de rôle nous nous asseyons devant ladite planche. Avec les doigts de la main gauche, nous palpons l'un des parcours, de la main droite nous essayons de le dessiner (les yeux fermés).

La figure 2 reproduit quelques-uns des dessins obtenus.

Fig. 1

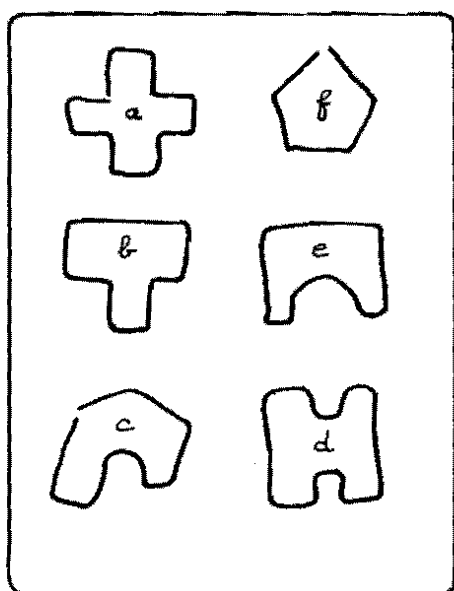
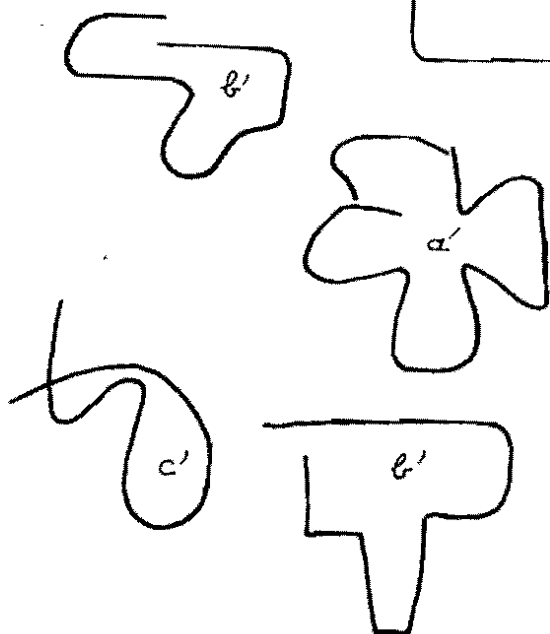


Fig. 2



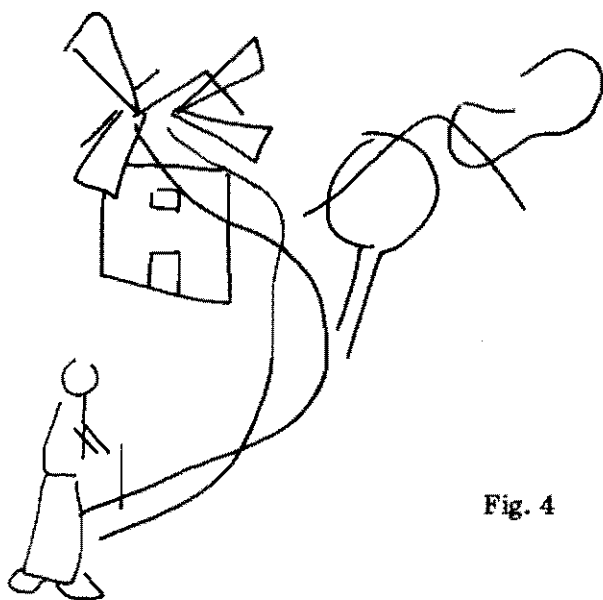
Sur cette figure, les deux dessins marqués b' correspondent au modèle b (figure 1), le dessin marqué a' correspond au modèle a et le dessin c' a été inspiré par le modèle c .

Pendant ce temps, un deuxième sous-groupe s'essaye à reproduire un dessin (*figure 3*), les yeux fermés, après l'avoir attentivement observé. La *figure 4* présente un des dessins ainsi exécutés.

Fig. 3



Fig. 4



Je demande également que chacun dessine sur une feuille le contour de sa main gauche étalée au maximum et mesure la distance entre l'extrémité du pouce et celle du petit doigt puis indique sur le dessin sa taille.

Le dépouillement (ultérieur) des résultats permet de dresser le tableau suivant.

	Empan * (cm)	Taille (cm)	Rapport empan/taille (arrondi)
Janine	19,0	170	0,11
Yves	22,0	170	0,13
Anne-Marie	20,5	170	0,12
Gisèle D.	21,5	170	0,13
Alain G.	20,5	170	0,12
Marie-Paule	18,7	166,5	0,11
Arlette	21,0	164	0,13
Roland	25,0	182	0,14
Roseline	22,0	170	0,13
Dominique	21,0	178	0,12
Michèle	19,0	164	0,12
Alain F.	21,0	167	0,13
Lazarine	20,0	162	0,12
Jean	22,0	173	0,13
Moyenne	20,9	170	0,12

Après une brève pause, nous abordons la dernière phase de cette séance préparatoire. Il s'agit d'un *jeu de création collective et de communication non verbale* qui consiste en ceci :

Avec le matériel disponible dans la salle (tables, chaises, porte-manteau, parapluies, etc...), des cordelettes de couleur et des pinces à dessin, les participants sont invités à "organiser l'espace de la salle à leur convenance".

* *Empan*, d'après Littré : "Mesure de longueur qu'on prend du bout du pouce à l'extrémité du petit doigt, lorsque la main est ouverte le plus possible. L'empan de la cordée égyptienne équivalait à 12 doigts et était long de 22,5 cm" (anglais *span*).

Dès que j'ai donné le top de départ, une grande activité se déchaîne. J'en profite pour m'absenter pendant près d'une demi-heure. A mon retour je trouve la salle occupée par les fils d'une sorte de toile d'araignée à double nappe dont le noyau central se trouve à environ 1,50 m de hauteur, vers le milieu de la pièce (soutenu par une chaise placée sur une table, à ce qu'il m'a semblé).

Je propose alors qu'on arrête là cette partie de l'exercice et que l'on prenne le nouvel espace ainsi organisé comme *lieu d'une série de déplacements à faire les yeux fermés* : excursions individuelles hors de son territoire, échange de places entre voisins, rassemblements collectifs. Hilarité et bonne humeur assez générales.

Il est près de 17.30 h. Nous remettons tout en place et procédons à une discussion sur ce que nous venons de faire et de vivre ensemble. Pour six d'entre nous, cette discussion se prolongera pendant le dîner pris en commun, tandis que les autres s'éparpillent dans Paris ...

Cette première séance a donc comporté plusieurs exercices de mémorisation et de reproduction de gestes et de contours, ainsi que des déplacements à faire les yeux fermés.

Pourquoi ces "techniques" ?

Parce que, à mon sens,

- d'une part, elles créent des *situations de rupture* avec l'habitude et, de ce fait, aiguïssent *l'intérêt* ;
- d'autre part, elles *estompent* nos habitudes spatiales euclidiennes (espace gouverné par la mesure) et nos habitudes spatiales projectives (espace gouverné par la ligne droite) au profit d'un *soubassement topologique* plus primitif et plus prégnant.

Ce faisant, elles nous incitent à une sorte de *régression* vers des étapes antérieures de notre développement cognitif et, par là, elles devraient faciliter — me semble-t-il — un certain *retour*, pour nous, *aux sources de la sensibilité*.

Nos dessins aux tracés hésitants dont les parties constitutives semblent flotter dans un univers privé de ses repères usuels, nos cheminements tâtonnants à travers le fouillis de fils tendus selon les lois du hasard plutôt que selon les règles de la construction architecturale, attestent que nous avons affaire à un "espace

mou”, *faiblement structuré*, auquel seules les relations topologiques de voisinage et de continuité confèrent un premier niveau de géométrisation.

*
* * *

C'est précisément la *démarche de géométrisation de l'espace* que nous allons essayer de pratiquer et de cerner, lors de la séance du lendemain dimanche.

Pour cela, nous marquons sur le sol (*figure 5*) à l'aide de disques auto-collants en plastique neuf gros points disposés aux sommets d'un quadrillage régulier.

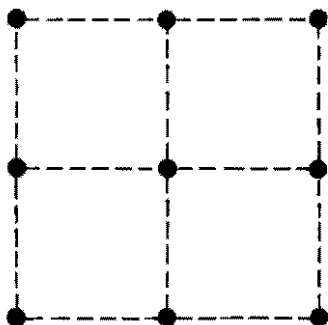


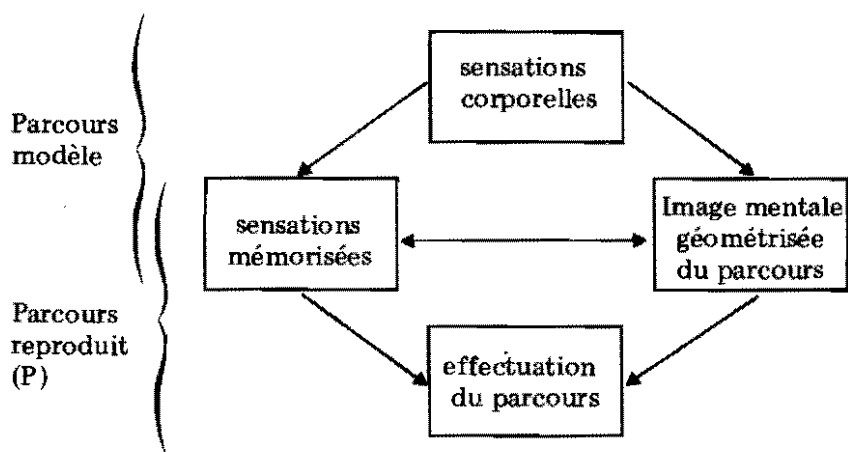
Fig. 5

Par la suite, nous utilisons ce canevas comme territoire de référence pour un certain nombre de déplacements que nous effectuons les yeux fermés sous la conduite d'un guide, suivant la technique décrite par Monique Pinol-Douriez dans son ouvrage "La construction de l'espace" (Delachaux et Niestlé, 1975).

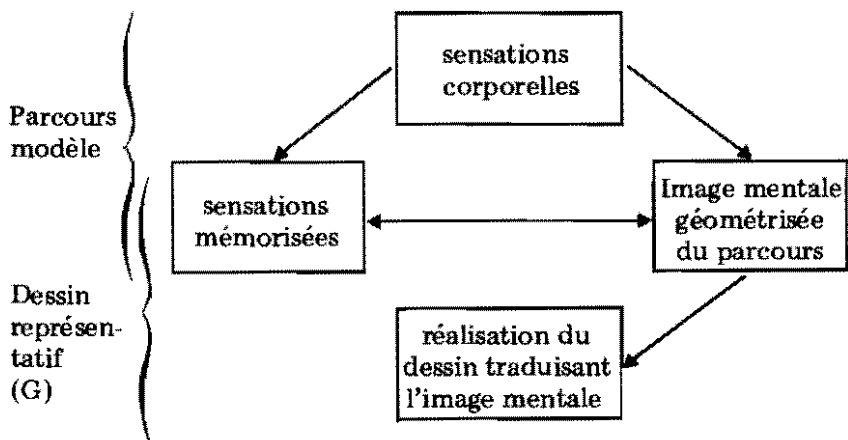
Après un tel "parcours modèle", tantôt nous effectuons une épreuve P qui consiste à tenter de reproduire le plus fidèlement possible ledit parcours (les yeux fermés et sans guide, en utilisant les souvenirs du parcours modèle), tantôt une épreuve G qui consiste à tenter de dessiner sur une feuille quadrillée une représentation réduite du parcours modèle.

(Une note introductive envoyée à la plupart des participants avait donné un résumé de l'ouvrage de M. Pinol-Douriez).

La première démarche (P) peut être schématisée comme suit :



La deuxième démarche (G) correspond au schéma suivant :



Après ces divers exercices, nous tentons d'analyser ce que nous avons vécu et ressenti.

La comparaison avec les déplacements effectués dans le fouillis du labyrinthe de la veille suggère que le canevas régulier, tracé sur le sol et mis en mémoire avant de commencer le parcours les yeux fermés, facilite le repérage des déplacements ultérieurs (les yeux fermés). Nous avons ainsi l'occasion de "toucher du doigt" la

différence entre "l'espace mou" de la veille (conceptualisé essentiellement en termes de géométrie topologique) et l'espace structuré d'aujourd'hui dans lequel peuvent s'enraciner (malgré les yeux fermés) la géométrie projective (ligne droite) et la géométrie euclidienne (mesure).

Dire, à propos des relations spatiales et des systèmes qui les régissent, que nous avons expérimenté le passage — par une sorte de "sublimation de la chair" — de la mosaïque des sensations brutes à certains des concepts de base de la géométrie, serait sans doute exagérer. Mais il se peut que, sans avoir véritablement abordé aux rivages ambitieux dont nous avons tracé idéalement la ligne en commençant, nous nous en soyons à certains moments suffisamment approchés pour en deviner les contours. Et que cela ait donné — à certains d'entre nous — l'envie de poursuivre dans la même voie ?

Je ne sais. Un temps de décantation sera sans doute nécessaire pour que nous puissions apprécier l'utilité éventuelle de cette sorte de démarche insolite dans la formation personnelle et professionnelle complémentaire que nous recherchons.

Nous avons d'ailleurs, avant de nous séparer, traité assez rapidement un autre exercice.

Une corde PQ est tendue sur le sol (figure 6).

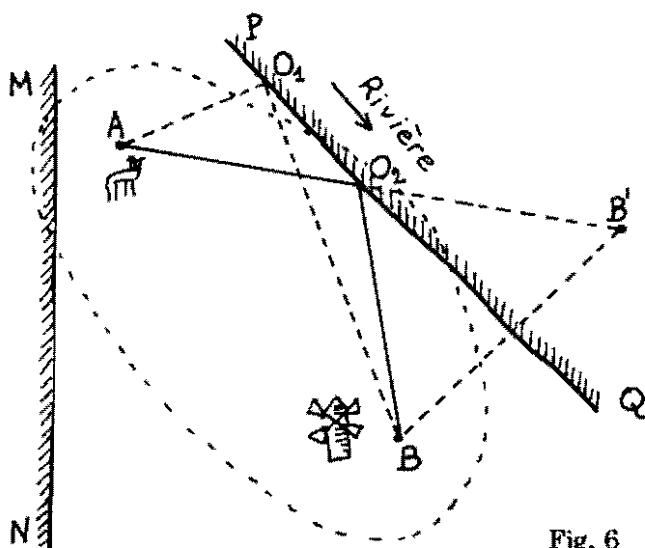


Fig. 6

Elle représente le bord d'une rivière. En A se trouve un âne. Le meunier, son propriétaire, qui habite en B, vient chercher ce dernier pour le reconduire en B, en faisant un détour par la rivière afin de faire boire l'âne.

Le trajet choisi est matérialisé par un cordon tendu entre trois personnes A, O1, B.

L'histoire raconte que le propriétaire de l'âne est vieux (certaines versions disent que c'est l'âne lui-même qui est âgé). Il cherche à économiser ses forces. Pour cela il doit trouver le point O de contact avec la rive PQ tel que la somme des distances AO, OB soit la plus petite possible.

Bien sûr, ce point (O2), il peut le trouver par *tâtonnements* (nous faisons effectivement la manipulation). Mais la géométrie élémentaire suggère une réponse "constructive" infaillible. Et, à cette occasion, nous redécouvrons les vertus du raisonnement et de la mathématique.

Dans le cours de la recherche, l'une des participantes évoque le tracé de l'ellipse par la méthode du jardinier. Et voilà que se profile la notion de tangente à une courbe ...

Lancés sur cette piste, seul le temps va nous arrêter. Nous envisageons, en effet, d'imaginer une seconde rivière à rive rectiligne MN et nous posons la question : Est-il plus avantageux d'aller faire boire l'âne en MN ou en PQ ?

On pourrait également envisager (nous ne l'avons pas fait) une histoire où PQ serait une rivière, MN la bordure d'un champ et où il s'agirait de trouver le plus court chemin allant de A en B et touchant successivement la rivière et le champ (ou le champ et la rivière).

Bien sûr, tout cela peut être fait en utilisant un crayon et du papier. Mais est-ce que ça ne prend pas une *épaisseur nouvelle* quand nous travaillons à même le sol, quand nous nous faisons nous-mêmes, âne ou meunier ?

*
* *

Pour tout renseignement concernant les activités ultérieures du groupe, écrire au responsable administratif (J. Sauvy), 27 avenue du 11 Novembre, 92190 Meudon.

4

TRIBUNE LIBRE

Nous évoquons ci-après un drame personnel.

Il ne saurait être question, à travers lui, de nous "culpabiliser".

Il n'en pose pas moins un double problème général :

1. Les enseignants ne peuvent ignorer les problèmes d'insertion du travail scolaire dans la vie des élèves. Ils se doivent de leur maintenir des temps de loisirs et de "vie personnelle". Pourtant, en C, ...

2. Les divers facteurs d'épanouissement des élèves sont-ils acceptés par l'école ? Que prend-elle à son compte ?

... C'est pourquoi nous publions le texte ci-dessous. Puisse-t-il nous interpeller !

Que sommes-nous, au sein de l'école ?

Que voulons-nous, à travers elle ?

Odile

Odile, ma fille, s'est suicidée le 23 février 1977. Chagrin d'amour ? Non ! Dépression ? Non ! (d'ailleurs cela n'aurait fait que repousser le problème : quelle cause à la dépression ?) ...

Odile était calme, réfléchie, gaie ; elle aimait beaucoup la vie, la vie ordinaire : la bonne table (elle cuisinait bien ...), la toilette (elle était toujours très nette dans sa tenue), la musique, la nature (les randonnées en montagne, la natation en mer, la voile, les promenades en forêt ...).

Mais, par-dessus tout, elle était passionnée par la gymnastique artistique : c'était sa véritable joie de vivre. Grâce à son travail, sa persévérance, sa volonté, elle avait atteint un haut niveau. Elle sentait approcher le couronnement de tous ses efforts ... Mais elle savait que dans ce sport particulièrement difficile, elle ne disposait que de très peu d'années pour progresser encore.

Et il fallait songer à l'avenir, c'est-à-dire réussir en classe. Le travail au lycée ne posait pas de problème : elle avait un horaire, comme tout travailleur. Mais après, c'est le travail à la maison : là, pas d'horaire ... S'agit-il simplement d'assimiler, de fixer ce qui a été fait en classe ? Oui, bien sûr ! Mais il y a aussi de nombreux exercices et devoirs qui demandent beaucoup de temps, de réflexion, de recherche ...

Alors, petit à petit, Odile a vu disparaître les temps libres de la vie ordinaire ... Certains penseront qu'elle avait été mal orientée : même pas, car elle comprenait ; seul le temps lui manquait et dans d'autres sections (D, techniques, ...) la quantité de travail aurait été aussi importante.

Elle a réduit sa gymnastique. Quand elle a vu que cela ne suffirait sans doute pas, elle a refusé de sacrifier le résultat de toutes ses années d'effort, ce qui était l'épanouissement de sa personnalité. Elle a préféré mourir.

Elle l'a fait très calmement. Elle a pris son café le midi avec nous (le café du condamné : sa décision était prise), puis s'est mise au travail ... Nous sommes sortis ... En rentrant, nous l'avons trouvée suicidée, un poème d'adieu sur son bureau ...

Je peux expédier des textes sur cette affaire à ceux qui me le demanderont :

M. PIAN
13, rue de Trégain
35000 RENNES

N.D.L.R. Christian PIAN est professeur de mathématiques à Rennes.

Histoire d'une émission pédagogique interdite !...

Dans le cadre d'une liaison Math-Français, deux professeurs du C.E.S. Gérard Philippe de Massy sont contactés pour faire le troisième volet d'une émission pédagogique destinée aux professeurs.

- Première organisation et première demande d'autorisation à Monsieur le Recteur de l'Académie de Versailles. L'émission est préparée et une équipe du C.N.D.P. vient sur place faire le repérage, au mois de novembre 1976.

Premier refus "justifié" par le mauvais exemple d'un C.E.S. perturbé (et pour cause : il manquait, entre autres, encore un professeur de mathématiques depuis la rentrée ; mais tous les autres cours étaient assurés).

- Deuxième organisation et deuxième demande d'autorisation, en décembre 76.

Deuxième refus catégorique et définitif apporté 48 heures avant le tournage au C.N.D.P. ; refus "justifié" par des problèmes d'ordre administratif et pédagogique en particulier en mathématiques et en français.

Remarques :

- 1/ Seul le Directeur du C.N.D.P. a été informé officiellement de ce refus.
- 2/ Renseignements pris auprès de l'Inspectrice Pédagogique Régionale de Mathématiques qui passait au C.E.S. en janvier 1977 :
 - d'une part elle n'était pas au courant de ces faits ;
 - d'autre part elle n'a pas pu préciser de quels problèmes d'ordre pédagogique il s'agissait.
- 3/ Les deux professeurs concernés sont conseillers pédagogiques.
- 4/ Le conseil d'administration du C.E.S. a demandé par deux fois les raisons de cet interdit. Sans résultats.
- 5/ L'Inspecteur Général de la Vie Scolaire, de passage au C.E.S., affirme ne pas être au courant de ces faits.

Conclusion

Un tournage destiné aux enseignants pour montrer une recherche d'interdisciplinarité en math-français est interdit arbitrairement.

Où est la liberté pédagogique ?

Est-ce là l'aide de l'Education Nationale à la recherche ?

D. Daniel — A. Demonget — M.P. Dupuy
M. Hamon — C. Pelé

Une brochure A.P.M.E.P. sur le calcul des probabilités et son enseignement :

HASARDONS-NOUS ...

