

**Association des professeurs de mathématiques
de l'enseignement public**
29, rue d'Ulm - PARIS (5e)

Président d'honneur : G. WALUSINSKI

BUREAU NATIONAL ET COMMISSIONS DE L'APMEP 1976-77

Bureau National	Commissions et leurs Responsables
Président : P.L. HENNEQUIN Secrétaire Général : D. REISZ Secrétaire Général Adjoint : R. HEBENSTREIT Secrétaires : Organisation Générale : M. CHOUCHAN Régionales : R. CREPIN ; O. RENAUT Vie Scolaire : H. BAREIL Vice-Présidents : Elémentaire et Maternelle : N. BROUSSEAU Ecoles Normales : J. LECOQ Premier Cycle : R. METREGISTE Second Cycle : J. AYMÈS C.E.T. : C. PAGANO Lycées Techniques : N. EHRLICH ; M. RAYNAL Enseignement post-baccalauréat : J.L. OVAERT Formation des maîtres : G. HENNECART Trésorier : G. GRIBONVAL Directeur des Publications : L. DUVERT Chargés de mission : A. DÉLEDICQ (fichier) J. MARIA (recrutement et diffusion) J. CHABRIER (documentation et interdisciplinarité)	Dictionnaire : J. CHASTENET DE GERY ; M. ARNOULD MOTS : L. DUVERT Elémentaire et Maternelle : N. BROUSSEAU Premier Cycle : R. METREGISTE Second Cycle : J. AYMES Enseignement Post-Baccalauréat : J.L. OVAERT Enseignements Techniques courts : J. BLION Formation des maîtres : G. HENNECART Formation Permanente : D. POISSON Manuels Scolaires : H. BAREIL Publications : L. DUVERT Secrétaire Administratif : A. BLONDEL Service "Publicité du Bulletin" : J. BORNENS

Sommaire

1. Compte rendu des Journées A.P.M. de Rennes (septembre 1976)	
1.1. Conférence de W. SERVAIS : Humaniser l'enseignement de la mathématique	17
1.2. Conférence de G. VERGNAUD : Activité et connaissance opératoire	52
1.3. Groupes de travail (voir sommaire détaillé page 2)	66
2. Etudes	
J. CHASTENET de GERY : Somme de scalaires et de vecteurs dans un espace vectoriel quelconque	143
3. Sujets d'examen	
C. BLOCH : Sur un exercice de calcul des probabilités (suite)	149
4. Matériaux pour une bibliographie	
G. WALUSINSKI : Un beau métier	155
G. WALUSINSKI : Des vrais problèmes	157
G. WALUSINSKI : Pour l'inventaire	158
G. WALUSINSKI : Les proies du ilseron	162
J. KUNTZMANN : A propos de deux comptes rendus de mon livre "Evolution et étude critique des enseignements de mathématiques"	164
5. Vie de l'Association	
5.1. L'A.P.M. et la réforme Haby	167
5.2. L'annulation des stages en Janvier 77	170
5.3. La formation des maîtres de la voie 3 intégrés comme P.E.G.C.	171
5.4. Le séminaire des 5 et 6 mars 77	171
5.5. Votes 1977	172
5.6. L'A.P.M.E.P. et le problème de l'inspection	172
5.7. Calendrier de travail	174
5.8. Commission Informatique et Mathématique	174
5.9. Vie des Régionales : Picardie	179
	Nice 182

*
* *

Annonces diverses :

Corps, espace, mouvement (C.R.A.P.)	142
Remerciements et offre de manuels (J. Kuntzmann)	153
Recherche d'ouvrages (L. Manara)	76
Séminaire de Philosophie et Mathématiques	184
Petit Archimède	141
Brochures A.P.M.	142-154-166-176-177-178
Publications de la Régionale Parisienne	178

Ce Bulletin contient en outre :

- 1) La mathématique parlée par ceux qui l'enseignent
Associativité - Commutativité - Commuter
- 2) Une brochure de présentation de l'A.P.M.E.P. et une lettre explicative

Les annonceurs :

VUIBERT 185-187-189-191 — OCDL 193 — MAGNARD 194 — CEDIC 195-196 —
TECHNIQUE et VULGARISATION 3e de couverture.

Groupes de travail de Rennes

(A : animateur ; R : rapporteur ; AR : animateur et rapporteur)

A 1.	L'échec en mathématiques. A. BIGARD (AR)	66
A 2.	Mathématique et affectivité. J. NIMIER (AR)	67
A 4.	Le Pourquoi en mathématiques. F. JAULIN-MANNONI (AR)	68
A 5.	Les phénomènes d'incompréhension et de blocage. J. ADDA (AR)	70
A 6.	Motivations. M. DUMONT (A) ; J.M. BECKER (R)	75
A 11.	Analyse du comportement face à une activité mathématique au niveau élémentaire. M. GLAYMANN (AR) ; D. PICHOD (A) ; B. SENECHAL (R)	77
A 13.	Etude critique de quelques situations proposées par des manuels de mathématique du Cours Préparatoire. C. HUG (A) ; N. HANSEL (R)	80
A 20.	Le premier cycle. F. PLUVINAGE (A) ; A. VALABREGUE (R)	82
A 23.	Analyse du comportement face à une activité mathématique dans le premier cycle. J. CHABRIER (AR) ; Y. NOAILLES (A) ; M. PORTAL (A)	85
A 30.	Comportements dans le second cycle. D. REISZ (AR) ; J.F. PIGEONNAT (R)	90
A 50.	Action-Recherche : activités corporelles et mathématiques. J. SAUVY (AR)	92
A 51.	La rigueur du professeur de mathématiques et la notation. M.C. DAUVISIS (A) ; J. METENIER (A) ; C. BERDONNEAU (R)	96
A 60.	Rôle des psychologues dans une recherche pédagogique. E. CAUZINILLE (AR) ; J. MATHIEU (AR)	103
A 70.	L'introduction de l'informatique dans le second degré (Bilan et perspectives). J. KUNTZMANN (AR)	104

*
* *

B 1.	La conceptualisation en mathématique et en physique. F. HALBWACHS (AR)	107
B 3.	Comportements vus au travers de la liaison mathématique-économie. D. FREDON (AR)	109
B 4.	Mathématique et géographie. J. CHABRIER (AR) ; A. KYCH (A) ; M. PORTAL (A)	111
B 5.	Mathématique et biologie. R. GUYOT (AR) ; B. THOZET (A)	115
B 6.	Mathématique et Enseignement Technique. J.C. MARMORET (AR) ; C. PAGANO (A)	117
B 10.	Technologie éducative. G.H. CLOPEAU (A) ; R. GRAS (A) ; D. BOISNARD (R)	120
B 11.	Les calculatrices. R. HEBENSTREIT (AR) ; E. CAUZINILLE (A) ; J. JULO (A) ; R. LE ROUX (A) ; J. MARIA (R)	122
	Annexe : Utilisation de calculatrices de poche dans l'enseignement élémentaire et le premier cycle (Colloque inter-IREM de Dijon, 1er et 2 octobre 1976). M. COURRIERE (R)	125
B 12.	Mathématiques et audio-visuel. J. DELERUE (AR) ; S. PSAUME (AR) ; J. DELPORTE (A) ; RICCO (A)	128
B 20.	L'enseignement de l'heuristique à l'université. G. GLAESER (AR) ; J. MARTINET (AR)	130
B 22.	Clubs mathématiques. J. FROMENTIN (AR)	132
B 23.	Analyse de comportements heuristiques. N. BALACHEFF (AR) ; F. ROYLOUX (AR)	136

Les Régionales de l'A.P.M.E.P.

