

1.3. Groupes de travail de Rennes

A1 - L'échec en mathématiques

Il existe différents moyens, pour un enseignant, de réfléchir au problème de l'échec. Il peut en discuter aimablement entre collègues ou prendre connaissance des travaux des chercheurs dans ce domaine. Mais à notre avis, le plus fécond et le seul qui puisse avoir un effet sur sa pratique pédagogique, c'est de se replacer en situation d'apprentissage afin de vivre l'échec "de l'intérieur".

C'est pourquoi nous avons proposé au groupe A1 de se mettre en situation expérimentale. Les rôles de professeur et d'élève ont été tirés au sort. En outre, 5 participants ont tiré le rôle d'observateur. Le professeur avait pour consigne de décrire une figure qui lui était donnée (1) afin que les élèves la reproduisent, mais sans que ces derniers puissent jamais la voir. Après ce "cours", les observateurs ont été invités à dire quels comportements ils avaient observés, le professeur à dire ce qu'il avait ressenti, et les élèves à expliquer leur réussite ou leur échec.

Avant de s'engager dans des conclusions hasardeuses, il convient de marquer les différences entre l'expérience et la situation réelle dans une classe modale :

- a) Les élèves pouvaient partir à tout moment.
- b) Le professeur était tiré au sort parmi les participants (et non imposé par l'institution).
- c) Le professeur ne connaissait pas du tout ses élèves.
- d) Le professeur n'avait aucune délégation de pouvoir (pas d'examen, pas de sanctions..)

Le point c) mis à part, ces différences jouaient dans un sens favorable à la communication. Les élèves ont largement communiqué entre eux, interpellé vertement leur professeur. Que, malgré ces différences, on ait vu resurgir des comportements traditionnels d'élèves en classe, n'en est que plus frappant (2).

(1) Il s'agissait d'une figure de Vasarely.

(2) Nous renonçons, faute de place, à donner des exemples précis.

Presque tous les participants ont ressenti la situation comme *insécurisante*, voire angoissante, en tous les cas pénible. C'est peut-être ce qui explique des réactions très nettes d'agressivité à l'égard du professeur.

Trois phénomènes ont particulièrement retenu l'attention :

1) La distorsion du temps.

Dès la fin du cours, l'animateur a demandé au groupe combien de temps il avait duré. La plupart des estimations se situaient à 35-40 minutes alors qu'il avait duré 25 minutes.

2) L'impossibilité de "métacommuniquer" (3)

Lorsque le professeur demandait : "C'est clair ?", ne répondaient que ceux qui avaient compris. Inversement, à de nombreuses reprises, des élèves se sont plaints de ne pas comprendre. Le professeur a déclaré ne pas avoir *entendu* ces plaintes.

3) L'utilisation aversive du message

Lorsque la classe devenait par trop bruyante, le professeur enchaînait aussitôt l'explication pour ramener tout le monde sur sa copie. Ce comportement — très répandu depuis qu'on évite les rappels à la discipline — consiste en fait à utiliser une portion du message pour régler ses comptes. Il n'est pas surprenant que cette portion soit mal reçue. L'existence de comportements de ce type permet de mieux comprendre l'interférence cognitif/affectif qui, on le sait maintenant, joue un rôle crucial dans l'échec scolaire.

A 2 - Mathématique et affectivité

Méthode : Au cours des trois séances la discussion s'est engagée à partir d'entretiens enregistrés sur bande magnétique et centrés sur des élèves du second cycle. Ces élèves, garçons ou filles, y expriment différents aspects de ce qu'ils ressentent devant les mathématiques ou quand ils font des mathématiques.

Objectif : Il s'agissait surtout au cours de ces carrefours d'un travail de sensibilisation à l'existence d'un "imaginaire" lié aux mathématiques, "imaginaire" constitué par les fantasmes que les élèves plaquent sur cette discipline ; exemples : "elles sont grandes, puissantes" — "elles sont triturées à l'intérieur" — "c'est comme de la magie" — "elles sont dangereuses"...

(3) Nous empruntons ce terme à Watzlawick et coll., *Une logique de la communication*.

Au cours des échanges les participants ont essayé de cerner l'origine de ces fantasmes : origine sociale, familiale, individuelle... ou "déplacement" d'angoisses plus primitives. La question s'est posée de savoir si ces fantasmes sont présents dans le discours de tout élève, s'ils sont le produit de l'adolescence et s'ils sont favorisés par la nature du discours mathématique.

Une réflexion autour de l'objet-mathématique permettait de penser qu'en effet, cette discipline ne pouvait pas laisser neutre celui qui l'abordait et provoquait de nombreuses réactions : de rejet, de passion, etc...

Mais au-delà de la surprise manifestée après l'écoute de certains enregistrements, nombreux sont les participants qui se sont situés par rapport à ce qui était dit par les élèves : "Ça effraie ! Ça dérange ! Est-on responsable ? Est-on pour quelque chose dans l'imaginaire des autres ?"

En guise de conclusion quelqu'un a posé la question : Pourquoi avons-nous donc choisi d'enseigner les mathématiques ? Comment notre désir sous-jacent dans ce choix modèle-t-il notre enseignement ?

Bibliographie

AIKEN (L.R.) : Attitudes towards mathematics. Rev. educ. Res. U.S.A. (1940) n° 3, pp. 551-595.

BROUSSELLE (A) : Fantasme et concept mathématique. Psychiat. infant. Fr. (1973), 16, n° 2, pp. 467-487.

NIMIER (J) : Mathématique et Affectivité, Paris, Ed. Stock, 1976.

A 4 - Le pourquoi en mathématiques

L'accès à un processus de nature opératoire donne lieu à un sentiment d'évidence tel qu'il est alors impossible d'imaginer qu'on ait pu un jour ne pas comprendre (ou que quelqu'un puisse ne pas comprendre).

C'est ce thème développé ailleurs ("Le Pourquoi en mathématiques" paru aux E.S.F.) que j'ai repris au cours de ces séances, en faisant débiter celles-ci par la projection d'une bande portant sur la commutativité de la multiplication.

Il s'agissait d'une jeune fille, élève de quatrième dans un lycée de Paris, aux prises avec les trois situations suivantes :

1) Il s'agit, disposant de a tas de b allumettes, de transporter celles-ci une à une selon la procédure consistant à prendre une allumette dans chaque tas (constituant ainsi un tas de a allumettes), puis à recommencer jusqu'à épuisement (épreuve décrite dans "Le Pourquoi en mathématiques" sous le nom "d'épreuve transformationnelle").

La question posée porte sur la capacité d'anticiper la configuration obtenue (b tas de a éléments) située derrière un écran.

2) On dessine sur une feuille de papier rectangulaire a rangées de b bâtons. On place sur chacun de ces bâtons une allumette, et on ramasse horizontalement toutes les allumettes de manière à constituer a tas de b .

On place de nouveau d'autres allumettes sur la feuille et on les ramasse verticalement de manière à constituer b tas de a .

La question posée porte sur le rapport d'égalité entre les nombres d'allumettes obtenues selon ces deux procédés (épreuve baptisée "rectangulaire" dans "Le Pourquoi en mathématiques").

3) On constitue un matériel à partir du produit cartésien de deux ensembles, l'un de a formes, l'autre de b couleurs. Dans un premier temps, le matériel est constitué de la manière suivante : on choisit une forme et on épuise toutes les couleurs, puis on passe à la forme suivante. Dans un second temps, on procède de manière inverse : on choisit une couleur et on épuise toutes les formes, puis on choisit une autre couleur.

La question posée ("épreuve de produit cartésien" dans "Le Pourquoi en mathématiques") porte sur l'égalité numérique entre les deux matériels fabriqués.

*

* *

La projection de cette bande qui montre les grosses difficultés de cette jeune fille (si elle réussit la première épreuve, c'est à grand'peine, et par ailleurs elle échoue aux deux autres) paraît avoir rencontré trois types de public :

D'une part, certaines personnes ayant déjà lu l'ouvrage cité n'ont éprouvé aucun effet de surprise à cette projection, et se sont trouvées prêtes à discuter sur le contenu de la bande et sur d'autres thèmes.

D'autres personnes me paraissent avoir eu d'entrée une attitude de refus total du mode d'approche proposé. Ayant exprimé quelques critiques en ce sens, ces personnes ne sont par la suite pas revenues.

Enfin, il me semble être resté un groupe de personnes intéressées mais pas convaincues.

Dans la mesure où il m'a paru important que ces dernières puissent s'exprimer, j'ai demandé à celles du premier groupe d'attendre qu'elles aient pu le faire avant d'intervenir à leur tour. Cela a permis de faire émerger les objections, tout à fait fréquentes dans ce cas-là, selon lesquelles l'échec de l'enfant ne saurait tenir à son incompréhension, mais tient à la formulation de la question, à son attitude affective, etc...

Ces objections ont été analysées au fur et à mesure, et la discussion a débouché sur la nécessité de s'interroger sur l'existence de véritables démonstrations inconscientes qui fondent nos évidences.

Une question a été posée à plusieurs reprises : "Nous, professeurs qui avons des programmes, une classe, etc., comment pouvons-nous intégrer ce genre de démarche à notre pratique ?". Elle est évidemment restée sans réponse, si ce n'est que la poursuite de recherches dans le sens décrit est une condition nécessaire (sinon suffisante) à ce que cette réponse soit possible un jour.

A 5 - Les phénomènes d'incompréhension et de blocage

Méthode de travail :

Le groupe a choisi d'avoir des échanges informels ; il en est résulté une discussion libre et animée, difficile à résumer.

Essentiellement il apparaît que les réflexions ont surtout porté :

- la première séance, sur la diversité des causes de blocage,
- la deuxième séance, sur les possibilités de "soutien" et de "déblocage",
- la troisième séance, sur les causes d'incompréhension inhérentes aux mathématiques.

Il a été décidé que le compte rendu serait rédigé de la manière suivante : un premier projet, rédigé par les membres du groupe appartenant à la région parisienne à partir des notes prises par les secrétaires de séance, serait envoyé à tous les participants du groupe et remanié en fonction de leurs observations avant envoi au Bulletin national.

Ce texte contiendrait une bibliographie.

Divers documents ont été polycopiés et communiqués durant les séances à tous les participants, grâce à l'aide de la Régionale de Rennes. Nous tenons à remercier les collègues de cette Régionale pour leur sympathique collaboration et leur dévouement.

Composition du groupe :

48 participants. Il a été à plusieurs reprises regretté la faible participation d'instituteurs, car on a beaucoup insisté sur l'importance du primaire et de la maternelle dans la naissance des blocages (importance très grande actuellement et encore plus menaçante dans les "projets Haby" où les deux premières années risquent d'être les plus déterminantes pour la sélection).

La présence très active de psychologues a été très appréciée.

ECHANGES SUR LES ORIGINES DES BLOCAGES :

* Importance des premières années.

* Causes de blocages :

- affectives,
- linguistiques,
- dues à la nature du contenu,
- socio-culturelles (au sens surtout du comportement des parents et de l'environnement vis-à-vis de l'échec ; avantages et risques de l'aide et des exigences des parents ; cas de blocages dans des milieux extrêmes, aussi bien trop aisés intellectuellement que trop défavorisés — au sens usuel du terme ...).

* Cas de "blocages scolaires" quelle que soit la discipline.

* Ne pas voir "blocage" là où il y a plutôt *mauvaise compréhension réciproque*, l'influence de l'attitude du professeur, de sa propre conception des mathématiques, de ce qu'il doit en faire saisir et comment, étant souvent très grande dans ces cas-là.

* *Tentatives pour préciser le rôle de la langue dans les incompréhensions :*

Ne pas dire simplement "langue maternelle étrangère" (exemples de problèmes quasi-inexistants ou très vite réglés : les réfugiés laotiens ou libanais, les enfants d'ambassadeurs, les élèves du

Lycée international de Saint-Germain-en-Laye, etc...); inversement, mêmes difficultés que pour les enfants de travailleurs immigrés parmi les "étrangers de l'intérieur" (définition donnée par un participant : "est étranger tout individu qui n'a pas intériorisé la culture dominante de son environnement"; voir à ce sujet (3), (11), (12), (16)).

Danger d'imposer une norme, une standardisation du comportement ("dressage" ?).

RECHERCHE DES POSSIBILITES DE "SOUTIEN" ET DE "DEBLOCAGE" :

* *Eviter la dramatisation :*

1) de l'échec par les parents et l'enfant (relations des maîtres avec les parents ; est-il vraiment possible de rencontrer les parents des "enfants à problèmes" ? Le plus souvent, ils ne viennent pas aux réunions ; cependant une expérience réussie grâce à l'"Ecole Ouverte" qui a mis en contact les enseignants et les parents).

2) de l'erreur par le maître et la classe — cruauté des enfants entre eux ; une solution dans les groupes de niveaux ? réponse : danger de la ségrégation (en particulier "effet Pygmalion", cf. (15)).

* *Question du rythme :*

— Ne pas valoriser le rythme des plus rapides (la rapidité n'est pas nécessairement un critère d'"intelligence").

— Peut-on vraiment en pratique choisir le rythme des plus lents ?

— Le rythme d'un élève peut évoluer au cours de l'année.

* Une solution dans une "pédagogie de l'analyse des erreurs" et une déculpabilisation.

* Danger de faire jouer à la notion de "blocage" le rôle d'une nouvelle version de la "bosse des maths". Nous résigner ? Ou bien chercher à "débloquer" et à éviter les blocages ?

* *Nécessité du soutien :*

(mais attention au projet Haby d'organiser des séances d'approfondissement en parallèle à ce soutien, ce qui creuse le fossé au lieu de le combler).

Débat sur le soutien : combien ? comment ? quoi faire ?

Récit de quelques expériences de participants ; semblent nécessaires :

- faible effectif pour les groupes de soutien,
- concertation entre maîtres,
- amélioration des *relations affectives maîtres-élèves* (une expérience très positive de transformation des relations à la suite d'un voyage d'études écologiques commun professeurs-élèves d'un lycée agricole),
- modalités évitant la ségrégation des élèves les plus faibles (soutien plus prise en charge *collective* par la classe),
- souplesse (car les élèves n'ont pas les mêmes difficultés au même moment).

* En réaction, certains s'interrogent sur l'"utopie du pédagogisme" (nécessité de changer la société ?).

Peut-être possibilité au moins d'un *changement de pédagogie* (remise en cause du professeur, son rôle parmi les causes de blocage).

* *Rôle moteur des expériences* (travail par thèmes, "casser les structures de classe et de programme").

BLOCAGES DUS AUX DIFFICULTES INHERENTES AUX MATHEMATIQUES :

J. Adda expose rapidement divers travaux (contenus dans [1] et distribués aux participants le premier jour), en particulier sur les incompréhensions dues à l'abstraction des concepts mathématiques et à la difficulté de les présenter sans les *camoufler* par leurs représentations.

Danger des "habillages" ; utopie de la doctrine des "situations concrètes" (le plus souvent inadéquates et artificielles, qui ne sont de toute façon pas ressenties comme "concrètes" mais comme "scolaires") sources de difficultés parasites.

Le débat s'engage sur ces hypothèses d'interprétation : on évoque la théorie de Piaget (il est demandé une bibliographie à ce sujet - voir par exemple [14 - 14 bis] ; voir aussi [10 - 4]).

Il existe plusieurs aspects ("courants", "écoles" ?) d'interprétation :

- psycho-génétique (essentiellement Piaget et ses disciples),
- relationnel (psychanalyse...)
- logico-linguistique.

On évoque le rôle récent joué par les orthophonistes (voir [10]).

A la demande d'une participante étrangère, évocation de l'influence des théories piagétienues sur la réforme "mathématiques modernes". Y a-t-il eu des enquêtes sur ses effets ? A ce sujet on peut consulter (9) en gardant un oeil critique sur les items proposés.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J. ADDA, "Travaux sur les difficultés inhérentes aux mathématiques et sur les phénomènes d'incompréhension (causes et manifestations)". Thèse Université Paris VII, 1976. Contenant divers travaux dont en particulier :
 — "Initiation au langage mathématique - Analyse d'une expérience d'enseignement". Brochure de la Régionale Parisienne de l'APMEP.
 — "L'incompréhension en mathématiques et les malentendus". Educational Studies in Mathematics. Déc. 1975.
 — "Difficultés liées à la présentation des questions". Educational Studies in Mathematics. Juillet 1976.
 — "A propos des évaluations : questionnement, interprétation, diagnostic". D.D.7. U.E.R. de didactique des disciplines, Université Paris 7.
- [2] S. BARUK, "Echec et Math", Seuil.
- [3] BERNSTEIN, "Langage et classes sociales", Editions de Minuit.
- [4] A. BIGARD, "L'échec en mathématiques", IREM de Nantes.
 (A lire en même temps : H. Freudenthal : article sur l'I.E.A., in "Educational Studies in Mathematics", 1975).
- [5] C. CHILAND, "L'enfant de 6 ans et son avenir".
- [6] H. FREUDENTHAL, "Mathematics as an educational task", D. Reidel.
- [7] G.F.E.N., "L'échec scolaire - doué ou non-doué ?", Editions Sociales.
- [8] IMPASCIENCES, Numéro spécial "Mathématiques", 1976.
- [9] INETOP, J. Pelnard-Considère et J. Levasseur : "Le développement de la pensée mathématique de la dixième à la quatrième".
- [10] F. JAULIN-MANNONI, "Pédagogie des structures logiques élémentaires", E.S.F.
 "Le Pourquoi en mathématiques", E.S.F.
- [11] W. LABOV et autres, "Tinker - Tailor - The myth of cultural depravity" (Pingouin).
- [12] W. LABOV, "Sociolinguistique", Editions de Minuit.
- [13] R. NIMIER, "Mathématique et affectivité", Stock.
- [14] PIAGET, "De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent", P.U.F.
 "Réussir et comprendre", P.U.F. "Psychologie et pédagogie", P.U.F., etc...
- [14 bis] PIAGET et SZEMINSKA, "La genèse du nombre chez l'enfant", Delachaux - Niestlé.
- [15] ROSENTHAL - JACOBSON, "Pygmalion à l'Ecole", Casterman.
- [16] WAGNER et WAREK, "Les déshérités de l'Ecole", Maspero.

A 6 - Motivations,

Ce qui suit est une remise en ordre, succincte, des idées échangées dans notre groupe.

Souhaitons qu'une autre rencontre nous permette d'aller au-delà d'un simple survol du problème.

D'ici là, nous attendons vos critiques, suggestions, exemples, etc...

*
* *
*

On pourrait distinguer a priori deux sortes de motivations :

— *l'une à court terme* ("provoquée")

On motive lors des dix premières minutes, on exploite pendant les quarante-cinq minutes restantes ...

— *l'autre à plus long terme* ("révélée") pour un secteur de l'activité mathématique, ou même pour l'ensemble de cette discipline.