220 pages. Prix : 25 F (port compris : 29 F).

Cette brochure est un ouvrage collectif.

S'adressant aux membres de l'A.P.M.E.P., elle se propose d'apporter un outil de réflexion et une aide pour l'enseignement des probabilités, de l'école élémentaire où de nombreuses expériences ont été poursuivies, à l'Université où il faut former de nombreux utilisateurs.

Elle doit donc intéresser à la fois les maîtres du premier degré qui y trouveront des relations d'expériences qui peuvent d'ailleurs être entreprises tout au long du premier cycle, les maîtres du second degré qui pourront approfondir leur réflexion dans une perspective différente de celle des manuels, les universitaires responsables d'un enseignement de probabilités et de statistiques, en particulier à des non-mathématiciens, les candidats aux concours de recrutement, C.A.P.E.S. et Agrégation.

MATÉRIAUX POUR UNE BIBLIOGRAPHIE

par G. WALUSINSKI

Contrastes

Le premier contraste qui me frappe, c'est le caractère vivant, sérieux, abondant des travaux qui se publient sur l'enseignement en général et celui des mathématiques en particulier et l'aspect rétréci, rétrograde des projets ministériels. Le mouvement de recherche pédagogique existe, il correspond à un besoin, rien ne peut l'arrêter. Cependant, pour ceux qui décident de l'organisation, des programmes, tout se passe comme si ces recherches, ces expériences n'existaient pas. On pourrait en être découragé. Grave faute : les ministres passent et puisque ce sont de vrais problèmes qui se posent à l'enseignant de mathématiques, qu'il poursuive son effort de documentation, de réflexion, d'innovation ; les courants d'air froid de la rue de Grenelle ne doivent pas le troubler.

Autre contraste, la variété des sujets abordés, de la pédagogie théorique au manuel expérimental. La rubrique "pour l'inventaire" de ces *matériaux* le montre bien. Je veux insister d'abord sur quelques livres qui m'ont paru significatifs, ce qui ne veut pas dire que d'autres le soient moins.

Pédagogie

Un grand mathématicien qui est aussi un excellent professeur disait : "La pédagogie, je n'y crois pas ; il suffit d'être clair." Pour tous ceux d'entre nous qui ne sont ni grands mathématiciens ni excellents professeurs, des problèmes pédagogiques se posent. Reconnaissons que des études théoriques peuvent nous aider.

Par exemple, celle de Marcel Postic : *Observation et formation des enseignants* (je renvoie les références à "pour l'inventaire" en signalant le numéro) [1]. L'Auteur est professeur de Sciences de l'Education à l'Université de Haute-Bretagne. Son ouvrage donne un tableau de la recherche actuelle, par exemple sur l'efficacité de l'enseignant, sur l'acte d'enseigner. La seconde partie traite de l'observation des actes pédagogiques et des fonctions de l'enseignant, la troisième du contrôle de l'évolution du comportement de l'enseignant en formation initiale. Acceptons-nous d'être nous-mêmes objets d'une étude scientifique ? Ceux qui répondent non s'abstiendront de lire ce livre. Les autres y gagneront : ils y trouveront des moyens de saisir leur comportement dans la situation éducative ; mieux s'analyser pour mieux réagir ; ce qui serait sûrement moins difficile si nous étions moins isolés, si, dans l'établissement, vivaient vraiment des équipes enseignantes.

Le *Manuel de psychopédagogie expérimentale* dirigé par Antoine Léon [2] est plus théorique. Il développe longuement les aspects méthodologiques de la recherche : préparation d'un projet, élaboration des hypothèses, construction de la situation expérimentale, collecte des données (par J. Cambon et F. Winnykamen), enfin mesure (par M. Lumbroso) et plus généralement évaluation d'une formation. Un livre très spécialisé qui donne une idée de la rigueur à laquelle il faut s'astreindre dans un domaine aussi délicat.

Signaler ces deux ouvrages m'a paru utile : beaucoup de bibliothèques d'établissement auraient intérêt à les posséder.

Géométrie d'aujourd'hui

Quand on pense que les adversaires du mouvement en pédagogie ont prétendu, prétendent encore peut-être, qu'on allait tuer la géométrie ! Alors que c'est l'immobilisme aveugle qui allait l'étouffer sous les cas d'égalité des triangles. Au contraire, depuis quinze ans, quelle renaissance, quelle vie ! Il y a des sujets comme celui-là sur lequel il faudrait périodiquement rédiger une bibliographie analytique détaillée. Un jour, peut-être ... Pour aujourd'hui, quelques repères.

D'abord, des ouvrages de référence. La réédition de la traduction Peyrard des oeuvres d'Euclide [3] avec une importante introduction par l'ami Jean Itard. Je place aussitôt après quatre livres qui me paraissent indispensables, à portée de la main, pour tout professeur (et ne voulant établir entre eux aucun ordre significatif,

je les énonce dans celui qu'induit l'alphabet) : E. ARTIN, *Algèbre géométrique* [4], G. CHOQUET, *L'enseignement de la géométrie* [5], J. DIEUDONNE, *Algèbre linéaire et géométrie élémentaire* [6], J. FRENKEL, *Géométrie pour l'élève-professeur* [7]. Et j'allais oublier la publication, il n'y a pas si longtemps, d'une nouvelle traduction en français du célèbre *Grundlagen der Geometrie* [8] de Hilbert. Son auteur, Paul ROSSIER, professeur à l'Université de Genève, nous avait donné antérieurement une *Géométrie synthétique moderne* [9] au titre assez mal choisi mais qui donnait déjà un panorama des géométries : la projective, les arguésiennes dont en particulier l'affine et l'euclidienne, la cayleyenne, les non-euclidiennes de Riemann ou de Lobatchevsky ; puis des notions de géométrie différentielle et une introduction à des géométries multidimensionnelles.

Je rapproche de cet ensemble l'essai de l'ami Paul Vissio qui, en collaboration avec un physicien, Zadou-Naïsky, avait rédigé une sorte de manuel "hors programme", un livre attachant et facile à lire, dans lequel un enseignant peut puiser des idées et des thèmes d'exercices : *A la conquête de l'espace* [10]. Livre publié en 1963, cinq ans avant la création des premiers I.R.E.M., donc à bien des égards un livre précurseur.

Car, du côté des classes, il y a eu, il y a d'heureuses retombées. J'avais signalé en son temps (1974) les recherches de Jean et Simonne SAUVY, *L'enfant et les géométries* [11] qui se situent aux niveaux de l'école élémentaire mais peuvent inspirer des activités géométriques aux niveaux supérieurs. Et puis, voici maintenant un ouvrage qui comble mes vœux, *Faisons des mathématiques avec Jeometri* [12] : réalisation d'une équipe de l'I.R.E.M. de Grenoble qui a pris le temps d'une longue expérimentation avant de publier. Pour nous donner un ouvrage qui n'est ni un manuel au sens traditionnel, ni un assortiment de fiches, mais propose une grande diversité de travaux conçus dans l'esprit de recherches actives : *Jeo* pour joie ; *ma* pour mathématique, *tri* pour Troisième (classe de —). Alors que le thème est celui de la géométrie de Quatrième parce que là était la difficulté à affronter. On objectera qu'à la veille ou l'avant-veille de modifications des programmes dans la conception Haby, les collègues de Grenoble n'ont pas cherché le succès commercial. Mieux, ils ont travaillé sur un thème difficile et leur ouvrage aura une portée plus durable que les règlements de la rue de Grenelle.

Au niveau des études supérieures, voici *Géométrie des courbes et des surfaces* par Y. KERBRAT et J.M. BRAEMER [13] qui renouvelle l'exposé qu'en avait fait Julia, du temps où j'étais étudiant ... Si bien que ce livre actuel me rajeunit et rajeunit mes connaissances !

Alors, morte la géométrie, assassinée par ces méchants "modernistes" ? Vous voulez rire ; les titres signalés ci-dessus ne sont qu'un signe, entre beaucoup d'autres, de sa vigueur juvénile.

Comment peut-on être algébriste ?

C'est un peu la question que se pose un grand mathématicien qui n'aime pas l'algèbre, une question dans le style du fameux "Comment peut-on être Persan ?". A ceci près que le grand mathématicien cité sait toute l'algèbre dont il a besoin et probablement bien au-delà.

Il est vrai qu'il y a dans la nature et dans beaucoup d'activités communes de quoi motiver des études géométriques, que, par suite d'une plus longue expérience pédagogique, l'enseignement même élémentaire de la géométrie est riche d'exercices intéressants. A côté, l'enseignement de l'algèbre paraît pauvre.

N'est-ce pas une apparence ? N'est-ce pas l'effet d'un moindre effort d'imagination pour présenter leur sujet ? Le livre de F.J. BUDDEN, *La fascination des groupes* (cité au n° 2 dans les "Matériaux" du Bulletin 308) permet de répondre à cette dernière question de façon favorable.

Un gros livre pour traiter d'un sujet important : les groupes. 600 pages ne sont pas de trop, l'Auteur prenant son temps pour introduire progressivement les définitions utiles. Une par une : composer des opérations, reconnaître l'associativité (en passant, sans négliger de bons exemples comme cette inscription "perdu un manteau en peau de dame"), élément neutre, éléments inverses. Ayant défini la structure de groupe, en donner des exemples variés, explorer les propriétés générales, définir les sous-groupes, le produit direct de groupes, les classes d'équivalence dans les groupes, éléments conjugués et sous-groupes distingués, homomorphismes de groupes, groupes quotients. Et toujours un souci exemplaire d'expliquer les choses simplement, d'illustrer les résultats d'exemples suggestifs.

J'aurais voulu revenir sur la trop brève mention de ce livre stimulant d'une façon qui inciterait beaucoup de collègues à le lire quand j'ai reçu de Jean Sauvy la note suivante et je ne peux mieux faire que de l'utiliser comme conclusion :

"Le samedi 19 mars j'ai assisté à l'exposé que Bernard JAULIN a fait, à l'initiative de la Régionale Parisienne de l'A.P.M.E.P., sur l'*Art de sonner les cloches*. L'assistance était malheureusement peu nombreuse, soit que le titre de la causerie n'ait pas suffisamment fait apparaître qu'il serait question de combinatoire et de théorie des graphes, soit que le printemps proche, les élections et le match de rugby France-Irlande aient exercé une redoutable concurrence aux tentatives de recyclage bénévole des membres parisiens de l'A.P.M.E.P.

Au cours de la causerie, il avait été question à plusieurs reprises de "Groupes" et, certains points n'ayant pas été clairs pour moi lors d'échanges rapides qui s'étaient déroulés entre spécialistes de la question, j'ai voulu revenir aux sources. J'ai donc cherché dans ma bibliothèque un livre susceptible de me renseigner. J'ai trouvé le gros livre de F.J. BUDDEN, intitulé "La fascination des Groupes" dont l'O.C.D.L. vient de donner une excellente traduction sous la direction de J.M. BRAEMER et D. RICHARD, tout deux assistants à l'Université de Lyon I. Jusqu'ici, je n'avais pas eu l'occasion de l'ouvrir. Ce fut une agréable surprise d'y découvrir un chapitre entier sur la "science du carillon" (pp. 465-493) où j'ai retrouvé l'essentiel, et parfois un peu plus, des considérations exposées l'après-midi par Bernard JAULIN.

Mon appétit se trouvant aiguisé par cette lecture stimulante, je me suis reporté au chapitre précédent (chapitre 23), qui traite du sujet "Groupes et musique". Là encore je n'ai pas été déçu : l'exposé est clair, riche, bien illustré, à la portée des gens qui, comme moi, sont venus tardivement aux "Mathématiques Actuelles". Deux chapitres ont par la suite retenu mon attention, celui intitulé "Groupes en Géométrie", où j'ai trouvé un exposé très éclairant sur la géométrie projective et quelques indications sur la géométrie finie, et celui intitulé "Les modèles de dessins à motifs répétitifs" que je recommande aux professeurs pouvant être appelés à travailler conjointement avec des professeurs de dessin.

Bref, il y a là une documentation extrêmement précieuse pour les enseignants qui cherchent à rendre leur enseignement plus vivant en se référant à la vie de tous les jours."

Pour un inventaire

Rappel du code : □ manuels ; ○ pédagogie générale ; ▽ pédagogie pour la mathématique ; Δ culture générale ; * formation permanente des enseignants (éventuellement ** ou *** pour des ouvrages de niveau élevé ou très élevé) ; □□ articles publiés dans des revues.

En tête de l'inventaire, le rappel d'ouvrages dont certains ont déjà été signalés mais qui le sont de nouveau dans l'article précédent [un point devant le numéro].

Rappelons que la classification ici proposée ainsi que d'éventuels commentaires encadrés de crochets [et] sont sous la responsabilité de G. Walusinski et ne signifient pas qu'une analyse plus complète ne sera pas publiée sous d'autres signatures. Insistons également sur le fait que **signaler** un ouvrage, même si c'est un manuel, ne signifie pas le recommander.

Adresses des éditeurs cités :

BELIN, 8 rue Férou, 75278 Paris Cédex 06.
BLANCHARD, 9 rue de Médicis, 75006 Paris.
BORDAS, 17 rue Rémy Dumoncel, 75014 Paris.
CEDIC, 93 avenue d'Italie, 75013 Paris.
A. COLIN, 103 bd St Michel, 75005 Paris.
DELAGRAVE, 15 rue Soufflot, 75005 Paris.
10/18, Union Générale d'Édition, 8 rue Garancière, 76006 Paris.
DUNOD, 17 rue Rémy Dumoncel, 75680 Paris Cédex 14.
EDITIONS SOCIALES, 146 rue du Faubourg Poissonnière, 75010 Paris.
GAUTHIER-VILLARS, 17 rue Rémy Dumoncel, 75680 Paris Cédex 14.
HACHETTE, 79 bd St Germain, 75006 Paris.
HERMANN, 293 rue Lecourbe, 75015 Paris.
ISTRA, 93 rue Jeanne d'Arc, 75013 Paris.
MAGNARD, 122 bd St Germain, 75006 Paris.
MASSON, 120 bd St Germain, 75006 Paris.
MASPERO, 1 place Paul Painlevé, 75005 Paris.
O.C.D.L., 65 rue Claude Bernard, 75005 Paris.
P.U.F., 108 bd St Germain, 75006 Paris.
SEUIL, 27 rue Jacob, 75006 Paris.
TECHNIQUE et VULGARISATION, 114 bd Blanqui, 75013 Paris.
VUIBERT, 63 bd St Germain, 75006 Paris.

Marcel POSTIC

- 1 ○ *Observation et formation des enseignants*, collection "Pédagogie d'aujourd'hui", 336 p., 64 F, éd. P.U.F.

Antoine LEON

- 2 ○ *Manuel de psychopédagogie expérimentale*, avec la collaboration de Jacqueline Cambon, Max Lumbroso et Fajda Winnykamen, collection "Pédagogie d'aujourd'hui", 360 p., 75 F, éd. P.U.F.

EUCLIDE

- 3** *Oeuvres*, traduites littéralement par Peyrard, nouveau tirage (1966) augmenté d'une introduction par Jean Itard, 650 p., éd. Blanchard.

E. ARTIN

- 4** *Algèbre géométrique*, collection "Cahiers scientifiques", fascicule XXVII, préface de Gaston Julia, 212 p., éd. Gauthier-Villars (1962).

Gustave CHOQUET

- 5** *L'Enseignement de la géométrie*, collection "Enseignement des Sciences", 176 p., éd. Hermann (1964).

Jean DIEUDONNE

- 6** *Algèbre linéaire et géométrie élémentaire*, collection "Enseignement des Sciences", 224 p., éd. Hermann (1964).

Jean FRENKEL

- 7** *Géométrie pour l'élève-professeur*, collection "Formation des Enseignants", 354 p., éd. Hermann (1973).

David HILBERT

- 8** *Les fondements de la géométrie*, édition critique par Paul Rossier, 312 p., éd. Dunod (1971).

Paul ROSSIER

- 9** *Géométrie synthétique moderne*, 358 p., éd. Vuibert (1961).

Paul VISSIO et G. ZADOU-NAISKY

- 10* *À la conquête de l'espace*, les structures algébriques de la géométrie euclidienne, 496 p., éd. O.C.D.L. (1963).

Jean et Simonne SAUVY

- 11* *À l'enfant et les géométries*, 144 p., éd. Casterman (1974).

I.R.E.M. de Grenoble

- 12* *Faisons des mathématiques avec Jeometri*, 192 p. ; fascicule "pour le maître" (32 p.), éd. CEDIC (1977).

Y. KERBRAT et J.M. BRAEMER

- 13** *Géométrie des courbes et des surfaces*, collection "Méthodes", 198 p., 38 F, éd. Hermann (1977).

Projet NUFFIELD

- 14 □ *Mathématique et environnement* de la Maternelle au C.E. Traduit de l'anglais ; adapté par Marcel Dumont. Un fascicule de 82 p. ; un fichier (orange) de 43 problèmes. Ed. O.C.D.L.

Équipe R. EILER

- 15 □ *Math et Calcul*. 1°) *Cours préparatoire* par R.E., J. Mertz et M.T. Guyonnaud, 152 p. ; document de travail pour le maître, 224 p. 2°) *Cours élémentaire première année* par R.E., M. Martineu, R. Brini, R. Cornibé et F. Pradillon, 160 p. ; document de travail pour le maître, 236 p. 3°) *Cours élémentaire deuxième année* par R.E. et M. Martineu, 166 p. ; document de travail pour le maître, 286 p. 4°) *Cours moyen 1* par R.E., R. Ravenel et S. Ravenel, 192 p. ; livre du maître. 5°) *Cours moyen 2* par les mêmes auteurs que le précédent, 192 p. ; livre du maître, 190 p. Ed. Hachette [Collection réalisée en équipe sous la direction de R. Eiler, professeur d'Ecole Normale ; collection qui s'est trouvée complète en 1976 mais que je n'avais pas signalée ici, en ignorant l'existence. On notera l'importance des livrets d'accompagnement qui marque le souci d'une équipe animée par des Collègues de la Régionale de Strasbourg].

S. SUCH, O. GEARD, S. MARTIAL

- 16 □ *Mathématique CE 1*, un ensemble de 192 fiches de travail ; livre du maître de 252 p. Ed. Technique et Vulgarisation [Le manuel de Cours Préparatoire par les mêmes auteurs, réunis autour de l'Ecole Normale de Versailles, avait été signalé dans le *Bulletin* 298 d'avril 1975].

Collection DURRANDE

- 17 □ *Math CAP première année*. 1°) *Habillement* par R. Papin, R. Le Bihan, et D. Cauvigny, 188 p. 2°) *Mécanique, électricité, bâtiment* par R. Papin et D. Cauvigny, 220 p. 3°) *Commerce* par R. Papin, R. Le Bihan et D. Cauvigny, 138 p. Ed. Technique et Vulgarisation.
- 18 □ *Mathématique Première F* par A. Thuizat et G. Girault, 424 p.

- 19 □ *Mathématique Terminale A* par N. et P. Lemaire, 324 p.
 20 □ *Géométrie descriptive* (baccalauréats de technicien) par M. Voilquin, 188 p. Ed. Technique et Vulgarisation.

J. DELTOUR et M. DELPIROU

- 21 □ *Auto / maths*, une collection de 13 fascicules spécialisés pour les classes terminales du second cycle. Ed. Magnard. [Liste des fascicules : 1. Ensembles, relations, lois de composition ; 2. Ensembles N , Z , nombres premiers, congruences ; 3. Numération, Q , C , analyse combinatoire ; 4. Fonctions numériques, continuité, limites ; 5. Dérivées ; 6. Primitives ; 7. Logarithmes, exponentielles ; 8. Vectoriels réels, espaces affines ; 9. Fonctions vectorielles, cinématique ; 10. Isométries vectorielles ; 11. Isométries affines, trigonométrie ; 12. Coniques, descriptive ; 13. Statistiques, probabilités].

G. FLORY

- 22 □ *Topologie, analyse*, tome 3, exercices avec solutions (classes préparatoires et université) ; fonctions différentiables et intégrales multiples. 188 p., éd. Vuibert.

L. LESIEUR, Y. MEYER, C. JOULAIN, J. LEFEBVRE

- 23 □ *Algèbre linéaire, géométrie*, math. sup., premier cycle, première année ; 348 p., collection U, 78 F, éd. A. Colin.

A. DONEDDU

- 24 □ *Nouveau cours de mathématiques* (Math. Sup. et Spéciales, premier cycle des Universités) ; tome 1, *Structures fondamentales*, 232 p. ; tome 2, *Polynômes et algèbre linéaire*, 318 p. ; éd. Vuibert.

P. JAFFARD

- 25 □ *Statistique*, résumé de cours, exercices, problèmes ; 56 p., 30 F, éd. Masson.

A. KAUFMANN et E. PICHAT

- 26** *Méthodes mathématiques non numériques et leurs algorithmes*. Préface de J. Kuntzmann. Tome 1, *Algorithmes de recherche des éléments maximaux*, 208 p. ; tome 2, *Algorithmes de recherche de chemins et problèmes associés*, 176 p. Ed. Masson.

A. KAUFMANN

- 27** *Introduction à la théorie des sous-ensembles flous à l'usage des ingénieurs*. Tome 1, *Eléments théoriques de base*, 448 p. ; tome 4, *Compléments et nouvelles applications*, 344 p., 196 F. Ed. Masson.

J.M. BOUROCHE et divers

- 28** *Analyse des données en marketing*, 192 p., 72 F, éd. Masson.