Dans chaque académie, il existe une section régionale de l'A.P.M.E.P. qui organise diverses activités pédagogiques et qui s'organise elle-même librement. En particulier, il existe des sections départementales qui se constituent à l'intérieur de la Régionale à laquelle elles sont rattachées.

Les lecteurs du Bulletin sont invités à prendre contact avec les animateurs de ces sections régionales ou départementales, voire locales. A la dispersion géographique de ses adhérents qui correspond à leurs fonctions, l'A.P.M.E.P. propose un remède : la constitution d'équipes de maîtres qui enseignent des mathématiques "de la Maternelle à l'Université", en dehors de toute hiérarchie administrative, par dessus les barrières artificielles des divers degrés d'enseignement. Elle propose à chacun et de conserver l'autonomie de son action et de sa réflexion, conditions indispensables d'un enseignement libéral, d'une éducation libératrice, et de coopérer au travail collectif sans lequel aucun ouvrage n'est plus possible à l'échelle de nos sociétés. Elle reprendrait donc volontiers à son compte la devise des coopérateurs : "tous pour un, un pour tous" pour le seul profit, ici, de l'enseignement mathématique et de la formation de la jeunesse.

Liste des sections régionales ou départementales.

Pour chaque section, nous donnons l'adresse d'un animateur à qui les Collègues s'adresseront pour avoir des informations supplémentaires sur l'activité de sa section. Entre crochets [], nous donnons les numéros des départements qui sont du ressort de la régionale. Entre doubles parenthèses (()) le numéro de chèque postal quand il y a lieu (sauf avis contraire, l'intitulé du compte est "Régionale A.P.M.E.P. de ...").

AIX-MARSEILLE [04, 05, 13, 84]

Pierre NOE, 49 rue Daumier, 13008-Marseille ((Marseille 28-94-82)).

AMIENS [02, 60, 80]

Jean CAPRON, Résidence des Jardins de la Somme, 24/26 Bd du Port, bât. 74, 80000-Amiens. Tél. (22) 92.16.79 ((Lille 862-04)).

Janine PROTIN, résidence de l'Abbaye, A36, rue du Dr Calmette, 60200-Compiègne.

BESANCON [25, 39, 70, 90]

Martial THIRIOT, I.U.T., 30 avenue de l'Observatoire, 25000-Besançon ((Dijon 2505-45 V)).

Section du Jura : Mlle COULON, 12 rue de la Colette, 39000-Lons-le-Saulnier.

Section de Belfort : J. DAUTREVAUX, 41 rue du Château Essert, 90000-Belfort.

BORDEAUX [24, 33, 40, 47, 64]

Pierre LOUQUET, 47 cours de la Somme, 33000-Bordeaux ((Bordeaux 3902-91)).

Section de la Dordogne : Mlle MARCHIVIE, 12 rue des Vaures, 24100-Bergerac.

Section de la Gironde : TEXTIER, Boutus, Beychac et Caillau, 33-Saint-Germain-du-Puch.

Section des Landes : LAVIGNE, 40-Aire-sur-Adour.

Section du Lot-et-Garonne : DE LATAULADE, 1 rue Claude Rivemale, 47-Villeneuve-sur-Lot.

Section des Pyrénées-Atlantiques : CELHAY, allée de la Forêt, 64600-Anglet.

BREST [29]

Michelle CARRON, 5 rue de Messidon, 29200-Brest ((Rennes 25-5927)).

CAEN [14, 50, 61]

Jacky COCHEPIN, rue de la Chasse, 14290-Mathieu ((Rouen 1084-56 M)).

CLERMONT-FERRAND [03, 15, 43, 63] ((Clermont 1569-75))

André HENNETON, Sauvagnat Ste Marthe, 63500-Issoire.

DIJON [21, 58, 71, 89]

O. RENAUT, 38 bd. de l'Université, 21-Dijon ((Dijon 1751-05 V)).

Section de l'Yonne : D. REISZ, 11 rue du Saule, 89610-Vincelles.

Section de la Saône-et-Loire : MICHELOT, 32 avenue Boucicaut, 71100-Chalon-sur-Saône.

Section de la Nièvre : PUISSEGUR, 2 place de la Résistance, 58000-Nevers.

Section de Mâcon : Danielle DOMINIQUE, Chevagny-les-Chevrières, 71300-Montceau-les-Mines.

GRENOBLE [07, 26, 38, 73, 74]

C. BENZAKEN, 17 avenue du Vercors 38240-Meylan ((Grenoble 343-49 U)).

Section de Chambéry : COMPAIN, Lycée Technique, 1 avenue du Colombier, 73000-Chambéry.

Section de Vienne : CHARNAY, Establin, 38780-Pont-Evêque.

Section d'Annecy : VIDIANI, B.P. 316, 74000-Annecy.

LILLE [59, 62]

MAS, Lycée Faidherbe, rue A. Carrel, 59-Lille ((Lille 4242-55)).

Section du Pas-de-Calais : LAURENT, 15 rue Albert-1er, 62-Arras.

LIMOGES [19, 23, 87]

UER des Sciences, 123 rue Albert Thomas, 87100-Limoges ((Limoges 117-66 P)).

Section de la Creuse : Mme MEIGNAL, 41 rue Alfred Géraud, 23000-Guéret.

Section de la Corrèze : M. BOUTEILLER, 7 bis avenue Roosevelt, 19100-Brive.

LYON [01, 42, 69]

Gilbert CROS, 86 avenue Jean Jaurès, 69007-Lyon ((Lyon 7081-18)).

Section de Saint-Etienne : M. BOUTEILLE, Résidence de l'Hippodrome, Bât. D4, 42390-Villars.

Section de Bourg : R. CHARNAY, E.N., 40 rue du Gal Delestreint, 01000-Bourg-en-Bresse.

MONTPELLIER [11, 30, 34, 48, 66]

Mme FUCHS, 10 rue des Glaïeuls, 34000-Montpellier ((Montpellier 385-25 W)).

Section du Gard : J. CHABRIER, 10 rue de Loye, 30000-Nîmes. Tél. 84.26.12

Section des Pyrénées Orientales : GALTIE, 16 rempart Villeneuve, 66-Perpignan.

Section de l'Aude : Mlle CABANEL, Lycée Lacroix, 11100-Narbonne.

NANCY [54, 55, 57, 88]

MIRGAUX, 76 rue G. Mouilleron, 54-Nancy ((Nancy 1394-64 S)).