Mais l'on peut voir une autre dichotomie, opposant des motivations :

— *à caractère social* : on fait des Maths parce que c'est LA matière de sélection en 1976, et aussi parce qu'il paraît que ça sert partout (on aimerait bien voir des applications, mais le prof' n'en fait pas) ; comme on veut avoir un métier intéressant, être utile à la société....

— *à caractère personnel* : on peut être séduit par ;

— *l'aspect esthétique* : beauté de certaines représentations, harmonie interne des mathématiques...

— *l'aspect mystérieux* : "vous verrez l'an prochain qu'un carré peut être négatif..."

— *l'aspect ludique* : on envisage les problèmes comme autant de mots croisés.

— *l'aspect affectif* : "C'est M. Untel qui m'a fait aimer les Maths..."

— n'oublions pas enfin le *côté sécurisant* de notre discipline. La peur d'avoir "trouvé faux" fait (lentement) place, après un certain nombre de succès, à la confiance en soi ; aidons nos élèves

à acquérir celle-ci en leur accordant le "droit à l'erreur", en ne privilégiant pas le résultat vis à vis de la méthode (les problèmes d'optimisation sont excellents à cet égard).

Cette sécurisation ne doit être qu'une étape pour se lancer ensuite dans l'aventure mathématique : jeux dont on crée ou modifie les règles, problèmes ouverts de toutes sortes...

Nous débouchons ici sur la notion de liberté. Liberté de penser, liberté d'agir et de créer. Pas de motivation profonde sans liberté de choix.

Terminons en mentionnant quelques obstacles rencontrés par l'élève et quelques remèdes proposés.

— On ne peut bâtir que sur un champ d'expériences suffisamment riche : aidons avant tout nos élèves à connaître le monde qui nous entoure : certains d'entre eux n'ont jamais vu de cartes Michelin, ou de jeu de dominos, ou de maquettes de maisons, ou de calculatrices, etc...

— Les programmes sont le plus souvent linéaires, contrairement à la manière dont fonctionne notre esprit. Pourquoi ne se servir que des résultats préalablement démontrés ? On peut mettre par exemple — avec profit — un formulaire d'ingénieur entre les mains d'un élève de seconde.

— Sachons enfin exploiter les penchants, passagers ou durables, de nos élèves : intérêt pour les messages secrets (codages, première étape vers un formalisme bien compris), goût des voyages (on pourra travailler sur les horaires d'avions, ou les catalogues CHAIX...), écoute de la radio (dont on peut exploiter les pourcentages, en période électorale notamment), intérêt pour le sport (décompte des points en championnat), etc... etc...

L. MANARA, 29 Rue de la Sarriette, 34000 Montpellier, recherche :

A. LICHNEROWICZ : CALCUL TENSORIEL
Collection A. Colin n° 259.

R. THIRY : MECANIQUE RATIONNELLE Tome V
Gauthier-Villars, 1955.

A 11 - Analyse du comportement face à une activité mathématique au niveau élémentaire

VENDREDI 24 septembre 1976

Objectifs proposés aux participants du groupe

Réflexions sur les implications qui résultent d'une centration sur les comportements: *Qui s'intéresse aux comportements de l'élève ?* (le maître, le psychologue, une équipe de recherche pédagogique, ...). *Qui observe quoi ? Comment ? Pourquoi ? Quelle sera l'utilisation des résultats de ces observations ?*

Pour aborder ces problèmes, il est proposé aux membres du groupe de partir d'une expérience précise, rapportée par les animateurs: l'exploitation dans une classe de CM2 de Francheville-le-Haut d'une idée suggérée par Maurice GLAYMANN et rapportée dans l'article "*Où le premier n'est pas toujours le premier ...*" (publié dans la brochure A.P.M.E.P.: *Hasardons-nous*). GLAYMANN commence par rappeler le contenu de cet article, puis le groupe s'intéresse à la *situation* qui a été proposée aux élèves: un texte donnant le déroulement des six séances de travail est remis aux membres du groupe.

Dominique PICHOD introduit le sujet: *Quelles réflexions peuvent découler d'une centration sur les comportements ? Qu'est-ce qu'un comportement ? Qu'est-ce qu'une recherche ? Qui s'intéresse aux comportements des enfants et pourquoi ?*

LECOQ (CAEN) se demande si ce type de situations est vraiment en relation avec l'idée de hasard. N'est-ce pas plutôt du dénombrement ? L'enfant a-t-il la notion de ce qu'est "l'aléatoire" ? Il est peut-être nécessaire d'introduire les probabilités en partant de situations.

Dominique PICHOD pose la question du *pourquoi de cette expérience*, en particulier *pourquoi* est-il intéressant de proposer cette situation en CM 2? Espère-t-on des éléments de réponse à une question ? Qu'est-ce qu'une recherche ? Qu'est-ce qu'une question ? Comment les enfants perçoivent-ils la situation ?

Une discussion s'engage: certains ressentent le besoin d'étudier le comportement de l'enfant indépendamment du comportement du maître et du rôle des mathématiques. Mais n'est-ce pas un leurre ? Il faut tenir compte du *poids* du "couple" classe — maître. Le droit à l'erreur est posé, ainsi que le problème du faux concret; le groupe fait un retour sur la recherche des situations riches (qu'est-ce qu'une situation riche ? ...) et revient sur la notion d'évaluation objective de l'enfant, d'évaluation objective de l'acte éducatif pour donner un meilleur enseignement. Ici, se dresse un danger: celui du profil de l'élève parfait et de définir des caractères objectifs. Quel est à ce niveau le rôle du psychologue ? doit-il avoir des objectifs personnels ? A quel moment les confronte-t-il aux objectifs des autres membres de l'équipe de recherche ?

SAMEDI 25 septembre 1976

Le groupe reprend les questions posées la veille.

Qu'est-ce qu'une situation ?

L'enfant est lui-même une "situation". La situation peut être suscitée par le maître, en mettant par exemple du matériel dans un coin ; il est intéressant de se constituer une batterie de situations (voir par exemple les livres "Points de départ" de BANWELL, SAUNDERS et TAHTA, "Six thèmes pour six semaines" de A. MYX). Mais en fait le maître travaille-t-il réellement à partir de situations ? En général, non : il y a souvent la crainte de ne pas être à la hauteur des questions des enfants (et le droit à l'erreur ?) ; la crainte de ne pas "faire le programme" et souvent l'idée que "cela" ce n'est pas des "maths", ce qui revient à avoir la hantise du "temps perdu pour rien". D'ailleurs, les enfants réclament eux-mêmes l'intervention du maître (i.e. théorique) au milieu des activités.

Un collègue, instituteur breton, nous donne l'exemple du calcul (mental et numérique): on peut être nul en mathématique, tout en étant capable de "faire du calcul". Il semble qu'en général, on fasse faire aux enfants des *calculs trop longs*, il suffit en fait d'acquérir les mécanismes opératoires sur des petits nombres. Une motivation a été manifeste dans la classe de cet instituteur en parlant du jeu télévisé "Des lettres et des mots" (voir à ce sujet l'article de P. LEGOUPIL, *Recherche à partir d'un jeu télévisé dans une classe*, Bulletin de l'APMEP, numéro 293, avril 1974). La motivation a même contaminé les parents !

Retour sur la situation présentée à Francheville.

GLAYMANN indique que l'expérience sera poursuivie en 1976—1977: l'objectif est d'essayer de savoir le plus *"scientifiquement possible"* ce qu'est le hasard pour l'enfant, quel rôle joue la société à ce niveau et quel est son impact.

Brigitte SENECHAL demande ce que signifie l'expression *"de la façon la plus scientifique possible"*. Cela laisse à penser que le phénomène observé est objectif, que le hasard et l'enfant sont des concepts figés, et suppose aussi nécessairement que *l'on a raison d'enseigner ce que l'on va enseigner*. Où se trouve donc l'objectivité ? N'y a-t-il pas une hypocrisie *idéologique* que de prétendre à la neutralité ?

Un membre du groupe pense que Brigitte SENECHAL n'a rien compris, *sinon quelle calamité pour la sécurité intérieure du maître !...*

Un IDE prend la parole: *"L'objectivité, cela consiste à étudier quelque chose en fixant le reste autour, puis à tout replonger dans la globalité"*.

Pour un professeur d'E.N. *"objectiver, c'est se désimpliquer"*.

Une question importante est soulevée: *Quelles sont les implications philosophiques d'"objectiver l'acte d'enseigner pour mieux enseigner" ?*

Le groupe pense qu'il vaut mieux abandonner cette idée d'objectivation ; est-il possible par contre de créer un outil plus fin d'observation et comment l'utiliser ? Par qui ?

Finalement, ce qui est important, *c'est l'enfant dans l'action et pas le programme*. Il faut bien sûr connaître les quatre opérations en sortant de l'école élémentaire, mais savoir aussi utiliser les machines à calculer. Il faut en outre rendre l'enfant *autonome* et qu'il soit capable de travailler en groupe avec les autres*.

En ce qui concerne le contrôle des connaissances, GLAYMANN met en évidence le contraste entre la *"richesse"* de l'enfant, et la *"pauvreté"* de la note: grâce à la note, le maître dispose du droit de juger l'enfant (ici est mise en évidence l'autorité de l'enseignant); la note n'a qu'un rôle répressif, car justement, elle est trop *"pauvre"* pour décrire une réalité. Et le maître a-t-il conscience de toutes les composantes qui entrent en jeu dans le fait de noter ? Il ne faut pas non plus oublier le poids des examens et l'idéologie

qui les entoure : *les examens traditionnels, cela ne sert plus à rien, c'est une connerie monumentale* (Glaymann dixit). Faut-il conserver des moyens d'évaluation ? Si oui, lesquels ?

DIMANCHE 26 septembre 1976

Le groupe constate que l'expérience présentée par les animateurs n'a pas été retenue par les membres du groupe comme base de référence commune aux réflexions de chacun: ils ont préféré échanger des idées sur des thèmes qui les préoccupent et qui ont plus ou moins de rapport avec l'observation des comportements des élèves, mais qui restent encore assez éloignées des préoccupations méthodologiques concernant l'observation d'une classe au travail, préoccupations auxquelles les animateurs souhaitaient les sensibiliser.

* A ce niveau, le groupe constate qu'il ne présente pas de *leader*, et une parenthèse est faite sur les travaux de BAVELAS.

A 13 - Etude critique de quelques situations proposées par des manuels de mathématique du Cours Préparatoire

Documents utilisés :

— Manuels de mathématique destinés aux classes de Cours Préparatoire.

— Programme de mathématique en vigueur dans les classes de Cours Préparatoire (1945 modifié 1970).

Méthode de travail :

L'examen de l'échantillon de manuels du Cours Préparatoire a permis de dégager des rubriques figurant dans chaque ouvrage, à savoir : *Ensembles* — *Nombre* — *Numération* — *Addition*, et sur lesquelles les participants ont décidé de travailler comme suit :

1. Mettre en évidence les réactions attendues de l'élève dans les pages de manuels ou dans les fiches traitant de ce thème.

2. Formuler des critiques sur la façon dont sont étudiés les sujets cités, en s'aidant des remarques des éventuels utilisateurs de manuels.

3. Confronter les expériences des différents membres du groupe et en discuter.

Remarque : Les manuels de mathématique du Cours Préparatoire dont le groupe disposait ont, en fait, constitué un prétexte pour analyser différentes façons d'aborder l'étude de points importants du programme du Cours Préparatoire.

Observations :

Les observations à propos des ouvrages — manuels ou fiches — destinés à des élèves de Cours Préparatoire se sont trouvées intimement mêlées aux récits des expériences personnelles de certains participants et aux commentaires de ces expériences. Parmi toutes les remarques émises, quelques critiques ont fait l'unanimité dans le groupe. La liste qui suit ne prétend nullement être ni hiérarchisée, ni exhaustive :

— C'est peut-être le souci de rendre les manuels attrayants qui a conduit de nombreux éditeurs à accepter des schémas complexes et abondamment coloriés, plus voisins de la figuration d'une certaine réalité que d'une symbolisation. Il est cependant permis de s'interroger sur l'image mentale de référence susceptible d'être gardée par les élèves ...

— A voir ces ouvrages, on pourrait croire impossible, ou presque, d'étudier un ensemble sans avoir "formé" ou "entouré" cet ensemble et, à quelques rares exceptions près, les ensembles — y compris l'ensemble vide ! — sont exclusivement représentés par des diagrammes de Venn. Tout est ramené au perceptif. L'intersection (et, parfois aussi, dès le Cours Préparatoire, la réunion de deux ensembles) est également présentée de façon purement perceptive.

— Les notions "autant que", "plus que", "moins que" donnent lieu à des exercices de "correspondance terme à terme" dont on peut se demander l'intérêt quand il s'agit, par exemple, de construire une bijection entre des ensembles à deux éléments ou qui ne présentent qu'un cas particulier du problème illustré, par exemple : une partie A d'un ensemble fini E a moins d'éléments que l'ensemble E.

— La phase de représentation dans l'étude de la numération positionnelle fait apparaître des schémas confus qui ne semblent pas exploiter les règles de groupement puis d'échange mises en évidence lors de la phase ludique.

- Les exercices proposés se présentent sous la forme :
- de schémas à compléter : la surcharge des schémas est souvent si prégnante qu'on peut douter du type d'activité mentale effective de l'enfant ;
- d'exercices à trous qui se présentent comme des devinettes ;
- d'énoncés de problèmes du type traditionnel mais pour la résolution desquels on impose souvent l'utilisation d'un diagramme de Venn !

En guise de conclusion :

Le manuel idéal n'existe pas, c'est bien connu ... Et pour le Cours Préparatoire, il faut reconnaître, en outre, que la gamme existante est plus utilisable pour l'information des maîtres que pour la formation des élèves. Souhaitons que les premiers soient assez armés pour pouvoir critiquer les manuels qu'on leur propose et qu'on épargne aux seconds une utilisation massive, voire exclusive, de ce genre d'instruments.

A 20 - Le premier cycle

I. Sur la situation actuelle

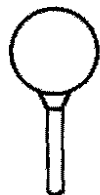


Définir les objectifs de l'enseignement mathématique est bien une question idéologique et pas seulement une question de connaissances ; c'est ce qui rend difficile ce débat au sein de l'A.P.M.E.P. (mais ceci n'implique pas l'impossibilité d'un accord, au moins sur certains objectifs principaux). Le groupe a été d'accord pour que le professeur de mathématiques essaie de ne pas accepter que des élèves répondent à des questions qu'ils ne comprennent pas. Ceci bien que certains collègues aient développé le point de vue qu'avec la population scolaire donnée, on ne peut souvent que proposer le développement des recettes (cas extrêmes d'élèves ne parlant presque pas le français). Il est de toute façon un peu regrettable que l'enseignant de mathématique se culpabilise plus le cas échéant à propos de l'insuffisance du contenu que sur l'insuffisance de méthode ou de raisonnement chez ses élèves.



La situation générale des professeurs de mathématiques semble dominée par un sentiment d'impuissance sur les conditions de la scolarité, dû non seulement à la situation d'ensemble classique et connue, mais bien aussi à la double casquette enseignant - orienteur. Cette ambiguïté de rôle est une lourde erreur vis-à-vis des rapports entre les élèves et leur professeur. (Note : à ce propos, il convient de distinguer entre fonction, qui est éventuellement variable, et statut, immuable dans le temps).

Tout le monde a été d'accord pour dire que, malgré toutes les objections, le rôle du professeur de mathématiques était de refuser de barrer la route à telle ou telle vocation, sans pour autant se refuser le droit d'exprimer son opinion sur cette dite orientation à l'intéressé ou à ses parents. La préoccupation de sélection doit être éliminée chez le professeur *pendant* qu'il enseigne ; ce n'est pas parce que l'école est naturellement sélective qu'il s'agit de renforcer ce point.



Les difficultés surgissent aussi de l'impossibilité pour l'enseignant de faire certaines observations sur ses propres élèves. Il s'agit de lever tous les obstacles aux échanges de visites entre collègues (bien entendu y compris les visites premier cycle $\longleftrightarrow$ école élémentaire). Il faudrait aussi bien sûr que cela constitue l'objet de réels aménagements de service.

Il serait bon que de nombreux collègues fassent part de leur expérience, pour compléter les quelques remarques qui viennent d'être indiquées. En particulier, il serait intéressant de comprendre les difficultés d'implantation de l'idée de noyaux-thèmes au cours du premier cycle.

II. Sur l'avenir

La mise en place (selon la procédure que l'on sait ...) de nouveaux programmes n'est pas, officiellement du moins, présentée comme une réforme, mais comme un aménagement. D'où l'intérêt d'avoir, dans le groupe, entrepris d'abord d'explorer la situation actuelle. Réfléchir à cette mise en place est facilité par une telle exploration. Ceci ne signifie pas que l'on aboutisse à une convergence d'opinions. Au contraire, les avis sont partagés, entre les Yadupour et les Cémôvè.

Opinion Yadupour

Il semblerait que les nouveaux programmes de sixième et cinquième, à appréhender d'ailleurs globalement, et pour autant qu'on puisse en juger à travers des projets et une formulation certainement discutables, répondent à deux préoccupations majeures :

— l'une, principalement d'ordre méthodologique, inviterait expressément à introduire les notions ensemblistes et relationnelles à partir des autres notions du programme, ou en liaison étroite avec elles, en vue d'éviter certaines déviations parasites apparues naguère (les notions ensemblistes et relationnelles sont un moyen et non un but).

— l'autre viserait davantage à préciser certains savoir-faire qui touchent deux domaines : les techniques élémentaires de calcul et les tracés géométriques simples.

Ceux qui travaillent assidûment sur les "anciens" programmes depuis plusieurs années pensent-ils vraiment qu'il y a là quelque chose de nouveau, particulièrement inquiétant et scandaleux ?

Opinion Cémôvè

Pour éviter des contresens, il est important de préciser qu'il ne s'agit pas de défendre la conception d'ensemble des "anciens" programmes du premier cycle. En effet, l'expérience a montré qu'il y avait une tendance à utiliser les programmes en dehors de la réalité concrète (qui mobilise vraiment l'élève) par la multiplication des situations faussement concrètes. L'utilisation abusive des flèches et des patates par exemple n'a pas toujours permis de développer l'aptitude à raisonner, à apprendre, à manier l'abstraction pour résoudre des difficultés pratiques. L'imagination, la créativité, l'esprit critique sont restés trop en dehors de la réalité pédagogique.

Mais ces considérations ne conduisent nullement à une justification des "nouveaux" programmes. Le libellé du premier paragraphe du programme de sixième semble démagogiquement placé pour faire oublier le reste, ou pour mieux faire passer la pilule. Que nous montre un examen quantitatif des programmes ?