LENNART RÅDE

- 29* *Tentez votre chance avec votre calculateur programmable*, traduit et adapté de l'anglais par M. Glaymann, 96 p., éd. CEDIC.

P.L. KAPITZA

- 30* *Le livre du problème de physique*, traduit et adapté du russe par l'I.R.E.S.P. de Strasbourg, avec une note sur Kapitza par G. Glaeser, 72 p., éd. CEDIC.

G.F.E.N.

- 31○ *Réussir à l'école*. Pédagogie de soutien ou soutien de la pédagogie ? Ouvrage collectif réalisé sous la responsabilité de J. Cimaz et A. Cuny, 272 p., Editions Sociales. [Recueil d'articles sur l'échec scolaire, milieu stimulant et équipe éducative, formation des maîtres. Le sous-titre et le point d'interrogation suffisent à faire comprendre que le "soutien" n'est pas envisagé ici dans le même sens que le fait M. Haby].

Pierre RAYMOND

- 32△ *Matérialisme dialectique et logique*, 182 p., collection "Algorithme", éd. Maspero [Logique et dialectique 1 : Hegel et Marx ; logique : Bolzano ; logique et mathématiques 1 : Boole ; logique et dialectique 2 : Marx et Engels ; logique et mathématiques 2 : Frege et Russell ; les philosophies de la rigueur : Husserl, Wittgenstein, Carnap, Popper].

Albert LAUTMAN

- 33^ *Essai sur l'unité des mathématiques et divers écrits*. Préfaces de Costa de Beauregard, Jean Dieudonné et Maurice Loi. 320 p., collection 10-18, n° 1100, Union Générale d'Editions.

Rózsa PÉTER

- 34^ *Jeux avec l'infini*, voyage à travers les mathématiques, 312 p., collection "Points". Ed. du Seuil [De la bonne vulgarisation].

D. LEHMANN

- 35** *Topologie des surfaces*, polycopié de 35 pages, Université des Sciences et Techniques de Lille I (B.P. 36, 59650 Villeneuve d'Ascq). Publication n° 81 de l'U.E.R. de Mathématiques pures et appliquées. [Les deux premières conférences d'un cycle de trois ; thème : faire apparaître l'invariant d'Euler-Poincaré des surfaces compactes sans bord de différentes façons].

J. TAILLE

- 36▽ *La géométrie pour les classes de quatrième et de troisième*, polycopié de 98 p. édité par le C.R.D.P. de Nantes.

A. DELEDICQ et C. GUIPAUD

- 37▽ *Autocréation*, 130 fiches de jeux-problèmes inventés par des enfants de Sixième (1974-76). Document polycopié, édité par le Ministère de la Coopération.

F. MONNET, P. DESPEAUX, C. DO HUU, G. MAGNOU, G. MARTIN

- 38▽ *Quelques thèmes en technologie* par le groupe "Math et Techno" de l'I.R.E.M. de Paris-Sud. Document polycopié, édité par le Ministère des Affaires Etrangères.

Equipe MATHECRIT

- 39▽ *Ateliers 103, 105, 203*. Recueils d'exercices mis au point par une équipe de collègues du Québec pour des élèves dans les 12ème et 13ème années d'études [Exemple : 103 sur le calcul différentiel ; 105 sur la géométrie dans l'espace ; 203 sur les fonctions transcendantes, l'intégration, les séries].

- 40⁽¹⁰⁾ *L'Enseignement mathématique*, tome XXII, fascicule 3-4, juillet-décembre 1976. Bref compte rendu du Congrès de Karlsruhe par M. Roulin.

- 41⁽¹⁾ *Colloque des 1-5 septembre 1975*. En particulier, par J.A. Easley : "Communication between Educators taking different perspectives", "Thoughts on individualized instruction in Mathematics".
- 42⁽¹⁾ *Proceedings of the Institute of Mathematics Iasi* (Roumanie), ensemble des communications présentées les 3 et 4 juin 1974.

La cueillette des liserons

- Probabilités et connaissance des langues. Dans le cahier "Approche des probabilités et statistiques" (Bulletin I.N.R.D.P. Recherche n° 7302901 qui rend compte du séminaire des 11-14 novembre 76 à Eveux), j'ai relevé, incidemment, que des participants au Congrès de Karlsruhe avaient été privés de certains échanges du fait qu'ils ne pouvaient suivre des communications en anglais. Bonne occasion pour nous tous, que nous soyons spécialement intéressés par les probabilités ou par d'autres sujets, de nous rappeler qu'en 1977, un enseignant de mathématique doit se perfectionner dans la connaissance des langues.
- Permama. Grâce à A. Rouchier, le Bulletin Inter I.R.E.M. n° 14 donne les documents essentiels sur le projet Permama des collègues du Québec. A lire, à relire, à analyser. Il faudra y revenir.
- Coïncidence ? Dans le n° 2 de *PLOT* (Bulletin des Régionales de Poitiers, Limoges et Orléans-Tours), entre autres articles intéressants (depuis les quaternions jusqu'au théorème de Pick), une note sur "Mathématiques et sélection". Dans le n° 11 de l'*Ouvert* (Bulletin de l'I.R.E.M. et de la Régionale de Strasbourg), entre autres articles dont l'étude suggestive sur "La communication en classe", une note : "Nous ne sommes pas des sélectionneurs". Est-ce une coïncidence ? Je ne le crois pas. Plutôt la juste réaction des enseignants au mauvais rôle que le système scolaire établi voudrait leur faire jouer. Il ne suffit sans doute pas que certains d'entre eux réagissent mais cette réaction est indispensable.
- Math Ecole continue. La sympathique revue *Math Ecole* créée en 1962 par S. Roller et animée depuis par lui à Neuchâtel (Institut Romand de recherches et de documentation pédagogiques)

sera dorénavant dirigée par Raymond Hutin, du service de recherche pédagogique de Genève. Dans le n° 76 (janvier 77) une analyse du livre "Agir pour abstraire" par Nicole Picard. Dans le n° 77 (mars 77), l'enseignement mathématique dans la zone pilote de Vevey.

- Pentamino, édité par l'I.R.E.M. de Grenoble, publie son numéro 2.
- L'écho des messages (lisez "mathématiques et sciences humaines") dans son n° 6 (février 77), — marqué n° 5 en couverture par pure modestie — est riche de notes diverses. En particulier, "les deux binomiales" par B. Radouin et L. Augnet.
- Un pont Evariste Galois. Notre collègue Marcel Lobry a obtenu de la municipalité de Romans-s/Isère, dans la Drôme, que le nom d'Evariste Galois soit donné à un pont très passager de la ville. Félicitations à notre collègue ; que son exemple soit suivi !
- Heur et malheur des mathématiques, tel est le titre du n° 359 de la revue *Critique* d'avril 1977 (prix 25 F). Au sommaire : M. A. Sinaceur, "Ars inveniendi aujourd'hui" ; J. Bouveresse, "Le paradis de Cantor et le purgatoire de Wittgenstein" ; P. de Rouilhan, "Le Sommeil paradoxal de Skolem" ; J. Roubaud, "La mathématique dans la méthode de Raymond Queneau" ; J.C. Risset, "Musique, calcul secret" ; J.M. Lévy-Leblond, "Des mathématiques catastrophiques". Deux textes plus proches des préoccupations des enseignants par J.M. Salanskis, "Souvenirs du peu de découverte" et Stella Baruk, "La condition inhumaine (du mathématicien au lycéen)". Sommaire intéressant à plusieurs titres.

Inventaire d'actualité

A ces matériaux déjà abondants, il faut ajouter une rubrique d'actualité : les manuels de Sixième publiés à l'occasion de la rentrée 1977 et sous la pression de deux contraintes : 1° Un nouveau programme réformant celui qui était en place depuis la rentrée 1969 (et qui, dans son ensemble, était satisfaisant au niveau de la Sixième) ; 2° Le fait que tous les manuels seront achetés par les établissements et prêtés aux élèves. Une circulaire du 9 juillet 1976 (B.O. n° 28 du 15-7-76, p. 2425 à 2431) fixe les règles du choix des manuels dans les établissements du Second Degré.

Le *Bulletin* 308 de l'A.P.M.E.P. rappelle (pp. 317-318) la position de notre association : *refuser de choisir un manuel de mathématiques pour la rentrée 1977*. Un colloque inter I.R.E.M. et A.P.M.E.P. se tient les 13 et 14 mai à Toulouse sur l'analyse des manuels. Sans doute précisera-t-il comment on peut, avec autant de rigueur que possible, juger des manuels en général. Ce qui doit conduire à différer, au moins jusqu'en novembre, la décision qu'une administration trop pressée voudrait nous faire prendre dans le vague. Je me contenterai donc ici de dresser la liste des quatorze manuels de Sixième dont j'ai connaissance (rangés par ordre alphabétique selon le premier auteur nommé). (Numérotage spécial, □ S).

- S 1 G. AGUADO, A. CORON, M. HIGOUNET, C. MORIN et P. DESCHAMPS : collection "Horizons mathématiques". Edition de la Capitelle, B.P. 52, 30700 Uzès. Livre accompagné d'un cahier de travaux pratiques.
- S 2 G. BLAQUIERE, J.L. BOURSIN, A. DUBREUIL, R. GITTON, C. PISOT, J. STOULS, 128 p., format 15,5x24, 22 F. Livre accompagné d'un cahier de travaux pratiques. Complément : le *Joker mathématique* par G. CAPARROS, 550 exercices. Edition Bordas.
- S 3 G.H. CLOPEAU, R. POLLE et J. DELOBEL, 176 p., format 18,5x23,5, 20 F. Commentaire pédagogique d'adaptation aux élèves, soutien et approfondissement, 112 p. Edition Delagrave.
- S 4 A. DELEDICQ et C. LASSAVE, 190 p., format 19,5x23,5 : "Faire des mathématiques". Edition CEDIC, diffusion Nathan.
- S 5 GALION, 128 p., format 21x27, édition O.C.D.L.-Hatier.
- S 6 D. GERLL, M. COHEN, C.J. PROUTE et E. GAILLARD, 154 p., format 17,5x24. Fiches d'accompagnement : Thèmes pour des activités d'approfondissement. Cahier de soutien. Edition Hachette.
- S 7 I.R.E.M. de Strasbourg, 128 p., format 17,5 x 24,5. Ce qui est exigible de l'élève est regroupé dans les huit pages du noyau. Exercices classés. Edition Istra.

- S 8 I.R.E.M. de Rouen, "Le Grenier mathématique". Formule originale : six fascicules pour le maître + 35 exemplaires du fascicule élève, 215 F. Titre des fascicules : 1. Usage des lettres et des parenthèses ; 2. Les nombres décimaux ; 3. Les nombres relatifs ; 4. Constructions géométriques ; 5. Mathématique et ... (pluridisciplinarité) ; 6. Objectifs et évaluation en Sixième. Fascicule élève : formules commentées et exercices. Edition par le C.R.D.P., 3038X, 76041 Rouen Cedex.
- S 9 P. LOUQUET, J. BASTIER, R. GANDIL et A. VIANI. En plus fichier de travail d'utilisation facultative. Edition A. Colin.
- S 10 A. MAUGUIN, P. FAUVERGUE, J. JEANMOT, R. RIEU, 216 p., format 20x20,5. Edition Istra.
- S 11 M. MONGE, 192 p., format 21x19. Edition Belin.
- S 12 M. ROUQUAIROL, collection Queysanne-Revuz ; 128 p., format 18,5x23, 22 F. Edition Nathan.
- S 13 A. THIRIOUX, L. et S. SANCHEZ, R. DOMAIN : "Mathématique contemporaine", 270 p., format 15,5x22. Edition Magnard.
- S 14 Collection DURRANDE, G. PEYRONEL et G. PRAUTOY. Livre de l'élève, livret du professeur, fiches de travail. Edition Technique et Vulgarisation.

P.S. Mes excuses aux concurrents dont j'aurais ignoré leur participation à ce petit "marché du siècle".

**SI VOUS CHANGEZ D'ADRESSE,
SIGNALEZ-LE DES QUE POSSIBLE A**

I'A. P. M. E. P.

(29, rue d'Ulm, 75005 PARIS)

**SANS ATTENDRE L'APPEL DE
COTISATION**

FORMATION DES MAÎTRES

L'évolution des conceptions en matière de formation des maîtres depuis 15 ans*

par Antoine PROST, Université d'Orléans.

Le titre de cet exposé promet plus que je ne tiendrai.

En effet, je laisserai de côté un pan entier du sujet : l'aspect institutionnel. Depuis quinze ans, la réforme de la formation des maîtres est à l'ordre du jour, mais on discute surtout du cadre institutionnel dans lequel l'organiser. Revient-elle aux Universités ? à des centres de formation autonomes ? L'enjeu, on le conçoit, est de taille, et les divers groupes de pression n'ont cessé de se le disputer. Professeurs de l'enseignement supérieur, inspecteurs généraux ou régionaux, directeurs ou professeurs d'écoles normales se sont durement affrontés à ce sujet, faisant assaut de critiques et de propositions. Les divers syndicats ont pris parti pour l'une ou l'autre cause, avec plus ou moins de fermeté, et selon des alliances variables. Il y a là un débat incessant, et qui n'est pas encore tranché aujourd'hui. Je le laisserai de côté.

Je me limiterai d'autre part à l'évolution des conceptions, parce qu'il est malheureusement impossible de faire une histoire des pratiques. Tout se passe comme si parler de la formation des maîtres, échafauder des projets, et notamment des projets de

* Cet article est extrait d'une publication commune IREM d'Orléans-Nantes-Poitiers, éditée par l'IREM de Poitiers (juillet 77), consacrée au compte rendu des journées inter-IREM sur la Formation Continue des Enseignants de Mathématique des 22 et 23 avril 1977.

formation continue, dispensait de passer à l'acte. Le discours officiel sur la formation des maîtres est purement platonique ; il ne s'accompagne d'aucune réalisation. Bien plus, au cours des dernières années, on a plutôt enregistré une régression, puisque plusieurs expériences ont été interrompues, comme celle du C.P.R. de Nancy, qui pratiquait la formation des professeurs stagiaires en responsabilité, ou l'expérience de formation permanente des maîtres du premier cycle qui avait été menée dans l'Académie d'Orléans.

Pour ordonner l'évolution des conceptions, il est commode de distinguer, dans les quinze dernières années, trois phases. La première est caractérisée par la découverte de la psychosociologie. La formation des maîtres est alors renouvelée par les méthodes et les techniques des psychosociologues, singulièrement américains. La deuxième phase, sur laquelle je passerai plus vite, est une critique, une réaction contre ces tendances psychosociologiques. Quant à la troisième phase que nous connaissons aujourd'hui, elle se caractérise plutôt par une revanche de la didactique. Tel est, en gros, l'itinéraire : une première vague de propositions, directement inspirée par la psychosociologie, fait dans un second temps l'objet de critiques, et une nouvelle vague prend le relais, inspirée très directement par la didactique.

1 — La découverte de la psychosociologie

On peut la dater en France, très précisément, dans le milieu pédagogique. L'impact, le choc moteur, c'est un numéro spécial de la *Revue de l'Education Nationale* daté du 15 juin 1962 et intitulé "Le groupe maître-élève". C'est la première fois que dans un organe de grande diffusion, destiné aux enseignants, on posait clairement le problème de la classe comme ensemble de relations, non seulement entre individus, mais entre groupe d'élèves et plusieurs maîtres. C'est l'époque où Gilles Ferry commence ses expériences de pédagogie de groupe, où l'Association pour la Recherche et l'Intervention Psychosociologique (l'A.R.I.P.) publie (1964) un livre que vous connaissez peut-être : *Pédagogie et Psychologie des groupes*.

Cette découverte du groupe et de l'ensemble relationnel est très vite placée sous le signe de la non-directivité, terme mal choisi et malheureux, qui va cristalliser les oppositions. La non-directivité renvoie à la psychosociologie américaine et plus particulièrement à Carl Rogers. Au même moment le public français

découvre d'ailleurs Rogers : le premier livre en français sur Rogers est celui de Max Pagès qui date de 1965, et, en 1966, Rogers est invité par l'A.R.I.P. à animer en France un séminaire qui se tient à Dourdan. Cela se passe donc nettement avant 68. La découverte du groupe, de la non-directivité, est, en France, antérieure à 1968. Les premiers séminaires que l'on intitule "dynamique de groupe" ou "groupe de formation" (on ne dit pas encore "groupe de rencontre") se développent dès cette époque, avec Didier Anzieu, Gilles Ferry, André de Peretti, Anne Ancelin et quelques autres.

Cette formation de type psychosociologique se diffuse d'abord grâce à la formation permanente dans les milieux d'ingénieurs et cadres. Le C.U.C.E.S. de Nancy, qui est un centre de formation continue, assure notamment de nombreuses animations dans cet esprit. L'extension de ces pratiques à la formation des maîtres n'est ni rapide, ni très intelligente. Dans un premier stade, il s'agit d'emprunts à la psychosociologie, non de remises en question véritables. On ne restructure pas les formations déjà existantes : on leur ajoute simplement une pointe de psychosociologie. On le voit bien lors du colloque organisé par l'A.E.E.R.S. (Association d'Etude pour l'Expansion de la Recherche Scientifique) à Caen en 1966 sous la présidence de Lichnérowicz et Monod. Dans ce colloque est en effet prévu un rapport sur la formation des maîtres qui est rédigé par un journaliste du Monde : Bertrand Girod de l'Ain, maintenant Maître de Conférences en Sciences de l'Education à l'Université de Paris-Dauphine.

Le trait vaut d'être noté : la suggestion ne vient pas du dedans de l'Education Nationale, mais du dehors, d'un journaliste, et c'est lui qui, pour la première fois, suggère de recourir à des méthodes psychosociologiques : "La Pédagogie n'est, pour l'un de ses aspects essentiels, qu'une des formes de la communication". Voici le grand mot lâché : une formation à la pédagogie, c'est une formation à la communication, et B. Girod de l'Ain poursuit : "Or celle-ci fait de plus en plus l'objet de recherches, d'analyses ayant déjà abouti à des enseignements : études psychosociologiques des groupes et de leur vie propre ; études sur les réseaux de communication, informatique, problèmes de l'expression, etc... Savoir communiquer devient d'ailleurs un des problèmes majeurs du monde moderne (...) L'ayant compris, la plupart des grandes écoles donnent des initiations sur ces thèmes aux futurs cadres. Rien de comparable n'a été entrepris dans les facultés où les étudiants, vivant souvent dans un isolement épargné à leurs

camarades des grandes écoles, ont encore plus besoin qu'eux d'apprendre à communiquer facilement..." (1) et le rapport propose d'ajouter à la formation pédagogique des enseignants une formation psychosociologique à la communication. C'est un élément supplémentaire qui vient se rajouter, ce n'est pas une transformation profonde des conceptions.

Un pas est franchi avec le colloque d'Amiens en 1968, deux ans plus tard. Le rapport du colloque d'Amiens a été préparé par un groupe où les gens extérieurs à l'Education étaient nombreux. On y retrouvait B. Girod de l'Ain, et des animateurs du CUCES de Nancy. Le rapport final était l'oeuvre de quelqu'un dont la disparition nous attriste tous, Fraenkel, le mathématicien strasbourgeois, qu'accompagnait J. Schneider, le doyen de la Faculté des Lettres de Nancy. Ce colloque a lancé une grande idée, une idée totalement nouvelle, totalement originale : celle des stages en responsabilité. Je cite le rapport final de Fraenkel et Schneider : "Installer pour les futurs maîtres de tous niveaux la formation pédagogique définie plus haut sous forme de stages en responsabilité. La confrontation des expériences et l'approfondissement des problèmes rencontrés par les stagiaires au cours de leur activité pédagogique concrète devraient faire l'objet de réunions tenues régulièrement au sein de l'établissement et des centres de formation" (2). Pratiquement toutes les discussions du Colloque d'Amiens tourment autour du stage en responsabilité et de la question de savoir à quel niveau du cursus de formation il faut le situer. Mais déjà, le stage en responsabilité est conçu comme un moyen de réunir, d'intégrer la formation initiale et la formation permanente, avec la possibilité d'associer à la réflexion sur la pratique pédagogique non seulement les stagiaires mais aussi des professeurs en exercice. L'apport de la psychosociologie devient ici plus profond. On n'emprunte plus à la psychosociologie des techniques, des procédés, des recettes de communication ; on lui reprend une approche des problèmes de formation : la discussion en groupe sur le vécu. On pense que les professeurs découvriront comment résoudre les problèmes que leur pose leur pratique à l'intérieur de petits groupes de discussion.

(1) *L'expansion de la recherche scientifique*, revue trimestrielle de l'A.E.E.R.S. n° 23, 24 mai 1967 (le colloque national de Caen), p. 155.

(2) A.E.E.R.S. *Pour une école nouvelle. Formation des maîtres et recherche en éducation*. Actes du colloque national, Amiens 1968, Dunod, 1969, p. 319.