Section de la Moselle : E. SAUVADET, 17 rue du Fort, Longeville-les-Metz, 57000-Metz.

Section des Vosges : J. MERLAN, CDDP, av. H. Sellier, 88000-Epinal ;
ou J.L. MIRGUET, Lycée Béchamp, 88200-Remiremont.

NANTES [44, 49, 53, 72, 85]

Mme PEYROT, 41 Les Hauts de l'Erdre, 44240-La Chapelle/Erdre.

Section de la Sarthe : KLAEYLE, 2 impasse Fizeau, 72100-Le Mans.

NICE [06, 20, 83] ((Marseille 5758-43))

Monique LEENHARDT, 36D avenue Primerose, 06000 Nice

Section du Var : M.J. PAPAZIAN, La Colle d'Artaux, 83500-La Seyne

ORLEANS-TOURS [18, 28, 36, 37, 41, 45]

P. MONSELLIER, Département de Mathématiques, Université d'Orléans,
45045-Orléans Cedex ((La Source 1440-09 X)).

Section de Tours : Monique GODICHEAU, Appt. 235, 14, rue Léonard
de Vinci, 37170-Chambray-lès-Tours.

Section de Montargis : KISTER, 52 rue des Vignes, 45120-Chalette.

PARIS [75, 77, 78, 91, 92, 93, 94, 95]

J. ADDA, 10 rue Vandrezanne, 75013-Paris.

Section de la Seine-Saint-Denis : M. LOI, 68 rue des Ecoles, Bât. A 318,
93300-Aubervilliers.

((Régionales Parisienne de l'A.P.M.E.P. Paris 25 108 63)).

Bulletin de la Régionale : Gilbert GRIBONVAL, 129 avenue du Général
Leclerc, 91120-Palaiseau.

POITIERS [16, 17, 79, 86]

D. PORTE, IREM, 40 av. du Recteur Pineau, 86022-Poitiers Cedex
((Bordeaux 38-52-59)).

Section des Deux Sevres : FROMENTIN, 29 avenue de Nantes,
79000-Niort.

Section de la Charente : MARRON, CES La Grande Garenne, rue Pierre
Aumaire, 16000-Angoulême.

Section de la Charente-Maritime : M. BLANCHARD, Lycée de Rochefort
17300-Rochefort.

Section de la Vienne : J. L. SIRIEIX, Lycée technique Louis Armand,
63 rue de la Bugellerie, 86022-Poitiers.

REIMS [08, 10, 51, 52]

THIERUS, 57 rue David, 51100-Reims ((Châlons-sur-Marne 1262-80 L)).

Section des Ardennes : MARECHAL, 15 Porte de Bourgogne,
08000-Charleville Mézières. Tél. (24) 57.27.32.

Section de l'Aube : HAUBRY, 16 A, rue Jules Didier,
10120-Saint-André-les-Vergers.

Section de la Haute-Marne : Mlle GODON, 8 rue de Lorraine,
52000-Chaumont.

Section de la Marne : SCHACHERER, 26 rue du Moulin à Vent,
51200-Epernay.

RENNES [22, 35, 56]

LEVEILLEY, 28 avenue des Vignes, Châtillon-sur-Seiche,
35230-St-Erblon ((Rennes 1707-29)).

ROUEN [27, 76]

Michèle CHOUCAN, 16 rue du Bailliage, 76000-Rouen ((Rouen 1350-13 D)).

STRASBOURG [67, 68]

SILVESTRE, 17 rue Grimling, 67200-Strasbourg.

Section du Haut-Rhin : LEVASSORT, 27 rue Georges Sand, 68-Mulhouse-Dornach.

Section de l'Allemagne Fédérale : Lucien AUGE, S.P. 69487

TOULOUSE [09, 12, 31, 32, 46, 65, 81, 82]

Line MAILHOS, Université Paul Sabatier, 31077-Toulouse Cedex ((Toulouse 2035-51)).

Section de l'Ariège : Mme GALY, 96 avenue V. Pilhes, 09400-Tarascon-sur-Ariège.

Section de l'Aveyron : SCHIOPETTO, CES La Fenderie, 12000-Rodez.

Section du Gers : Mlle BORIES, 29 rue de Metz, 32000-Auch.

Section des Hautes-Pyrénées : TARBOULIER, 36 rue M. Lamarque, 65000-Tarbes.

Section du Tarn-et-Garonne : Solange SOR, CES Bourdelle, boulevard Herriot, 82000-Montauban.

Section du Tarn : Christine MANDIRAC, Lycée de Carmaux, 81400-Carmaux.

ANTILLES

Mme LAMOTTE, 1 km 700 route de Schoelcher, voie n° 6, 97200-Fort-de-France.

Sections de l'A.P.M.E.P. à l'étranger

Les Collègues ou lecteurs résidant dans les pays indiqués ci-dessous sont invités à prendre contact avec les animateurs dont nous vous donnons les adresses.

Colombie : Manuel Humberto ALVAREZ, Instituto de Ciencias, Avenida 22, Bogotá D.E., Colombie.

Côte d'Ivoire : MATHURIN, B.P. 20694, Abidjan, Côte d'Ivoire. (Il s'agit de l'Association Ivoirienne, qui travaille en liaison étroite avec l'A.P.M.E.P.).
Section locale à Bouaké.

Cuba : Olga MASCORT del BUSTO, Ministerio de Educación, Obispo y Mercaderío, La Habana.

Laos : GAGNEUX, S.P. 50.056/C, Pakse, Laos.

Liban : Rafic EIDO, Centre d'études mathématiques, Beyrouth, Liban.

Maroc : G. SAVARY, Lycée Lyautey II, 13 place de Reims, Casablanca.

Sénégal : Seyni NIANG, Lycée Van Valenhoven, Dakar.

Togo : Komi OLLANLO, Ecole Normale Supérieure, Atakpamé, Togo.

Tunisie : Antoine VALENZA, Faculté des Sciences de Tunis.

U.S.A. : Thérèse LAGOUÉYTE, chef du département de mathématiques, Ecole Française Internationale de Washington, 9600 Forest Road, Bethesda-Maryland, 20014 U.S.A.

Le Comité national de l'A.P.M.E.P.

Organisme élu par l'ensemble des adhérents et qui a la responsabilité de l'action de l'A.P.M.E.P. dans l'intervalle des assemblées générales. Celles-ci ont lieu annuellement, au printemps le plus souvent ; chaque assemblée renouvelle par quart le Comité dont l'effectif a été porté à 40 membres (vote de juin 1969).

Le Comité se réunit trois fois par an. Il élit le Bureau national à qui il délègue ses pouvoirs de façon permanente. La composition du Bureau et la liste des Commissions sont rappelées sur la page 2 de la couverture du Bulletin.

Les Régionales peuvent se faire représenter aux réunions du Comité par un membre de l'Association non membre du Comité et alors avec voix consultative.