Objectivement, on est allé vers un alourdissement des programmes de sixième - cinquième, et non vers un allègement des programmes de quatrième - troisième. Mais de plus l'outil extrêmement fécond des applications, relations, etc. a fondu comme neige

au soleil, au profit d'un renforcement très grave de l'apprentissage de techniques. Le tout est chapeauté par des objectifs on ne peut plus bas (et qu'on n'aille pas raconter qu'il n'y en a pas, ils sont très clairs, sauf pour les aveugles).

L'assimilation du sens des opérations est toujours réduite au second plan. Le réflexe de l'enseignant sur la question est classique : Puisqu'"ils" ne comprennent pas, ils n'ont qu'à apprendre, ils finiront par comprendre ; combien d'entre nous n'ont-ils pas suivi ce chemin et n'en sont pas morts !

Il n'y a qu'à prendre en exemple le paragraphe des décimaux rédigé comme si l'acquisition des opérations sur N était faite (ou bien superflue).

Quant à la géométrie, si elle semble prendre de l'importance du point de vue des lignes du programme, elle est réduite au rang de constatations ou de manipulation de formules. Le rôle de l'observation - déduction n'y est même pas mentionné.

Tout se passe comme sous couvert que le Raisonnement ne peut commencer qu'à partir de la quatrième et qu'auparavant c'est le brouillard. Il vaut mieux que nos chers élèves arrivent avec des connaissances toutes faites, qu'on utilisera par la suite pour montrer la voie royale des Mathématiques à ceux qui ne se seront pas perdus en chemin, ou qu'on n'aura pas envoyés dans les C.E.T. (trop souvent centres d'expédition au turbine).

Non, collègues, il ne s'agit pas d'aménagements mineurs, la situation est plus grave qu'il n'y paraît. Chaque enseignant se doit d'étudier d'un oeil critique ces programmes en ayant bien en tête qu'ils font partie d'un tout bien orchestré. Le danger est grand que d'aucuns se réfugient derrière leur propre interprétation pendant que d'autres appliquent à la lettre la voie du moindre effort qui est aussi celle de l'abrutissement.

A 23 - Analyse du comportement face à une activité mathématique dans le premier cycle

Malgré le temps limité, l'on est parvenu à cerner un nombre important de problèmes ; les discussions, parfois vives, ont été constructives et des horizons nombreux furent ouverts.

I — Le point de vue du médecin scolaire (docteur Noailles)

En présence de difficultés mathématiques chez un élève, le médecin orientera ses recherches psychologiques et psychopédagogiques dans deux directions principales : l'élève a-t-il les moyens de suivre la direction qu'on lui propose ? D'autre part, en a-t-il le désir ?

Pas de progression sans la possibilité d'instrumenter correctement, sans l'acquisition des bases indispensables. Ces premiers pas supposent une évolution neuro-psychomotrice suffisante, qui règle les phénomènes de structuration, notamment la structuration spatiale. Tout déficit dans cette évolution signifie perte d'efficacité et difficultés diverses, jusqu'à la dyscalculie (ce qui prouve les dangers de "ne plus faire calculer." les élèves pendant trop longtemps). Mais, d'autres fois, le processus déficitaire sera plus indirectement ressenti par le biais d'une dyslexie plus fréquente encore. D'ailleurs, nous avons insisté sur les problèmes du langage (notamment en 6ème). Sans la connaissance du langage écrit et sans une pratique suffisante du langage oral, il n'y a pas possibilité d'appréhension des mécanismes, ni compréhension véritable des données soumises à l'élève.

Aussi bien dans le manque d'acquisition des bases que dans celui de l'organisation des mécanismes, on arrive à l'échec. Il se double fréquemment d'une désaffection pour l'apprentissage de la mathématique.

Pour rendre possibles les progrès ultérieurs, il faut organiser chez l'élève "l'appétit mathématique". Si l'élève ne comprend ni le sens, ni l'objet, ni la finalité des efforts qu'il doit consentir, il échouera tout aussi complètement.

La mathématique est si souvent présentée comme l'élément majeur de la formation, celui qui distingue, qui sélectionne, qui seul assure la promotion..., qu'elle est ressentie par le milieu familial comme l'outil indispensable que l'enfant doit posséder à tout prix, situation le conduisant à un sentiment de "pénalisation" très malsain, dès qu'il n'y excelle pas ! L'élève ne peut évoluer sereinement avec pareille "épée de Damoclès" sur la tête. Il y perd tout intérêt naturel ; par contre, inquiet et angoissé, il développe volontiers un sentiment de rejet.

Au niveau de l'institution scolaire (classe et maître) l'enfant peut-il établir de bonnes relations afin de s'intégrer pleinement au groupe ? Lui permet-on de comprendre et de réaliser son appar-

tenance à ce groupe ? Lui permet-on de participer au contrôle de la dynamique de ce groupe, et plus encore de l'orientation que le maître lui imprime ? Lui reconnaît-on enfin un droit à la parole ? Autant de préalables rarement reconnus dans l'organisation pédagogique traditionnelle, et pourtant indispensables !

Au cours du premier cycle, en particulier, l'adolescent qui affirme sa personnalité doit pouvoir se reconnaître, comme un participant à part entière, par une bonne identification auprès de l'enseignant, comme au sein de sa famille d'ailleurs. Et les conditions d'enseignement doivent lui permettre de réaliser ses possibilités propres de création.

II — Essai d'application à la didactique de la Mathématique

- Il faut une meilleure connaissance des maladies, anomalies, traitements, de la part de l'enseignant, pour qu'il juge mieux le comportement de l'élève qui en est victime et qu'ensuite il tienne compte de cette situation (problème du soutien réel et non illusoire ...)
- L'enseignant doit aussi tenir compte des conditions familiales et s'efforcer d'apporter à l'enfant par trop défavorisé tout ce qu'il peut (lui apprendre à travailler, le soutenir, le documenter ...)
- Les considérations scientifiques comme celles du docteur Noailles interdisent : une géométrie coupée des conditions naturelles de structuration spatiale (monstruosité de la géométrie de quatrième sans aucune activité pré-géométrique) — une interruption trop longue du calcul — un langage trop vite abstrait (cours prétentieux sur les compositions d'applications en quatrième) — l'hermétisme de l'enseignement mathématique qui, sous prétexte de rigueur, stérilise toute explication véritable et condamne l'enfant au vide quasi-absolu des possibilités de compréhension (ce qui s'aggrave dans les cas d'anomalies précitées ...)
- Nous avons beaucoup discuté sur "l'appétit mathématique". Le juste équilibre des comportements automatiques (réciter, appliquer, faire un devoir, une épreuve), des comportements totalement libres (créativité, exemples inventés, exercices inventés) et des comportements semi-libres (impulsés par le professeur ou le groupe de travail) apparaît comme devant être une partie de la solution. La critique de deux bandes télévisées (réalisées en 72) l'a bien montré. (Il manquait deux autres bandes d'analyse des comportements...)

- Nous avons également envisagé les comportements à faire acquérir (contrairement à ceux qui se complaisent au fil des années à des constats d'échec). Le docteur Noailles, qui a par ailleurs participé au groupe de J. Nimier, a particulièrement insisté sur l'affectivité. Il y a des comportements purement intellectuels, mais aussi des comportements manuels, sociaux. D'autre part, l'"appétit mathématique" ne peut pas venir, pour la masse, d'une mathématique ABSTRAITE, enseignée pour elle-même, mais il faut absolument développer chez l'élève, le plus tôt possible, les comportements inter et pluri-disciplinaires.

Nous espérons avoir sensibilisé les collègues, à la lumière des enseignements du docteur Noailles, sur des problèmes bien trop souvent méconnus ou négligés.

III — L'expérience sauvage des travaux libres et semi-libres

Ce fut le n^{iem} épisode. 75-76 a prouvé qu'on pouvait étendre cette activité aux classes de sixième dont les élèves sont franchement défavorisés dans tous les domaines....

Je suivrai, avec le docteur Noailles, les cas de blocage et les cas où, grâce à ces travaux semi-libres, il y a eu des améliorations.

Il est démontré qu'on peut prendre une cinquième ou une quatrième sans qu'elles n'aient JAMAIS fait de travaux libres ou semi-libres précédemment.

Une cinquantaine de chemises de travaux libres ou semi-libres de mathématique ou de liaisons avec les autres disciplines sont à votre disposition à l'IREM de RENNES.

Pour tous renseignements, pour échanges, pour suggestions, pour apporter toute DOCUMENTATION PLURI ou INTER-DISCIPLINAIRE, s'adresser à J. CHABRIER, C.E.S. FEUCHERES - 30000 NIMES.

Le dimanche matin, une discussion fort enrichissante a eu lieu avec le groupe A22 de J.C. Sidler, au sujet de "la production" des élèves. Je suis fermement persuadé qu'elle doit rentrer dans l'ensemble des preuves qu'il faut apporter à de très nombreux collègues sur les possibilités de rupture avec le carcan : COURS — INTERROGATION.

Sans nier la nécessité du comportement automatique, je me suis puissamment conforté, grâce au docteur Noailles et à J.C. Sidler, comme en écoutant W. Servais, dans l'idée que les comportements libres et semi-libres peuvent et doivent exister.

IV — Pour la rénovation du calcul et du calcul mental (Marius Portal)

Le sympathique instituteur honoraire de 80 printemps m'avait, dès les premiers contacts, séduit par la fonction didactique qu'il dispense, grâce à un enthousiasme, une vitalité, un goût du calcul, une "santé mathématique" qu'une centaine de collègues ont applaudi chaleureusement à Rennes. Il fut interviewé par Ouest-France et passa à la télévision régionale. Son groupe "sauvage" fut un succès.

Dans le groupe A23 Marius Portal a eu une vive discussion avec M. TCHUEMPE-TCHUENTE, à peine amorcée... La fausse dichotomie : Math-Moderne synonyme de faiblesse en calcul, doit être combattue (comme une conférence de M. HILTON l'a montré à KARLSRUHE). Marius Portal veut rénover le calcul et le calcul mental. Ils sont complémentaires d'une saine mathématique.

Des contacts ont été pris avec J. KUNTZMANN (Groupe A70) pour étudier dans quelle mesure des démarches de Marius Portal pourraient s'intégrer dans une introduction de l'Informatique dans l'enseignement, ou encore dans une introduction des Statistiques descriptives et des probabilités élémentaires (combinatoire simple) dans le Premier cycle.

J'étudie actuellement les innombrables ressources que Marius Portal apporte pour enseigner de toute autre façon les propriétés fondamentales des opérations dans N . Une acquisition formaliste et dogmatique de ces propriétés ou, ce qui est pire, une carence totale vis-à-vis d'elles en sixième et en cinquième, créent en effet, pour tout l'avenir mathématique de l'élève, une allergie au calcul (qui transparaît dans les CET, les lycées ; qui se manifeste dans les échecs de l'enseignement actuel de la combinatoire et des probabilités ; qui se manifestera plus tard chez les instituteurs victimes de cette allergie).

Enfin, Marius Portal est d'accord pour la complémentarité entre la machine à calculer et l'homme. Il ne se présente ni comme un prodige, ni comme un phénomène. Il veut surtout montrer qu'à l'époque des machines à calculer, l'homme doit encore calculer. Il

redoute que l'absence de calcul, de calcul mental dès l'école primaire soit préjudiciable à l'élève. Il déplore, par exemple, qu'après le Premier cycle, tant d'élèves aient des difficultés — avec les machines ou sans machines — à faire des exercices numériques de Physique ou de Géographie... Je le rejoins absolument.

A 30 - Comportements dans le second cycle

Le groupe comprenait plus de quarante participants ; chacun d'entre nous attendant beaucoup des autres pour essayer d'ordonner ses idées sur le sujet. Etant donné son étendue et le peu d'expérience des mathématiciens en la matière, les objectifs du groupe sont mal connus et en tout cas ne sont pas explicités.

Une large discussion permet de dégager de nombreux types de comportements d'élèves, de professeurs, dont voici des exemples :

Des collègues constatent une perte de spontanéité des élèves entre les classes de Troisième et de Seconde. On peut trouver une cause *sociale* et *affective* du comportement observé : les élèves de Seconde viennent de subir une première sélection (ventilation dans les différentes sections A,B,C,T) et ils ont pris conscience de l'importance des mathématiques pour leur avenir. Cette importance est si grande qu'elle peut déclencher une véritable psychose ou (inclusif) un rejet des mathématiques. D'autres facteurs jouent certainement un rôle dans le déclenchement de ce comportement mais ils n'ont pas été recherchés systématiquement.

L'aspect *psychologique* des comportements a été mis en évidence. On constate souvent le blocage des élèves dû à la présence d'une personne étrangère à la classe. Aucune solution n'a été donnée à ce problème. En existe-t-il une de satisfaisante ?

Il y a bien sûr des comportements d'élèves, de professeurs, spécifiquement *mathématiques*, par exemple :

- l'élève résout l'équation $3x - 3 = 3x + 1$ en écrivant à l'aide d'un symbole l'ensemble des solutions de cette équation ;
- le professeur corrige la démonstration d'un élève.

Voici quelques types de comportements. Peut-on envisager une partition de l'ensemble des comportements ? C'est peu probable mais les réflexions n'en sont qu'à leur début.

Des recherches organisées ou sauvages ont déjà été faites pour essayer de modifier, de prévoir des comportements d'élèves, par exemple :

— Un collègue part de thèmes concrets — la conquête de l'espace ; la voile —, choisis par les élèves de sa classe de Première C, pour arriver à traiter une partie du programme.

Le premier débouche sur un peu de mécanique et très vite sur une impasse très bien acceptée par les élèves car c'est trop difficile. Le second débouche sur de la trigonométrie. Il résulte de cela une grande motivation des élèves pour aborder ces points du programme et une modification certaine de leur comportement. Une telle démarche est à rapprocher de l'enseignement par Noyaux-Thèmes préconisé par l'APM.

— A Orléans, une équipe de professeurs expérimente une pédagogie par objectifs. Ils explicitent les objectifs à atteindre en Seconde CT en termes de comportements observables et en les communiquant aux élèves. Cette méthode se prête bien aux travaux de groupe et permet de mettre les élèves en "travail indépendant". L'IREM d'Orléans est en train de publier le détail de cette expérience.

— L'utilisation de calculateurs programmables peut changer le comportement des élèves face à une notion délicate, par exemple en analyse.

L'hétérogénéité de l'enseignement des mathématiques provient sans doute du fait que les programmes sont rédigés en termes de contenu et ne donnent pas suffisamment de précisions sur les objectifs qu'ils visent, sur les comportements que le professeur doit cultiver. L'élaboration de tels objectifs pourrait être mise en chantier. La tâche n'est pas facile car même si on arrive à écrire des objectifs en termes de comportements mathématiques observables (Orléans), il existe des objectifs très généraux, se situant entre autres au niveau de l'acquisition d'un concept mathématique, qui sont très difficiles à expliciter et à évaluer ; sans parler de ceux qui touchent les domaines affectif, psychologique ou social. Faut-il donner à nos élèves l'amour des mathématiques ? Quels comportements cet objectif cache-t-il ?

L'observation des comportements attendus, non attendus pourrait être envisagée de façon simultanée afin de permettre de suivre l'évolution des élèves au cours de l'année, de valider ou de corriger ces objectifs.

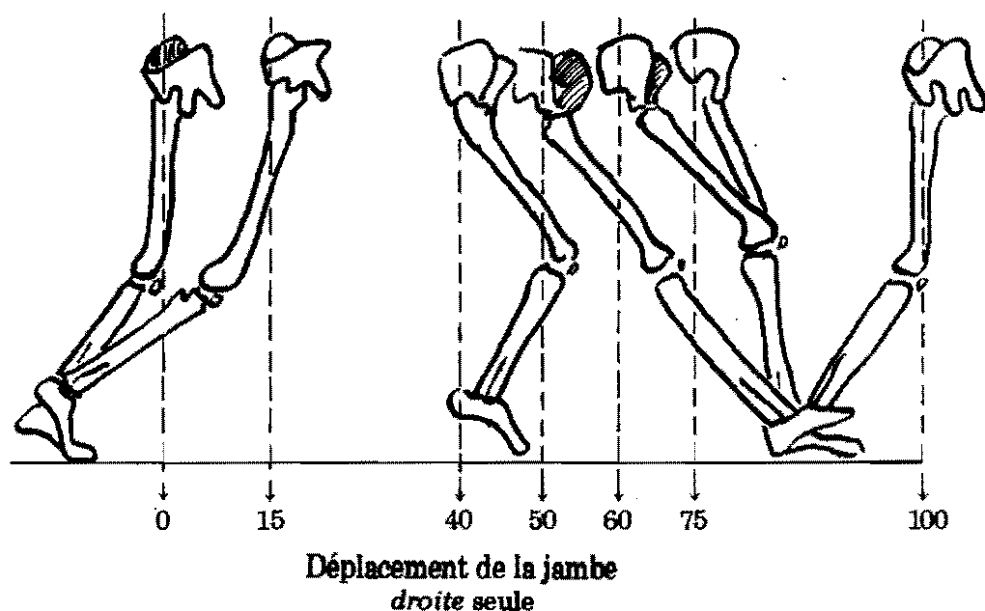
A 50 - Action - Recherche : activités corporelles et mathématiques

Le groupe a réuni ving-quatre participants, de la Maternelle à l'Université, le nouveau président de l'A.P.M. prenant part activement à quelques-unes de ses séances.

Aux trois séances de deux heures prévues au programme, une dizaine de participants en ont ajouté de leur propre gré une quatrième. Des enregistrements au magnétoscope ont eu lieu au cours d'une des matinées.

Une note d'orientation envoyée le 15 septembre aux inscrits a permis de gagner du temps et d'aborder très vite la phase d'action-recherche.

Trois objectifs simultanés avaient été proposés au groupe : investigations sur l'activité corporelle en tant que support à la connaissance mathématique ("intérieurisation des concepts"), analyse des comportements de professeurs placés devant des problèmes nouveaux pour eux, réflexion — à partir du vécu de l'action-recherche — sur l'intérêt et les difficultés du travail de groupe.



La première heure a été consacrée à créer un climat approprié grâce à la pratique d'un jeu faisant intervenir la circulation d'informations transmises et enregistrées par le geste et les sensations.

(Une participante a estimé que cette phase avait été trop courte).

Les participants se sont ensuite scindés en deux groupes qui ont travaillé parallèlement dans des salles voisines, chaque groupe étant "muni" de deux observateurs devant observer les comportements et prendre des notes.

Le thème commun de la recherche était la marche humaine. Les participants avaient à leur disposition des modèles matériels simplifiés : jambes articulées, béquilles, schémas, livre sur la marche (destiné aux kinésithérapeutes), ainsi que de la ficelle, des instruments de mesure et de dessin.