Après 1968, on ne va pas beaucoup plus loin dans la réflexion psychosociologique, mais ces conceptions qui jusque-là étaient extérieures à l'Education Nationale pénètrent progressivement à l'intérieur du ministère et inspirent des propositions officielles. En 1969 se réunit un groupe de planification interne du ministère de l'Education Nationale, "groupe PIM", qui est présidé par l'Inspecteur Général Faucon. Monsieur Faucon est le porte-parole de l'Inspection Générale et il jouit dans ce milieu d'une incontestable influence. Or on trouve dans le rapport de ce groupe PIM XV sur la formation des maîtres des propositions tout à fait révolutionnaires par comparaison avec ce qui se passe actuellement. Jugez plutôt : "... pour résumer les éléments que l'on dégage ci-dessus, il semble que le problème de la formation permanente de tous les maîtres pourrait être abordé à la fois successivement et simultanément par quatre voies différentes :

1° celle des savoirs à acquérir et à transmettre, qu'il s'agisse d'ailleurs de la connaissance elle-même ou du savoir-faire, du savoir-être, du savoir-apprendre comme du savoir-chercher" ; cette définition du savoir non seulement comme connaissances, mais comme aptitudes témoigne d'un élargissement des conceptions tout à fait intéressant de la part de l'administration ;

"2° celle du maître et de ses attitudes en tant que personne ou en tant que membre d'une équipe ;

3° celle des élèves en tant qu'individus ou en tant que groupe ;

4° celle de la relation pédagogique même, enfin et surtout, dans son aspect psychosociologique comme dans son aspect instrumental au sens large du mot. Il est évident que c'est cette relation qui constitue la clef de voûte d'une formation pédagogique complète : mais il est non moins évident que, quel que soit le mode d'approche choisi, il implique la prise en considération des trois autres".

On voit que le ministère en arrive en 1969 à concevoir la formation pédagogique essentiellement comme une formation à la relation. C'est le point extrême de la vague psychosociologique. Jamais plus les textes officiels n'iront aussi loin, J'ai moi-même été le rapporteur d'une commission créée par la direction des enseignements supérieurs sur ces problèmes un peu plus tard, la commission filière XIII. Ce rapport reste en-deçà du rapport

P.I.M. Au niveau des conceptions, 1969-70 marque donc le point extrême de la vague psychosociologique.

Au niveau des pratiques elle a encore de belles années devant elle, parce qu'il y a eu le choc de 68. Au niveau des conceptions, mai 1968 va relancer la critique sociale du système éducatif et centrer la réflexion non plus sur l'aspect relationnel du mode de formation mais sur son aspect institutionnel. Au niveau de la vie quotidienne des enseignants, en revanche, mai 68 change les classes. Elles ne sont plus ce qu'elles étaient. Les professeurs ont de ce fait à résoudre un certain malaise qui a été étudié de façon scientifique dans le cadre de la commission d'étude sur la condition enseignante dans le second degré, présidée par M. Joxe (1972). Une enquête a été faite par interviews non-directifs puis par questionnaires sous la responsabilité de la COFREMCA. Cette analyse du malaise enseignant montre que le phénomène n'est pas identique dans toutes les disciplines. Les disciplines scientifiques sont beaucoup moins atteintes que les disciplines littéraires et ceci se comprend très bien. En effet, les disciplines littéraires, souffrent d'une indétermination quant à leur contenu. Vous avez, vous, mathématiciens, comme les physiciens ou les chimistes, un certain nombre d'objectifs annuels qui doivent être acquis. Cela passe par une série d'exercices, de problèmes que l'élève doit être capable de résoudre. En matière littéraire les exercices qui sanctionnent la formation sont beaucoup plus confus, beaucoup plus flous : qu'est ce qu'une dissertation ? Qu'est ce qu'une bonne dissertation ? Un bon résumé de texte ? Les professeurs de littérature avaient une mission culturelle. Il y avait un certain bagage culturel qui était demandé par la société et qui ne l'est plus. Ils ne bénéficient donc plus de la part des élèves du même crédit de confiance initiale que vous ou les professeurs de sciences. Les élèves n'arrivent pas pour suivre leurs cours persuadés de leur importance et de leur nécessité : ils attendent et jugent sur pièces. Ces professeurs sont donc obligés de séduire leurs élèves pour réussir et la formation à la relation va leur permettre d'effectuer une sorte de rétablissement. Sur ce point, la thèse de Jacqueline Filloux, "Du contrat pédagogique", est très intéressante encore qu'un peu chargée en vocabulaire psychanalytique. Elle montre très bien comment les méthodes de groupe ont permis aux professeurs de lettres socialement discrédités, en ce sens que la société ne leur reconnaît plus une autorité indiscutable, de retrouver un rapport, un contact avec leurs élèves qui leur permette de faire leur métier.

2 — Les critiques de l'approche psychosociologique

Dans un deuxième temps sur lequel je vais passer plus vite, cette approche psychosociologique et groupiste va être critiquée pour plusieurs raisons. La première c'est qu'elle ne règle pas les problèmes de transmission de savoir. La non-directivité; la réflexion a posteriori sur le groupe, sur les besoins et les attentes, fait en quelque sorte l'impasse sur les contenus de savoir à transmettre. Il est difficile d'espérer que les élèves comprennent tout seuls la nécessité de savoir telle ou telle chose. On risque de ne sortir de cette impasse que par une sorte de manipulation en réinjectant subrepticement par la bande dans le groupe des élèves des demandes de savoir qui ne leur sont pas naturelles. Comme le dit l'adage latin, "Ignoti nulla cupido" ("On ne désire pas ce qu'on ignore").

En second lieu, on reproche à cette démarche d'exclure, ou du moins d'ignorer, l'aspect institutionnel, l'aspect social de l'enseignement. Or, on peut se demander si les pratiques de ce type n'aboutissent pas à masquer le rôle sélectif, socialement discriminatoire, de l'école, la façon dont les agents de l'école que sont les enseignants pratiquent la sélection. On peut se demander, d'autre part, si l'approche psychosociologique n'élimine pas arbitrairement les phénomènes d'organisation, c'est-à-dire de hiérarchie et de pouvoir à l'intérieur de l'ensemble Education Nationale. De ce fait, au niveau des conceptions on réfléchit beaucoup sur le rôle et le fonctionnement de l'école au sein du système social et la recherche en sciences de l'éducation multiplie les études soit sur les phénomènes de pouvoir, soit sur les phénomènes de sélection sociale dans et par l'école.

La vague psychosociologique n'en est pas pour autant effacée. Il en subsiste d'abord l'habitude de discuter en groupe sur ce qu'on fait en classe. Cette habitude n'est pas courante, mais enfin il existe ici ou là des groupes de professeurs, parfois d'une seule discipline, parfois de plusieurs, qui discutent ensemble de façon informelle de ce qu'ils font dans leur classe. Il subsiste également quelques tentatives dans des secteurs marginaux, dans certaines Ecoles Normales où il faut bien faire face à la formation permanente des instituteurs décrétée par l'administration centrale, dans quelques Centres Pédagogiques Régionaux. Il subsiste d'autre part un développement des sciences de l'éducation mais conçues de façon indépendante des pratiques de formation des maîtres. Et dans cette phase d'incertitude où la critique se développe, on va se

demander si la formation des maîtres est vraiment l'angle d'attaque privilégié pour transformer le système éducatif. Est-ce vraiment par la formation des maîtres qu'il faut attaquer le problème ? Beaucoup penchent pour une approche plus globale : l'époque est à la mise en cause du système. Tant qu'il n'y a pas de réforme du système, on n'aura que des solutions partielles et insuffisantes.

3 — La Phase didactique

On voit alors apparaître une nouvelle vague caractéristique de la tendance actuelle : la vague didactique. Pour comprendre cette évolution il faut examiner ce qui a changé dans le champ éducatif global, et ce n'est pas ce que les professeurs font avec leurs élèves. Les transformations ne s'effectuent pas à l'intérieur de l'enseignement mais en dehors et le champ éducatif est transformé par deux événements.

Le premier est le développement de la recherche en sciences de l'éducation. Cette recherche se développe d'abord dans une direction sociologique. Mais il y a aussi des recherches plus pratiques sur le comportement des maîtres, sur les acquisitions des élèves. Ces recherches n'ont pas leur origine en France : le premier élément, pour le public français, a été la parution au Ministère de l'Education de Belgique, en 1969, d'une étude de De Landsheere : *"Comment les maîtres enseignent"*. De Landsheere a étudié empiriquement ce que faisaient les maîtres dans leurs classes et il a abouti à la conclusion qu'ils ne pratiquent pas une pédagogie centrée sur l'élève (à la seule exception des instituteurs d'inspiration Freinet) et que, au terme d'une formation destinée à leur apprendre une pédagogie centrée sur l'élève, seules sont modifiées les 15 ou 20 premières minutes de la leçon : à la fin du cours, le maître se remet à enseigner suivant la pédagogie traditionnelle.

A l'imitation de De Landsheere, sous l'inspiration notamment d'un nouveau directeur des recherches à l'INRDP, Louis Legrand, un expérimentaliste convaincu, on a vu se développer en France les recherches empiriques sur les classes. Ce fut l'expérience des CES expérimentaux. On est ici en présence d'une expérience lourde, menée sur 23 puis sur 19 CES avec toute une grille de contraintes et des bilans périodiques. On voit d'autre part des chercheurs français emprunter à la littérature américaine et, à un moindre degré, britannique, des grilles d'observation des comportements

pédagogiques. Ces grilles sont essentiellement destinées à établir une typologie ; ce ne sont pas des outils de formation, mais de description systématique et raisonnée. Il est important cependant que dans le champ pédagogique global il y ait maintenant des gens qui s'occupent d'observer de façon systématique et rationnelle ce que les enseignants font dans leurs classes. De même, à l'imitation des Américains, on voit apparaître en France la notion d'objectif pédagogique et la notion d'un ordre, d'une classification des objectifs pédagogiques. On emprunte aux Américains l'expression de "taxonomie des objectifs pédagogiques". C'est la diffusion en France des recherches de Bloom et de Guilford par un circuit très détourné : Etats-Unis, Canada, Belgique, France : l'innovation, on le voit, emprunte des voies indirectes. A partir du moment où l'on parle d'objectifs pédagogiques, on commence à se soucier d'évaluation. D'où le développement d'un secteur vivant de recherche pédagogique sur les comportements des élèves.

Cette première modification du champ pédagogique est un fait nouveau. Les taxonomies d'objectifs pédagogiques sont connues depuis longtemps : Bloom date de 1955-56. En France elles ne se vulgarisent guère que depuis quelques années. Le décalage est sensible.

Deuxième transformation du champ pédagogique : le développement de la formation continue. La formation continue a en effet amené l'Education Nationale à relever le défi de ce que, à l'intérieur de l'Education Nationale, on appelle péjorativement les "marchands de soupe". Mais toutes les entreprises de formation permanente ne méritent pas ce dédain : il en est de fort sérieuses, qui ont effectué de la recherche, qui se soucient d'évaluer leurs objectifs. Ces entreprises représentaient pour l'Education Nationale un véritable défi. Elle a essayé de le relever, avec la création, dans les établissements du second degré, de secteurs de formation continue pour lesquels on a inventé des conseillers en formation continue. Ces conseillers, il a fallu les former, et l'on a créé pour cela des centres académiques de formation d'animateurs. La formation des enseignants responsables de la formation continue correspondait à une nécessité car, en formation permanente, si l'on échoue, on perd le client ; alors que vous pouvez être le professeur le plus détestable du monde, vous aurez malgré tout des élèves l'année prochaine. La différence est radicale. En formation continue, on ne peut pas se permettre d'échouer en face de concurrents qui réussissent. On forme donc les maîtres qui s'y adonnent, alors que

cela semble inutile pour ceux qui restent avec leurs élèves. Pour relever le défi de la formation continue, l'Education Nationale a appris aux animateurs une démarche pédagogique qu'elle ignore, ou qu'elle refuse, en formation initiale. Cette démarche consiste, dans un premier temps, à susciter l'expression des besoins du public auquel on s'adresse de façon à savoir ce qu'il veut puis à définir de façon quasi-contractuelle, avec le public concerné, les objectifs que l'on s'assigne et enfin, au terme de la formation, à procéder à une évaluation de façon à tirer la leçon de l'expérience. Cette démarche est tout à fait logique, tout à fait scientifique, mais elle n'a pénétré l'Education Nationale qu'à partir du moment où celle-ci s'est trouvée en situation de formation permanente.

Les stratégies de formation des maîtres qui ont été mises en place par les C.A.F.F.A. ou les U.E.R. de Sciences de l'Education sont encore de type psychosociologique. Discuter des besoins avec les stagiaires, gérer le groupe et évaluer les résultats à la fin, c'est une démarche de type psychosociologique, même si elle implique un apport de connaissance, des exercices et des contrôles périodiques. C'est une démarche centrée sur le public. Or, elle commence à pénétrer la formation des maîtres. On voit par exemple se développer peu à peu des tentatives réfléchies d'évaluation des attentes des professeurs en formation : qu'est-ce qu'ils veulent ? pourquoi demandent-ils une formation ? Cette étude a été faite à l'U.E.R. d'Aix, et l'U.E.R. de Sciences de l'Education de Paris V, rue Serpente, vient de publier une étude scientifique fouillée sur son public. De même, on voit apparaître des tentatives d'évaluation de la formation, qui ne sont pas encore très développées mais qui s'amorcent par exemple à l'Ecole Normale d'Orléans. Certes, l'on cherche encore à définir des outils d'évaluation valides, mais le mouvement est amorcé.

L'apport le plus nouveau est celui de la didactique. Il est venu de gens qui avaient l'impression qu'on n'irait pas plus loin dans la voie de la psychosociologie ou dans la voie de la critique idéologique. La critique idéologique est démobilisatrice, en attendant la transformation totale du système. Quant à l'approche psychosociologique, elle élimine un peu trop les problèmes de transmission du contenu, comme s'il n'y avait pas des problèmes spécifiques propres à chaque contenu. Et alors, des formateurs modestes se sont dit : "Ma foi ! ce ne serait déjà pas si mal si l'école réussissait à transmettre efficacement des connaissances !" C'est notamment la conclusion à laquelle arrive Avanzini dans sa thèse *"Immobilisme et Novation dans le système éducatif"*.

A ce problème, une réponse est apportée récemment par M. Postic (3) qui comme Avanzini sort du milieu novateur privilégié des Ecoles Normales Nationales d'Apprentissage de l'Enseignement Technique, les E.N.N.A. M. Postic a repris la stratégie de formation des psychosociologues : un groupe de stagiaires en formation, on discute avec lui, on chemine avec lui, dans un style très semi-directif. Mais à l'intérieur de cette stratégie de formation d'inspiration psychosociologique, M. Postic introduit les instruments scientifiques d'observation et d'analyse des comportements mis au point par les chercheurs en sciences de l'éducation. Concrètement, il a formé des professeurs de physique. La méthode pédagogique pratiquée dans cette discipline est la méthode interrogative. Elle est adoptée effectivement par la quasi-totalité des professeurs de physique, y compris par les stagiaires. M. Postic a analysé les fonctions de ces professeurs, et réparti leurs interventions entre ces diverses fonctions, puis il a dit en substance à ses stagiaires : "Voilà un instrument d'analyse ; observez-vous, et, grâce à cet instrument, situez-vous les uns par rapport aux autres, ou par rapport à ce que vous étiez il y a quelques mois".

Cette démarche conduit à l'élaboration de grilles d'objectifs pédagogiques extrêmement précises. On trouve ainsi, dans le livre de M. Postic (p. 244), une fiche d'observation qui cerne l'ensemble du comportement pédagogique des professeurs en 21 points successifs. Chacun est l'objet d'une note, de 1 à 5, 1 étant l'attitude la plus négative, et 5 la plus positive. Le premier trait observé s'échelonne ainsi de "rigidité et gêne dans le comportement" (noté 1), à "maintien aisé" (noté 5). Le second trait va de "mollesse" à "activité", le huitième de "ne s'inquiète pas de savoir si les élèves suivent et comprennent" à "évalue si les élèves comprennent et suivent" et ainsi de suite.

Munis de cette fiche d'observation, les stagiaires s'observent mutuellement, discutent ensemble leurs observations et prennent conscience de leur façon réelle d'enseigner. En fonction des résultats de ces observations, ils décident eux-mêmes, de façon autonome, mais concertée, et avec le soutien non seulement du responsable de leur formation, mais de l'ensemble du groupe, de faire porter leur effort sur tel ou tel comportement, et une nouvelle

(3) Marcel Postic : *Observation et formation des enseignants*, Paris, P.U.F. 1977 *.

* N.D.L.R. — Voir sur ce livre page 508.

observation viendra vérifier si cet effort a été efficace. On retrouve ici les techniques du "micro-teaching", mais dans un contexte beaucoup moins schématique et mécanique.

Cette approche de la formation des enseignants utilise, on le voit, comme support d'une réflexion collective, un instrument d'analyse qui est d'abord un instrument scientifique de recherche. Mais cet instrument n'est pas injecté purement et simplement dans le groupe de stagiaires, comme un produit tout fait, sur lequel il n'y aurait plus à revenir. Pour l'utiliser, en effet, il faut s'entraîner à l'observation, avec, comme objectif, de la pratiquer de telle sorte que deux observateurs différents aboutissent aux mêmes résultats. Cette exigence de rigueur oblige à préciser des identificateurs concrets de comportement. Quand peut-on dire, par exemple, qu'un professeur ne s'inquiète pas de savoir si les élèves comprennent et suivent ? (note 1, sur le point 8). La réflexion collective des stagiaires est nécessaire pour affiner la grille. On retient par exemple, pour ce comportement précis, les éléments descriptifs suivants : "mène les explications à son rythme, est indifférent à vérifier la qualité de l'attention des élèves ou de la réception du message". On retiendra en revanche la note 2, moins fortement négative, pour ce même trait de comportement, si l'on observe les faits suivants : "se rassure à bon compte en disant sans cesse aux élèves "vous comprenez, n'est-ce pas ? " ; ne fait que des sondages superficiels (questions trop faciles ou s'adressant aux meilleurs) ; donne des exercices d'application trop faciles ou trop difficiles ; ne voit pas toujours pourquoi les élèves ne comprennent pas". Il y a là un véritable travail de recherche, auquel les stagiaires sont conduits par la logique même du processus de formation dans lequel ils sont engagés. C'est le meilleur remède — le seul — contre les routines et les recettes.

Incontestablement, la réflexion en matière de formation des maîtres a avancé. Il y a sept ou huit ans, on n'était pas capable de proposer autre chose que la juxtaposition d'une formation théorique et de stages, avec quelques rajouts de technologie éducative, de dynamique de groupe ou de psychosociologie de l'éducation, mais une psychosociologie très théorique. Actuellement, une démarche est praticable, qui associe la théorie et la pratique, et l'on sait quel contenu donner à cette démarche psychosociologique. Aujourd'hui, ce que l'on proposerait comme formation des maîtres, à côté des acquisitions de savoir indispensable et comme élément de structuration du stage, ce serait une

démarche d'inspiration psychosociologique nourrie par une réflexion didactique. De ce point de vue, un immense pas en avant a été réalisé.

Mais la réflexion scientifique sur la pratique pédagogique ouvre la voie d'une formation intégrée. Elle permet en effet d'intégrer la formation théorique et la formation pratique, la formation continue et la formation initiale, l'enseignement et la recherche pédagogique. C'est un progrès capital au niveau des conceptions et qui entraîne un certain nombre de conséquences dont l'une est de fonder l'intervention de l'enseignement supérieur dans la formation des maîtres en tant que la formation ne peut se concevoir sans la participation des professeurs en formation à une recherche vraiment scientifique, comme le travail de M. Postic en donne l'exemple puisqu'elle aboutit à une thèse de doctorat d'Etat qui est le premier travail de psychopédagogie expérimentale mené en France qui soit de niveau international.

Cette formation intégrée pose en revanche un certain nombre de problèmes. Le premier est celui de l'inter-disciplinarité. Centrer la formation des maîtres sur la didactique, c'est la structurer autour de problèmes très concrets, très précis, mais mono-disciplinaires. Il est difficile de former de cette façon en même temps des physiiciens, des historiens, des mathématiciens et des littéraires. Le risque est grand d'aboutir à un éclatement de l'activité pédagogique, éclatement qui remet en question tout le problème de l'institution éducative en tant qu'elle est globale, en tant que ce que fait un professeur dans sa classe retentit nécessairement sur ce que fait un autre professeur dans la classe voisine. Il est nécessaire de prendre en charge l'activité éducative globale qu'exercent ensemble les enseignants et l'approche didactique néglige totalement cet aspect. C'est une grave insuffisance et il est nécessaire de réintégrer l'aspect éducatif interdisciplinaire. On ne peut en tout cas se satisfaire d'une formation désintégrée au niveau de l'activité éducative globale.

Deuxièmement, et c'est un corollaire immédiat, cette formation met entre parenthèses et élimine l'aspect institutionnel de l'activité d'enseignement. On peut donc se demander si elle est susceptible de provoquer des changements dans le système éducatif. Très souvent, mettre quelqu'un "en formation", c'est le sortir de la strate institutionnelle à laquelle il appartient. De ce fait, un groupe de formation est généralement artificiel : les relations de

pouvoir en sont largement absentes puisqu'il n'a d'autre objectif que la formation des individus qui le composent. Toute la dimension institutionnelle des problèmes éducatifs se trouve ainsi éliminée de cette démarche de formation. Il faudrait donc trouver moyen de rapprocher la formation de l'institution, c'est-à-dire d'articuler la formation sur les institutions concrètes d'enseignement. Ce qui supposerait de rapprocher la formation des établissements d'enseignement, et en tout cas de ne pas traiter les professeurs comme des individus sur lesquels ne s'exerce aucune contrainte hiérarchique ou institutionnelle, et qui n'auraient en face d'eux ni proviseur, ni censeur, ni conseillers d'éducation, ni parents, ni classes désagréables.