Sortants en 1977 : Jean BLION (*P.E.G. C.E.T., ENNA Lyon*) ; Jean CHABRIER (*C.E.S. Feuchères, Nîmes*) ; Michèle CHOUCHAN (*Lycée des Bruyères, Rouen*) ; André DELEDICQ (*Université, Paris 7e*) ; Nicole DERETZ (*Institutrice, Aubervilliers*) ; Daniel DUCLOS (*Université, Lyon*) ; Louis DUVERT (*Lycée J. Moulin, Lyon*) ; Nicole EHRLICH (*Lycée technique, Cachan*) ; Paul-Louis HENNEQUIN (*Université, Clermont*) ; Marie-Jeanne PAPAZIAN (*Lycée, Toulon*).

Sortants en 1978 : Jean AYMES (*Lycée Michelet, Montauban*) ; Roger CREPIN (*Inspecteur-Professeur, E.N.F., Limoges*) ; Rachel HEBENSTREIT (*C.E.S. Maurice d'Ocagne, Paris*) ; Viviane LECLERCQ (*Lycée, Mérignac*) ; Mme LEHOUCHU (*Institutrice, Vincennes*) ; Pierre MAHAUT (*C.E.G., Saint Martin de Fontenay*) ; Claude PAGANO (*C.E.T. Paul Langevin, La Seyne-sur-Mer*) ; Daniel REISZ (*Lycée J. Amyot, Auxerre*) ; Michel REYNET (*C.E.S., Egletons*) ; André ROUCHIER (*Université, Orléans*).

Sortants en 1979 : Henri BAREIL (*C.E.S., Toulouse-Bellevue*) ; Lucien CHAMBADAL (*Lycée Saint-Louis, Paris*) ; Nicole CHOUCHAN (*C.E.S., Clichy-sous-Bois*) ; Francis DUCROCQ (*Instituteur, Remilly-sur-Tille*) ; André FABRE (*Instituteur, Francheville-le-Haut*) ; Gilbert GRIBONVAL (*Lycée Lakanal, Sceaux*) ; José MARIA (*Lycée Estienne d'Orves, Nice*) ; Guy MEHL (*Lycée Marie Curie, Strasbourg*) ; René METREGISTE (*C.E.S. Argonne, Orléans*) ; Olivier RENAUT (*E.N.F., Dijon*).

Sortants en 1980 : Nadine BROUSSEAU (*Institutrice, Talence*) ; Daniel CARRIOT (*C.E.G., Vallon-en-Sully*) ; Roger CUCULIERE, (*L.E.M., Noisy-le-Sec*) ; Marcel DARENNE (*C.E.G., Sombernon*) ; Guy HENNECART (*E.N.N.A., Toulouse*) ; Jean LAPORTE (*I.U.T., Angoulême*) ; Jacques LECOQ (*E.N.G., Caen*) ; Jacques MERLAN (*I.D.E.N., Remiremont*) ; Jean-Louis OVAERT (*Lycée Thiers, Marseille*) ; Michel RAYNAL (*L.T., Montauban*).

Membre de droit : E. CAMY-PERRET.

NOMS et ADRESSES des MEMBRES du BUREAU ET DES COMMISSIONS DE L'A. P. M. E. P.

- M. ARNOULD, 44 av. Albert Thomas, 93320-Les-Pavillons-sous-Bois (Tél. 848.35.52)
- C. AUQUE, Maître assistant de Mathématiques, B.P. 45, 63170-Aubière
- J. AYMÈS, 12 lotissement Ramiérou II, 82000-Montauban (Tél. (63) 03.46.02)
- H. BAREIL, 7 rue des Pivoines, 31400-Toulouse (Tél. (61) 52.74.53)
- J. BLION, 25 rue Antoine Roibet, 69740-Genas
- A. BLONDEL, 154 avenue Marcel Cachin, 92320-Châtillon-sous-Bagneux (Tél. 253.18.32)
- J. BORNENS, 86 rue de l'Abbé Groult, 75015-Paris (Tél. 828.73.47)
- N. BROUSSEAU, Résidence Les Ombrages, Bât. A1, avenue de Thouars, 33400-Talence
- J. CHABRIER, 10 rue de Loye, 30000-Nîmes (Tél. (67) 84.26.12)
- J. CHASTENET de GERY, 4 rue des Capucins, 92190-Meudon-Bellevue (Tél. 027.48.48)
- M. CHOUCHAN, 16 rue du Baillage, 76000-Rouen (Tél. (35) 98.00.25)
- F. COLMEZ, 55 bis avenue du Bois de Verrières, 92160-Antony (Tél. 666.01.27)
- R. CREPIN, 94 avenue de Locarno, 87000-Limoges (Tél. (55) 33.46.68)
- A. DELEDICQ, 3 allée C. Marot, 91400-Orsay (Tél. 010.27.06)
- F. DUCROCQ, Institutteur à Remilly-sur-Tille, 21110-Genlis
- L. DUVERT, 21 bd. des Castors, 69005-Lyon (Tél. (78) 25.03.17)
- N. EHRLICH, 4 allée des Renardeaux, 94260-Fresnes (Tél. 350.85.47)
- M. GLAYMANN, 14 rue de Chavril, 69110-Sainte-Foy (Tél. (78) 52.03.37)
- G. GRIBONVAL, 129 av. du Général Leclerc, 91120-Palaiseau (Tél. 010.15.25)
- R. HEBENSTREIT, 277 rue de Vaugirard, 75015-Paris, (Tél. 532.36.58)
- G. HENNECART, 9 Jardins Occitans, 31520-Ramonville (Tél. (61) 73.03.86)
- P.L. HENNEQUIN, 15 rue du Pavin, 63000-Clermont (Tél. (73) 93.10.44)
- V. LECLERCQ, 18 rue Levieux, 33000-Bordeaux (Tél. (56) 48.15.51)
- J. LECOQ, 16 rue du Plateau Fleuri, 14000-Caen (Tél. (31) 81.04.77)
- J. MARIA, 5ter rue Edith Cavell, 06000-Nice (Tél. (93) 81.53.64)
- R. METREGISTE, 22 rue Georges Le Comte, 45400-Fleury-les-Aubrais (Tél. (38) 62.05.29)
- F. MONNET, 8 allée Louise Labbé, 75019-Paris (Tél. 202.24.52)
- J.L. OVAERT, Tour de Navarre, Allée Granados, Le Roy d'Espagne, 13008-Marseille
- C. PAGANO, Route de Janas, 83500-La-Seyne-sur-Mer (Tél. (94) 25.20.85)
- D. POISSON, 49/52 rue Claude Perrault, 59200-Tourcoing
- M. RAYNAL, 5 boulevard Garriison, 82000-Montauban
- D. REISZ, 11 rue du Saule, 89610-Vincelles (Tél. (86) 53.21.93)
- O. RENAUT, 38 boulevard de l'Université, 21-Dijon (Tél. (80) 30.20.55)
- G. WALUSINSKI, 26 Bérangère, 92210-Saint-Cloud (Tél. 771.69.09)

ADRESSES DES I.R.E.M.