Les sous-groupes ont procédé, chacun à leur manière, aux démarches suivantes :

- approfondissement du vécu corporel et prise de conscience de ce que fait le corps pendant la marche : décomposition des mouvements, simplification (marcher les jambes raides), accentuation (accentuer la rotation et le basculement alternatif des hanches, agrandir et raccourcir le pas, marcher à reculons, marcher sur le côté...), perception des sensations (phase d'effort à la montée, perte d'équilibre au "passage du pas", phase de détente quand le centre de gravité entraîne le corps vers l'avant) ;

- observation de la marche de personnes se sachant ou non observées, marches collectives qui permettent de mieux visualiser l'ondulation de la silhouette dans le plan vertical longitudinal.

Après la séance de libre recherche et de tâtonnement expérimental, nous avons procédé tous ensemble à une mise au point du travail accompli et j'ai proposé, étant donné le peu de temps qui nous restait encore, de restreindre nos objectifs et notre champ de recherche.

Par la suite, les deux sous-groupes ont travaillé en commun, et nous avons abandonné le recours à des observateurs spécialement désignés pour observer les comportements.

La recherche s'est centrée sur la notion d'intériorisation des concepts et sur d'éventuelles applications dans les classes.

Partant d'expériences réalisées par un nouveau venu au groupe, nous nous sommes orientés vers l'étude du "groupe des déplacements", ce qui nous a permis de parler des nombres relatifs, du plan affine et du plan métrique et de commencer à entrevoir en quoi peut consister "l'intériorisation des concepts" et son rôle dans un enseignement "en profondeur".

Le temps nous a manqué pour explorer d'autres pistes qui ont été évoquées :

- que fait le centre de gravité du corps dans la marche, la course, le saut ?

- pourrait-on approfondir et tirer parti de la "logique de l'action" dont parle le psychologue J. Piaget dans le livre qu'il a écrit avec le logicien E.W. Beth sous le titre "Epistémologie mathématique et psychologie" (PUF 1961) ?

- recherches statistiques sur le corps au sein d'une population, corrélation entre la taille de l'individu et la taille de ses pieds, la grandeur de son pas, les dimensions de ses membres, etc...

Au cours de la séance finale, nous avons décidé de poursuivre le travail amorcé et de donner une existence permanente à notre groupe (1). Celui-ci s'est scindé en deux sous-groupes : un sous-groupe fonctionnant à Toulouse, l'autre à Paris. Chacun d'eux doit se réunir pour la durée d'un week-end, une première fois en novembre/décembre, une seconde fois en mars/avril. Eventuellement le thème fera l'objet d'une rencontre C.R.A.P. (Cahiers Pédagogiques) à Prades (Pyrénées-Orientales) dans la première quinzaine de juillet (2).

Naturellement ces deux sous-groupes sont ouverts à ceux, membres de l'A.P.M.E.P. ou non, qui sont intéressés par ce genre de recherche-action. Pour des précisions éventuelles, écrire à l'animateur.

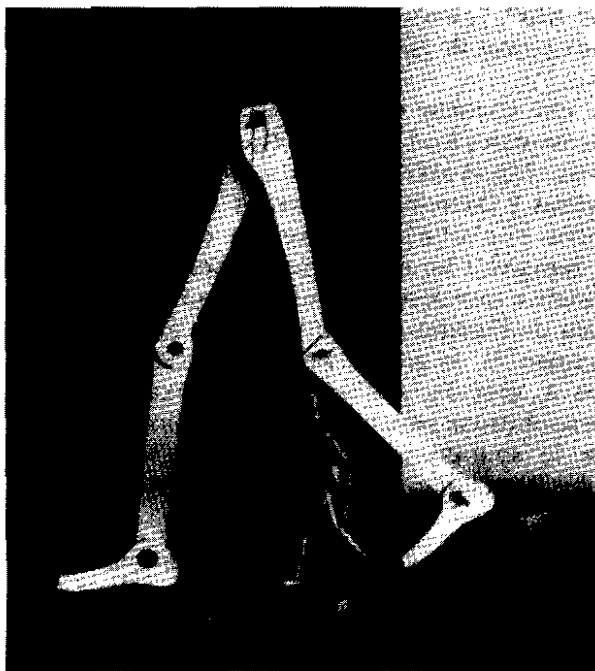
Bien que l'objectif "observation du comportement d'adultes face à une situation nouvelle" ait été abandonné en cours de route, la question a été brièvement abordée lors des séances de mise au point.

Une des participantes a signalé le malaise qu'elle ressentait devant un programme de travail aussi flou. Une autre a, par contre,

(1) Le groupe a été rebaptisé : Groupe Recherche-Action (APMEP-CRAP) "Corps, espace, mouvement : du vécu au concept et du concept au vécu".

(2) Voir page 142.

trouvé la situation très stimulante. Cette situation a permis de constater que la plupart d'entre nous étions mal équipés pour faire preuve d'imagination devant une tâche aussi éloignée de notre spécialité que l'analyse de la marche humaine. Les participants ont ainsi eu l'occasion de se mettre un peu "dans la peau" d'un élève auquel on propose en classe des activités (notamment dites mathématiques) fort éloignées de son domaine de connaissances.



Quant au travail en groupe, il semble avoir été ressenti positivement. Quelqu'un a toutefois fait remarquer que le groupe n'avait vraiment commencé à fonctionner en tant que tel que lors de la dernière séance. Une autre personne, qui avait fait office d'observatrice lors de la première séance, a indiqué qu'elle avait observé des difficultés de communication au moment où chacun exposait ses idées : les auditeurs, centrés sur leurs propres idées, semblaient ne pas entendre ce que proposait le locuteur du moment.

A 51 - La rigueur du professeur de mathématiques et la notation

Une trentaine de professeurs ont participé à ce groupe de travail qui a duré 6 heures (trois séances de deux heures).

Cette réunion a été consacrée à une expérience de docimologie : on disposait d'un sujet d'algèbre et d'un sujet de géométrie, qui avaient été proposés à des élèves de Troisième comme "épreuves de type BÊPC", ainsi que des photocopies de six copies d'algèbre, et de six copies de géométrie.

Après une ébauche de discussion, où, dès le départ, des questions fondamentales sont abordées (qu'est-ce qu'une note ? Y a-t-il une note juste ? Quel est l'objectif du problème ? Quel est l'objectif de l'évaluation ? Devons-nous corriger comme nous le ferions en cours d'année — c'est-à-dire en tenant compte de l'évolution de l'élève par rapport à lui-même, par rapport au groupe-classe, mettant en évidence une sévérité plus ou moins grande du correcteur compte tenu de l'histoire personnelle de l'élève — ou comme une copie d'examen ?), le groupe se sépare en deux sous-groupes : le sous-groupe A, avec Jacqueline Méténier, examine plutôt l'énoncé du sujet, les solutions possibles, et des améliorations envisageables, tandis que le sous-groupe B, animé par Marie-Claire Dauvisis, s'attache plus particulièrement à la notation des copies.

Au cours d'une discussion sur des questions de méthodes, les participants du sous-groupe A s'interrogent sur leur observation de leur attitude de correcteurs en train d'évaluer, et réfléchissent sur le thème de l'évaluation.

Pour le problème d'algèbre, chacun cherche à élaborer un barème personnel, et les diverses propositions sont mises en commun et discutées : on arrive ainsi à établir un barème moyen qui servira ensuite à chaque correcteur.

Question 1 : 2 points

Question 2 : 7 points se décomposant en 2 + 2 + 3

Question 3 : 3 points

Question 4 : 5 points se décomposant en 2 + 3

Question 5 : 3 points

Total : 20 points

Chaque correcteur lit alors et note la copie 7, qui se voit attribuer la note 2 (7 fois), 3 (2 fois), 4 (3 fois), 5 (1 fois, qui serait due d'ailleurs à une erreur). Soit une moyenne de 2,85 pour cette copie.

Ces notes sont discutées, chaque correcteur essayant d'expliquer les critères qui lui ont servi à noter. Après quoi, chacun reprend sa copie pour une deuxième lecture, avec possibilité de modifier sa note. Cette même copie 7 obtient alors la note 2 (8 fois), 3 (4 fois), 4 (1 fois), soit une moyenne de 2,45.

Même procédure pour la copie 23.

Avant discussion :	Après discussion :
11 (1 fois)	12 (2 fois)
12 (1 fois)	12,5 (1 fois)
12,5 (1 fois)	13 (5 fois)
13 (6 fois)	13,5 (1 fois)
14 (2 fois)	14 (2 fois)
15 (1 fois)	14,5 (1 fois)
16 (1 fois)	15,5 (1 fois)
soit une moyenne de 13,25	moyenne 13,30

Ensuite un travail est fait sur l'énoncé, afin de mettre en évidence la quantité, souvent surprenante, des connaissances nécessaires pour résoudre chaque question, et faire un inventaire des principales erreurs attendues, de manière à élaborer un Q.C.M.

Enfin, les participants envisagent de rédiger une sorte de "corrigé-type", montrant quels sont pour eux les points fondamentaux de la rédaction d'un devoir.

Dans le sous-groupe B, au moment où les participants se disposent à corriger les copies, une discussion s'amorce :

- y a-t-il un barème ?
- le barème a-t-il été conçu en tenant compte de toutes les erreurs possibles ?
- est-ce un barème contraignant ou indicatif ?
- dans une même question faut-il dissocier de la partie raisonnement ce qui est technique de calcul ?

On convient que la seule consigne à respecter est de noter ce devoir comme s'il s'agissait d'une épreuve de BEPC. Les participants choisissent pour les uns d'appliquer un barème pré-établi, ci-après dénommé "barème officiel" tandis que d'autres préfèrent constituer leur propre barème sur l'énoncé proposé.

*Les correcteurs sont désignés par des lettres :

A à I ont eu un jeu de 6 copies d'algèbre et de 6 copies de géométrie, et ont établi leur propre barème.

J à O ont eu un jeu de 6 copies d'algèbre et de 6 copies de géométrie, et ont corrigé suivant le barème officiel.

X à Z n'ont eu qu'un jeu incomplet de copies, et ont utilisé leur propre barème.

Tous les correcteurs sauf D et X ont travaillé sur l'énoncé initial, D et X ayant eu une version modifiée par un précédent groupe de travail. Les correcteurs A, D, F, J, L, N et O ont enseigné ou enseignent actuellement dans le premier cycle, les autres n'ayant connu que des élèves de lycées (deuxième cycle long ou classes préparatoires aux grandes écoles).

L'établissement des tableaux de barèmes et la première observation qui en est faite suscitent bon nombre de remarques chez les participants.

— Dans le problème d'algèbre, l'élève qui ne traite pas correctement les deux premières questions ne peut réussir la suite du problème ; pour atténuer cette situation, certains proposent d'accorder une importance moins grande aux questions finales.

— Sur l'énoncé initial, les questions (surtout les 3ème et 5ème d'algèbre) n'explicitent pas clairement les objectifs visés, et même semblent sous-entendre certains comportements implicitement attendus (préciser l'ensemble de définition, rendre rationnel le dénominateur). Il y a là une espèce de phénomène de "rite" ; or, si les "habitudes" de la classe peuvent être connues de tous ses membres, il n'en va plus de même le jour de l'examen, où élèves et correcteurs sont répartis arbitrairement. Dans l'ensemble, il semble souhaitable que les objectifs d'évaluation soient nettement délimités, certaines questions proposant un contrôle des techniques de calcul, d'autres valorisant le raisonnement.

— Cette confrontation est l'occasion de rappeler le fonctionnement actuel du BEPC : dans un premier temps, certains professeurs enseignant dans les classes de Troisième sont sollicités pour fournir un sujet avec correction et barème ; l'Inspection effectue alors un choix parmi les énoncés proposés, en apportant éventuellement des modifications à ces textes. Les sujets retenus sont les mêmes pour tous les centres d'une académie donnée. Le jour de l'épreuve, une commission est organisée dans chaque département,

et établit un barème qui sera communiqué aux correcteurs : dans une même académie, les barèmes peuvent donc être sensiblement différents suivant les départements.

— Sur les exigences vis-à-vis de la rédaction, les participants s'interrogent ; certains estiment indispensable un raisonnement précis et bien exposé ; faut-il pénaliser une rédaction fautive avec un résultat exact ? Peut-on mettre une bonne note à une réponse correcte mais sans justification ? Certains soulignent que souvent ce sont des fautes de langage qui sont sanctionnées plus que des fautes mathématiques (cas du "d'après le théorème de Pythagore", quand il s'agit de la réciproque : la pensée de l'élève était-elle correcte ou erronée ?). De même, l'énoncé n'a que rarement la précision qui serait souhaitable : en toute rigueur, à la question "Ecrire sous forme de produits de facteurs du premier degré", la réponse $25(x - 3)^2$ est incorrecte, et seule $(x - 3)(25x - 75)$ convient !

— Un point soulève une discussion passionnée : un problème de géométrie sous-entend-il manifestement une figure ? Faut-il réserver dans le barème des points pour un dessin qui n'est nullement explicitement demandé, au risque de pénaliser l'élève qui a fait une figure au brouillon et ne l'a pas rendue ? En fait, les remarques abordent rapidement des questions plus profondes : à quoi sert une figure ? Est-ce une routine systématique ou un moyen de s'aider, un support pour le raisonnement ? Est-il indispensable de la tracer sur une feuille de papier, ou bien certains sont-ils capables d'une vision intérieure ? Une figure regroupant tous les éléments du problème — voire tracée à la règle et au compas — est-elle préférable, plus formatrice, plus efficace, ou bien ne peut-on pas souvent se contenter de quelques graphismes remettant en place les deux ou trois éléments nécessaires à une démonstration particulière ? Plus généralement, une figure est-elle une aide ou une difficulté supplémentaire ? Les participants s'accordent à reconnaître que rares sont les élèves qui savent lire une figure ; mais les a-t-on suffisamment préparés à la faire ? Ainsi on signale que nos collègues de Physique ou des classes de CET ont besoin que les élèves sachent faire des figures et qu'ils soient capables de s'en servir, en évitant tout à la fois de tomber dans la confusion entre le figurant et le figuré, et de céder à la tentation de s'abstenir de justifier, puisque "le dessin montre que c'est comme ça !".

Pour conclure le travail de ce groupe de réflexion, les participants des deux sous-groupes ont souligné le manque de fiabilité de la notation, en observant des divergences souvent importantes dans les diverses évaluations d'une même copie. Il est à remarquer, en particulier au vu des tableaux des notes, qu'aucune conclusion "immédiate" ne s'en dégage : en particulier, il n'y a ni clivage entre barème officiel ou absence de barème, ni distorsion entre professeurs du premier cycle, ou professeurs du second cycle... Il apparaît en tout cas urgent que soient précisés les objectifs de l'évaluation, sans quoi aucune notation n'est possible. Et pourtant, nous avons à noter ?

Résultats de l'expérience (sous-groupe B)

Tableau des barèmes pour le problème d'algèbre

question \ correcteur	A	B	C	D	E	F	G	H	I	X	Y	Z	Offi- ciel	Moy- enne	Ecart
1	2	2	1	2	4	2	2	1	2	2	2	2	3	2	3
2 dont 2a 2b 2c	6,5 2,5 1,5 2,5	6 2 2 2	7 2 2 3	6 2 2 2	8 3 2 3	7 2 2 3	6 2 2 2	10 3 3 4	8 3 3 2	6 2 2 2	6 2 2 2	9 4 3 2	7 2 2 3	7,1 2,4 2,2 2,5	4 2 1,5 2
3 soit total	2 2	2 3 5	1 2 3	2 1 2	2 1 3	2 1 3	2 1 3	2 1 2	3 1 4	2 2 4	3 2 3	3 3 3	2 2 2		
4 dont 4a 4b	5,5 2 3,5	5 2 3	6 2 4	6 2 4	4 2 2	5 2 3	6 2 4	5 2 3	4 2 2	4 2 2	6 2 4	4 2 4	6 2 4	5,1 2 3,1	2 0 2
5	4	2	3	4	1	3	3	2	2	4	3	2	2	2,7	3

Tableau des notes pour le problème d'algèbre

copie \ correcteur	A	B	C	D	E	F	G	H	I	Moy- enne	Ecart
5	9,5	—	6	9,5	7	9	8	6	8	7,9	3,5
7	3,5	2	5	2,5	0	3	3	4	3	2,9	5
15	5	8	3	5	5	5	6	6	8	5,7	5
17	14,5	19	18	—	16	17	18	19	18	17,4	4,5
21	13	13	14	—	13	14	14	13	13	13,4	1
23	13	12	13	—	15	14	15	16	15	14,1	4

échantillon
total (A à O)

copie \ correcteur	J	K	L	M	N	O	Moy- enne	Ecart	Moy- enne	Ecart
5	11	8	—	4	12	8,5	8,7	3,5	8,2	8
7	6	1	3	0	6	4	3,3	6	3,1	6
15	5	5	4	4	6	4	4,7	2	5,3	5
17	17	18	17	14	17	16	16,5	4	17	4,5
21	12	13	14	8	14	13	12,3	6	13	6
23	17	14	16	12	16	17	15,3	5	14,6	5

Tableau des barèmes pour le problème de géométrie

question \ correcteur	A	B	C	E	F	G	H	I	Offi- ciel	Moy- enne	Ecart
1 dont coord paral figure	3,5 1,5 2 —	2 1 1 —	5 1 4 —	4 1,5 2,5 —	4 1 2 1	6 2 4 —	3 1 2 —	4 1 3 —	4	3,9 1,2 2,6	4 1 3
2 dont dist tri rect tri iso	4 3 1	4 2 2	6 3 2 1	7 4 1 2	6 2 2	4	6 3 3	4 2 2	5	5,8	3
3	4	5	4	3	3	4	4	4	4	3,9	2
4	4	5	3	4	4	3	4	4	4	3,9	2
dont coord dem			1 2		1 3		1 3	2 2			
5	4,5	4	2	2	3	3	3	4	3	3,1	2,5

Tableau des notes pour le problème de géométrie

copie \ correcteur	A	B	C	E	F	G	H	I	Moy- enne	Ecart
1	16,5	13	14	15	13	13	13	14	13,9	3,5
2	7	10	9	10	8	8	12	10	9,3	5
9	9	11	13	9	13	9	10	11	10,6	4
12	8,5	3	4	5	4	5	4	6	4,9	5,5
18	7,5	6	11	10	9	8	9	8	8,6	5
24	13	14	13	14	10	9	8	15	12	7

copie \ correcteur	J	K	L	M	N	O	Moy- enne	Ecart	Moy- enne	Ecart
1	16	16	16	8	19	18,5	15,6	11	14,6	11
2	13	5	9	10	11	9	9,5	8	9,4	8
9	13,5	6	11	14	12	10	11,1	8	10,8	8
12	9	2	—	4	9	10	6,8	8	5,6	8
18	9	8	—	12	9	9	9,4	4	8,9	6
24	14	10	—	12	12	15	12,6	5	12,2	7

Bibliographie

PIERON, Examen et docimologie (P.U.F.)