Pour conclure vraiment, je voudrais vous inviter à une réflexion un peu provocatrice. Si l'on examine quels ont été, depuis 15 ans, les foyers d'innovation en matière de formation initiale et permanente des maîtres, quels sont les centres qui ont fait évoluer les opinions, on découvre l'inertie de l'Education Nationale. Les idées nouvelles sont venues des instituts de formation d'adultes d'abord : le C.U.C.E.S. de Nancy a joué de ce point de vue un rôle dont on ne soulignera jamais assez l'importance, et qui a été ensuite relayé par les C.A.F.F.A. et par tous les gens qui font de la formation permanente. Cela fut un des chocs majeurs. En second lieu, les idées nouvelles sont venues de chercheurs isolés, ou de quelques milieux innovateurs, très restreints, certaines écoles normales primaires, l'E.N.S. de St-Cloud avec Fauquet et Strasfaugel, les E.N.N.A. d'où sortent Avanzini et Postic, des chercheurs isolés. Globalement, l'Education Nationale en tant qu'institution n'est pas un facteur de novation en matière de formation des maîtres. Ni l'administration centrale, ni son bras séculier, je veux dire l'Inspection Générale, ne sont actuellement un facteur de novation. Au contraire, organiser des journées de formation avec deux ou trois exposés le matin et la bonne parole de l'Inspection Générale l'après-midi, c'est un alibi aussi efficace qu'un cataplasme sur une jambe de bois. Pas une entreprise en France ne forme son personnel de cette façon. Si nous propositions à nos clients, en formation continue, des formations comme celles que l'Inspection Générale organise pour les professeurs, nous nous ferions éconduire comme des attardés avec un éclat de rire gigantesque. Le retard pris par l'institution Education Nationale en matière de formation permanente par rapport à ce qui se passe dans le privé et même dans l'armée (et depuis quinze ans dans

l'armée) est monumental. Et je sais de quoi je parle : je dirige le service de formation continue de mon Université. Il faudrait tout de même se demander pourquoi l'entreprise "Education" est la plus archaïque de toute la société française de ce point de vue.

Ayant chargé l'Education Nationale, il ne faudrait pas disculper les universités. Car, globalement, en tant qu'institutions, les universités n'ont pas davantage été des centres de rayonnement d'idées nouvelles en matière de formation des maîtres. C'est d'ailleurs regrettable parce que, si elles avaient été des foyers d'innovation, on les soupçonnerait moins de défendre leurs positions acquises quand elles répètent à qui veut les entendre qu'il faut leur confier la formation des maîtres. Il faudrait que les universitaires se mettent eux-mêmes à la hauteur de leurs prétentions.

Troisièmement, et c'est là que je suis provocateur, il ne m'apparaît pas que les I.R.E.M. aient eu sur l'ensemble du système éducatif un effet d'entraînement. On aurait pu penser, étant donné l'ampleur des moyens mis en oeuvre et le zèle déployé par les agents de tous les degrés à l'intérieur de cette institution, qu'ils allaient constituer des foyers de novation. Or, les I.R.E.M., me semble-t-il, n'ont exercé aucun effet d'entraînement sur le système éducatif, ni à l'égard des universités, ni à l'égard de l'Education Nationale. D'où la question que je vous pose : pourquoi ? Je ne connais pas assez les I.R.E.M. pour pouvoir répondre, quant à moi, à cette question.

Aucun jeu, quel qu'il soit, ne vaut un problème de mathématiques, une version ou un thème. Si l'on ne nous assomait pas avec les études, elles seraient le plus beau jouet du monde... On a construit une espèce d'institution, de citadelle, de forteresse d'interdictions, qui s'appelle l'éducation. Alors que la véritable éducation devrait être une vague extraordinaire de désir d'aimer et de vivre.

(Jean-Louis Barrault, interview au "Monde de l'Education", avril 1977).

VIE DE L'ASSOCIATION

7.1. Résultats des votes 1977

Dépouillement des questions posées aux membres.

Vote de Mai 1977.

Résultats exprimés pour 3 651 votants :

	Pour (oui)	Contre (non)	Abstention	Non réponse
Rapport d'activité	3175 86.96	121 3.31	302 8.27	53 1.45
Rapport financier	3266 89.45	40 1.10	294 8.05	51 1.40

Statistiques sur les nombres de votes :

42	ont voté pour	0	candidat
13	ont voté pour	1	candidat
24	ont voté pour	2	candidats
50	ont voté pour	3	candidats
236	ont voté pour	4	candidats
229	ont voté pour	5	candidats
250	ont voté pour	6	candidats
299	ont voté pour	7	candidats
278	ont voté pour	8	candidats
286	ont voté pour	9	candidats
1 934	ont voté pour	10	candidats
6	ont voté pour	11	candidats
4	ont voté pour	12	candidats

Il y a eu 3 651 votants, mais 10 bulletins de vote sont nuls; 3 641 bulletins ont donc été retenus.

Dépouillement du vote
pour le renouvellement partiel
du Comité National

	Nombre de suffrages	0/0 sur les 3651 votants	0/0 sur les 3641 votes non nuls	
Patalani	3115	85.32	85.55	élu
Bloch	3130	85.73	85.97	élu
Maurin	3123	85.54	85.77	élu
Vetticoz	2957	80.99	81.21	élu
Zehren	2349	64.34	64.52	élu
Carmagnole	2028	55.55	55.70	élu
Carrier	2190	59.98	60.15	élu
Lassave	2204	60.37	60.53	élu
Zanni	1989	54.48	54.63	—
Balacheff	1950	53.41	53.56	—
Leveilley	2150	58.89	59.05	élu
Glaysmann	2846	77.95	78.17	élu

7.2. L'A.P.M.E.P. et la "réforme Haby"

7.2.1. Manuels de sixième

Le Bureau national de l'A.P.M.E.P., réuni le 14 mai 1977, sur proposition de la Commission Nationale du premier cycle et après consultation favorable des Régionales :

1° RECOMMANDE LE REFUS DE CHOIX D'UN NOUVEAU MANUEL DE MATHÉMATIQUES DE SIXIÈME POUR LA RENTRÉE 1977.

(Cf. Bulletins nationaux A.P.M. n° 305 et n° 308, p. 317).

Tout choix sera en effet très difficile et lourd de conséquences :

- Il sera fait pour 4 ans au minimum,
- Les manuels seront de volume réduit. Comment les "coupes" auront-elles été effectuées ?
- Les conclusions de l'expérience des programmes de 1969 auront-elles été tirées ? Comment ?

Il est impossible de juger des points 2 et 3 en un laps de temps réduit, alors que notre enseignement est à remettre fortement en question, ne serait-ce que par les changements à propos des horaires, des T.D. supprimés, du soutien...

Par contre, en repoussant le choix d'un an,

- il s'agit d'une mesure conservatoire vis-à-vis d'une réforme que nous voudrions voir remettre en chantier ;
- des analyses sérieuses des manuels pourront être faites et diffusées en temps opportun : les I.R.E.M. et l'A.P.M.E.P. s'y emploieront. Elles ne visent qu'à fournir aux maîtres quelques critères ou éléments de remise en question ou d'appréciation concernant leur propre enseignement et les manuels. Une telle information pourrait conforter les maîtres dans l'exercice de leurs responsabilités. Elle ne saurait se substituer à leur analyse personnelle, ni à les pousser à un choix de manuel dans le cadre d'achats liés à la réforme Haby.

Il serait souhaitable que, par notre détermination, nous fassions ainsi triompher notre vœu de voir toujours s'écouler *au moins un an franc* entre la publication des décrets et arrêtés d'application et des documents de travail, d'une part, et le démarrage d'une réforme, d'autre part.

Hors de ce délai, tout est laissé à l'improvisation et permet de fortes erreurs d'aiguillage au départ.

2° **CONSTATE** que la circulaire du 16.03.77 (B.O. n° 11) prévoit notamment des délibérations des conseils d'enseignement et des conseils d'administration sur ce sujet avant le 10 juin, et que de ce fait, un tel refus de choix de nouveaux manuels apparaîtra impossible à certains collèges ou dans certains établissements.

L'APMEP invite alors les collègues à différer le plus longtemps possible ce choix : il serait notamment souhaitable de le reculer au moins jusqu'au cours du 1er trimestre 1977-78 pour pouvoir déjà disposer de quelques analyses et des informations que chaque maître pourra recueillir lui-même en début de sixième en essayant divers ouvrages.

3° **PRECISE** : que les crédits destinés à l'achat des manuels de sixième figure au compte spécifique 634-7. La partie non utilisée en 1977 sera reportée à l'année civile suivante. Tout choix peut

donc être refusé sans perte de crédits, contrairement aux motifs avancés par certains chefs d'établissement. D'autres arguments sont présentés : rabais consenti par les libraires, risque de hausse des prix...

On peut éviter ces inconvénients par le biais d'un contrat global passé entre l'établissement et le libraire, prévoyant choix, commandes et livraisons étalés dans le temps.

7.2.2. Lettre aux parlementaires

Paris, le 27 avril 1977

Conférence des Présidents
des Associations de Professeurs
de l'Enseignement secondaire

à

Mesdames et Messieurs les Parlementaires
Au sujet de l'application de la loi
sur la réforme du système éducatif.

Madame, Monsieur le Sénateur
Madame, Monsieur le Député

Vous avez participé au vote de la loi cadre (N° 75 620 du 11.7.1975) concernant la réforme du système éducatif. Les Associations de professeurs des différentes disciplines avaient indiqué leurs inquiétudes quant aux conséquences de certaines dispositions prévues dans celle-ci. Inversement, elles avaient montré que la prise en compte par les objectifs généraux : — d'une évolution de la pédagogie, — de la variété de l'environnement socio-culturel des élèves, — de l'ouverture nécessaire de l'enseignement sur le monde contemporain, pouvait apporter, dans les textes prévus, des transformations favorables de l'enseignement.

Or ces associations constatent que les circulaires et arrêtés d'application de la loi pour les classes de sixième à la rentrée 1977, s'ils reprennent "des termes" correspondant à de nombreuses

demandes faites par elles-mêmes, entraînent en fait une détérioration de l'enseignement qui aura de lourdes conséquences sur l'avenir des collégiens.

Cette dégradation concerne aussi bien les conditions de travail des élèves et des professeurs que l'appauvrissement de nombreux contenus et l'abaissement de la qualification de beaucoup d'enseignants.

En effet, actuellement, chaque classe de sixième a un effectif maximal de 35 élèves, mais est divisée en deux groupes pour : 3 heures de français, 2 heures de biologie, 1 heure de mathématique, 1 heure de langue vivante ainsi que pour les séances d'arts plastiques, de musique et de travaux manuels éducatifs.

A la rentrée prochaine, chaque classe de sixième comptera de 24 à 30 élèves, mais ne sera plus divisée en deux groupes. Comme on ne peut pas faire avec 24 et plus ce que l'on faisait avec 15, le professeur ne pourra plus faire progresser chacun selon son propre rythme, ce qui provoquerait des orientations hâtives, dont pâtiront surtout les enfants socialement défavorisés.

En particulier la disparition des groupes à effectif réduit dans les disciplines nécessitant des manipulations et des expériences entraînera un recul de la pédagogie active pratiquée depuis plusieurs années et ira à l'encontre des objectifs généraux définis dans les projets de réforme. Il est à souligner que Monsieur le Ministre de l'éducation lui-même avait, dans sa lettre de présentation du premier volume des "Projets d'instructions sur les enseignements" de juin 1976, considéré que des travaux pratiques par groupes restreints étaient nécessaires.

De plus, si des "activités de soutien" (1 heure en français, 1 heure en mathématique, 1 heure en langue vivante) sont bien prévues dans les horaires, c'est seulement pour au plus un tiers des élèves de la classe, désignés chaque semaine. La non fixité de l'emploi du temps, la surveillance des élèves libérés, leur sécurité seront un souci constant pour les familles : en réalité, la suppression des dédoublements ira à l'encontre d'une véritable égalisation des chances et amènera la reconstitution des filières. En français, par exemple, l'apprentissage de l'expression orale et écrite indispensable pour tous et à tous les niveaux est impossible sans exercices par petits groupes.

Par ailleurs, les arrêtés déclarent qu'apparaissent des disciplines nouvelles : "sciences expérimentales" et "éducation manuelle et technique".

Actuellement, l'horaire des sciences naturelles est de 2 heures pour chacun des deux groupes d'une classe. Il est loin d'être une fatigue supplémentaire pour l'enfant, puisqu'il permet l'acquisition des connaissances et des méthodes au rythme de l'élève en classe en tenant compte des blocages particuliers et diminue d'autant le travail à la maison.

Or, à la rentrée prochaine, sous l'appellation de "sciences expérimentales" viendront s'ajouter à la biologie des sciences physiques :

— sans formation préalable sérieuse des maîtres, — sans horaires suffisants (3 heures pour l'ensemble biologie et physique), — sans locaux aménagés à cet effet, ce qui met en cause la sécurité des élèves, — sans prévision de travaux de groupes à effectif suffisamment réduit pour faire pratiquer aux élèves des manipulations et des expériences dans les conditions de sécurité nécessaires et pour leur permettre de développer et d'acquérir des connaissances de qualité.

D'autre part, la transformation des actuels "travaux manuels éducatifs" en "éducation manuelle et technique", voire préprofessionnelle, semble montrer dans les programmes, comme d'ailleurs dans ceux d'histoire-géographie, une baisse importante du niveau des connaissances et une orientation utilitaire conduisant à une simple acquisition de techniques. Il n'est visé aucune réelle formation de l'esprit, seul comportement capable de produire une assimilation critique des apprentissages. Les savoir-faire seront alors réduits à de simples actions répétitives. Cette prétendue nouvelle discipline orientée vers le préprofessionnel sera alors facteur de sélection. Cette déviation des disciplines se trouve confirmée encore par la fusion en une discipline "éducation artistique" de la musique et du dessin. Or, la multiplicité des activités dans un contexte de deux heures par semaine par classe entière n'est pas compatible avec la valeur éducative d'une formation artistique qui dans notre monde actuel envahi par l'image et le bruit est indispensable à l'épanouissement de la personnalité.

Enfin, certains professeurs seront amenés à enseigner d'autres disciplines que celles pour lesquelles ils étaient formés. Or, il apparaît de plus en plus nécessaire qu'au lieu d'une polyvalence de

l'enseignant, il faille des professeurs de haut niveau de formation, spécialistes, travaillant au sein d'une équipe pédagogique, cet enseignement étant en liaison avec une formation continue obligatoire. Les Associations soulignent enfin que des expériences et recherches nationales ont été faites. Elles ont elles-mêmes formulé des propositions et ont participé à des groupes ministériels il y a près de deux ans, sans qu'il ait été pratiquement tenu compte des conclusions et avis ainsi émis avant la mise en forme des arrêtés d'application de la réforme.

Si nous nous sommes permis de vous présenter toutes ces remarques, c'est que notre inquiétude est très grande et notre désaccord profond avec les arrêtés d'application de la réforme en sixième et avec ceux qui risquent de suivre concernant l'organisation des autres classes, ainsi que pour l'avenir global de l'enseignement du second degré.

Nous sommes persuadés que votre décision de vote lors de la loi cadre n'impliquait en aucun cas une telle dégradation de notre enseignement. Nous pensons qu'il serait souhaitable que vous puissiez obtenir des modifications au niveau des assemblées parlementaires lors de la session de printemps en ce qui concerne ces arrêtés pour que les dispositions aggravantes qui sont prévues soient modifiées avant toute application de la réforme.

Certains que vous voudrez bien attacher une importance majeure à ces problèmes qui touchent directement notre jeunesse et donc la formation des futurs citoyens, nous vous prions de croire, Madame, Monsieur le Sénateur, Madame, Monsieur le Député, à notre profond respect pour votre mission et à nos sentiments dévoués au service des enfants.

Jean DEMOULE, *Secrétaire Général*
10, rue Gabrielle d'Estrées - 92170 VANVES

Association des Professeurs d'Activités Manuelles Educatives
Association des Professeurs de Biologie Géologie
Association des Professeurs de Dessin et d'Arts plastiques
Association des Professeurs d'Education musicale
Association des Professeurs d'Histoire et Géographie
Association des Professeurs d'Initiation Technologique
Association des Professeurs de Langues Vivantes
Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public
Association des Professeurs de Philosophie
Association des Professeurs de Sciences Economiques et Sociales
Société des Professeurs de Français et de Langues Anciennes
Union des Physiciens

7.2.3. Audience du 4 Mai 1977 ; compte rendu par Rachel Hebenstreit

La Conférence des Présidents des Associations de Spécialistes a demandé audience au Premier Ministre le 18 avril 1977, en joignant "La Lettre aux Parents" représentant la position des Associations sur l'application de la Réforme de l'Enseignement, notamment en classe de sixième à la rentrée 1977.

Par réponse du 27 avril, M. P. Lefèvre, Chargé de Mission auprès du Premier Ministre, a accepté de recevoir notre collègue Jean Demoule (Société des Professeurs de Français et de Langues Anciennes), secrétaire de la Conférence pour cette année scolaire.

L'audience a eu lieu le 4 Mai 1977 à l'Hôtel Matignon. Nos collègues J. Demoule, M. Blain (Union des Physiciens) et Mlle David (Association des Professeurs de Biologie et Géologie) ont présenté les positions unies des Associations de Spécialistes :

- contre les modalités d'application de la Réforme Haby ;
- pour une formation des Maîtres, initiale et continue, de haut niveau, en refusant une polyvalence d'opportunité, sans qualification ;
- contre la répartition et l'aménagement des horaires prévus en sixième entre le travail scolaire et le travail à la maison, qui ne sera profitable qu'aux plus favorisés des enfants ;
- pour le maintien des travaux dirigés en groupes réduits ;
- pour l'obtention de moyens matériels indispensables aux travaux scientifiques et manuels, afin de préserver la valeur pédagogique de ces enseignements et la sécurité des enfants.

M. Lefèvre

- a montré toute son attention aux problèmes soulevés ;
- a déclaré qu'il transmettra au Premier Ministre ;
- a précisé qu'il était prêt à recevoir ultérieurement et à nouveau une délégation de la Conférence si elle le lui demandait.

L'entretien a duré une heure un quart et la "Lettre aux Parlementaires" a été remise à M. Lefèvre à la fin de l'audience, afin de montrer la continuité de l'action entreprise par la Conférence.

7.2.4. Communiqué de presse

A.P.M.E.P. - S.N.E.S. du 27 Avril 1977

POUR LA DEFENSE ET LE DEVELOPPEMENT DE L'ENSEIGNEMENT DE MATHEMATIQUE

Suivant la politique définie par le Comité National de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public pour établir des contacts avec l'ensemble des syndicats d'enseignants et dans le cadre de la stratégie d'action du S.N.E.S., une rencontre a eu lieu le 19 avril 1977 entre l'A.P.M.E.P. et le S.N.E.S. au cours de laquelle de nombreux points de convergence ont été dégagés.

Les deux organisations ont affirmé leur accord sur les finalités de l'enseignement de Mathématiques pendant la période de scolarisation obligatoire ; celui-ci doit permettre :

- de favoriser une compréhension critique du monde technique, social, économique ;
- de développer les démarches fondamentales de l'esprit scientifique ;
- de percevoir à travers une pratique le rôle des mathématiques dans les autres activités, en particulier dans les autres sciences ;
- d'acquérir la maîtrise d'objets et de techniques mathématiques de base, par des connaissances et des méthodes spécifiques.

Par contre, les deux organisations récusent formellement le rôle que la société actuelle fait jouer aux mathématiques d'instrument d'orientation et de sélection par l'échec et qui repose sur une confusion entre compétence mathématique et sélection dans la hiérarchie sociale.

Le rôle sélectif est d'autant plus accentué que l'horaire dont dispose le maître au collège pour traiter un programme donné est plus réduit.

La situation actuelle où chaque élève bénéficie de quatre heures dont une heure dédoublée de travaux dirigés permet une

activité personnelle de recherche et d'expression mathématique. De plus, chaque professeur a la responsabilité de quatre classes au plus.

Dans le cadre de la réforme, la réduction à trois heures de l'horaire obligatoire pour un programme pratiquement inchangé et la suppression de l'heure de travaux dirigés en groupes réduits accentueraient le caractère dogmatique de l'enseignement et confieraient cinq classes au même enseignant.

CE SERAIT UN REcul PEDAGOGIQUE IMPORTANT, CONTRAIRE D'AILLEURS AUX RECOMMANDATIONS DU GROUPE DE TRAVAIL MINISTERIEL N° 6 (MAI 1975) ET AUX OBJECTIFS DEFINIS DANS LES PROJETS MINISTERIELS D'INSTRUCTION SUR LES ENSEIGNEMENTS (JUN 1976).

En ce qui concerne les programmes, les deux organisations rappellent les conditions nécessaires à un enseignement démocratique des mathématiques :

- une rédaction des programmes qui fixerait à la fois les objectifs pédagogiques généraux et les objectifs particuliers à chaque section ou classe ;
- un horaire suffisant comportant des travaux dirigés par classes dédoublées ;
- des enseignants de mathématiques ayant reçu un haut niveau de formation initiale et bénéficiant de la formation permanente ;
- le développement des I.R.E.M. permettant, en particulier, des recherches et des expérimentations sur l'enseignement des mathématiques et des recherches interdisciplinaires.

La réforme qui entrerait en application en sixième dès la rentrée 1977 n'apporterait donc pas de réponses positives aux besoins essentiels de la formation scientifique des jeunes. Elle aurait de graves conséquences sur les conditions d'emploi, de service et de travail des professeurs de mathématique.

L'A.P.M.E.P. et le S.N.E.S. condamnent par conséquent les modalités d'application de la réforme à la rentrée 1977 et entendent développer l'action pour que soient réalisées les conditions de mise en place d'un enseignement de mathématique conforme aux objectifs précédemment définis.

7.2.5. Commission inter-IREM premier cycle

Compte rendu de la réunion

du 12 Mars 1977

.....