BESANCON	Directeurs
Faculté des Sciences, La Bouloie — 25300 BESANCON CEDEX	GREMILLARD
Tél. : (81) 80.43.60	
BORDEAUX	COLMEZ
351, Cours de la Libération — 33405 TALENCE	
Tél. : (56) 80.74.42	
BREST	CARVALLO
Université de Bretagne occidentale, avenue V le Gorgeu — 29200 BREST	
Tél. : (98) 80.16.94 (poste 690)	
CAEN OU BASSE-NORMANDIE	SENECHAL
I.U.T., Boulevard Maréchal Juin — 14000 CAEN	
Tél. : (31) 81.13.62 (poste 627)	
CLERMONT-FERRAND	AUQUE
Complexe Scientifique des Cézeaux, B.P. 45 — 63170 AUBIERE	
Tél. : (73) 92.22.26 (poste 33.97)	
DIJON	ARBAULT
Faculté des Sciences — Mirande B.P. 138 — 21004 DIJON CEDEX	
Tél. : (80) 41.00.34 (poste 647.648.691)	
GRENOBLE	MALGRANGE
Tour de Mathématique, Domaine Universitaire, B.P. 41 — 38401 SAINT MARTIN D'HERES	
Tél. : (76) 54.61.45 (poste 502)	
LILLE	TISON
Faculté des Sciences et Techniques — B.P. 36 — 59650 VILLENEUVE D'ASCO	
Tél. : (20) 56.92.00	
LIMOGES	COUTY
U.E.R. Sciences Exactes et de la nature, 123, rue Albert Thomas — 87100 LIMOGES	
Tél. : (55) 77.57.15 (poste 336) - (55) 79.24.12	
LYON	GLAYMANN
Université Claude Bernard — LYON I — 43, bld du 11 Novembre 1918 — 69621 VILLEURBANNE	
Tél. : (78) 52.03.37 ou 52.07.04 (poste 37 - 24)	
MARSEILLE	CARMONA
U.E.R. de Marseille Luminy, 70 Route Léon Lachamp — 13288 MARSEILLE CEDEX 2	
Tél. : (91) 41.39.40 - (91) 41.15.40 (poste 32 - 10)	
MONTPELLIER	ROUMIEU
Faculté des Sciences, Place Bataillon — 34000 MONTPELLIER CEDEX	
Tél. : (67) 63.42.14 ou (67) 63.91.44 (poste 383)	
NANCY-METZ OU LORRAINE	MORLET
Boulevard Charlemagne, Locaux de l'I.U.T. — 54001 NANCY	
Tél. : (28) 27.38.99	

NANTES	DHOMBRES
U.E.R. de Mathématiques — Université de Nantes, Boulevard Michelet, B.P. 1044 — 44000 NANTES CEDEX	
Tél. : (40) 74.50.70 (poste 295)	
NICE	MERIGOT
Département de Mathématique, Parc Valrose — 06034 NICE CEDEX	
Tél. : (93) 84.60.29 (poste 372)	
ORLEANS	ROUCHIER
Université — Domaine Universitaire de la Source — 45045 ORLEANS CEDEX	
Tél. : (38) 63.22.16 (postes 624 - 638)	
PARIS SUD	REVUZ
Université Paris VII — 2, place Jussieu, Tour 56 — 75005 PARIS	
Tél. : (1) 336.25.25 (postes 53-83 à 53-86)	
PARIS NORD	ROUGEE
C.S.P. Avenue Jean Baptiste Clément — 93430 VILLETANEUSE	
Tél. : (1) 820.61.70 (poste 4271)	
PICARDIE	LABESSE
U.E.R. de Saint Quentin, 48 Rue Raspail — 02100 SAINT QUENTIN	
Tél. : (23) 62.54.46	
POITIERS	BOROWCZYK
Faculté des Sciences, 40, avenue du Recteur Pineau — 86022 POITIERS CEDEX	
Tél. : (49) 46.26.30 (poste 687) - (49) 46.27.35	
REIMS	DAVID
Faculté des Sciences — B.P. 347 — 51062 REIMS CEDEX	
Tél. : (26) 47.03.13	
RENNES	GABORIEAU
Université — B.P. 25 A — 35031 RENNES CEDEX	
Tél. : (99) 36.48.15	
ROUEN	BUISSON
B.P. 27 — 76310 MONT SAINT AIGNAN	
Tél. : (35) 70.42.73	
STRASBOURG	MARTINET
Département de Mathématiques, 10, rue du Général Zimmer — 67084 STRASBOURG	
Tél. : (88) 61.48.20	
TOULOUSE	DESQ
Université Sabatier, 118, route de Narbonne, 31400 TOULOUSE	
Tél. : (61) 52.14.14	

LE COIN DU TRÉSORIER

Adresse : APMEP, 29 rue d'Ulm, Paris 5ème, C.C.P. Paris 5708-21 N

Prix du numéro du Bulletin 15 F

Abonnement annuel au Bulletin 80 F

Cotisation valable pour l'année civile, du 1er janvier au 31 décembre, donnant droit au titre de membre de l'Association APMEP.

Tarif pour l'année civile 1977

(Pour l'admission en qualité de membre, consulter l'article 3 des statuts)

A) { Membres instituteurs 10 F
 { Membres retraités

B) Membres dont l'indice de traitement * est inférieur ou égal à 350 20 F

C) Membres dont l'indice de traitement * est supérieur à 350 30 F

Tarif réduit pour l'abonnement au Bulletin, valable pour l'année civile, du 1er janvier au 31 décembre, pour tous les membres de l'APMEP.

. Tarif pour l'année civile 1977 35 F

. Les adhérents sous les drapeaux bénéficieront d'un abonnement gratuit d'un an.

La cotisation seule ne donne pas droit à l'abonnement.

Supplément pour expédition "par avion", variable suivant votre résidence : renseignez-vous en écrivant au siège de l'association.

Pour l'abonnement complémentaire, par les adhérents, à la revue de la Société Belge des professeurs de mathématiques d'expression française "Mathematica et Paedagogia", le tarif pour 1977 est de 40 F.

Cas des "maîtres polyvalents"

Tarif pour l'année civile 1977

. Cotisation assurant l'affiliation simultanée aux deux associations

APBG — APMEP 35 F

. Abonnement aux Bulletins des deux associations 45 F

Mais attention : cette cotisation n'est pas à verser au compte de l'APMEP (voir ci-dessous : adhésions nouvelles)

L'importance du nombre des adhérents nous oblige à utiliser un fichier automatique. La bonne tenue de ce fichier exige que chacun de nous se conforme strictement aux règles suivantes :

1° ADHESIONS NOUVELLES, ABONNEMENTS NOUVEAUX : adresser au siège de l'APMEP, sous enveloppe timbrée, un bulletin d'adhésion ou d'abonnement et un bulletin de commande, dûment remplis, et un chèque postal (3 volets) à l'ordre de l'APMEP, Paris 5708-21 N. Si vous enseignez aussi les sciences naturelles, et désirez bénéficier de notre formule d'adhésion groupée APBG — APMEP, remplissez une fiche jaune (bulletin d'adhésion "maîtres polyvalents"). Joignez-y votre coupon détachable et un chèque postal (3 volets) de 80 F à l'ordre de 96-APBG-Math. PA Source 3140145, et adressez le tout, sous enveloppe timbrée, à : APBG-Math, INRP, 29 rue d'Ulm, Paris 5ème.