LANDSHEERE, Evaluation continue et examens, précis de docimologie (Labor, Bruxelles, Nathan)

Bulletins A.P.M. n° 300, 303, 305

Annexe

Algèbre :

Soient les fonctions polynômes f et g , définies dans $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 4(x-1)^2 - (x+1)^2 \text{ et } g(x) = (2x+5)(x-3) - (x-3)^2$$

- 1) Développer, réduire et ordonner $f(x)$. (3 pts)
- 2) Ecrire $f(x)$, $g(x)$ et $11f(x) - 8g(x)$ sous forme de produits de facteurs du 1er degré. (respectivement : (2 pts), (2 pts), (3 pts))
- 3) Soit la fonction rationnelle h , définie dans $\mathbb{R}$ par :

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad ; \quad \text{simplifier } h(x) \quad 2 \text{ Pts}$$

- 4) Déterminer l'ensemble des réels tels que :

$$a) h(x) = 0 \text{ (2 Pts)} \quad b) h(x) = \frac{8}{11} \text{ (4 Pts)}$$

- 5) Calculer $h(6\sqrt{2})$ (2 Pts)

Géométrie :

Dans un plan euclidien muni d'un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points A, B, et C définis par :

$$\vec{OA} = -2\vec{i} + 5\vec{j}, \quad \vec{OB} = 5\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \vec{OC} = 7\vec{i} - 3\vec{j}$$

- 1) Donner les coordonnées des points A, B et C et montrer que (O, A, B, C) est un parallélogramme. (4 Pts)
 - 2) Calculer $d(O,B)$, $d(O,C)$ et $d(B,C)$; en déduire que le triangle (O, B, C) est rectangle et isocèle. (5 Pts)
 - 3) M et K désignant les milieux respectifs des bipoints (O,B) et (O,C), montrer que la droite (KM) passe par le milieu du bipoint (A,B). (4 Pts)
 - 4) Calculer les coordonnées du point K et montrer que ce point est la projection orthogonale du point B sur la droite (OC). (4 Pts)
 - 5) On désigne par $\mathcal{A}$ l'axe de support (OB) orienté de O vers B, et par $\mathcal{A}'$ l'axe de support (OC) orienté de O vers C. Calculer $C(\mathcal{A}, \mathcal{A}')$. (3 Pts)
-

A 60 - Rôle des psychologues dans une recherche pédagogique

Dans la discussion, nous avons été amenés à distinguer au moins trois types de recherche où la collaboration psychologue-mathématicien semblait fructueuse :

- les recherches portant sur la relation maître-élève, et plus généralement sur tous les problèmes posés par le groupe-classe ;
- les recherches portant sur l'étude des processus cognitifs mis en jeu effectivement dans le cadre de l'enseignement des mathématiques ;
- les recherches portant sur l'évaluation de l'enseignement.

La discussion a porté essentiellement sur les problèmes de l'évaluation, celle-ci pouvant porter à la fois sur des savoir-faire et sur l'étude des processus (un groupe fonctionnait déjà sur le premier point).

Au cours d'une discussion générale portant sur l'évaluation et les problèmes posés par la définition des objectifs, ainsi que sur les conditions méthodologiques nécessaires à une bonne évaluation, le groupe s'est orienté vers une conception de l'évaluation comme un moyen de connaissance des processus qui sont développés indé-

pendamment des contraintes de programme. Dans cette optique, il est alors apparu que le psychologue devrait suivre la recherche de très près, depuis le début, l'évaluation ne pouvant être séparée de l'expérimentation elle-même.

A 70 - L'introduction de l'informatique dans le second degré (bilan et perspectives)

Le groupe s'est réuni trois fois aux jours et heures prévus. Il y avait 25-30 participants le vendredi et le samedi, une douzaine le dimanche.

Des documents divers ont circulé ou ont été distribués, notamment le dépouillement d'un questionnaire largement diffusé auprès des enseignants de mathématiques 5 mois avant le congrès.

Un certain nombre de participants ont décidé de garder le contact pour des échanges ultérieurs.

Le groupe a fait le tour des rapports actuels entre enseignement mathématique et informatique. Les points suivants ont été discutés :

- l'expérience "Informatique" du Ministère (fiches, autres travaux) ;
- l'expérience IREM-INRDP ;
- les calculatrices de poche ;
- informatique sans ordinateur ;
- comportement vis-à-vis de ces efforts : a) des autorités ministérielles, b) du corps des enseignants de Mathématiques, c) de divers milieux ;
- liens avec les autres disciplines ;
- expériences faites dans d'autres pays (en particulier en Angleterre) (échos de IFIP Marseille et Karlsruhe) ;
- perspectives d'avenir.

Les principales conclusions qui ressortent de ces discussions sont les suivantes :

1) Les différentes expériences menées actuellement n'ont pas "inquiété" l'ensemble du corps enseignant de mathématique par suite de l'absence de prises de positions officielles (Ministère) ou

officieuses (APMEP) sur l'intérêt et les premiers objectifs d'une ouverture de l'enseignement à l'emploi de matériels et de méthodes informatiques. Nous proposons à l'attention de ces organismes le schéma de texte de l'annexe 1.

2) Les enseignants de mathématique (et des autres disciplines également) ne peuvent mener à bien dans les délais raisonnables les activités ci-dessus s'ils ne sont pas aidés et soutenus. En particulier :

a) Il semble qu'un intérêt pour l'informatique ne peut être créé sans un contact minimum avec l'ordinateur. Il y aurait lieu d'encourager toutes les initiatives permettant à des enseignants de se faire la main, par exemple :

- travaux sur un ordinateur possédé par les universités, les lycées équipés, les IREM, les CRDP, les administrations, le secteur privé,
- prêt de calculateurs de poche ou de table,
- soutien plus énergique à la formation par correspondance du CNTE.

Ceci entraîne bien entendu quelques dépenses, mais elles sont minimales et passagères. Par ailleurs de telles mesures viendraient contrecarrer l'effet démobilisateur dû à l'annonce de l'arrêt de l'équipement des lycées en T 1600 et Mitra 15.

b) Aussi bien pour sensibiliser les enseignants que pour éviter les doubles emplois, il est essentiel de *faire circuler l'information*. Les nombreux travaux valables effectués ne reçoivent qu'une diffusion restreinte. Notamment :

- le bulletin de liaison de l'expérience informatique ne touche que les anciens stagiaires,
- les IREM travaillent au niveau de leurs stagiaires,
- à peu près rien n'est publié sur les calculatrices de poche.

Un effort est nécessaire :

- au niveau du Bulletin de l'APM pour y faire paraître des articles concernant l'informatique. Le moment semblerait également venu de faire paraître une brochure APM exposant *l'ensemble du problème informatique* ;
- au niveau des travaux des IREM dont les publications mériteraient souvent d'être diffusées beaucoup plus largement ;
- au niveau des publications ministérielles. A défaut d'une revue nouvelle, on pourrait imaginer que la revue *Média* soit consacrée pour 50 % à l'informatique.

c) La confusion continue de régner au niveau ministériel entre les pouvoirs de décision et l'activité de réflexion. Il serait nécessaire d'obtenir la mise en place d'un Comité de réflexion interdisciplinaire chargé d'explorer diverses voies et de faire des prévisions.

En attendant, une commission Informatique de l'APM, si on arrive à la remettre sur pied, pourrait faire un utile travail de réflexion.

Plusieurs participants accepteraient de faire partie d'une telle commission.

Annexe

Voici un exemple de ce qui peut d'ores et déjà être dit sans préjuger de développements ultérieurs encore incertains (tels qu'une généralisation de l'enseignement par ordinateur) : Il apparaît dès maintenant que l'informatique (en tant que mode de pensée, et par les divers outils qu'elle utilise : ordinateur, calculateur de bureau ou de poche) est un constituant important de la civilisation actuelle.

Vis-à-vis d'elle, les enseignants de toutes disciplines, mais plus spécialement ceux de mathématiques, ont à se considérer :

- a) comme utilisateurs potentiels ;
- b) comme des arbitres, des conseillers et des critiques au cours de la diffusion des méthodes de pensée informatique et des méthodes d'utilisation des matériels. Dans ce rôle ils sont irremplaçables ;
- c) comme des "préformateurs à l'informatique" de l'ensemble des nouvelles générations. Au cours des années qui viennent, les professeurs de mathématique auront à dégager les retombées de l'informatique sur le contenu même et la pédagogie de tout l'enseignement mathématique. Pour fixer un but précis, s'il est admis qu'une périodicité de 4 ans est raisonnable pour la révision des programmes scolaires, la prochaine révision devrait déjà comporter des apports informatiques. Dans ce rôle également les enseignants de mathématique sont irremplaçables.

B 1 - La conceptualisation en mathématique et en physique

Dans son rapport introductif, l'animateur distingue deux parties :

1. Le statut et la signification des concepts (épistémologie)

En mathématique, les axiomatiques de base introduisent les concepts comme supports de transformations, les axiomes reliant ces transformations en une structure, et cette structure étant *constitutive des concepts*. En physique, et malgré l'intervention de l'expérience, ce sont initialement de tels systèmes de concepts, définis par la structure des relations qu'on établit entre eux, qui constituent les "*modèles théoriques*", qu'on confronte après coup avec l'expérience. L'accord ou le désaccord relatif avec l'expérience permet de classer les modèles en un supersystème de "*modèles emboîtés*" ayant chacun un domaine de vérification expérimentale, les modèles "*inférieurs*" apparaissant comme des cas particuliers ou des approximations des modèles "*supérieurs*" qui les emboîtent. De cette structure de la théorie physique, on peut tirer d'importantes conséquences didactiques : chaque modèle, étant cohérent en lui-même et rendant compte d'un champ expérimental déterminé, n'est pas dépassé ou démodé lorsqu'il est emboîté dans un modèle supérieur. Il peut donc être légitimement enseigné, et le choix des modèles à présenter à telle ou telle étape du cursus scolaire (ou universitaire) doit reposer essentiellement sur des considérations psychologiques, c'est-à-dire sur l'aptitude opératoire des élèves à dominer et à manier tel type de structure.

2. Le mode de formation des concepts au cours du développement de l'intelligence (psychologie)

Le rapporteur s'appuie essentiellement sur les travaux de l'école de Piaget, notamment sur la notion classique d'*opération* considérée comme la forme logique élémentaire à partir de laquelle s'organisent la construction des concepts et l'activité fondamentale de formation et de maniement de modèles qui est à l'oeuvre chez l'élève en face de la physique et de la mathématique. En physique, les opérations fondamentales résultent d'une systématisation des

schèmes d'action tournés vers l'objet, et ces opérations, transposées sur les objets, sont à la source de la pensée causale. Des exemples sont donnés, empruntés à la physique des gaz et à la science de la chaleur, qui permettent de dégager certaines conséquences didactiques. En mathématique, les opérations reflètent la structure de coordination des actions entre elles et sont développées à partir de ce que Piaget appelle "expériences logico-mathématiques". A partir d'un certain niveau de composition et d'intégration des opérations, apparaît le type spécifique d'abstraction appelée "abstraction réfléchissante" qui correspond proprement à la pensée logico-mathématique, reconstruisant sur un plan supérieur ce qui est tiré des coordinations de l'action.

La discussion s'est déroulée en deux temps.

Dans un premier temps, qui faisait suite immédiatement à l'exposé, une discussion "à bâtons rompus", *souvent passionnée*, a porté sur presque tous les aspects du problème de la conceptualisation abordés dans le rapport, et même sur des aspects plus généraux. On a parlé entre autres :

— Du rôle de l'enseignement mathématique dans la *mathématisation* des connaissances physiques et — bien entendu — des reproches mutuels que s'adressent à cet égard enseignants de mathématique et enseignants de physique.

— De la position de la mathématique en face du problème de la *réalité* — savoir si les concepts mathématiques renvoient à "une réalité" dans le même sens que les concepts de la physique.

— De la lumière jetée sur la question précédente — à plus ou moins juste titre — par le fait que les procédures mathématiques sont efficaces pour la *résolution de problèmes* physiques, technologiques, etc..., portant sur le monde réel.

— De la *distinction ou de l'indistinction* — au niveau de la pensée et de la pratique de l'élève — entre un domaine physique et un domaine mathématique : est-il important pour l'élève qu'il sente que la mathématique s'applique à la physique ("sert" à la physique et à d'autres activités), ou est-il plus important qu'il ait conscience d'une différence irréductible entre mathématique et réalité (la mathématique, en elle-même, ne "sert" à rien) ?

Dans un deuxième temps et au cours d'une deuxième séance, l'assistance a été très réduite à cause de la réunion simultanée d'autres commissions. Un vote est intervenu sur la nécessité de

choisir un thème bien délimité et d'en discuter de façon approfondie. Une majorité s'est déclarée pour le thème suivant :

— Peut-on parler de “modèles emboîtés” dans la mathématique ? Doit-on, dans l'affirmative, envisager l'enseignement mathématique comme “une approche des concepts à des niveaux différents de compréhension et d'acquisition” ? Et, entre autres, ne pourrait-on pas systématiquement partir des évidences spontanées que les enfants intuent directement, et n'introduire l'axiomatisation qu'à un niveau supérieur d'élaboration de ces évidences ?

La discussion générale sur ce thème a fait apparaître en gros un consensus des participants. En particulier, l'accord s'est fait sur l'idée que la *rigueur* en mathématique, non seulement a une histoire, mais se présente comme une valeur *relative* et chaque fois relativement justifiée. De même que les systèmes d'Euclide, de Descartes, de Gauss, de Hilbert, bien qu'appartenant à des niveaux différents de rigueur, sont justifiés chacun par la rationalité de leur structure, par la fécondité de leurs développements mathématiques et par l'importance et la “fiabilité” de leurs applications, en particulier en physique, de même on peut concevoir, pour les étapes différentes de l'éducation mathématique, des systèmes différents, naturellement sans relation nécessaire avec les étapes historiques, mais conditionnés, à chaque niveau de rigueur, par les particularités opératoires et les “intuitions” qui paraissent évidentes à l'élève de ce niveau. Bien entendu, on ne peut jamais s'en tenir à ces intuitions ni à ces niveaux de rigueur. Mais il faudrait que s'opèrent, à certaines étapes, des “bascullements” logiques, les concepts, d'abord formés à partir des intuitions, puis peu à peu épurés et portés à un statut supérieur d'abstraction, étant alors réunis à la base du système par une axiomatisation après coup, qui ferait alors passer à un niveau supérieur de rigueur.

B 3 - Comportements vus au travers de la liaison mathématique - économie

1 — Constats

La liaison mathématique-économie concerne directement les classes de B et de G. Les élèves ont des comportements variant d'un établissement à l'autre suivant que l'orientation en B ou G est vécue de façon positive (alors, les élèves sont plus mûrs, de

contact plus facile) ou de façon négative (la conscience d'être exclu n'incite guère à l'effort intellectuel).

Les élèves acceptent le cloisonnement entre les disciplines qui est conforme aux habitudes et qui sécurise. Cela conduit à ce que les mêmes élèves

- ne veulent pas que le professeur de mathématiques évoque des applications de son cours en économie ;
- refusent de faire des mathématiques pendant le cours d'économie (ex : réticence devant l'usage des lettres), se contentent d'exemples et ne comprennent pas l'intérêt des généralisations.

Il y aurait aussi beaucoup à dire sur le comportement des élèves dû aux examens et le comportement du professeur auteur d'un "beau problème" d'examen !

2 — Propositions

La liaison entre les deux disciplines peut être améliorée par des contacts entre enseignants pour harmoniser vocabulaires et notations. Il semble aussi nécessaire au professeur de mathématiques de disposer d'un stock de problèmes économiques qui pourraient aussi être utilisés dans les autres sections (Cf. bibliographie).

Mais les situations réelles sont difficiles à mathématiser et les exemples utilisables risquent d'être du faux concret ou non motivants pour des élèves (exemple : taux d'intérêt ?). En fait le problème essentiel reste le manque d'objectifs communs entre les disciplines.

Pour y remédier, la notion de "projet" a été mise en avant. Exemples réalisés par des participants :

- l'apiculture ;
- les concours publicitaires ;
- enquêtes sur :
 - le coût de la vie ;
 - la connaissance du vocabulaire de l'économie par la population ;
 - les voyages effectués par la population du lycée ;
 - l'interdiction de circuler en ville haute les jours de marché à St-Flour ;
 - la lecture pour les libraires du Puy ...

3 — D'une manière générale, la liaison mathématiques-économie est un domaine privilégié pour la formation de l'esprit critique du citoyen. Mais il ne faut pas oublier que tous les problèmes d'économie ne se ramènent pas à des mathématiques.

Bibliographie

Bulletin APM n° 303, p. 381.

P. LOOSFELT et D. POISSON, Mathématiques pour la formation d'adultes (brochure APM).

D. FREDON, Mathématique, économie et gestion. CEDIC

B 4 - Mathématique et géographie

(21 participants)

I Très bref historique. Antécédents. Préparation. Contacts pris :

Après les recherches "sauvages" du groupe du CES de Remoulins, un document de base était diffusé (200 exemplaires tirés par les IREM de Paris-Nord, Strasbourg, Orléans). Le groupe déplorait les carences, les refus (d'où qu'ils viennent ...). Il analysait les difficultés et mettait en évidence le manque de structures de concertation.

Bien que n'ayant pu venir à Rennes, M. Bonsignori a dressé pour le groupe un tableau des besoins que le professeur de géographie a, par rapport aux mathématiques, et un tableau d'erreurs des élèves.

M. Debrat (9, rue Parmentier, 06100 Nice) nous avait envoyé une abondante documentation ; notre collègue, qui était PEGC de mathématiques, est devenu agrégé de géographie. Je résume ici sa contribution :

- Le langage des ensembles et des relations doit constamment aider la géographie. Quelle discipline ne serait pas concernée par cette remarque ?
- La nécessaire concertation au sujet de la présentation de la Terre en sixième, du développement des notions de repérage en cinquième, quatrième, troisième, doit réduire, voire supprimer, la situation actuelle, absolument affligeante ...

- La géographie est susceptible d'offrir des exemples concrets dans les cours de mathématique dans le premier cycle, dans le second cycle, et bien au-delà, soit en partant du concret pour contribuer à dégager un concept mathématique, soit en faisant de l'exemple géographique une application de tel concept, qu'il faut éviter de "parachuter" dans l'abstrait.
- M. Debrat déplore avec nous l'absence d'animation pédagogique et "le petit parfum de clandestinité" dont il parle fait toujours nos charmes.
- Une étude sur les histogrammes est en cours.
- Une étude critique des premières recherches du groupe de Remoulins, faite par M. Debrat, étayée ou augmentée à Nancy, Caen, Orléans, Toulouse et grâce à une correspondance qui prouve l'intérêt de collègues un peu partout, sera sous peu structurée.