Examen des projets de programmes de quatrième et troisième

Sans se prononcer sur l'ensemble des projets, la commission a décidé de l'examiner paragraphe par paragraphe, et de proposer des amendements (lorsqu'aucune indication ne suit une proposition, cela signifie qu'elle a reçu un assentiment unanime). Compte tenu du temps dont elle disposait, la commission a pu examiner le programme d'algèbre et la majeure partie du programme de géométrie de quatrième ; mais elle n'a pas pu étudier sérieusement la fin du programme de géométrie de quatrième, et encore moins le programme de géométrie de troisième.

Elle a d'autre part adopté le texte général suivant : la commission pense que le mode de présentation des avant-projets de programme de quatrième et troisième n'apporte aucun progrès sur les précédents, par son libellé linéaire en terme de contenu (non accompagné d'un libellé en termes d'activités ou de comportements), par l'absence de définition des objectifs explicites ; elle est persuadée que leur présentation actuelle laisse place à une interprétation restrictive de l'activité mathématique (apprentissage de techniques particulières) que l'horaire réduit ne fait qu'accroître [11 pour, 1 abstention, 1 contre].

La commission s'inquiète beaucoup des effets de la réduction horaire et de l'impossibilité de dédoubler les classes pour les travaux dirigés (l'I.R.E.M. de Marseille fournira un rapport complémentaire sur ce sujet) ; elle demande que l'A.D.I.R.E.M. * intervienne vigoureusement et rapidement sur ce point.

*
* * *

* Assemblée des Directeurs d'I.R.E.M.

Examen détaillé des projets ; propositions d'amendement

Titre I de quatrième (relations)

Le titre I doit disparaître en tant que tel ; les titres II et III deviendraient respectivement I et II ; comme pour le programme de sixième, un chapeau sans titre ni numéro précéderait les titres I et II.

Voici la forme proposée :

** Les notions et propriétés que les élèves doivent connaître et savoir utiliser sont énumérées ci-dessous. Certaines propriétés, au choix du professeur, seront admises. D'autres seront obtenues par voie déductive : des démonstrations seront faites par les élèves, à l'occasion, tant en algèbre qu'en géométrie.*

Les lignes 4 à 6 du titre III, géométrie plane, seraient alors supprimées ; la même disposition devrait être retenue pour la troisième.

** Les notions suivantes :*

- applications ; composition des applications ;*
- bijection ; bijection réciproque ;*
- partition d'un ensemble et relation d'équivalence ainsi que des exemples de relation d'ordre seront introduits et utilisés à l'occasion des différentes parties du programme ; ils n'ont pas à faire l'objet d'un apprentissage pour eux-mêmes.*

** Le professeur pourra, s'il le souhaite, dégager les propriétés liées à la notion de groupe au terme de diverses activités algébriques et géométriques en quatrième et en troisième [pour ce dernier point : 9 pour, 6 abstentions, 0 contre].*

Titre II de quatrième (calcul numérique)

Ligne 1 : supprimer le mot *concrets*.

Après : *Produits $(a+b)^2$, $(a+b)(a-b)$; leur utilisation.*
insérer :

Exemples simples d'équations du premier degré.

A travers ces activités, on s'attachera à favoriser une réflexion sur l'analyse des expressions algébriques, sur les exigences de leur construction, sur les conditions de validité des opérations effectuées.

Titre I de troisième (compléments de géométrie et d'algèbre)

Deux amendements, de finalités voisines, sont présentés pour la première ligne (ne pas imposer d'utiliser les suites décimales pour introduire $\mathbb{R}$) :

Introduction succincte des réels, par exemple au moyen de suites décimales. Interprétation ... [8 pour, 1 contre].

Introduction succincte des réels ; suites décimales. Interprétation ... [1 pour, 7 contre].

Au paragraphe 2, ligne 2 (introduction de l'usage d'un graphique) :

Usage des tables ou d'un graphique pour le calcul des carrés et des racines carrées.

Remplacer le mot *fonction* par le mot *application* au paragraphe 3.

Titre II de quatrième (géométrie plane)

La commission a trouvé extrêmement regrettable :

— que les propriétés soient en fait présentées de façon à induire l'introduction d'une certaine axiomatique (sans qu'elle ait porté de jugement de valeur sur ladite axiomatique),

— que toute mention des transformations géométriques ait disparu.

Elle propose les nouvelles rédactions suivantes, à la suite de la phrase :

Le regroupement ... commodité de la présentation.

* *Propriétés d'incidence ; relation de parallélisme dans l'ensemble des droites du plan (à l'occasion de cette étude, le professeur pourra, s'il le désire, conduire les élèves à l'étude et à la pratique de la relation d'orthogonalité). Énoncé d'Euclide. Projection de direction donnée.*

* *Certaines transformations (symétries centrales, translations) sans être étudiées pour elles-mêmes, pourront servir de support aux activités permettant d'étudier les notions de*

— *parallélisme,*

— *vecteur.*

A l'occasion de l'addition des vecteurs apparaîtra la notion de multiplication d'un vecteur par un entier relatif.

Cette rédaction entraîne en particulier la disparition de la définition des parallélogrammes et celle de la multiplication des vecteurs par un rationnel. La multiplication des vecteurs par un réel serait étudiée en troisième.

La commission n'a pas pu, dans le temps dont elle disposait, étudier sérieusement la fin du titre II (*Repérages ... Énoncé de Thalès*).

Titre II de troisième (géométrie de troisième)

La commission n'a pas pu aborder son étude.

PUBLICATION A.P.M.E.P.

MATHEMATIQUES POUR FORMATION D'ADULTES

par Philippe LOOSFELT et Daniel POISSON, C.U.E.E.P.
Centre Université Économie d'Éducation Permanente.
Université des Sciences et Techniques de Lille.

192 pages. Prix : 18 F (sans port : 15 F).

Voir dans le Bulletin 302, pages 202 et 203, un extrait de la brochure.

"Depuis 7 ans, le C.U.E.E.P. assure exclusivement des formations d'adultes, dans la Région Nord-Pas-de-Calais ... Dans cet ouvrage, écrit d'abord pour aider les formateurs du C.U.E.E.P. dans leur tâche, nous essayons de montrer comment certains thèmes peuvent être utilisés, comment telle fiche s'est révélée passionnante, quels sont les échecs qui nous ont poussés à corriger certains points, etc..."

Cette brochure intéresse aussi les enseignants du premier et du second degrés ; elle peut les aider à renouveler leurs exercices, la présentation de certaines notions, etc.

7.3. Commission A.P.M.E.P. du premier cycle. Réflexions sur quelques textes

A. DANS QUEL CONTEXTE PARAISSENT-ELLES ? POURQUOI ?

En juin 1977, nous vivons la mise en place de la "Réforme Haby".

Malgré l'action de l'APMEP (pétition nationale du printemps 1976), la diminution d'horaire élèves (et professeur souvent) et la suppression des heures par demi-classes sont effectives. Les commentaires des programmes sont remplacés par des instructions directives.

Un climat d'inquiétude règne sur l'ensemble des professeurs de mathématiques.

Dans ces conditions, l'APMEP pense utile de faire paraître des "réflexions périodiques" afin d'aider les professeurs à "voir clair". Cet ensemble de textes sera d'ordre général, mais aussi d'ordre pédagogique ; il sera critique envers les textes officiels mais aussi constructif dans la mesure où il s'accompagnera de propositions. C'est un travail évolutif, toujours remis en question.

Les programmes de sixième et cinquième sont officiels. Des avant-projets de quatrième — troisième existent. Le texte présenté ici concerne l'ensemble du Premier cycle pour sa partie générale ; il est plus précisément centré sur la quatrième quant à son aspect plus technique. Mais la quatrième et la troisième forment un tout. Leur enseignement n'est pas linéaire.

Nous avons pour objectif de lancer une réflexion, une concertation et d'obtenir de votre part l'envoi de remarques, suggestions, critiques à

APMEP Commission Premier Cycle Réflexions [o] René Métregiste (adresse dans le bulletin)

En particulier nous souhaitons recenser tous les documents, toutes les expériences d'enseignement délinéarisé du Premier Cycle, cela afin d'alimenter des textes ultérieurs.

B. FINALITES DE L'ENSEIGNEMENT MATHEMATIQUE AU PREMIER CYCLE

Cette partie B est, en outre, une contribution à l'élaboration du chapitre FINALITES de la future Charte, actuellement en chantier.

D'autre part, les encadrés contiennent des opinions individuelles que la Commission, sans les prendre à son compte, soumet à la réflexion et à la discussion des lecteurs.

Les finalités de l'enseignement des mathématiques ne peuvent être dégagées que dans le cadre des finalités générales de l'enseignement : à la fois pour déterminer quelle peut être la contribution de la discipline mathématique à l'oeuvre d'ensemble et pour savoir quelles exigences réciproques doivent être conciliées.

Le présent chapitre présente la position actuelle de l'APMEP ; mais elle prête à en discuter avec d'autres : associations de spécialistes, syndicats, associations de parents d'élèves...

*

* *

La structure scolaire actuelle conduit à sélectionner dès le premier cycle les élèves qui poursuivront des études secondaires et éventuellement supérieures et à "orienter" les autres, dès que possible, vers des voies moins nobles.

La clef de voûte de l'ensemble des programmes du Second Degré est celui de Terminale C ; les programmes des autres filières en sont des sous-produits. Nous pensons au contraire que le premier cycle doit être conçu pour tous ses élèves, et non pas seulement pour ceux qui entreprendront ensuite des études longues.

La sélection est-elle, quel que soit le type de société qu'on subit ou qu'on espère, une nécessité ? Si oui, à quel moment des études doit-elle intervenir ? Les opinions divergent sur les réponses à donner à ces questions, d'autant plus que le problème de la sélection dépasse le cadre de l'enseignement des mathématiques et même le cadre de l'enseignement. Mais nous nous accordons à

la souhaiter la moins précoce possible ; et à contester le rôle prééminent que joue notre discipline dans la sélection par l'échec actuellement pratiquée à tous les niveaux, de la Sixième à l'Université, même au cours d'études où les mathématiques ne semblent pas essentielles.

*
* *
*

Nous avons essayé de définir des finalités communes et applicables à tous les élèves du premier cycle.

Nous sommes conscients, pour les voir se révéler quotidiennement en classe, des disparités entre les enfants ; qu'elles soient dues à l'hérédité (ce qui est contesté), au milieu (ce qui nous semble incontestable), ou aux deux à la fois, nous nous refusons à en prendre notre parti trop légèrement ; ce qui nous impose, tout au long de la scolarité obligatoire, une première finalité, "négative", mais essentielle : ne pas écoeurer, ne pas ennuyer, c'est-à-dire :

- ne pas rejeter définitivement dans le découragement ceux qui ont du mal à suivre ; ne pas provoquer de blocages psychologiques ;

- ne pas laisser sombrer dans l'ennui ceux qui comprennent (ou croient comprendre) plus vite que les autres.

Il faut admettre également que les enfants ont chacun leur rythme ; or, la rapidité d'acquisition joue actuellement un rôle trop important dans l'évaluation des résultats. Le redoublement n'est qu'un des moyens — ce n'est sans doute pas le meilleur — de laisser leurs chances aux élèves lents.

D'autre part, s'il est vrai que la mathématique se pratique souvent comme un jeu, il ne faut pas pour autant laisser croire qu'elle n'est qu'un jeu qui ne nécessiterait pas d'efforts.

Une pédagogie

- active
- diversifiée
- exploitant l'attrait que beaucoup d'enfants éprouvent pour la recherche de problèmes
- utilisant ce que déjà ils connaissent (par leurs études antérieures, par leurs jeux, par la presse et les mass-media...)
- faisant appel à un effort mesuré et autant que possible spontanément consenti

devrait parvenir à ses fins (en tout cas mieux qu'actuellement).

Il y faut certaines conditions :

— Les pouvoirs publics devront consentir à fournir les moyens matériels indispensables à la recherche et à l'expérimentation pédagogiques et à la généralisation de leurs résultats en vue d'améliorer non seulement les contenus, mais encore et surtout les *méthodes* d'enseignement.

— Les enseignants devront être formés à leur tâche d'éveilleurs (plus que sélectionneurs). Ils devront mieux savoir :

- que l'erreur est, non pas une "faute" à sanctionner aussitôt par une mauvaise note, mais une occasion de progresser ("sbagliando s'impara", disent les Italiens : "on s'instruit à coup d'erreurs").
- qu'on "fait des math" avec sa matière grise, certes, mais aussi avec son cœur ;
- qu'en faisant ensemble des math. (ou toute autre discipline), les enfants peuvent se former (ou risquent de se déformer...) ;
- qu'enseigner, c'est aimer.

Il s'agit, au premier cycle, de contribuer à construire des hommes et non pas de construire la mathématique (en particulier une géométrie pleinement axiomatisée).

— La formation, initiale et continue, et l'information des maîtres devront leur permettre de choisir le plus librement possible leur style d'enseignement.

Les objectifs propres à l'enseignement mathématique dans le premier cycle doivent donc être *modestes*, adaptés aux possibilités intellectuelles, aux rythmes d'acquisition, aux intérêts de la grande majorité des enfants de 11 ans à 16 ans.

Ils doivent être *bien délimités* pour éviter les surenchères.

La géométrie, c'est la physique de l'espace.

L'arithmétique et la géométrie sont dans un premier temps (premier cycle) des activités *expérimentales* (ce qui ne s'oppose pas aux activités déductives), ensuite des activités de structuration.

Affine, puis métrique ? Métrique, puis affine ? Faux débat pour le premier cycle.

Et la plus grande liberté doit être laissée au maître pour les atteindre.

Faut-il alors se résigner à "baisser le niveau", à "niveler par la base" ? Nous répondons que la notion de "niveau" gagnerait à être précisée :

Quel que soit le critère adopté pour évaluer un "niveau", la tâche de l'éducateur est de prendre le niveau de *chaque* élève tel qu'il est au début de l'année et d'essayer de l'élever le plus possible.

Pour nous, le niveau ne se mesure pas au volume des connaissances acquises. L'objectif essentiel est d'amener le plus grand nombre possible d'élèves à raisonner, à réfléchir, à se préparer à devenir des hommes libres. Il exige une rénovation profonde de l'enseignement :

- L'enseignement secondaire d'antan était réservé à un petit nombre d'élèves socialement triés, parmi lesquels cependant beaucoup — ceux qui n'avaient pas la "bosse des maths" — étaient, à tel ou tel stade de leurs études, définitivement écartés de la mathématique. Il était conçu essentiellement en termes de connaissances mathématiques à acquérir.

- Les programmes actuels de Quatrième et Troisième ne fournissent à l'élève qu'un "discours mathématique" trop abstrait et trop abondant (en géométrie surtout) pour qu'il ait le temps, l'occasion et le goût de l'utiliser, en admettant qu'il l'ait compris *grosso modo*.

- En fait, une véritable activité mathématique (celle du chercheur mathématicien professionnel et celle de l'élève ne sont pas de natures différentes) consiste à élaborer des outils mathématiques au fur et à mesure des besoins (c'est dire qu'il faut se garder de concevoir des contenus d'une façon trop rigide et linéaire). Elle peut être, pour beaucoup d'enfants, à la fois attrayante et formatrice.

La mathématique, à quoi ça sert ?

A résoudre, toute seule, des problèmes. Certains problèmes.

Pas tous.

A contribuer à résoudre des problèmes. Certains problèmes.

Pas tous.

Nous nous refusons à opposer comme contradictoires enseignement de masse et enseignement de qualité.

*
* *

Pendant la période de scolarité obligatoire, la mathématique devrait essentiellement permettre :

- de favoriser une compréhension critique du monde technique, social, économique : calculs de la vie courante, pourcentages, utilisation par les journaux, revues, ... de graphiques, de statistiques, d'autres objets mathématiques ;

- de développer quelques démarches fondamentales d'un esprit scientifique : exercer son esprit critique, formuler des hypothèses, savoir observer, se faire une opinion (par exemple à l'égard des ordinateurs, des sondages d'opinion, du tiercé, du respect de la chose imprimée, ...) ;

- de percevoir, grâce à des activités pluridisciplinaires, l'utilité de la mathématique dans les autres activités (en particulier dans les autres sciences) et aussi ses limites : tout n'est pas mathématisable ; la formation d'un esprit scientifique doit comporter d'autres volets que mathématiques : les phénomènes sociologiques et historiques, par exemple, ne sont pas nécessairement mathématisables, mais ils n'en sont pas moins formateurs. La mathématisation systématique conduit trop souvent à des discours pseudo-scientifiques ;

- d'acquérir la maîtrise d'objets et de techniques de base, peu nombreux et accessibles au plus grand nombre (ils seront précisés dans des textes ultérieurs), en vue de toute étude ultérieure plus poussée, soit immédiatement (accès au second cycle, long ou court), soit à plus longue échéance dans le cadre de la formation permanente (pendant la scolarité obligatoire, l'élève "apprend à apprendre"). Mais il ne s'agit plus de privilégier, comme c'est le cas actuellement, les seuls élèves promis à des études scientifiques longues ;

- de contribuer à développer les capacités de jugement, d'analyse, de création, de résistance à l'argument d'autorité ; et de

COMPTER, DESSINER, MESURER, REFLECHIR sont des activités fondamentales en mathématiques dans le Premier cycle.

participer dans l'immédiat, c'est-à-dire dès l'âge scolaire, à l'épanouissement des élèves dans des activités faisant également place au rêve, au jeu, à l'action, à la discussion.

Plus précisément, on pourrait énoncer une série, parmi d'autres, d'attitudes qu'il serait particulièrement utile de développer, et qui relèvent, les unes spécifiquement de la mathématique, les autres de plusieurs disciplines :

- lire à fond l'énoncé d'un problème
- se poser des problèmes
- s'autocontrôler (voir Savoir-minimum ⁽¹⁾ page 161)
- synthétiser (voir "Démonstration" dans Savoir-minimum page 177)
- comprendre, utiliser, créer des conventions, en distinguant celles qui sont universelles et celles qui sont épisodiques
- distinguer un objet mathématique de ses diverses représentations (voir Savoir-minimum page 36)
- acquérir un vocabulaire mathématique (voir Savoir-minimum pages 8 et 9)
- analyser les différentes composantes d'une situation ; reconnaître des analogies ; choisir une stratégie de résolution ; construire et enchaîner des déductions simples, la rigueur exigée étant motivée et adaptée à l'âge de l'élève
- prévoir un résultat et généraliser, évaluer les résultats obtenus par rapport au problème posé, adopter une attitude critique (par rapport à une démonstration, une information...)
- écouter les autres, se faire comprendre, participer à un travail collectif (recherche, organisation, réalisation concrète, analyse de documents, communication des résultats...)
- aller chercher soi-même les informations nécessaires dans les documents appropriés.

Apprendre un langage ; mais pas pour lui-même ; pour mieux dominer les problèmes ; pour communiquer avec autrui.

Mettre de l'ordre dans les connaissances de l'élève, quand leur entassement l'encombre.

(1) "A la recherche du noyau des programmes de mathématiques du premier cycle. Savoir-minimum en fin de Troisième", brochure A.P.M.E.P. Voir page 457.

C. COMMENTAIRE DE L'AVANT-PROJET DE PROGRAMME DE QUATRIEME

Dans ce commentaire :

- on n'oubliera pas que le libellé du programme actuel
 - avait été fortement revu en hausse par l'Annexe 1 et ses commentaires,
 - puis ramené à de plus justes proportions par la Circulaire de février 1973 qui permettait de beaucoup simplifier.
- il sera fait également référence au Commentaire de l'Avant-Projet réalisé, en sa séance du 12 mars 1977, par la Commission Premier Cycle Inter-Irem*. Ce Commentaire sera désigné, ici, par "texte des I.R.E.M." ou "texte I.R.E.M."

1. FORME DE L'AVANT-PROJET

L'A.P.M.E.P. approuve la Commission Inter-Irem Premier Cycle : "... Le mode de présentation des avant-projets de programme n'apporte aucun progrès sur les précédents, par son libellé linéaire en termes de contenu (non accompagné d'un libellé en termes d'activités ou de comportements), par l'absence de définition des objectifs explicités ; ... leur présentation actuelle laisse place à une interprétation restrictive de l'activité mathématique (apprentissage de techniques particulières) que l'horaire réduit ne fait qu'accentuer".

L'analyse du contenu mathématique exprimé par le programme montrera un allègement par rapport au contenu actuel. Mais ce programme sera traité avec un horaire réduit, et après une réduction d'horaire en sixième et cinquième. Tel qu'il est il sera donc encore lourd et peu digeste pour la plupart des élèves de quatrième. De là des difficultés, soit en cours d'année, soit éventuellement lors du passage en classe supérieure, s'il y a aussi changement de maître. La circulaire de février 1973 avait produit, pour tenir compte de la diversité des classes, des élèves et d'éventuelles tensions entre le contenu du programme et les possibilités des élèves, et du souci d'activités autant que de contenu, un "tableau 2 colonnes" (Cf. cette circulaire). L'A.P.M.E.P. regrette que ce type de présentation ait, lui aussi, été abandonné. Elle insiste pour son rétablissement.

* Voir page 549.

Un travail important est donc à faire :

- préciser les activités correspondant au programme,
- affirmer un "programme" de comportements, c'est-à-dire des objectifs d'enseignement portant sur les comportements,
- dégager, pour le contenu mathématique, les activités, les objectifs de comportement, un "noyau" et des thèmes,
- préciser les divers objectifs de façon à pouvoir les traduire immédiatement en actes d'enseignement.

2. CONTENU MATHEMATIQUE DE L'AVANT-PROJET

A-t-il des idées directrices ?

- Sans doute, mais elles ne sont qu'implicites ...