Note du Secrétariat : utilisez de préférence un chèque de virement à notre CCP ou, à la rigueur, un chèque bancaire. Nous renverrons à son expéditeur tout autre mode de paiement.

2° RENOUVELLEMENT DES COTISATIONS ET ABONNEMENTS :
vous recevrez un appel pour ce renouvellement dans le courant de janvier ; cet appel porte un *coupon détachable* qu'il faut joindre au titre de paiement (voir ci-dessous la note du Secrétariat).

L'appel lui-même doit être conservé. Vous y trouverez, chaque fois que vous en aurez besoin, le numéro de votre fiche dans notre répertoire. Vous y joindrez le talon de votre chèque et ce couple constituera votre carte d'adhérent.

Note du Secrétariat : si vous aviez renouvelé votre cotisation et votre abonnement avant d'avoir reçu l'appel, veuillez nous adresser le coupon détachable qui nous est indispensable, en rappelant la date et la nature de votre premier envoi, cela pour éviter toute erreur dans la tenue de votre compte.

Vous trouverez, joint à l'appel de cotisation, une fiche qui vous permet de choisir parmi des publications de l'APMEP. Après l'avoir soigneusement remplie, vous adresserez cette fiche directement au siège de l'association, en respectant les délais indiqués.

3° CHANGEMENT D'ADRESSE (OU D'ETAT CIVIL) : porter sur une feuille, et non au dos d'un chèque, l'ancienne adresse (ou l'ancien état civil), rappeler le numéro de votre carte APMEP, puis donner les renseignements nouveaux : envoyer cette feuille sous enveloppe timbrée au siège de l'APMEP.

Note du Secrétariat : impossible de retrouver rapidement et sans erreur votre fiche si vous n'indiquez pas votre numéro A.P.M. (lequel est rappelé sur la bande ou l'étiquette adresse du Bulletin) ; un changement d'adresse inscrit au dos d'un chèque a toutes les chances de se perdre.

Merci à tous nos adhérents et abonnés, dont la bonne volonté est indispensable à la bonne marche de notre association.

* Indice figurant sur le bulletin de paye.

On peut s'abonner sans adhérer (exemples : bibliothèques, personnes qui ne sont pas membres de l'A.P.M.E.P ; tarif pour le service abonnement : 80 F).

On peut adhérer sans s'abonner.

Les adhérents, et eux seulement, bénéficient d'un **tarif réduit d'abonnement** (35 F cette année).

Ainsi, pour les **adhérents** de l'A.P.M.E.P., les seules possibilités sont :

- Adhésion sans abonnement : 10 F, 20 F, 30 F, selon l'indice.
- Adhésion et abonnement : 10 + 35 F, 20 + 35 F, 30 + 35 F, selon l'indice.

1

COMPTE RENDU DES JOURNÉES A.P.M. DE RENNES

(septembre 1976)

1. 1. Humaniser l'enseignement de la mathématique

*Conférence de Willy SERVAIS, Faculté des Sciences
Psycho-pédagogiques, Université d'Etat, MONS (Belgique)*

0. La mathématique en question

La mathématique a, parmi les sciences, une situation singulière et paradoxale. Elle est sans doute l'oeuvre que l'esprit humain élabore le plus par ses propres forces et qui témoigne le mieux de sa structure fonctionnelle. Elle est, par un contraste, en fait surprenant, une matière qui semble étrangère à un nombre trop grand d'intelligences. Ainsi, une création humaine dans son essence apparaît à trop d'hommes comme inhumaine, voire déshumanisante.

La fiction, ou la réalité, de la bosse des mathématiques rappelle qu'il n'y a pas en leur royaume d'élus qui n'ait au front le signe aristocratique d'intelligence. Pour ceux qui ne sont pas prédestinés, il n'y a de promis qu'un labeur sans joie, un gavage plein d'amertume, une frustration sans appel, une injustice congénitale.

De toutes les branches enseignées, la mathématique est peut-être celle dont l'étude est le plus jalonnée de pleurs et de grincements de dents. Pour trop d'élèves et trop de familles, les maths sont des rabat-joie, des empoisonneuses de réunions familiales, des gâcheuses de vacances.

Et cependant !

Il n'y a pas de compréhension du monde naturel, pas de possibilité d'en tirer parti sans la mathématique. Il n'y a pas de construction, quelle qu'elle soit, dans le monde culturel et technique, créé par l'homme, qui n'emprunte sa forme, sa beauté et son efficacité fonctionnelle à la mathématique.

La mathématique est une composante maîtresse du pouvoir créateur et réalisateur des hommes. Elle est un bien et un droit pour chacun d'eux car elle est une des dimensions selon lesquelles il peut se réaliser.

Depuis que la puissance de compréhension et d'action de la mathématique est reconnue, c'est-à-dire depuis l'aube des civilisations, un effort de plus en plus vaste, de plus en plus conscient a été fait pour en promouvoir la connaissance et l'usage.

Les résultats à grande échelle, et peut-être aussi les acquisitions de pointe, sont-ils à la mesure des efforts investis ? Même les plus optimistes n'oseraient répondre oui.

Serait-il possible d'améliorer ce rendement et de le rapprocher du niveau de nos aspirations ? Comment pourrions-nous tenter de le faire ? Voilà les questions qui se posent.

En totalité, ou presque, les efforts vers un meilleur enseignement ont toujours été consacrés à mettre mieux au point le contenu mathématique et sa présentation pédagogique spécifique. Cette voie de progrès évidente et, semble-t-il, immédiate, pour être importante, est-elle la seule quand il s'agit d'introduire de jeunes intelligences à l'activité mathématique, de les y apprivoiser, de la leur rendre familière pour qu'elle soit plus assimilée et plus efficace ?

D'une manière générale, le côté psychologique, effectif et pour tout dire humain est négligé si pas inexistant.

Notre propos est d'examiner la question ensemble à la lueur, je voudrais dire à la lumière, de nos expériences quotidiennes et avec toute l'impulsion de nos vœux. Notre réflexion passera par cinq étapes dont les intitulés sont déjà une critique et un programme :

La discipline mathématique, les maîtres, les élèves, les enseignants, l'éducation mathématique ouverte.

I. La discipline mathématique

Parmi toutes les branches scientifiques, la mathématique est celle qui est le plus une discipline aux divers sens de ce mot.

Elle est d'abord un ensemble de connaissances et de méthodes que l'on apprend sous un maître pour ensuite, si l'on peut, devenir un artisan de son expansion.

Au sens usuel, elle est un ensemble de règles de conduite normalement assorties de sanctions qui s'imposent aux membres d'une collectivité.

Par extension, elle peut devenir un cadre de vie que l'on s'impose à soi-même (1).

La mathématique est une discipline exigeante. Elle est ainsi pour ceux qui la pratiquent même avec aisance. Elle l'est davantage encore, faut-il le dire, pour ceux qui la subissent comme un labeur imposé auquel ils demeurent étrangers.