II. Participants à Rennes qui sont intervenus :

M. Guilbaud (Ecole pratique des Hautes Etudes) a mis l'accent sur la nécessité de réviser certaines "définitions" classiques. Exemple : superficie de la France. La contribution des professeurs de physique est requise. Exemple : définition du géoïde.

M. le docteur Noailles (CES Feuchères, Nîmes), médecin scolaire, a mis l'accent sur : la structuration spatiale ; les carences diverses dans le domaine du calcul appliqué (causes psychopathologiques, causes psycho-pédagogiques, causes dues aux carences de la relation maître-élève) ; les carences dans le domaine des langues, ce qui explique bien des choses au plan interdisciplinaire ou pluridisciplinaire.

L'élève est-il motivé pour faire des mathématiques ? Doit-on attendre le second cycle ou plus tard pour lui faire comprendre et pour lui faire réaliser concrètement l'interdisciplinarité ? Nous répondons non.

L'élitisme inhumain, le sentiment de rejet de l'enseignement mathématique sont à combattre grâce à l'esprit interdisciplinaire.

M. Kuntzmann (Université scientifique et médicale de Grenoble) avait indiqué qu'il jugeait que la géographie était une des disciplines où un travail interdisciplinaire lui semblait le plus riche.

Il semble évident que l'informatique puisse : 1) aider à une recherche plus poussée ; 2) favoriser, dans la recherche actuelle d'une possible introduction dans l'enseignement, la concrétisation des liaisons mathématique-géographie.

M. Kych, Chargé d'enseignement à l'Université de Paris VII, a succinctement parlé des applications de l'algèbre linéaire à la géographie. Le manque de temps a empêché une intervention plus poussée, mais il semble que notre collègue puisse apporter une collaboration réelle et efficace par la suite.

On a abordé le problème des liaisons mathématique-géographie dans le second cycle. Le temps nous a évidemment manqué. Quelques questions ont cependant été envisagées :

- Problèmes posés par l'inadaptation des programmes actuels de mathématique en seconde aux nécessités de la géographie générale (Sphère - Espace - Calculs en travaux pratiques).
- Liaison pluridisciplinaire mathématique - géographie - économie - statistiques descriptives et géographie.
- Avec M. Portal, calculateur, le problème du calcul numérique et du calcul mental a été évoqué. Il nous a apporté de précieux procédés rapides pour les pourcentages. Et il a illustré les carences actuelles des élèves en calcul, mises encore plus en évidence au plan interdisciplinaire.

III. La liaison mathématique-géographie, vue sous l'angle des comportements

J. Chabrier a montré qu'à côté des comportements automatiques des élèves, il y avait place pour des comportements semi-libres (c'est-à-dire impulsés par l'équipe pédagogique mais avec un potentiel de créativité pour l'élève) et même des comportements libres. Ceci a été concrètement démontré dans l'exposition des travaux libres de liaisons mathématique et géographie réalisés par ses élèves du CES de Remoulins et ceux du CES Feuchères à Nîmes (les demander à l'IREM de Rennes).

Des documents ont été distribués aux participants (Le port de Rouen - Climatologie - Statistiques en sixième). Une bande télévisée "Mathématique et géographie en troisième" a été visionnée et largement critiquée : elle ne présentait (à cause de l'arrêt de collaboration du C.D.D.P. vu la dépense ...) qu'un éventail réduit

des possibilités, le côté production réelle de l'élève en travail de groupe n'ayant pu être illustré. C'est en marchant qu'on prouve le mouvement !

Il n'est malheureusement que trop vrai que l'élève actuel n'a pas et ne peut avoir le comportement interdisciplinaire.

Mais il est démontré qu'il est possible, avec une organisation scolaire adéquate (et notamment une formation des maîtres et des structures de concertation), à partir de recherches, d'expérimentations sérieuses — dont nos recherches sauvages ne sont que le début —, de créer chez l'élève des comportements interdisciplinaires.

IV. Pour aider les collègues dans un premier développement des liaisons mathématique-géographie

A. Voici quelques ouvrages que je cite, dans le cadre de la mission que m'a confiée le Bureau National :

- Initiation aux méthodes statistiques en géographie (groupe Chadule) (Ed. Masson).
- Eléments de Statistique Economique (Salles et Wolff) (classes de seconde AB - première et terminale B)) (graphiques - histogrammes) (Ed. Dunod).
- Mathématique et Statistique (Cluzel et Vissio), Première G (avec quelques exemples d'ordre géographique : Pyramide des âges - Répartitions - Distributions) (Ed. Delagrave).
- Divers Cahiers de Travaux pratiques de géographie en usage (plus ou moins !) dans le premier cycle.

B. Quelques données précises, sur lesquelles nous sommes tombés d'accord :

- Sphère terrestre, méridiens, équateur, parallèles, fuseaux horaires, longitude, latitude assez tôt en sixième, en collaboration avec le professeur de géographie.
- De même échelles, pourcentages simples.
- Profiter de la géographie pour faire calculer dans toutes les classes. Eviter les blocages en calcul appliqué.
- Liaisons entre les graphiques en géographie et l'approche des fonctions, des représentations graphiques.

- Proportionnalité.

C. Il est nécessaire que dès la pré-rentree, dans les contacts journaliers, dans les conseils de classe, dans les conseils d'enseignement, nous persuadions nos collègues géographes (comme ceux des autres disciplines) que, contrairement à des opinions fausses malheureusement bien répandues et — il faut ici le dire très nettement — malgré une action par trop hermétique de certains collègues, le professeur de mathématique peut et doit contribuer à la résolution des problèmes posés par les liaisons qui existent, en fait ...

Le professeur de mathématique peut et doit, surtout, persuader les élèves qui doivent être amenés à lui demander de les tirer d'affaire.

Jean CHABRIER, chargé de mission auprès du Bureau National de l'A.P.M.E.P., à l'interdisciplinarité, fait appel aux groupes IREM, aux professeurs de Mathématique intéressés, **AUX PROFESSEURS DE GEOGRAPHIE QU'IL VOUS DEMANDE DE CONTACTER**, pour former un groupe de travail, pour constituer une documentation, pour améliorer les premiers travaux.

B 5 - Mathématique et biologie

N.B. Le présent compte rendu comporte sans doute beaucoup d'erreurs et d'omissions et ne prétend pas être d'une fidélité absolue. Que les participants veuillent bien nous en excuser.

I. Objectifs du groupe

Il était initialement constitué d'une trentaine de participants, qui se sont répartis dans deux sous-groupes, après que les objectifs du groupe ont été précisés. Bien que tous les participants fussent motivés par les activités interdisciplinaires dans le second degré, certains souhaitaient plutôt parler des classes de premier cycle, et les autres de celles de second cycle. Malheureusement, le compte rendu du sous-groupe premier cycle ne nous est pas encore parvenu.

Il s'agissait de poursuivre et de préciser ce qui avait été commencé aux Journées d'Orléans l'an dernier :

1°) Inventaire et analyse des diverses expériences rapportées par les participants en essayant de :

- dégager les objectifs de la concertation interdisciplinaire ;
- étudier l'impact des activités sur les élèves et sur leurs professeurs.

2°) Proposer des thèmes d'études pour d'éventuels travaux ultérieurs.

II. Actions dans le second cycle

Notons d'abord le faible nombre d'expériences décrites par les participants, expériences, pour la plupart, de courte durée, et portant chacune sur un thème bien délimité. En voici un petit inventaire :

① *Description*

- Dans une section F 7 : étude statistique de numération globulaire et analyse des résultats.
- Dans une seconde T spéciale à La Ferté Macé (élèves issus de CET et préparant un bac. F) : introduction et exploitation de la notion d'espace vectoriel, à propos de rations alimentaires réparties en : glucides, lipides, protides et eau (sous forme de bande dessinée).
- Provenant d'une classe de préparation à l'Agro : un énoncé de problème de mathématiques dont le thème est la génétique.
- Dans un Bulletin d'un IREM : étude de croisements de groupes sanguins.
- A l'IREM de Dijon : un groupe interdisciplinaire a produit un fascicule d'une cinquantaine de pages, abordant plusieurs sujets : utilisation du langage ensembliste en génétique, divers dénombrements de populations, réflexions sur "classification" et relation d'équivalence, etc...
- Toujours à l'IREM de Dijon : étude statistique des dimensions du crâne humain, sur une population d'âge et de taille variables.
- Quelque part : dénombrement de molécules des acides aminés et des acides nucléiques.

② *Quelques buts poursuivis*

- L'interdisciplinarité est possible et souhaitable sur d'autres thèmes que la statistique.
- Critique et harmonisation des langages de spécialistes.
- Utilisation, par les biologistes, de modèles ensemblistes permettant de formaliser plus rigoureusement les résultats expérimentaux.
- Ordres de grandeur et approximations.
- Etude de la démarche mathématique d'un élève :
 - pendant un cours de mathématiques
 - en dehors du cours de mathématiques.

③ *Quelques projets*

- Utilisation du vectoriel par les biologistes.
 - Etude des "fonctions" hormonales : comment les formaliser grâce aux structures mathématiques.
 - Intervention simultanée des professeurs de mathématiques et de biologie dans la classe.
 - On peut structurer les populations grâce aux mathématiques, mais ces structures sont-elles opératoires ?
 - Etude formelle de l'état d'équilibre ou de l'évolution d'un éco-système (ou milieu écologique).
 - Et bien d'autres idées, déjà formulées, ou qui ne manqueront pas de germer, si on a déjà le désir de se concerter.
-

B 6 - Mathématique et enseignement technique

La répartition des membres du groupe était environ de : 1/3 professeurs CET, 1/4 professeurs de Lycées Techniques ; 1/4 professeurs de CES ; divers ; 1/6 (surtout professeurs d'ENNA).

Les débats ont porté presque exclusivement sur les CET. On a reconnu que les comportements à l'égard des Lycées Techniques (sections F, G et agricoles) étaient du même type que ceux à l'égard des CET avec toutefois un caractère moins accentué.

Comportement de l'élève qui arrive en CET

Le plus souvent, il est en situation d'échec (il a été amené là par une sélection négative, n'ayant pas été jugé capable de faire

mieux). Dans les débats, le mot "Poubelles" est revenu à plusieurs reprises en parlant des CET, en signalant d'ailleurs qu'il y a une poubelle au deuxième degré, ce sont les C.P.A. (Centres de Préparation à l'Apprentissage).

Toutefois, à l'intérieur des CET se recrée une hiérarchie entre les sections. Cette hiérarchie n'est pas uniquement fondée sur la probabilité de trouver du travail à la sortie ou sur le niveau des salaires que l'on peut espérer, mais souvent sur le caractère plus ou moins salissant du métier correspondant. Parmi les sections les plus demandées vient en tête l'électronique ; la chaudronnerie est en queue de peloton.

Comportement de l'enseignant

On a regretté que certains enseignants, arrivant en CET sans vraiment connaître l'Enseignement Technique et munis d'une haute formation théorique (maîtrise souvent), aient l'impression d'être les professeurs des exclus et dévalorisent leurs élèves encore davantage qu'ils le sont. Ainsi certains pensent que seuls les médias (rétro-projecteurs par ex.) pourront amener les élèves à s'intéresser. Alors ils en abusent et il y a des aspects de l'enfant qui ne se développent pas. On signale que les ENNA (les Ecoles Normales des CET) ne jouent pas toujours leur rôle dans ce domaine puisque les nouveaux professeurs (sauf évidemment ceux qui ont été M. A. auparavant) ne connaissent pas les CET avant d'y enseigner. On a parfois une impression de déshumanisation dans les ENNA alors qu'on devrait y apprendre une pédagogie de la découverte.

Le comportement des enseignants doit être en priorité de *redonner confiance* aux élèves, qui arrivent très souvent démoralisés. Sinon, le fossé ne fera que s'élargir. La proportion notable d'élèves de CET qui abandonnent le jour même de leurs 16 ans montre bien qu'ils n'en retirent qu'un bilan négatif.

Les membres du groupe tiennent à remarquer que ces observations ne sont pas une attaque contre les enseignants des CET et que, de toute façon, l'étude du contexte politique, économique et social est indispensable pour saisir tous les aspects du comportement des élèves, des parents, des enseignants, à l'égard de l'Enseignement technique et des CET en particulier.

Comportement du professeur de math

Pour intéresser l'enfant, les méthodes utilisées doivent être différentes de celles qu'il a rencontrées en CES (cela lui permettra

d'avoir l'impression de repartir sur de nouvelles bases et de ne pas se trouver dès le départ en situation de blocage).

En premier lieu, il a besoin de sentir l'utilité de l'outil mathématique qu'on lui fournit. Mais il faut se méfier d'une double illusion :

— Lorsqu'une notion mathématique est introduite, elle n'est pas tout de suite opérationnelle, à l'atelier par exemple. Il y a au préalable un long cheminement dans l'esprit de l'enfant avant qu'il la domine.

— Créer des situations d'atelier n'est pas toujours une motivation suffisante pour l'élève (surtout s'il en sent le côté artificiel). On retrouve là le problème classique du faux concret.

Par contre la motivation est forte si l'élève est persuadé qu'il utilisera plus tard dans son métier ce qu'il vient d'apprendre.

Bien évidemment, il n'est pas facile en général de rentrer dans le concret d'autant plus que l'enfant, tout en rejetant l'idée de faire des maths qui lui paraissent gratuites, en subit comme tout le monde l'aspect sécurisant (on a rappelé l'exemple de l'élève qui aime bien travailler sur des diagrammes de Venn, qui aime bien résoudre de nombreuses fois le même type d'équation, en changeant seulement quelques données).

D'autre part, si le PEG a essentiellement une formation de matheux, il aura peut-être tendance à adopter un développement linéaire. Il faut accepter parfois d'être moins déductif dans un souci d'efficacité. Le prof de CET est bivalent (en général math-physique) et a donc des occasions de faire sentir l'utilité de l'outil mathématique. Mais c'est le PTEP, professeur d'atelier dans les sections industrielles, qui aura le plus d'influence sur l'élève, pour deux raisons : l'élève passe à l'atelier un grand nombre d'heures et il appliquera directement, dans son futur métier, ce que lui enseigne le PTEP.

Il est donc indispensable que se crée un dialogue permanent entre l'atelier et les maths. De nombreuses difficultés de comportement à l'égard des maths seraient alors balayées ; par exemple, difficulté de faire sentir l'utilité de ce qui est enseigné et difficulté de trouver une progression cohérente entre les spécialités.

Il existe une structure d'accueil où les enseignants de matières différentes peuvent cohabiter : ce sont les IREM. Il est souhaitable que se créent des groupes de liaison CES-CET, math-atelier et que des commissions APM et des groupes IREM se penchent sur les programmes de CET pour obliger l'Administration à produire des instructions ou des commentaires et éventuellement à les modifier. Une commission d'étude de sujets de CAP ou BEP est également souhaitée.

B 10 - Technologie éducative

Afin de mieux cerner le thème, il paraît essentiel de répondre à quatre questions :

Forme de la réponse :

- | | |
|---|--|
| 1) Qu'est-ce que la technologie éducative ? | } Exposé - débat |
| 2) Dans quel but l'utiliser ? | |
| 3) Comment faire ? | } Films, débat et activités sur des matériels exposés. |
| 4) Avec quoi ? | |

I — Des éléments de réponse aux deux premières questions sont donnés dans l'exposé des animateurs et dans le débat qui suit, auquel participe une cinquantaine de congressistes.

a) *La technologie éducative* paraît recouvrir l'ensemble de tous les médias pédagogiques, muni de l'usage que l'on peut en faire :

- tout ce qui relève de l'audiovisuel (films, diapos, vidéos, bandes magnétiques, calques de rétroprojecteurs, etc...)
- les outils de l'informatique (mini-calculateurs, ordinateurs, etc...)
- le matériel didactique, traditionnel ou non, commercialisé ou non (compas, règle, "fil à couper le beurre", didagraphe, jeux etc...)

Le corps humain relève-t-il de cette catégorie ? La question est posée dans le débat.

b) *Pourquoi utiliser une technologie éducative ?*

Selon Piaget, la connaissance ne prend corps et ne devient opératoire qu'à travers une activité du sujet. La perception : message qui va de l'objet au sujet, est insuffisante. Il est nécessaire

qu'un échange s'établisse entre le milieu (ensemble des objets) et le sujet, pour que soit remis en cause l'équilibre des connaissances. C'est par le choc des objets vers le sujet et les réactions opératoires du sujet sur les objets, que s'acquièrent les connaissances. Soulignons que les actions, réelles au départ, s'intériorisent et conduisent à une anticipation de la pensée sur l'acte.

Il faut donc laisser ou placer les enfants en situation active car, en résumé, l'activité favorise :

- 1) la subjectivisation de l'objet : vue personnelle des objets et des opérations sur eux (ex : image mentale de retournement par référence au pliage ou au miroir) ;
- 2) la donnée d'un sens à des activités plus intellectuelles ; ex. : l'examen d'une facture donne un sens à la notion d'application numérique affine ;
- 3) la construction de modèles implicites ; ex : l'observation d'images données par le miroir ou le pliage conduit à découvrir la caractérisation de la symétrie orthogonale (bien souvent, une information échappe dans une première approche et fait construire un modèle implicite erroné qu'une confrontation avec le réel remet plus aisément en cause) ; cet exemple est illustré par le film dont il va être question dans le II ;
- 4) la vérification des isomorphismes liant des structures de représentation des objets ; ex. : comparaison des effets produits par le miroir, le pliage et le didagraphe ;
- 5) la déculpabilisation de l'élève dont l'activité est censurée par l'outil et non par le maître.

II — Un film, des photos et une exposition fournissent des réponses aux questions 3 et 4 en illustrant les intentions essentielles des animateurs :

- autonomie de l'élève ou du groupe
- incitation à différentes formes de communication (orale, graphique, etc...)
- appui technologique à des phases-clés du cours :

motivation : exciter la curiosité, montrer l'intérêt ou l'utilité d'un modèle

définition : choix des caractères à retenir pour la construction d'un modèle

application : valider et faire fonctionner un modèle

illustration : rattacher au vécu et aux connaissances antérieures, en donnant un sens à la construction par l'étude de représentations.