Aussi en sommes-nous réduits à définir nous-mêmes quelques lignes de force possibles d'un programme de quatrième (style "Avant-Projet", limité aux contenus) et à examiner si l'actuel avant-projet s'y conforme ou non.

CES LIGNES DE FORCE POURRAIENT ETRE :

1) *Un souci de simplification :*

- 1.1 : par rapport au programme actuel, interprété par la circulaire de février 1973
- 1.2 : en soi, pour tout point abordé
- 1.3 : par refus de construction théorique d'êtres mathématiques
- 1.4 : par refus de structurations intellectuelles non sujettes à réinvestissement en quatrième - troisième
- 1.5 : en évitant les formalisations et le vocabulaire inutiles.

2) *La recherche d'une étroite liaison avec les classes de sixième - cinquième, l'école élémentaire, et l'acquis extra-scolaire.*

- 2.1 : reprise de notions importantes de ces classes
- 2.2 : contenu mathématique de quatrième développé A PARTIR de celui des classes antérieures.

3) *La recherche d'une cohérence interne :*

- 3.1 : En évitant des chapitres généraux préliminaires et en dégageant les notions au fil des exemples, des situations, et des motivations
- 3.2 : En centrant sur des notions-clés, trame du programme
- 3.3 : En donnant le pas aux activités et aux comportements sur le contenu lui-même.

- 4) *L'insertion dans un programme pratique de savoirs et savoir-faire à développer avant la fin de la troisième :*
- 4.1 : Développement de connaissances et techniques élémentaires
 - 4.2 : Intérêt pour tout ce qui permet d'inventer des problèmes à partir de données inorganisées, de poser les bases d'une recherche, de l'organiser, de l'évaluer et de la critiquer ainsi que ses éventuels résultats.
- 5) *Le souci d'un contenu mathématique permettant de proposer et de consolider des notions et des activités considérées comme fondamentales.*
- 6) *Le souci de préserver, voire de fonder, la liberté des maîtres et de laisser un "jeu" permettant une adéquation aux classes et aux élèves.*

On pourra reprendre avec fruit, là-dessus aussi, le préambule de la circulaire de février 1973.

CES LIGNES DE FORCE ETANT POSEES, QU'EN EST-IL DANS L'AVANT-PROJET ?

Le titre I (RELATIONS) est ambigu :

Il contrevient totalement au souci de simplification et de cohérence interne.

La "composition des applications" n'a aucun intérêt en soi. On la trouvera dans des exercices de calcul. On pourrait la trouver dans des exercices de géométrie et (ce n'est pas explicite dans le programme) au cas où le maître présenterait et composerait des translations afin de faciliter la compréhension de l'addition des vecteurs. Mais il n'est besoin ni d'une étude générale, ni d'études préliminaires.

Le titre "partition d'un ensemble et relation d'équivalence" est aussi inutile et dangereux. Il donnera sans doute lieu à tous les exposés actuels là-dessus et à leurs abus alors qu'il serait préférable de mentionner ces qualités lorsqu'on a l'occasion de les rencontrer dans les activités suscitées par le programme.

Par contre la suppression du mot "groupe" (et de l'énoncé des axiomes de cette structure) vérifie le critère de simplification.

Par rapport au texte des IREMS :

— Nous approuvons le remplacement du titre I par :

“Les notions suivantes :

- applications ; composition des applications ;
- bijection ; bijection réciproque ;
- partition d'un ensemble et relation d'équivalence, ainsi que des exemples de relations d'ordre, seront introduits et utilisés à l'occasion des différentes parties du programme ; ils n'ont pas à faire l'objet d'un apprentissage pour eux-mêmes”.

— Nous refusons la disposition selon laquelle “le professeur pourra(it), s'il le souhaite, dégager les propriétés liées à la notion de groupe au terme de diverses activités algébriques et géométriques en quatrième et en troisième.” En effet un tel énoncé des propriétés contreviendrait au souci de simplification. Il est donc malsain d'y prêter quelque intérêt alors que le temps manque pour des choses plus importantes, tels les développements à partir de l'acquis des classes antérieures. De plus un tel libellé de programme encouragerait aussitôt un exposé là-dessus dans les manuels... et cela serait intégré, de fait, au programme de la plupart des classes.

Laissons donc la structure de groupe aux classes de seconde !

Le titre II, “CALCUL NUMERIQUE, est plus satisfaisant :

Le souci de simplification est observé. De même une certaine recherche de liaison avec les acquis antérieurs. Le côté pratique n'est pas négligé.

Tout au plus peut-on :

— regretter le qualificatif de “concrets” à propos d'exemples pour introduire les fractions : Que signifie-t-il ? Mieux vaudrait le supprimer

— s'interroger sur le sens du mot “fraction”

— s'étonner du rejet en dernier alinéa des décimaux alors que les décimaux peuvent être opportunément utilisés pour initier aux fractions et aux calculs sur les rationnels et qu'il serait souhaitable que ces calculs soient longtemps “doublés” par des calculs sur des écritures à virgule, à charge pour l'élève de savoir ensuite opter pour l'un ou l'autre type de calculs selon les cas

— s'interroger sur l'éventuelle utilisation des “opérateurs fractionnaires” de l'école élémentaire.

A propos des opérations sur les rationnels, il semble que les élèves de quatrième devraient être affrontés aux difficultés provoquées par l'écriture $-\frac{a+b}{c}$. C'est un maximum.

Les "calculs approchés" ne devraient pouvoir être étudiés que sur des "exemples". Il importe dès lors de savoir se rendre compte rapidement de "l'ordre de grandeur" et du degré d'approximation. Pas plus.

A propos du souci du fondamental et de celui des savoirs et savoir-faire pratiques, il semble regrettable qu'il ne soit pas explicitement prévu une étude "d'exemples simples d'équations du premier degré" (Cf. texte Irem). D'autant que ceci peut se faire en liaison avec l'introduction et l'étude des rationnels.

"L'usage des parenthèses" inclut sans doute l'étude des diverses priorités. La factorisation de $a^2 - b^2$ [ou le développement de $(a + b)^2$] se prêteront à des applications de calcul mental. Les exercices de calcul sur sommes et produits permettront des mises en facteur commun ainsi que des exercices sur les puissances (à exposant entier positif ou nul) mais sans étude systématique. L'absence de toute mention "valeur absolue" ne signifiera pas pour autant que cette notion est maîtrisée en quatrième : On verra dans cette absence le refus de développements théoriques là-dessus.

Nous ne nous associons pas au texte IREM qui précise "A travers ces activités, on s'attachera à favoriser une réflexion sur l'analyse des expressions algébriques, sur les exigences de leur construction, sur les conditions de validité des opérations effectuées" : Cette formulation est tellement vague qu'elle ouvre la porte à tous les inconforts ou à tous les abus.

Mais il y aura lieu de marquer l'impossibilité de diviser par zéro et d'explicitier les précautions corrélatives lors de toute écriture $\frac{a}{b}$

Le titre III, "GEOMETRIE", est fondamentalement mauvais :

De même que le font les I.R.E.M., nous trouvons "... extrêmement regrettable

— que les propriétés soient en fait présentées de façon à induire l'introduction d'une certaine axiomatique, ...

— que toute mention des transformations géométriques ait disparu”.

Ce titre III correspond :

- au vœu de simplification en ce qui concerne la géométrie de la droite (— mais le strict libellé des programmes actuels et la circulaire de février 1973 étaient déjà simples —)
- au développement de connaissances et techniques élémentaires en ce qui concerne le vœu d’une utilisation des instruments de dessin
- à l’intérêt pour les savoir-faire, à la référence à l’observation et à l’expérimentation.

Mais il contrevient :

- à la simplification par son souci de construction axiomatique de la géométrie
- au refus de l’inutile et à la liaison avec les classes antérieures par ces mises en place sur droite, plan, milieu, avec refus de l’orthogonalité, de la distance, qui réduisent à néant l’acquis géométrique antérieur
- par le rejet des “coordonnées d’un point” en fin de parcours après celles d’un vecteur, alors que cela a été vu dans les classes antérieures et que les quadrillages, alors amplement utilisés, mériteraient un meilleur sort comme introduction possible à la géométrie de quatrième
- Comme dans les programmes actuels, on sépare très artificiellement la géométrie affine et la géométrie métrique. Tous les enseignants savent bien que cette séparation, à ce niveau, est absurde et dangereuse.
- Les notions métriques nous semblent plus proches de l’expérience sensible que les notions affines : l’enfant de 13 ans comprend mieux et utilise mieux l’énoncé de Pythagore que celui de Thalès et aussi bien les droites perpendiculaires que les droites parallèles. Qui fera croire à ce gosse que “le milieu est une notion affine” et qu’il faut absolument en parler sans évoquer l’égalité des distances ?
- Les notions métriques sont au moins aussi riches que les notions affines. Elles se prêtent mieux, à partir de propriétés fortes, à des déductions locales simples, utilisant médiatrices, symétries, aires, etc.. Il nous semble inutile de vouloir attendre de disposer des réels pour utiliser des distances.

- Le “nouveau” libellé proposé en quatrième et troisième se rapproche beaucoup du libellé des programmes actuels ; la tentation sera grande pour les maîtres et les auteurs de manuels de ne rien changer aux savantes constructions actuelles. Or, l'échec de ces axiomatiques est évident aux yeux de tous. Veut-on prolonger cet échec ?
- Les contenus proposés en géométrie dans l'avant-projet imposent pratiquement un ordre d'exposition. L'enseignant n'aura plus aucune liberté de choix dans la présentation de la géométrie.

Nous ne pouvons que refuser le libellé axiomatique (sur droite et plan, et sur milieu) de l'avant-projet — comme tout autre d'ailleurs — et préconiser que le domaine mathématique intègre immédiatement, par définition, tout l'acquis de géométrie expérimentale des classes antérieures (droites, parallélisme, distance dans le plan, repères d'une droite, repères du plan, milieu, orthogonalité, repères cartésiens et coordonnées, ...)

Dans le détail, par rapport au libellé de l'Avant-Projet, [et compte tenu du vœu de remplacement total des lignes 10 à 16 (incluses), puis 18 à 25, il paraît souhaitable de réduire les paragraphes des axiomes d'incidence et du milieu de l'Avant-Projet par un rappel de l'acquis géométrique antérieur à la quatrième (à assigner au domaine mathématique créé en quatrième)], il paraît souhaitable de réduire les paragraphes suivants à :

Parallélogramme (Cf. sixième, cinquième et propriété des diagonales)

Vecteurs (Le mot “équipollent” est inutile)

Addition des vecteurs, relation de Chasles

Multiplication d'un vecteur par un rationnel

Coordonnées d'un vecteur dans un repère cartésien

Énoncé de Thalès

En ce qui concerne les transformations, prétexte à géométrie vivante, si l'on veut souscrire à la nécessité de simplifier, il ne paraîtra peut-être pas opportun d'envisager dans le programme une mention expresse de la translation et de la symétrie centrale. Mais le programme donne les outils nécessaires pour en parler sans difficultés. Il serait donc souhaitable qu'il soit prévu d'en parler *légèrement* à l'occasion des activités suscitées par le libellé strict du programme.

Précisons quelques idées directrices :

- On ne cherchera pas à séparer géométrie affine et géométrie métrique en quatrième et troisième, mais on cherchera les approches les plus naturelles, les plus riches à utiliser rapidement : perpendiculaires, parallèles, distances, milieu, symétrie, Pythagore, aires, coordonnées, etc..
- L'enseignement de la géométrie à ce niveau ne peut être basé sur une axiomatique complète, minimum et définitive. Il faudra bien "admettre quelques propriétés", si l'on veut déduire ; mais cette "construction" sera souple, efficace, proche de l'expérience.
- En quatrième et troisième, la géométrie ne PEUT pas ETRE, pour l'élève, une THEORIE mathématique. C'est une occasion de s'entraîner à la déduction, en même temps qu'un mode de représentation, un ensemble d'activités en liaison avec le monde sensible, l'occasion de recherches, de calculs, de dessins.
- Privilégier rapidement : pliages, dessins, découpages, quadrillages, mesures.
- Utiliser les résultats de la métrique en liaison avec les questions d'arpentage, de trigonométrie pratique, de physique, ...
- Pas de théorie des espaces vectoriels : se borner à l'ADDITION des vecteurs et leur multiplication par un rationnel simple jusqu'en seconde.
- Utiliser des TRANSFORMATIONS simples : translations, symétries, projections, rotations.

3. CONCLUSION

En conclusion l'Avant-Projet nous paraît

- regrettable pour le titre I,
- acceptable pour le titre II,
- inacceptable pour le titre III.

L'Avant-Projet souffre des ambitions maintenues pour la "construction du modèle mathématique du plan". Quand se décidera-t-on à les abandonner ? Là est le problème-clé.

7. 4. Rapport de synthèse des Bureaux du 22-4-77 (Tours) et 14-5-77

par Michèle CHOUCHAN

L'action sur les manuels scolaires

Un texte, rédigé par la Commission du Premier cycle, a été proposé aux Régionales qui avaient à se prononcer dessus avant le 12 mai. Les réponses reçues ont été favorables, sauf celle de la Régionale Parisienne qui souhaitait un refus et non un report d'échéance. Le texte adopté par le Bureau est publié dans ce Bulletin (page 540).

Par ailleurs, les participants au séminaire de Toulouse sur les manuels scolaires ont reçu, avec leur inscription définitive, une lettre de H. Bareil précisant qu'il n'est pas question, pour l'A.P.M.E.P., de publier immédiatement des documents d'analyse des manuels.

Relations avec les autres Associations de Spécialistes. Actions communes.

1 — Les Associations ont rédigé en commun une lettre aux parlementaires concernant leur opposition à la réforme Haby. Cette lettre est envoyée à toutes les Régionales, à charge pour les responsables de demander rapidement audience aux parlementaires locaux.

— Une délégation composée de MM. Demoule (secrétaire de la Conférence des Présidents d'Associations de Spécialistes), Blain (président de l'U.D.P.), Mlle David (ancienne présidente de l'A.P.B.G.) a été reçue par le conseiller de R. Barre à l'Education. Le compte rendu est donné dans ce Bulletin (page 546).

— Plusieurs Associations souhaitent durcir leurs positions contre l'application de la réforme (A.P.B.G., A.P.L.V., ...).

2 La Conférence des Présidents organisera en décembre 1977 un séminaire interdisciplinaire. Michèle Chouchan pourrait participer à la commission de préparation.

Relations avec les syndicats

1 S.G.E.N.

Le 20 avril, P.L. Hennequin et R. Hebenstreit ont rencontré des représentants du S.G.E.N. qui leur ont présenté les positions de leur syndicat face à la réforme Haby et les ont avertis que le S.G.E.N. comptait entreprendre au troisième trimestre une action en trois points : lutte pour l'emploi (actions - auxiliaires), contre l'autoritarisme, contre la sélection.

Un représentant du S.G.E.N. sera prochainement désigné pour entretenir des relations régulières avec l'A.P.M.E.P.

2 S.N.E.S.

P.L. Hennequin, M. Chouchan, D. Reisz, G. Hennecart, R. Hebenstreit ont participé, le samedi 7 mai, à une journée nationale sur les enseignements scientifiques, organisée par le S.N.E.S. . Cette journée avait été précédée de rencontres entre organisateurs et quelques représentants d'associations invitées ; un communiqué de presse commun A.P.M.E.P.-S.N.E.S. avait été rédigé à l'issue de l'une d'elles (voir page 547).

3 C.G.T.

C. Pagano a participé à une journée nationale sur les C.E.T. et lycées techniques et a pu dégager certains points de convergence avec des positions de l'A.P.M.E.P. : principe du corps unique d'enseignants, monovalence de l'enseignant dont la formation comporterait des ouvertures sur d'autres secteurs, importance d'une formation continue ...

Relations avec le G.F.E.N. (Groupe Français d'Education Nouvelle)

P.L. Hennequin a participé le vendredi 6 mai à l'Assemblée-débat organisée par le G.F.E.N. à la Mutualité, sur le thème : "Pédagogie de soutien ou soutien de la pédagogie ?".

Considérant que le changement de l'école passe par le changement de la société sans que celui-ci soit une condition suffisante, le G.F.E.N. souhaite être partie prenante dans des négociations avec la gauche avant et après les législatives de 1978.

La nouvelle Charte

Quelques critiques déjà formulées à propos des propositions de textes issues du séminaire de mars 1977 conduiront en particulier à chercher un nouvel équilibre et une meilleure cohérence des chapitres.

Il est rappelé que les Régionales doivent envoyer avant le 1er juin toutes leurs propositions et leurs études critiques aux responsables de rubriques.

7.5 Journées A.P.M.E.P. de Limoges Septembre 1977

Additif au Bulletin 308, pages 351 à 359

1. La Régionale de Limoges a décidé d'exonérer des droits d'inscription (50 F) tous les instituteurs qui désirent participer aux Journées.
2. Autorisation d'absence : la demander avant les grandes vacances. En cas de difficultés, s'adresser à Michèle CHOUCHAN, dont la nouvelle adresse est :
Appt 95 B, 22 rue Galilée, 76000 Rouen-la-Gd-Mare — tél. (35) 60.63.25.
3. Rappel : notre adresse

Régionale A.P.M.E.P. de LIMOGES U.E.R. des Sciences 123, rue Albert Thomas 87060 LIMOGES CEDEX Tél. à l'I.R.E.M. : (55) 79.24.12

4. Le groupe 17 sera animé par Régis GRAS (Rennes) et Marie-Claire DAUVISIS (Toulouse).
5. Nous avons reçu le texte suivant de Ph. ROGERIE (voir n° 308, page 352).

**Nouvelle méthode de résolution des problèmes
de calcul et de tracés géométriques
dans les différentes classes de la scolarité**

Les problèmes considérés sont ceux qu'il est nécessaire de résoudre au cours de diverses activités : celles de recherches ou de jeu, comme celles de la vie quotidienne, professionnelle ou technique.

Avec les méthodes courantes, les élèves obtiennent les solutions de ces problèmes par application de connaissances générales (des règles, des notions, des relations unissant des concepts plus ou moins abstraits) qu'ils doivent préalablement s'assimiler.

L'expérience montre que pour un pourcentage d'élèves qui va croissant à mesure que se poursuit leur scolarité, l'assimilation ne se fait pas ou se fait mal. Il en résulte un pourcentage croissant d'échecs face aux problèmes d'application. Par surcroît, ces échecs s'accompagnent de divers troubles du comportement souvent traumatisants et toujours défavorables à l'acquisition de connaissances objectives.

La nouvelle méthode annoncée a été imaginée pour éviter ces graves inconvénients. Elle comprend trois étapes successivement atteintes :

Au cours de la première étape, durant une première phase, les élèves, pour chaque nouveau type de problème, obtiennent concrètement leurs solutions par des manipulations tâtonnées. C'est ainsi qu'un débutant ayant à calculer la longueur de l'arête d'un cube formé par $1\,385\text{ cm}^3$, prendra $1\,385\text{ cm}^3$ structurés dans la base 10. Par des tâtonnements, il les agencera de façon à obtenir un cube dont il pourra connaître la longueur des arêtes. Il aura ainsi obtenu concrètement la solution de son problème.

Dans une deuxième phase de cette étape, les élèves obtiennent leurs solutions en décrivant dans le langage qui leur est familier les événements qu'ils ont réalisés par les manipulations qui leur ont permis d'aboutir aux solutions concrètes de ces mêmes problèmes. Ces descriptions sont faites en supposant, en général à leur insu, que les manipulations de déplacements et de mise en place ainsi que les pièces manipulées sont conformes à leurs modèles mathématiques. En sorte que ce qu'ils décrivent, ce sont des événements mathématiques techniquement irréalisables tirés des événements physiques vécus par eux.

C'est ainsi qu'un débutant, après avoir construit son cube avec 1385 cm^3 , décrira cette construction dans le langage opératoire de départ. Il pensera à peu près ce qui suit :

"J'ai mis en place le cube formé par $1\,000 \text{ cm}^3$ et dont l'arête est de 10 cm . Il restait $1385 - 1000 = 385 \text{ cm}^3$ à utiliser. Sur la face avant de ce cube, j'ai placé une plaque de 100 cm^3 . Il restait $385 - 100 = 285 \text{ cm}^3$ à placer. Sur la face gauche, j'ai placé une autre plaque de 100 cm^3 et un prisme de 10 cm^3 entre les deux plaques déjà mises en place, etc...

L'expérience montre que pour chaque type de problème, les élèves, dans une troisième et quatrième phases de la première étape, parviennent à faire les descriptions des événements relatifs à leurs nouveaux problèmes du type étudié sans avoir besoin de recourir aux manipulations qui aboutiraient aux solutions concrètes de ces problèmes. Il leur suffit, dans la troisième phase, de les simuler de différentes façons et ensuite de les imaginer seulement.

Au cours des deux premières phases, les élèves peuvent obtenir les solutions des seuls problèmes dont les données ne dépassent pas les possibilités du matériel dont ils disposent. Au cours des troisième et quatrième phases, ce handicap n'existe plus.

Notons que chaque problème résolu au cours des 3 dernières phases de la première étape fournit une connaissance particulière qui est la relation permettant de passer des données de ce problème à sa réponse.

Pendant la deuxième étape de la méthode, pour chaque type de problème, les élèves construisent et formulent une ou plusieurs connaissances générales à partir des connaissances particulières fournies par les solutions des problèmes de ce type, résolus au cours de la première étape.

A l'opposé de celles enseignées par les méthodes courantes, de telles connaissances se trouvent ainsi parfaitement assimilées par les élèves qui les ont construites et formulées.