Le caractère contraignant de la mathématique résulte d'un faisceau de propriétés qu'elle possède au plus haut degré parmi les sciences.

(1) Voir "Dictionnaire de la langue philosophique" par P. FOULQUIE et R. SAINT-JEAN, (PUF).

La mathématique est l'activité mentale la plus abstraite, la plus virtuelle par rapport au concret. Elle est la plus logique, la plus relationnelle, vide de contenu. Elle est la plus schématique, la plus formelle par ses figures, ses diagrammes, son formalisme, ses algorithmes. Elle est la plus systématique, la plus organisée, de façon hypothético-déductive, à partir d'axiomatiques qui définissent ses structures.

Toutes ces propriétés superlatives font de la mathématique, pourtant si ouverte à la création intellectuelle, une citadelle fermée, sévère et redoutable.

1 — La terreur mathématique

Les élèves et leurs familles considèrent la mathématique comme la branche la plus contraignante et la plus sévère. Cette opinion est renforcée par le rôle de crible de sélection auquel on fait servir la mathématique.

La mathématique se prête bien à cet usage car les épreuves ont, d'une part, un caractère d'objectivité et demandent, d'autre part, des qualités d'intelligence rationnelle, notamment celle de dominer une vaste matière fortement organisée.

La mathématique est la branche la plus cumulative qui soit. Dans les autres sciences, en physique, par exemple, il est possible de connaître une partie, la calorimétrie, en ignorant, pour ainsi dire, l'optique. En mathématique, tout se tient et, dès les éléments, un effort de mémoire synthétique est indispensable.

Ce caractère global et cumulatif est encore renforcé par la présentation plus moderne et plus structurée des matières, qui donne à la mathématique une solide unité. D'un autre côté, cette grande et forte connexion des parties entre elles, assurée par les notions fondamentales d'ensembles, de relations et de fonctions, est une aide pour maîtriser mieux l'abondance des faits. Encore faut-il avoir atteint le niveau d'où une vue synoptique est possible !

Beaucoup d'élèves, par défaut de mémoire, de capacité organisatrice rationnelle ou par manque de temps et d'exercice, sont débordés et bientôt noyés par l'abondance de la mathématique.

La panique des élèves qui sentent des trous s'ouvrir sous leurs pieds est bien connue ([1] p. 67, Jacques NIMIER *"Mathématique et affectivité"*).

— *"Alors, après ça, rattraper des lacunes en mathématiques, en quatrième, j'ai suivi tant bien que mal. En troisième, je reconnais que j'ai essayé de travailler. Mes parents m'ont fait donner des cours particuliers mais ça n'a pas réussi à rattraper toutes mes lacunes de maths, et j'arrive en seconde, je suis certain que je vais avoir des difficultés pour les problèmes de physique, car je vais avoir des lacunes en algèbre..."*

Le travail et la bonne volonté peuvent ne pas être en cause ([1] p. 68)

— *"L'année dernière, là, vraiment j'étais déroutée. Alors cette année encore plus, parce que je comprends les cours, je comprends et tout, mais après, quand il s'agit de refaire, après j'ai comme un trou, je n'y arrive plus."*

Dans les autres branches ce n'est pas pareil, on peut gonfler ce que l'on dit par du baratinage. De plus, une erreur ne s'y propage pas comme en mathématique où une faute de calcul ou de raisonnement compromet tout le développement ultérieur ([1] p. 69) :

— *"On se trompe d'un tout petit truc, ça y est, tout est en l'air !"*

Pour l'élève peu sûr, la réussite lui apparaît comme un coup de chance.
([1] p. 71) :

— *“Par exemple, je suis devant un exercice de mathématiques à résoudre... Eh bien ! J'ai tout de suite l'impression que je n'y arriverai pas ou que, si j'y arrive, ce sera un coup du hasard.”*

Dans les lettres, dans les arts, les oeuvres portent la marque de l'artiste dont elles attestent la personnalité subjective.

Les sciences positives demandent à ceux qui les pratiquent d'effacer leur subjectivité par un renoncement, un oubli d'eux-mêmes.

La mathématique est, pour la plupart, une discipline aliénante entre toutes. Il en est ainsi parce qu'elle procède par abstraction et schématisation successives, chaque niveau étant atteint par un abandon du contenu du niveau inférieur.

Par perte progressive de contenu, les notions, par une manière d'ascèse, s'épurent, se simplifient, se vident de sens sémantique pour arriver à un stade logique qui peut se réduire à une syntaxe.

Voici comme cela s'exprime : ([1] p. 59)

E — *“Je trouve qu'on doit s'instruire dans les langues plutôt que d'apprendre une autre matière comme les mathématiques qui nous troublent l'esprit.”*

N — *Comment les mathématiques troublent-elles l'esprit ?*

E — *Oui. Troublent l'esprit, car les mathématiques ce n'est que de la logique. Il faut avoir de la logique. Tandis que pour les langues, pour faire des langues, il faut avoir une certaine présence d'esprit ; c'est-à-dire que l'esprit marche mieux avec les langues qu'il ne marche avec les mathématiques... Et c'est pour ça que ça vient troubler l'esprit.”*

Chez l'élève faible, le formalisme propre à donner plus de clarté, de concision et à permettre des calculs, est source d'incompréhension. ([1] p. 52)

— *“Car je ne sais pas, on pourrait très bien écrire les mathématiques dans notre langue plutôt que de mettre des signes, et je trouve que si c'était comme ça, plus de gens comprendraient. Parce qu'il faut apprendre un tas de signes, un tas d'expressions mathématiques, et beaucoup se trompent parfois.”*

Que devient l'enfant assiégé par la forêt de signes lorsque ceux-ci, au lieu d'être introduits avec une signification, deviennent une typographie où l'automatisme des manipulations tient lieu de compréhension des opérations algébriques ?

Ecoutez ! ([1] p. 47)

— *“En mathématiques, on répète un truc ; c'est vraiment le bourrage de crâne.”*

— *“C'était plutôt une sorte de mécanique, il fallait rendre un devoir, on le rendait.”...*

— *“Quand on a un problème, j'apprends mes théorèmes et tout ça. Je les sais, je sais mes définitions, mais je fais mon problème machinalement.”*

— *“En mathématiques, on fait quelque chose comme une machine.”*

La mathématique isole du monde et des autres ([1] p. 55) :

— *“Et puis, ce qui montre aussi que les mathématiques coupent du monde, c'est qu'en ce moment je travaille, les mathématiques ne me servent à rien ; alors que les discussions, les idées que j'ai retenues, je peux toujours en parler avec n'importe qui.”*

Alors si je parle comme cela à une fille, dans le bureau, de la surjectivité, premièrement je n'en verrai pas l'intérêt, elle non plus, et puis on aurait l'impression de se rendre un peu idiotes, quoi, de parler de cela. Ben, c'est vrai !"