- 1) Le film réalisé à l'I.R.E.M. de Rennes, en trois parties, rend compte d'activités d'enfants de Troisième sur des représentations du concept de symétrie orthogonale. On y revit des situations exploitables en classe pour l'observation, et on y voit des enfants manipuler, construire, calculer puis déduire, témoignant ainsi de l'intériorisation progressive de leurs actions.
- 2) Dans l'exposition où l'on trouve, outre des travaux d'élèves, du matériel relevant de la technologie éducative, on applique notre principe premier :

ACTIVITE D'ABORD

B 11 - Les calculatrices

Ce groupe de 70 participants inscrits (élémentaire, secondaire et supérieur) s'est retrouvé encore plus nombreux en réunion.

Après un historique de l'introduction et de l'utilisation expérimentale des calculatrices dans l'enseignement des mathématiques depuis une dizaine d'années, une bibliographie * des travaux publiés en France a été communiquée aux participants.

Afin de susciter une discussion sur le comportement des élèves, deux films devaient être projetés :

- l'un, tourné à Marseille, dans une classe expérimentale de 4ème, où le programme d'Algèbre ** "intégrait" l'utilisation d'une P.101 Olivetti,
- l'autre, tourné à Rennes dans une classe de Cinquième à programme allégé, où les élèves avaient acquis les rudiments de programmation (au total, 4 heures d'apprentissage-machine) sur P101 également.

Malheureusement, pour des raisons techniques, seul le second film a pu être visionné. Le comportement des élèves qui devaient programmer des exercices, puis travailler sur la machine, montrait l'intérêt de ceux-ci devant la calculatrice.

Les participants posèrent ensuite des questions, auxquelles il faudra trouver des réponses dans les actions futures : Comment organiser, dans une classe de 30 élèves, les travaux de groupe et les passages-machine ? Quelle motivation supplémentaire crée l'outil pédagogique nouveau ? Quel enrichissement pédagogique apporte la machine pour la compréhension et l'articulation des étapes du raisonnement, et de l'analyse des solutions ? Quelle place donner à la construction des algorithmes ?

Peu de collègues, parmi les présents, utilisaient en classe, ou en club de mathématique, des calculatrices. Les autres participants, très intéressés, demandaient des informations. Il apparaissait clairement qu'une volonté d'approfondir le sujet se faisait sentir, mais qu'un travail dans le temps devait se faire auparavant.

La création d'une Commission Informatique de l'APMEP, demandée par de nombreux participants, aurait pour objectifs de diffuser et de rassembler des informations sur les recherches en cours, les matériels les plus performants, et les perspectives d'utilisation des calculatrices.

La préparation de la brochure APMEP "Informatique et Enseignement des Mathématiques" permettra à l'équipe de rédaction de former un noyau initial qui définira les objectifs et le plan de travail d'une telle Commission.

Pour poursuivre une discussion plus efficace, le groupe se subdivisa en deux sous-groupes, l'un sur les calculatrices de poche usuelles, l'autre sur les matériels programmables :

1) Le sous-groupe des calculatrices de poche discuta du comportement des élèves, à propos de l'utilisation et du choix des types de machines, du nombre d'élèves par machine et constata, à travers les populations d'élèves suivantes :

- dans l'enseignement primaire : un gain de temps dans les calculs et une meilleure compréhension de la notion d'opération ;
- dans le premier cycle : une recherche d'une organisation ordonnée des calculs, la nécessité d'analyser plus finement les problèmes posés, une gêne causée par la surabondance des résultats (parties décimales importantes) et le fait que la machine ne connaît pas la division euclidienne ;
- dans le second cycle : recherche d'algorithmes les plus performants pour résoudre les problèmes posés ;

- en formation continue : on peut se permettre d'aborder des problèmes que certains adultes n'osaient pas envisager à cause de lourds calculs. Les adultes passent du comportement arithmétique (intérêt du seul résultat) à un comportement privilégiant le cheminement à suivre, et les opérations à faire, pour résoudre un problème. Les machines permettent de montrer la "réversibilité" de la division et de la multiplication, de l'exponentiation et de l'extraction des racines.

2) Le sous-groupe des calculateurs programmables se proposa d'analyser le comportement des élèves lorsque ces machines sont introduites dans la classe. Leurs caractéristiques sont les suivantes : relative maniabilité permettant leur transport de classe en classe, l'utilité d'une imprimante pour conserver les traces des programmes effectués et leur analyse ultérieure, un lecteur de cartes graphitées ou perfostyles, qui permettra les passages-machine successifs des différentes équipes.

Le comportement des élèves peut être étudié sous deux aspects :

Sur le plan psychologique, la machine devient un arbitre ou un juge, accepté comme impartial ; mais elle est aussi un outil, sur lequel l'élève a un pouvoir agissant. Il se sent "responsable".

Sur le plan pédagogique, l'élève doit analyser à fond son problème et "organiser" sa solution, construire l'organigramme, puis le programme qui, quelles que soient les données, lui permettra de résoudre des classes de problèmes semblables.

Le professeur devient alors un animateur, ce qui l'obligera à une organisation prévisionnelle stricte du cours : activités des groupes sur des thèmes voisins ; roulement des équipes à la machine ; analyse et appréciations des résultats ; les corrections, indications, sollicitations, seront nombreuses et contraignantes.

Nouvelle conception du rôle de l'enseignant ? sûrement. Meilleure motivation des élèves ? certainement.

Des recherches et de nombreuses expérimentations seront nécessaires avant de généraliser l'emploi des calculateurs. Il faudra encore confronter nos résultats et noter nos difficultés. Mais l'intérêt des élèves et les résultats obtenus nous convaincront de continuer dans cette voie, et de rechercher les moyens et les méthodes nécessaires.

N.B. : Depuis les Journées de Rennes, ont eu lieu :

- un colloque inter-IREM à Dijon, dans lequel figurait un groupe sur les calculatrices de poche (cf. rapport en annexe),
- une réunion APMEP, au cours de laquelle a été créée une Commission "Informatique et Mathématique".

D'autres précisions seront données dans les Bulletins ultérieurs.

* **Bibliographie** : Articles parus dans la Revue "Recherche Pédagogique" :

- n° 35, page 61, "Machines à Calculer en Sixième", J. Colomb.
- n° 39, page 20, "Le calcul numérique dans l'Enseignement du Premier Cycle", A. Myx.
- n° 42, page 97, "Premiers pas en programmation pour des enfants de 10 à 12 ans et leur maître", M. Dumont et A. Roumanet.
- n° 48, page 28, "Utilisation de Calculateurs programmables en Quatrième", M. Dumont et J. Sargent.
- n° 50, page 67, "Rigueur et automatisation d'un discours", M. Dumont.
- n° 54, "Emploi de Calculateurs programmables dans le Second Degré". Bilan d'une expérimentation menée par les IREM et l'INRDP.
- n° 75, "Calculateurs programmables dans les Collèges et les Lycées". Expérimentation menée par les IREM et l'INRDP.

** **Classe expérimentale de Quatrième dans la Recherche Inter-IREM** : "Calculateurs programmables et Algèbre de Quatrième", qui fera l'objet d'une publication ultérieure.

Annexe : Utilisation de calculatrices de poche dans l'enseignement élémentaire et le premier cycle

"La machine existe et je l'ai rencontrée"

La calculatrice n'empêche-t-elle pas de faire des opérations ?
N'empêche-t-elle pas les enfants de réfléchir et de raisonner ?
Les enfants n'auront-ils plus rien à faire, car la calculatrice fait tout ?

Accepter la présence de calculatrices dans les classes ne risque-t-il pas de renforcer la sélection par l'argent ?

Doit-on demander aux enfants qui ont des calculatrices à la maison de les apporter en classe ?

Doit-on interdire leur emploi en classe ?

La connaissance parfaite des "tables" demeure indispensable (il serait ridicule d'utiliser la calculatrice pour calculer 8×7 ou $18 + 4$, car cela entraînerait une grande perte de temps et serait contraire aux objectifs recherchés).

De plus, cette connaissance des tables est nécessaire pour une utilisation intelligente de la machine, par exemple dans la détermination de l'ordre de grandeur d'un résultat.

Par ailleurs, apprendre aux enfants à "calculer", ce n'est pas seulement enseigner un algorithme permettant de trouver un résultat, mais apprendre à utiliser les propriétés des opérations pour adapter sa technique au problème posé ; exemple :

$$(1284 \times 95) + (1284 \times 5)$$

Dans cet exemple, un calcul à la main mal organisé dilue l'attention dans l'accomplissement des tâches matérielles, alors que la rapidité du calcul-machine permet à l'enfant de confronter presque immédiatement le résultat et les données, et de redécouvrir une propriété qu'il avait oubliée et qu'il pourra réinvestir.

En effet, pour nous la calculatrice n'est pas un vaste répertoire de résultats, mais un instrument d'éducation.

La recherche de la nature de l'opération et l'évaluation de l'ordre de grandeur du résultat nécessite et favorise la réflexion de l'enfant.

En outre, la calculatrice peut aider à la découverte, à l'utilisation et au renforcement des algorithmes classiques.

Prenons un exemple : Un élève de cours élémentaire sait calculer facilement à la main :

$$\begin{array}{r} 112\ 493\ 566\ 561 + 886\ 477\ 786\ 888 , \\ 112\ 493\ 566\ 561 + \qquad\qquad\qquad 786\ 888 , \\ \qquad\qquad\qquad 73\ 566\ 561 + \qquad\qquad\qquad 21\ 786\ 138 . \\ \qquad\qquad\qquad 95\ 837\ 277 + \qquad\qquad\qquad 27\ 949\ 375 . \end{array}$$

tous résultats que ne peut donner une machine qui n'affiche que 8 chiffres.

Si l'enfant veut malgré tout utiliser une telle calculatrice, il doit se poser et résoudre des problèmes sur l'algorithme de l'addition.

Ces calculs en multiprécision permettent une approche fonctionnelle des algorithmes.

Pour des élèves plus âgés, même problème avec la multiplication, la recherche de la période d'un développement décimal illimité, les racines,....

A l'opposé peut se poser le problème de savoir si tous les chiffres affichés sont significatifs.

Exemple : Sept chewing-gum coûtent 1 franc, combien coûte un chewing-gum ?

La calculatrice répond : 0,142 857 14, ce qui n'est pas un résultat à transcrire sans réflexion.

Est-ce que la calculatrice fait tout ? Est-ce que l'enfant n'a plus aucun rôle à jouer ? Et de là doit-on interdire l'utilisation des calculatrices à l'école ?

Cette interdiction officielle aurait certaines conséquences :

- . Seuls certains enfants favorisés utiliseraient les calculatrices chez eux, voire en cachette à l'école.
 - . Cela rendrait impossible l'achat d'un tel matériel par les établissements scolaires et nous priverait de l'utilisation d'un outil de la vie courante.
 - . On laisserait ainsi des enfants utiliser des calculatrices dans de mauvaises conditions : choix de calculatrices mal adaptées, utilisation restrictive des possibilités.
- Cela favoriserait alors les conditions que l'on voudrait éviter par l'interdiction des calculatrices.

Nous souhaitons l'achat de calculatrices par les établissements, après une étude comparative sérieuse, faite par les enseignants, sur les modèles offerts sur le marché. Cette étude pourrait même déboucher sur la création par les constructeurs d'outils encore plus adaptés à l'enseignement.

Quelques autres idées de départ en vue de réaliser une utilisation de la calculatrice comme moyen de réflexion, d'enseignement et d'éducation :

- Distinction entre Décimaux et Rationnels.

- Quotient exact et Division Euclidienne;
- Réversibilité des opérations.
- Etude systématique du langage propre de la machine.
 . Problème des opérations impossibles.
- Approche de l'algorithmique et de la programmation.
- Inventaire des performances des diverses machines et de leur prix.
- Déblocage des inhibitions dues au calcul ; réconciliation avec le nombre.
- Comparaison de rapidité ; calcul mental ; ...
- Encadrements.
-

Si l'invention de Gutemberg ne vous a pas fait perdre la technique de l'écriture, et si le stylo bille est interdit chez vous, vous pouvez prendre votre plume pour nous faire part de vos idées.

Pour le Groupe,

Michel Courrière, Ecole Normale d'Institutrices, 89, avenue George V, 06052 Nice Cedex

B 12 - Mathématiques et audio-visuel

Se sont succédés trois exposés puis une discussion avec projection de films.

- Intervention de Jean DELERUE, professeur au C.E.S. de Menton (06500), IREM de Nice.

Trop de films de mathématiques fabriqués par des adultes pour des enfants sont les reflets des besoins et désirs de l'adulte. Lors de leur projection il y a désintérêt des élèves et rejet du film et des média par l'enseignant. Or l'image est intimement liée aux mathématiques et nous nous sommes posé les questions suivantes :

1) Comment sont reçues par des enfants des images créées par d'autres enfants ? par des adultes ?

2) La création d'images par des enfants impose-t-elle le passage d'un stade d'automatisme à un niveau formel ?

3) Y a-t-il des images propres aux enfants ?

4) Etude de l'assimilation d'un contenu présenté sous forme de média ou d'images différentes.

5) Quand l'image devient-elle spectacle pour les enfants et pourquoi ?

En France, un certain nombre de groupes ont pris en charge l'une ou l'autre de ces questions ; nous nous intéressons plus précisément aux points 1) et 2) à Menton :

Nous demandons à des élèves du premier cycle une recherche sur des problèmes ouverts. La synthèse de leurs travaux est concrétisée en films destinés à leurs camarades. L'expérience est suivie, un rapport peut être communiqué.

Qu'attend-on d'un film mathématique ? Quand et comment l'employer ? Le débat ouvert à Rennes doit être poursuivi.

*
* *
*

Sous-Groupe : Utilisation de documents didactiques.

L'I.R.E.M. de Lille a présenté dans un premier temps la recherche qu'elle a menée sur l'utilisation de documents audiovisuels en classe (1). L'apport quantitatif de l'audiovisuel en terme de résultats scolaires a permis deux remarques importantes :

- l'école traditionnelle creuse les écarts aussi bien entre les "faibles" et les "forts" qu'entre les catégories socioprofessionnelles ;
- l'apport d'un document audiovisuel ne permet pas de combler les écarts mais il évite les creusements précités.

Actuellement, une recherche est menée pour voir de quelle manière l'audiovisuel intervient sur les comportements de l'enfant, son autonomie de raisonnement, sa démarche heuristique. Sur un contenu stable (déjà bien expérimenté) nous avons défini des objectifs et établissons actuellement des grilles d'observations permettant d'envisager une évaluation qualitative de cet apport. L'utilisation de documents audiovisuels en classe montre que la

(1) Un compte rendu a été publié dans MEDIA n° 81 et des documents écrits ou audiovisuels peuvent être demandés à l'I.R.E.M. de Lille, Université des Sciences et Techniques, BP 36, 59650 Villeneuve-d'Ascq.

pratique pédagogique a été modifiée et doit être reconsidérée. Une sensibilisation des maîtres à l'audiovisuel est nécessaire ainsi qu'une initiation aux techniques audiovisuelles.

Il apparaît au groupe que les documents audiovisuels ne doivent pas trop canaliser l'imagination de l'enfant, mais au contraire lui fournir une grande variété d'images visualisant un même concept.

La séance se termina par un visionnement des films de géométrie sur les transformations, produits par le C.N.D.P. avec la collaboration des I.R.E.M : "Effet miroir" I, II ; "D'un point à la ligne" ; "A propos de translation et de rotation" ; "Impressions diverses".

B 20 - L'enseignement de l'heuristique à l'université

Les animateurs organisent, depuis plusieurs années, des enseignements destinés à développer chez les étudiants l'aptitude à résoudre de véritables problèmes. Ils sont offerts, à titre d'options, au DEUG A (et aussi au DEUG B) ; ils s'adressent aussi aux élèves-maîtres qui préparent le CAPES.

Les étudiants travaillent par petites tables de 3 ou 4, éloignées l'une de l'autre. On favorise ainsi les échanges entre membres du petit groupe, et on évite la communication d'une table à l'autre.

Au cours de chaque séance d'une heure et demie, on leur propose un énoncé de problème (au sens de [1] chap. 2) : formulation brève, volontairement vague (il appartient aux étudiants de préciser eux-mêmes la formulation, en posant éventuellement des questions au professeur), présentation "provocatrice".

Les enseignants observent silencieusement les étudiants, n'intervenant qu'après mûre réflexion. De temps en temps, cependant, ils commentent le comportement des étudiants, en explicitant les démarches observées, et en tirant les leçons valables pour la résolution d'autres problèmes.

Les énoncés ne sont pas choisis en fonction des matières (géométrie, algèbre, probabilité, etc...), ni en relation avec les connaissances mises en jeu. Au contraire, les séances s'articulent autour de quelques thèmes heuristiques : on insiste sur le fait que les démarches de pensée sont fécondes dans tous les domaines.

Les "thèmes heuristiques" sont en gros ceux que signalent POLYA [4], [5], auxquels s'ajoutent les suivants :

- a) Limitation provisoire ou extension du champ de recherche (fixation ou introduction de paramètre).
- b) Rectification de tir : apprendre à exploiter une tentative qui échoue pour y apporter un "coup de pouce".
- c) Entraînement à la "reconnaissance de forme", cf. [6], [7].
- d) Utilisation de transformations. Utilisation des groupes d'automorphismes d'une structure.
- e) Dynamisation d'un énoncé d'apparence figée, en remplaçant les figures à contempler par des actions à exécuter.
- f) Entraînement au "transfert" (c'est-à-dire au changement de contexte).

La discussion du groupe B 20 a surtout porté sur les conditions qui permettent l'extension de ces expériences.

- a) Une activité analogue a souvent été tentée dans des classes, de l'école élémentaire à la terminale. Des stagiaires de l'IREM de Strasbourg sont parvenus à consacrer une séance par mois à ces activités, ainsi que des séances dans le cadre des 10 %. Les "retombées pédagogiques" ont été très fécondes, et l'enseignement traditionnel en a largement bénéficié.
- b) A l'Université Louis Pasteur, les conditions de contrôle du travail de l'option "heuristique" du DEUG sont les suivantes. L'assiduité *active* d'un étudiant pendant les séances lui assure automatiquement 12/20 (deux absences motivées sont tolérées). De plus, on organise en fin d'année une mini-olympiade. Celle-ci permet aux étudiants d'obtenir une mention : la réussite est alors payante, l'échec n'a aucune conséquence.
- c) Il existe une abondante collection d'énoncés susceptibles d'être utilisés (cf. bibliographie ci-jointe). L'important, pour le professeur, est de savoir rattacher chaque énoncé à un "thème heuristique", pour donner de l'unité à l'enseignement.
- d) Il est possible de faire précéder les séances par un court exposé sur la psychologie de l'invention, mettant en valeur la démarche qui donnera lieu à la série de cours.