Au cours d'une troisième étape, ces élèves utilisent ces connaissances en résolvant leurs problèmes du type étudié par des réflexions déductives basées sur ces connaissances.

Au terme de cet exposé, il convient de remarquer que la méthode présentée par laquelle s'élaborent des connaissances objectives est expérimentale dans sa première étape avec ses quatre phases successives, inductive dans la deuxième et déductive dans la troisième.

Par cette structure, elle se trouve en accord avec les résultats de l'étude expérimentale de la genèse des connaissances objectives comme avec la formation de ces connaissances au cours de l'histoire.

Ce double accord en garantit la valeur culturelle ainsi que l'efficacité : une efficacité qui a été longuement éprouvée.

Le présent exposé reste manifestement insuffisant pour donner la possibilité aux enseignants de mettre en application la méthode en question. Des recherches préliminaires effectuées par les futurs utilisateurs sont nécessaires et même indispensables. Amorçées au cours des séances de travail de l'un des groupes prévu aux journées nationales de l'A.P.M. de septembre, ces recherches pourraient être poursuivies durant l'année 77/78, dans les classes des maîtres ayant participé aux séances du groupe précité.

En septembre, les recherches porteront sur les types de problèmes à considérer, le matériel nécessaire et surtout les cheminement susceptibles de mener les élèves les plus lents

1°) des solutions concrètes des problèmes à leur solution par réflexions déductives et

2°) du symbolisme opératoire de départ à celui prévu par les programmes.

Ph. ROGERIE
22, rue Louis-Codet - 87200 St JUNIEN
Tél. (55) 02.15.69

7.6 Rectificatif aux textes préparatoires à la "Charte de Limoges"

(Bulletin 308, pages 361 à 394)

Page 369 : 6.6.2. Responsable : Michèle CHOUCHAN.

Page 371, ligne 19. Lire *entérinant*.

Page 372, ligne 12. " à l'argument

Page 374, ligne 1. " *mathématique*

Page 374, ligne 13. " *en termes de comportements*

Page 374, ligne 5. " *avec toute recherche didactique.*

7.7. Appel pour une brochure "Analyse des données"

Elargissant considérablement le domaine de la "Statistique descriptive", certains statisticiens ont développé depuis une dizaine d'années plusieurs techniques de représentation et de regroupement de données nombreuses, présentées initialement sous forme de tableaux :

- Analyse en composantes principales
- Analyse factorielle
- Régression linéaire
- Analyse canonique
- Analyse discriminante
- Analyse des correspondances
- Classification automatique

Ces méthodes sont couramment utilisées pour présenter des données dans la grande presse. Elles font appel à des techniques mathématiques algébriques et géométriques dont certaines sont élémentaires, et leur mise en oeuvre s'est trouvée grandement facilitée par le développement de l'Informatique. Elles s'appliquent aux domaines les plus variés des Sciences Humaines et Naturelles.

Le moment semble venu de faire, pour les adhérents de l'A.P.M.E.P., le point sur ces techniques et les possibilités qu'elles offrent, dans le cadre des programmes existants, pour de nouveaux thèmes à divers niveaux de la scolarité.

C'est pourquoi la Commission des Publications a décidé de publier en 1978 une brochure sur ce sujet.

Je fais donc appel, dès maintenant

- 1°) à tous les auteurs d'articles éventuels pour qu'ils m'adressent leurs propositions
 - a) sur la présentation d'une méthode
 - b) sur l'utilisation d'une méthode dans un problème de didactique des mathématiques
 - c) sur des réalisations d'analyse faites avec des élèves.
- 2°) à tous les membres de l'A.P.M.E.P. pour qu'ils expriment leurs désirs quant au contenu de cette brochure.

Une première réunion d'organisation de la brochure pourrait rassembler les auteurs dans le courant du premier trimestre 1977-78.

Adresser les réponses à :

P.L. HENNEQUIN
Département de Mathématiques Appliquées
B.P. 45
63170 AUBIERE

7.8. Vie des Régionales

7.8.1. Régionale de Limoges - Activités 1975-76

Notre Régionale a eu une activité relativement importante, cette année ; en effet :

- Elle a tenu deux Assemblées générales :
 - . l'une a constitué le Bureau 1975-76,
 - . l'autre a décidé d'instaurer une cotisation régionale.
- Son Bureau s'est réuni souvent, avec parfois les animateurs I.R.E.M., pour traiter divers problèmes posés en cours d'année.
- Elle a organisé plusieurs conférences traitant de sujets fort divers (voir ci-après).
- Elle a participé, par certains de ses membres, à la conception et à la réalisation du PLOT n° 1.
- Elle a assuré la diffusion de ce PLOT et continué la vente des brochures A.P.M.E.P.
- Elle a participé de façon active à la pétition nationale de mai 1976.

Le secrétaire : R. CATHALIFAUD

Réunions

15-10-75 : 1) Assemblée Générale. 2) Réflexions de M. COUTY, directeur de l'I.R.E.M., à propos de l'enseignement de la géométrie.

5-11-75 : 1) A BRIVE : départementale 19 ; réflexions de M. COUTY sur la géométrie.

2) A GUERET : départementale 23 ; réflexions de M. FREDON à propos de la programmation linéaire et de ses applications en économie.

20-11-75 : Bureau élargi : préparation des journées académiques (organisées par l'inspection) sur l'analyse dans le second cycle.

21-1-76 : Formation continue des adultes par M. DESCHAMPS, délégué académique à la formation continue, et par son adjoint M. DELMAS.

29-1-76 : Bureau régional : le PLOT, sa création, son financement ...

25-2-76 : 1) Assemblée générale : cotisation régionale. 2) Les quaternions, par M. BOUTEILLER.

17-3-76 : Les bouliers, par M. CREPIN.

29-4-76 : Bureau régional : problèmes posés par la pétition nationale.

4-5-76 : Réunion de représentants de diverses associations de spécialistes : "Contre un projet ministériel inquiétant".

11-5-76 : Conférence de presse sur le sujet ci-dessus.

3-6-76 : Bureau régional élargi : points de vue sur le PLOT n° 1 ; candidature de LIMOGES pour les journées nationales 'A.P.M.E.P. 1977 ?

7.8.2. Réflexions de la Commission A.P.M. - I.R.E.M. de Bordeaux sur le programme de sixième 1977

Talence 12 avril 1977

Analyse du programme

Le programme, rédigé d'une façon très traditionnelle, n'est qu'un énoncé linéaire de contenus. Ce qui était, peut-être, excusable en 69, car il y avait bouleversement, ne l'est plus.

Le programme de 69 avait été établi pour quatre ans. Depuis déjà plusieurs années de nombreux enseignants proposaient de supprimer le chapitre intitulé "relations", car malgré le "chapeau" du

programme, et souvent à cause des manuels, les relations donnaient lieu à trop de développement dans les classes, où les relations étaient étudiées pour elles-mêmes, et avec des précisions trop exagérées. Aussi le programme 77 donne, sur ce point, satisfaction à une tendance assez générale.

Par contre, l'énoncé du programme insiste uniquement sur des acquis de techniques et de recettes, faisant disparaître ce qui pourrait susciter une mise en position de recherche, analyse de situations et interprétations.

Exemples : description de relations et de leurs propriétés ; représentation ; choix d'unités ; encadrement , ce qui préconiserait une attitude non totalement déterministe.

Bien sûr, l'énoncé 77 se trouve simplifié, les professeurs sont libres de leurs méthodes d'enseignement, donc ils peuvent fort bien interpréter le texte et l'adapter à un enseignement basé sur des activités motivantes et formatrices.

Mais que feront les manuels et les collègues isolés ?

Les séminaires de Chamerolles, de Toulouse, et de nombreux groupes de travail ont particulièrement insisté sur la nécessité d'un enseignement permettant l'épanouissement de la personnalité de l'enfant et la préparation à une insertion lucide et critique dans le monde qu'il va trouver en sortant de l'école. Et la sixième, la cinquième sont des classes importantes, l'intervalle 11 - 13 ans étant souvent déterminant.

Dans l'énoncé d'un programme devraient déjà apparaître les trois objectifs signalés pour le premier cycle :

- développer les démarches fondamentales de l'activité scientifique, même si elles ne sont pas explicitées ;
- ne pas isoler les mathématiques de l'environnement ;
- faire connaître les concepts et les techniques mathématiques de base.

L'enfant arrive du primaire avide de connaître, encore disponible, spontané, imaginatif ; la mathématique, encore discipline d'éveil, se doit de ne pas apparaître comme objet d'un enseignement isolé, rébarbatif, limité.

Un enseignement "ouvert", par objectifs, par thèmes souvent pluridisciplinaires est possible et cela devrait être sensible dans l'énoncé d'un programme.

Référence mathématique	Noyau	Savoir minimum en fin de sixième	Programme d'activités
nombres décimaux	. addition, soustraction, multiplication, division . ordre ($<$; $\leq$) . ordre de grandeur	. techniques de calcul . moyens de contrôle du calcul . comparaison de nombres	. utilisation de machines à calculer manuelles . activités régionales . liaison avec le travail manuel
suites finies proportionnelles ; pourcentage	. ensembles, sous-ensembles, réunion, intersection . relations (exemples et contre-exemples d'applications linéaires)	. savoir lire un tableau de données . savoir utiliser des tableaux de correspondance . savoir utiliser un langage mathématique réduit, mais précis	. analyse et construction de tableaux de données en liaison avec la courante . échelle de dessin
nombres décimaux relatifs	. écriture de nombres . addition	. techniques d'écriture et de calcul	. bilans . déplacements . jeux
objets et dessins géométriques	. savoir observer et décrire . mesures . changement d'unités	. savoir utiliser des matériels . connaissance d'objets	. plisages - découpages . plans - cartographie . dessin . liaison avec le travail manuel
repérages	. notion d'application . notion de couple	. lire un plan simple	. cartographie . déplacements . interprétation de graphiques . reproduction de dessins

Note : Ce type de tableau a été utilisé dans le Bulletin n° 300, page 437.

Thèmes possibles

L'introduction des activités indiquées ci-dessus peut utilement s'effectuer à l'intérieur de thèmes assez larges. On trouvera ci-dessous quelques exemples de tels thèmes.

a) *Situations concernant les dénombrements, le calcul numérique ...*

dans : "A la recherche d'activités mathématiques, Sixième", I.R.E.M. de Rennes 1975-1976

"Carrés magiques", brochure A.P.M.E.P.

b) *Tableaux de données*

Les thèmes choisis peuvent, avec profit, être tirés de la vie courante. Il est, en particulier, possible de proposer aux élèves des tableaux de données qu'on leur demande d'analyser ; ou de faire recueillir des données et de demander alors de construire des tableaux de résultats. Des approches de ce type sont faites dans le cadre de la recherche pédagogique I.N.R.P. "Approche des probabilités et des statistiques dans l'enseignement". Les documents déjà élaborés sont les suivants :

Climatologie	}	équipe de Bordeaux
Le port de Bordeaux		
Analyse de résultats obtenus en éducation physique		équipe de Grenoble
Consommation E.D.F.		équipe de Lyon
La Loire		équipe d'Orléans
Football		équipe de Paris
Immatriculation de voitures	}	équipe de Rennes
Taille-poids		
Le port de Rouen		équipe de Rouen

Ces documents sont à consulter dans les I.R.E.M. ou à demander à l'I.R.E.M. concerné.

Remarque : les thèmes indiqués ont souvent été une motivation pour la construction de graphiques.

c) *Combinatoire ; graphes ; logique*

dans : "Combinatoire", I.R.E.M. de Paris Sud, 1976

"Des points, des flèches ... la théorie des graphes", Kaufmann, éditeur Dunod, 1970

"Disponibilité et groupes booléens", article de M. Dumont dans la brochure "Recherches Pédagogiques" n° 35, I.N.R.P.

Grâce à l'utilisation d'un matériel, il est possible : de concrétiser des problèmes de classement, de conduire les élèves à choisir et expliciter les critères de classement retenus ; puis de leur faire construire des codages qui aboutissent à des questions de parenthésation.

On peut consulter à ce propos :

"Une approche de la logique en sixième", I.R.E.M. de Bordeaux, 1974.

d) *Tracés ; dessins ; pliages ; repérages*

Des situations d'étude de plans, ou de construction de plans (ceux de l'établissement, de la ville ...) pourront être étudiées en liaison avec le professeur d'instruction civique. De telles études peuvent être prolongées par des questions concernant le trajet du domicile au C.E.S., les distances ...

Des exercices de dessins peuvent être faits en collaboration avec le professeur de travail manuel.

Des exemples de telles activités peuvent être trouvés, en particulier, dans :

"Enseignement mathématique non linéaire en sixième", I.R.E.M. de Rouen, 1975

"Pavages et dallages", I.R.E.M. de Lyon, 1975.

e) *En collaboration avec d'autres disciplines*

"Taille et forme dans l'enseignement de la biologie", B. Dudley, dans Bulletin A.P.M.E.P. n° 295, p. 676 à 688

"Dessin et mathématiques", Y. Grenthe, dans Bulletin A.P.M.E.P. n° 286, p. 946 à 964

"Grammaire des formes", Y. Grenthe et B. Parzys, éditeur OCDL, 1972.

Une expérience pédagogique nationale, "Enseignement Scientifique Expérimental", se déroule depuis 1974. Un groupe de travail anime cette expérience dans l'Académie de Grenoble depuis 1972. On peut trouver une présentation de ses travaux dans :

"Sciences en sixième et cinquième", éditeur CEDIC, 1976.

f) *Jeux*

Des analyses de jeux (Nim, baguebaudier, tours blanches et noires ...) sont faites dans le dossier préparatoire au travail du groupe B3 aux Journées A.P.M.E.P. de Dijon, 1974.

g) *Enfin on consultera avec profit :*

— Le Bulletin A.P.M.E.P. n° 300.

— “Sur le sentier des mathématiques”. Kordiemsky. Editeur Dunod.

— “Mathématiques - Classe de sixième”. I.R.E.M. de Strasbourg. Editeur ISTR.A. 1973.

— “Mathématiques - Chantiers mathématiques”. Brochure n° 55 RTS 1970.

— “La logique sans peine”. Lewis Carroll. Editeur Hermann.
et avec un souci d'ouverture :

— “Mathématiques de base pour les linguistes”. Goujon. Collection méthodes. Editeur Hermann. 1975.

Conclusion

Les références qui précèdent n'ont pas l'ambition d'être exhaustives et ne prennent en compte que des ouvrages antérieurs à avril 1977. Il s'agit de propositions de documents utilisables pour un enseignement par thèmes en sixième.

7. 8.3 Régionale de Lyon

Lettre au Comité National de L'A.P.M.E.P.

Des collègues de la Régionale de Lyon se réunissent depuis quelques semaines et constituent une “commission du premier cycle” de cette Régionale.

Nous avons certainement des choses à dire sur les programmes de sixième et de cinquième. Mais, considérant que ces programmes sont publiés, mis en application en 1977, interprétés dans des ouvrages, il est trop tard pour espérer les faire modifier.

Par contre, les textes concernant les programmes de quatrième et troisième sont, semble-t-il, encore des AVANT-PROJETS. Si cela est VRAI — et c'est à l'Inspection Générale de nous le dire, car nous avons le droit de le savoir — il nous appartient, non seulement de CRITIQUER ces projets de programmes, mais surtout de faire des propositions PRECISES et CLAIRES.

Cela nous paraît très URGENT et très IMPORTANT.

Il nous semble que ce devrait être une **PRIORITE** absolue de l'A.P.M.E.P. dans l'immédiat, ce qui n'exclut pas nos revendications permanentes d'expérimentation préalable et les consultations de l'Association.

QUESTIONS sur le paragraphe "CALCUL NUMERIQUE"

En Algèbre, la liste des contenus proposés peut donner lieu à bien des interprétations. Doit-on se contenter d'une liste de propriétés que les élèves ont à savoir appliquer mais qu'ils n'ont pas à savoir justifier ? Le contexte permet en effet de le craindre. Si toute étude exhaustive de structure est prématurée à ce niveau, il serait souhaitable qu'à propos des activités numériques les élèves apprennent à analyser les expressions, à justifier leurs calculs ; ce qui préparerait à une étude ultérieure complète des structures. A ce sujet rien n'est dit, d'où le grand danger de voir l'étude de l'algèbre se ramener à un apprentissage de techniques et de recettes.

COMMENTAIRES NEGATIFS sur la partie "GEOMETRIE"

- Comme dans les programmes actuels, on sépare très artificiellement la géométrie affine et la géométrie métrique. Tous les enseignants savent bien que cette séparation, à ce niveau, est absurde et dangereuse.
- Les notions métriques nous semblent plus proches de l'expérience sensible que les notions affines : l'enfant de 13 ans comprend mieux et utilise mieux l'énoncé de Pythagore que celui de Thalès et aussi bien les droites perpendiculaires que les droites parallèles. Qui fera croire à ce gosse que "le milieu est une notion affine" et qu'il faut absolument en parler sans évoquer l'égalité des distances ?
- Les notions métriques sont au moins aussi riches que les notions affines. Elles se prêtent mieux, à partir de propriétés fortes, à des déductions locales simples, utilisant médiatrices, symétries, aires, etc... Il nous semble inutile de vouloir attendre de disposer des réels pour utiliser les distances.
- Le "nouveau" libellé proposé en quatrième et troisième se rapproche beaucoup du libellé des programmes actuels ; la tentation sera grande pour les maîtres et les auteurs de manuels de ne rien changer aux savantes constructions actuelles. Or, l'échec de ces axiomatiques est évident aux yeux de tous. Veut-on prolonger cet échec ?

- Les contenus proposés en géométrie dans l'avant-projet imposent pratiquement un ordre d'exposition. L'enseignant n'aura plus aucune liberté de choix dans la présentation de la géométrie.
- Ces avant-projets de programme ne sont qu'une liste de contenus. Ceci nous semble très critiquable. Les derniers programmes de quatrième parus (février 1973) comportaient, outre la liste des contenus, les acquisitions nécessaires et des points de méthode. Il est fortement souhaitable que tout nouveau programme soit rédigé dans le même esprit.
- Avec une heure de moins, les contenus en quatrième et troisième, notamment en géométrie, sont pratiquement inchangés.

COMMENTAIRES POSITIFS

Certaines équipes, certains I.R.E.M., des individus, se sont posé des questions concernant le premier enseignement de la géométrie en quatrième (ex. : O.P.C.) et ont expérimenté d'autres approches. Il nous semble important, sur un sujet aussi grave, de ne pas ignorer ce qu'ils proposent, d'en tenir compte et d'élaborer **RAPIDEMENT** quelques propositions constructives et précises à faire à l'Inspection. C'est **URGENT** !

Voici quelques idées, en vrac :

- On ne cherchera pas à séparer géométrie affine et géométrie métrique en quatrième et troisième, mais on cherchera les approches les plus naturelles, les plus riches à utiliser rapidement : perpendiculaires, parallèles, distances, milieu, symétrie, Pythagore, aires, coordonnées, etc...
- L'enseignement de la géométrie à ce niveau ne peut pas être basé sur une axiomatique complète, minimum et définitive. Il faudra bien "admettre quelques propriétés", si l'on veut déduire ; mais cette "construction" sera souple, efficace, proche de l'expérience.
- En quatrième et troisième, la géométrie ne PEUT pas ETRE, pour l'élève, une THEORIE mathématique. C'est une occasion de s'entraîner à la déduction, en même temps qu'un mode de représentation, un ensemble d'activités en liaison avec le monde sensible, l'occasion de recherches, de calculs, de dessins.
- Privilégier rapidement : pliages, dessins, découpages, quadrillages, mesures.

- Utiliser les résultats de la métrique en liaison avec les questions d'arpentage, de trigonométrie pratique, de physique, ...
- Pas de théorie de ces espaces vectoriels : se borner à l'ADDITION des vecteurs et leur multiplication par un ENTIER jusqu'en seconde.
- Utiliser des TRANSFORMATIONS simples : symétries, projections, rotations.

Sur la base de ces quelques prémisses, nous nous proposons d'élaborer des projets plus précis.

18 mai 1977

Commission "Premier cycle"
de la Régionale de Lyon de l'A.P.M.E.P.

Boîte aux lettres pour vos remarques :

René GAUTHIER

11, boulevard des Brotteaux - 69006 LYON

COMMUNIQUE DU MINISTERE DE LA COOPERATION
(16 Mai 1977)

**EMPLOIS VACANTS OU SUSCEPTIBLES D'ETRE
VACANTS POUR LA RENTREE UNIVERSITAIRE 1977
MATHEMATIQUES**

BENIN (1 Agrégé), - CAMEROUN (2 M.C. + 2 M.A.), - CONGO (1 A. ou 1 Agrégé), - EMPIRE CENTRAFRIQUE (1 A.), - COTE D'IVOIRE (1 M.A. + 1 A.), - GABON (1 M.C. + 2 M.A.), - MADAGASCAR (1 M.C.), - MAURITANIE (1 A. ou 1 Agrégé), - NIGER (1 A ou 1 Agrégé), - RWANDA (2 A. ou 2 Agrégés), - SENEGAL (1 M.C. + 3 M.A. dont 1 M.A. de Mathématiques-Mécanique), - TCHAD (1 M.A.).

N.B. - Les titulaires que les postes ci-dessus intéresseraient sont invités à adresser d'extrême urgence un curriculum-vitae détaillé au Ministère de la Coopération - Département de l'Enseignement Supérieur (Bureau P4) - 20, rue Monsieur, 75700 PARIS.

Il vous sera transmis ultérieurement la liste d'un certain nombre d'autres postes dont le profil n'a pas encore été communiqué à l'heure actuelle par les Universités d'Afrique Noire Francophone.