Bibliographie

- [1] I.R.E.M. de Strasbourg. *Le livre du Problème*, Fascicule I. Pédagogie de l'exercice et du problème. Cédic, 1973.
 - [2] GERRL et GIRARD. *Les Olympiades Internationales de Mathématiques*. Hachette 1976.
 - [3] PERMAMA. *Introduction à l'heuristique (résolution de problèmes PMM 4002)*. Université du Québec. Télé Université 1976.
 - [4] POLYA Georges. *Comment poser et résoudre un problème*. Dunod Paris 1957.
 - [5] POLYA Georges. *La découverte des mathématiques*. Dunod Paris 1967.
 - [6] GUILLAUME P. *La psychologie de la forme*. Flammarion, Bibliothèque scientifique. 1937 Paris.
 - [7] GLAESER Georges. *Cours d'heuristique générale* (Polycopié).
 - [8] HADAMARD Jacques. *Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique*. Traduit de l'anglais par Jacqueline Hadamard. Collection Discours de la méthode dirigée par Boris Ryback - Gauthier Villars 1975.
 - [9] YAGLOM. *Challenging Mathematical problems with elementary solutions*. Vol. 1 et 2. Holden Day San Francisco.
 - [10] SCHLARSKY, CHENTZOV, YAGLOM. *The U.R.S.S. Olympiad problems book*. H. Freeman and Co. San Francisco 1967.
 - [11] CONTEST IN HIGHER MATHEMATICS. Akademiai Kiado Budapest.
 - [12] HUNGARIAN PROBLEM BOOK. Vol. 11 et 12. New Mathematical Library.
 - [13] STEINHAUS H. *One hundred problems in elementary maths*. Pergamon London Press. 1963.
 - [14] OLYMPIADES SUEDOISES. 1961-1968. Textes des Problèmes. Solutions. Document interne de la Société Mathématique de France.
-

B 22 - Clubs mathématiques

Les participants au groupe B 22 étaient venus dans l'espoir de voir, d'entendre et d'apprendre beaucoup de choses sur les clubs mathématiques. Ils furent, je pense, déçus ; car trois seulement des participants animaient un club ou s'occupaient de jeux mathématiques. Quand ces trois personnes eurent dit ce qu'elles faisaient, l'ennui tomba vite sur le groupe ; car, par manque de matériel, de jeux (mauvaise organisation due à l'animateur), il fallut brasser des idées. Il n'était pas question de dresser une liste exhaustive des jeux, ni de donner leur mode d'utilisation.

Aussi l'animateur de fortune craint d'avoir fait changer d'avis certains collègues qui désiraient créer un club mathématique. Il espère donc que le compte rendu qui suit, qui reprend certaines idées ou questions émises dans le groupe, fera revenir sur leur décision ces collègues frustrés.

I. Clubs mathématiques, premier et deuxième cycles

Pour les activités d'un club mathématique, il faut distinguer les deux cycles du second degré. En effet, si dans le deuxième cycle les élèves utilisent facilement le crayon et le papier pour envisager des stratégies, pour rechercher des solutions, pour les dénombrer, si on peut aussi pousser assez loin l'analyse de certains jeux, dans le premier cycle il n'en est pas question (en général). Les élèves sont encore au stade manipulatoire, et ils expriment difficilement les règles, les tactiques qu'ils ont trouvées. Il y en a peu, par exemple, qui prendront un papier et un crayon (dans le cadre du club) pour rechercher le nombre de pentaminos différents que l'on peut construire. Par contre, si on leur propose un nombre suffisant de petits carrés en contre-plaqué ou en carton, alors ils les assembleront et trouveront les 12 pentaminos.

Autre exemple : pour leur faire former un carré magique d'ordre 3, par exemple, il faut leur proposer soit des pions sur lesquels figurent les nombres de 1 à 9, et un échiquier de 3×3 , soit neuf cartes à jouer comprenant l'as, le 2, ..., le 9.

Dans le premier cycle, il faut beaucoup de matériel.

II. Clubs mathématiques et mathématiques scolaires

Certains participants pensaient utiliser les jeux mathématiques dans leurs classes. C'est en effet possible. Mais ce qui, à mon sens, serait inimaginable, c'est de faire du club un cours complémentaire et supplémentaire de mathématiques. Les élèves doivent venir librement au club, par plaisir du jeu. Un club mathématique doit être un lieu et un moment où les élèves puissent :

- agir sans contrainte,
- prendre le temps de réfléchir,
- laisser courir leur imagination,
- faire des expériences.

L'animateur peut inciter, encourager les élèves, les conseiller si ces derniers le demandent ; mais en aucun cas il ne peut obliger un élève à travailler sur un jeu. L'utilisation d'un jeu pour faire passer une notion mathématique n'est pas du ressort du club.

III. Pourquoi un club ?

Le jeu est un mode d'expression de sa personnalité.

— Certains veulent, par le jeu, se mesurer à d'autres, et préfèrent les "duels", les jeux à deux (échecs, réversi, double mastermind, jeu de Nim).

— D'autres préfèrent l'exploit solitaire. Ils veulent réussir là où personne encore n'a réussi (dans le cadre du club bien entendu) ; (jeu du solitaire, pentaminos, tricalissons, cubes soma, etc...).

— D'autres veulent se prouver qu'ils ne sont pas "plus bêtes que les autres", en réussissant aussi ce qu'a fait un de leurs camarades.

— D'autres encore rechercheront des activités artistiques dans des pavages, des dallages, des frises ...

Dans tous les cas, le jeu éveille l'esprit, donne le goût de la recherche, développe le sens du raisonnement, et fait accepter librement l'effort.

Il faut remarquer aussi que ce ne sont pas nécessairement les bons, les doués en mathématique qui sont les plus acharnés au club. Des élèves de sixième et cinquième à programme allégé, qui ont donc des difficultés scolaires, viennent régulièrement au club, et s'y comportent aussi bien que leurs camarades des classes dites "normales". Il faut dire que dans un club, il n'est pas déshonorant de ne pas trouver une solution à une figure en "triokers" par exemple ; même le "prof" (l'animateur) n'y arrive pas s'il essaie ! (Combien d'enseignants osent se mesurer à leurs élèves dans un domaine qui déborde leurs spécialités ?).

Le club crée d'autres rapports entre enseignants et élèves ; et les élèves le sentent bien. Le club mathématique élargit l'éventail des activités mathématiques à l'école.

IV. Création d'un club mathématique

Pour créer un club, il faut :

— Disposer d'une certaine documentation concernant les jeux mathématiques, livres, revues ... (voir bibliographie, non exhaustive, en fin de compte rendu).

— Disposer d'un certain budget pour se procurer livres, jeux, ou bien être bricoleur pour fabriquer les jeux qu'on trouve ou non dans le commerce.

— Vaincre la réticence des élèves qui croient avoir encore à subir un cours de mathématique. L'expérience a montré que les élèves se méfient énormément de l'expression "club jeux mathématiques". Le mot "mathématiques" l'emporte sur le mot "jeux" ; il vaut donc mieux employer autre chose. A titre d'exemple :

Club E. Galois, CET P. Langevin, 83000 La-Seyne-sur-Mer.

Club Archimède, CES F. Rabelais, 79000 Niort.

(Club Thalès et club Pythagore ne sont peut-être pas de bons exemples, ils ont trop mauvaise réputation !).

V. Etre animateur d'un club

Beaucoup de questions, souvent contradictoires, se posent à un enseignant qui veut créer un club (pas nécessairement mathématique).

— Tous les syndicats d'enseignants crient à la surcharge de travail ; alors ?

— Animer en plus un club c'est vraiment donner une corde pour se faire pendre !

— Et animer un club bénévolement, c'est vraiment courir au suicide !

A vous de méditer là-dessus avant de vous décider à créer un club ! Mais pour alimenter votre méditation, on pourrait dire ceci : si on attendait que toutes les conditions nécessaires soient réunies pour faire quelque chose, on ne ferait rien, et ce serait bien triste !

De plus, les clubs, mathématiques ou autres, entrent dans le cadre des activités du foyer socio-éducatif. Un foyer socio-éducatif peut être créé dans tout établissement, avoir des statuts, un budget qui lui est propre. Le temps passé par les animateurs est rétribué en partie, sous forme d'heures-activités-dirigées (ce qui pose aussi un cas de conscience à certains collègues). Il suffit que le chef d'établissement en fasse la demande à l'inspection académique.

Pour conclure, on pourrait faire appel à tous les collègues qui animent des clubs mathématiques, qui utilisent des jeux mathématiques, pour qu'ils envoient à la rédaction du Bulletin des articles faisant part de leurs expériences.

Bibliographie

- "Le Petit Archimède", revue de l'ADCS, CES Sagebien, 80000 Amiens.
- Pentamino", revue de l'IREM de Grenoble.
- "Problèmes et divertissements mathématiques" I et II, Gardner (Dunod).
- "Nouveaux divertissements mathématiques", Gardner (Dunod).
- "Le paradoxe du pendu", Gardner (Dunod).
- "Mathématiques, magie et mystère", Gardner (Dunod).
- "Fantaisies et paradoxes mathématiques", Northrop (Dunod).
- "Mathématiques buissonnières", Deledicq (Cédic).
- "Mathématiques et jeux", F. Boule (Cédic).
- "Six thèmes pour six semaines", A. Myx (Cédic).
- "La mathématique vivante", Perelman (Cédic).
- "1001 tours et jeux mathématiques" (Les deux coqs d'or).
-

B 23 - Analyse de comportements heuristiques

Afin de centrer le travail du groupe, BALACHEFF fait un court rappel sur les méthodes envisageables pour une étude des comportements heuristiques.

— L'introspection, dans laquelle l'individu est à la fois l'observateur et le sujet de l'observation, ne permet pas des conclusions généralisables.

— Les méthodes expérimentales exigent une définition précise des objectifs, d'une problématique, d'une technique d'analyse (mise sur pied de grilles d'observation, analyse de données, etc...). De plus, on doit respecter les contraintes de reproductibilité de l'expérience et des résultats.

Des expériences sont évoquées :

— Un participant souligne qu'ayant eu l'occasion d'assister à une expérience à l'IREM de Bordeaux, il a remarqué beaucoup de choses, peut-être parce que cette fois-là il n'était pas à la fois observateur et enseignant.

— BANTEGNIE, de l'IREM de Montpellier, explique comment, ayant pensé que l'activité principale en mathématique est la résolution de problèmes, l'équipe avait centré son travail sur les comportements heuristiques. La méthode de Montpellier est une méthode clinique qui consiste à enregistrer au magnétophone toute l'activité d'une équipe de quatre personnes en situation de recherche.

— SAUVY parle de l'école DECROLY. Il utilise un cadre pédagogique dans lequel les élèves peuvent exprimer leur imagination et leur créativité. Au cours d'expériences, telles que prévoir le résultat de jets de dés, les comportements des enfants sont ceux d'une recherche en acte ; ils sont observés dans leur spontanéité.

— BALACHEFF fait part de sa propre démarche. Il n'étudie pas directement les élèves, mais un de leurs produits : la copie. La démonstration d'un problème de mathématiques peut se représenter à l'aide d'un graphe dont les propriétés sont liées aux comportements de recherche de l'élève.

Un premier échange porte sur la difficulté d'accéder aux processus mentaux :

— Une copie ne révèle pas le processus de recherche, mais une rédaction tenant compte de préceptes que le maître a donnés à l'élève.

— Toute production subit une élaboration qui ne livre pas les processus mentaux à l'état brut.

— Il faut déterminer le type d'information que la production peut fournir.

— Les réactions ou interactions dans la vie réelle d'un groupe en recherche offre une matière plus proche de la situation de recherche.

— Lors de l'observation, il y a toujours des "filtres" entre l'observateur et l'observé. Il faut en avoir conscience, particulièrement dans l'élaboration de grilles d'observation. Utiliser des techniques ayant déjà subi une critique méthodologique, par exemple : les questionnaires.

Un deuxième échange porte sur la notion de problèmes : il n'y a pas de problème si on n'implique pas la création. Problèmes ou exercices de mathématiques ?

Pour conclure, il émane du groupe une demande très forte de modèles concrets de recherche, de moyens précis d'observation.

On déplore le manque de formation psychologique des maîtres.

Annexe

Hypothèses sur les mécanismes intellectuels en action dans un comportement de recherches

par F. ROYOUN

L'expérimentation dans le domaine des comportements de recherche de solutions de problème est encore à ses débuts malgré une littérature relativement abondante. On pourra consulter à ce sujet le livre de P. OLERON "Les activités intellectuelles" aux P.U.F.

Le comportement à l'égard des problèmes a été abordé plus indirectement par les analystes du travail en groupe pour comparer les performances individuelles et collectives.

Plusieurs orientations d'observation pratiques ou de programmes de recherche expérimentale peuvent cependant être présentées, à notre avis.

I — Détermination du niveau d'observation

Un individu qui cherche un problème ne le fait pas avec un esprit vide. Il possède au moins :

— des connaissances concernant le domaine dans lequel le problème se pose. Ces connaissances peuvent être incomplètes (par rapport à celles qui sont nécessaires pour la tâche à aborder) ou indisponibles c'est-à-dire présentes à l'esprit d'une manière qui les rend peu utilisables pour la tâche à réaliser.

— des mécanismes opérateurs. On peut ne pas connaître toutes les manipulations possibles sur une équation d'un certain type. PIAGET a montré qu'un grand nombre d'activités sont impossibles à un enfant qui n'a pas acquis, d'une manière opératoire, le principe de constance (une même quantité de pâte à modeler peut se présenter en boulettes, en bâtons, etc..) et son corollaire, la réversibilité des opérations.

La plupart des connaissances ne deviennent efficaces que lorsqu'on les possède sous la forme de possibilité d'opérations. On pourrait en particulier s'intéresser :

- . au mode de perception des régularités ;
- . à l'activité déductive ;
- . au maniement du matériel symbolique.

— la recherche d'un problème s'effectue dans un environnement

. qui peut être affectif (relation au problème, à celui qui le pose, etc...)

. qui est constitué aussi par la manière dont le problème est exprimé, présenté. (Les études de problem-solving ont bien mis en valeur cet aspect des choses).

Enfin, il y a le niveau propre de la démarche de recherche mise en jeu. Un observateur qui se concentrerait sur ce dernier point devrait d'abord s'être assuré de l'état des autres éléments constitutifs de la situation.

2 — Observation du comportement de recherche

Pour la facilité de l'observation on pourrait tenter une classification des activités intellectuelles en jeu au cours de la recherche. Pour notre part, nous retiendrons trois grands groupes d'activités, à l'intérieur desquels nous pensons qu'il est possible de décrire sans jugement de valeur différents types de comportements. Bien entendu cela ne veut nullement dire que l'ordre de présentation soit l'ordre chronologique d'une démarche et que les interférences ou les chevauchements n'existent pas entre les différents groupes.

Premier groupe d'activités : le traitement de l'information (Pour bien se représenter cette phase, se souvenir des conseils empiriques donnés aux élèves : écrivez votre hypothèse, reformulez le problème, etc.....)

On pourrait distinguer alors :

— des comportements de recherche éliminant totalement cette phase, décrire sous cette rubrique, par exemple, les comportements de tâtonnements empiriques.

— des comportements visant à se donner une représentation plus perceptible des problèmes (dessins, comparaisons, écriture facilitant la manipulation).

— des comportements visant à faire apparaître des données implicites (par exemple, exprimer une valeur non donnée à partir d'éléments explicites, faire apparaître une identité remarquable, faire tableau ou schéma clarificateur ; écriture nouvelle des données, identification du problème permettant de se reporter à une méthodologie habituelle, etc...).

Deuxième groupe d'activités : les opérations de combinaisons des données. On pourrait se demander si l'on trouve des comportements comportant :

- une utilisation d'un programme systématique de combinaison (par exemple mise en relation systématique des données deux à deux)

- une utilisation d'une combinaison guidée par des hypothèses plus ou moins explicites

- des changements de stratégie au cours de la combinatoire. (Par exemple capacité d'abandonner un raisonnement déductif, pour reprendre le problème en partant des conditions de la solution)

- une volonté d'accéder d'emblée à la solution globale ou recherche d'éléments partiels en relation plus ou moins directe avec la solution.

On pourrait observer : . la manière dont sont enregistrées les tentatives effectuées et les conséquences tirées des échecs ou des réussites partiels ;

- . l'utilisation de l'analogie, du savoir disponible, etc... ;

- . le type d'utilisation des brouillons, etc...

Troisième groupe d'activités : les opérations de vérification. Pour en saisir l'importance, se souvenir que souvent la recherche est bloquée soit parce qu'on est convaincu que la solution n'existe pas, soit parce qu'on croit avoir trouvé la solution.

- Mise en relation de la solution ou des hypothèses concernant le travail à effectuer avec les données du problème.

- Evaluation de la possibilité des résultats trouvés.

- Test sur la rigueur des raisonnements adoptés et sur les calculs effectués.

(On notera que la capacité de tester soi-même ses résultats supprime la dépendance du chercheur par rapport au correcteur).

3 — Etudes de procédés pédagogiques ou expérimentaux pour étudier les comportements de recherche

- Utilisation de *tests partiels* (Par exemple, arrêter la recherche au bout de 5 minutes et tester la connaissance des données du problème, ou la *représentation* résultant de la lecture du problème).

- Utilisation de la *rédaction* de la recherche. Faire faire le récit des opérations réalisées au bout d'un certain temps de travail

(Il est possible qu'un travail de petites équipes, suivi d'une rédaction individuelle séparée, donne des renseignements plus intéressants).

— Analyse de brouillon, dans un entretien avec l'élève qui l'a rédigé, sans qu'il ait été prévenu de cette opération.

— Mise au point d'une batterie de problèmes, pour une passation progressive sur une période déterminée.

— Rédaction de problèmes par les élèves. Etude de ce genre d'entraînement sur les résultats pour des problèmes donnés dans des conditions habituelles.

— Expérimentation de l'effet produit sur la qualité du raisonnement par un cours sur la *nature* du raisonnement mathématique.

COMMUNIQUE

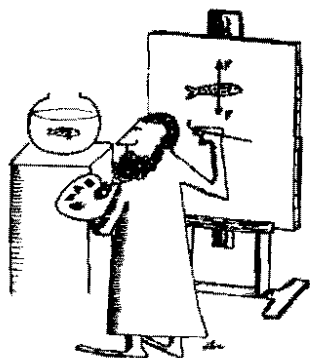
L'ASSOCIATION POUR LE DEVELOPPEMENT DE LA CULTURE SCIENTIFIQUE (ADCS), éditeur du "PETIT ARCHIMEDE", prépare un numéro spécial sur le nombre π .

Les contributions sont recueillies par :

J. BRETTE, 5 Villa Vauvenargues, 75018 Paris.

J.-C. HERZ, IBM-France, 36 avenue Raymond Poincaré, 75116 Paris.

Y. ROUSSEL, ADCS- π , CES Sagebien, 80000 Amiens.



Une question :
Avez-vous utilisé l'affi-
chette de la page 1031 du
Bulletin 306 ?