— *"Par exemple, en comparant avec la littérature, on peut se rapporter à des oeuvres et même à des personnages de roman ou bien à des auteurs qui puissent... je sais pas... vous reconforter, disons... vous soutenir ; alors qu'avec les mathématiques, il n'y a personne, on est seul."*

La rigueur disciplinaire de la mathématique, la déshumanisation aliénante de son abstraction, la mécanisation des exercices et des cours, le vide de son objectivité dépersonnalisante, sont surtout ressentis par les élèves vulnérables, à l'affectivité tendre et aux capacités logiques réduites. Ils tremblent et paniquent devant elle qui les hante comme un cauchemar. Comme le dit Jacques NIMIER ([1] p. 63) :

"Que pourrions changer des présentations plus rigoureuses, plus claires, de tel théorème à la compréhension de ceux pour qui les mathématiques sont associées à un fantasme de destruction et de mort ?"

2 — Les défenses contre les maths

Tous les élèves qui ne mordent pas à la mathématique ne semblent pas en souffrir. Certains ont des moyens de défense psychologiques.

Oublier et perdre de vue est une manière de prendre ses distances. ([1] p. 80, 82, 83)

— *"Par exemple, ce qu'on fait en ce moment : les ensembles, ça m'arrive, ça passe, c'est comme ça. Je pense maths, je pense à la chose en gros et puis c'est tout, ça s'en va."*

— *"J'apprenais ma leçon la veille de l'interrogation et puis c'était tout. Après, ça repartait pour un temps... et puis à la fin en troisième, ça conduit à un désintéressement complet. Là, j'avais totalement abandonné les mathématiques."*

En prendre son parti est aussi une protection ([1] p. 109, p. 113).

— *"Ca me reste là, ça me passe à trois milles."*

— *"Pour moi, les maths, c'est vraiment un autre monde, ça m'a toujours dépassé."*

— *"Les maths, je considère cela comme quelque chose de superflu, en plus ; ce n'est pas parce que j'ai un peu d'admiration pour ceux qui font des maths que je vais me dire que je vais faire beaucoup de maths pour être absolument semblable à eux, non, je ne crois pas. Sincèrement, je ne suis pas forte en maths, ça ne me prive pas et je ne m'en porte pas plus mal... ça dépend..."*

Un bon remède est la compensation. ([1] p. 83)

— *"Même, on arrive à une certaine fierté à être nul en maths. Par exemple, on se dit : moi je suis littéraire, et on abandonne complètement."*

— *"Ceux qui n'aiment pas les maths, ils les repoussent. C'est pas la peine de les obliger, ils les repoussent."*

La meilleure compensation est de dévaloriser la mathématique pour ne plus en sentir le manque ([1] p. 107) :

— *"J'ai jamais réussi à me mettre dans l'idée que ça pourrait être quelque chose d'important."*

— "C'est parce que j'aime le français et, d'un point de vue idéologique, que je pense qu'il y a des problèmes qui sont beaucoup plus importants que les maths et en classe littéraire on peut en parler, tandis qu'en maths, je ne sais pas ce que cela viendrait faire."

Il est vrai que, dans notre enseignement, la mathématique n'est pas utilisée pour étudier des problèmes vitaux importants. Cela conduit des élèves à des opinions radicales ([1] p. 107) :

— "Pour moi, les x et les y , ça ne représente rien, c'est tout à fait abstrait."

— "Il fallait copier des théorèmes qui étaient complètement idiots."

Cela va jusqu'à l'apostrophe ([1] p. 108) :

— "Vous, en tant que prof de maths, vous y croyez vraiment, à tous ces théorèmes ?"

L'agressivité à l'égard des mathématiques ne date pas d'aujourd'hui. Sans doute est-elle renforcée par notre société technicienne où les parents, avec anxiété, vantent les mérites, le prestige et la puissance de la reine des Sciences ([1] p. 110) :

— "Mes parents pensent que c'est une matière importante. Quand on dit les maths, on pense en général la matière la plus importante, celle où on doit travailler le plus. Ensuite, les maths, on s' imagine que c'est la matière la plus difficile, la matière que l'on envie le plus, qu'on désire le plus."

— "Quand on sait que quelqu'un est bon en maths, on dit : Lui il est bon en maths. Parce qu'on sait que les maths, c'est un peu l'avenir en ce moment avec les ordinateurs ; alors les parents : "c'est dommage que tu ne sois pas bonne en maths ! Qu'est-ce qu'il y a que tu ne comprends pas ?"

Dans ce climat de valorisation de la mathématique, être nul est une tare ([1] p. 142) :

— "Toujours... Depuis l'école primaire, toujours ça : une sorte de marque, nul en maths, inapte aux mathématiques." et plus loin ([1] p. 147) :

E — "Justement le danger, c'est que j'ai peur, je me suis habitué... c'est une sorte d'état qui dure depuis des années, je suis confiant en français et en langues et je suis pas du tout sûr de moi..., je vis dans un climat d'insécurité en mathématiques ; donc je ne me fais pas du tout à l'idée de changer de situation, si je suis un peu plus confiant en maths, ce qui arrive, ce qui va se passer, là..."

N — Quel est le risque, alors ?...

E — Justement, j'ai peur de perdre,..."

3 — La joie mathématique

Jusqu'à présent, nous avons ouvert tout grand le dossier à charge de la discipline mathématique. Il le fallait pour éprouver tout le poids avec lequel elle pèse sur les élèves qui la subissent. Par souci d'équité, il est juste de faire entendre la voix des élèves qui sont "bons en maths".

Ce témoignage est propre à reconforter les professeurs de mathématique dont certains pourraient ne pas avoir, au fond d'eux-mêmes, bonne conscience. Ils seront heureux d'entendre louer les joies mathématiques qu'ils éprouvent. ([1] p. 90)

E — *Au fond, on crée pas tellement le problème, on crée la solution. Enfin, elle vient de nous, c'est comme des objets qu'on fait, tout ça...*

N — *Vous fabriquez quelque chose, au fond.*

E — *Oui, en faisant des maths, on se fabrique quelque chose.*

Alors c'est pour ça... On aime bien, tout le monde aime bien fabriquer quelque chose, je pense... Parce que si on n'arrivait pas à fabriquer ce quelque chose, enfin..., trouver..., trouver la paix, avoir la joie justement de l'avoir fait, je crois qu'on n'en ferait plus...

Si vraiment on n'arrive pas..., au fond on n'aime pas, on abandonne parce qu'on n'arrive pas à sortir..., à faire quelque chose de soi. Et ça, ça énerve, ça agace ; on préfère faire quelque chose qui nous permettra de faire quelque chose de soi-même. Si on ne trouve pas, on est obligé de demander la solution aux autres."

N — *"Vous avez l'impression de fabriquer quelque chose, mais quelque chose qui vient de vous.*

E — *Ah ! Oui, qui sort de nous. Oui. Comme quelque chose qu'on a pensé, qu'on a trouvé, qu'on a montré. Parce qu'un raisonnement mathématique, ça se montre... Enfin, je pense. Alors quelque chose qu'on a montré, qui a été fait oui, par nous-même... Oui, parce qu'un problème, bien sûr le départ ne vient pas de nous, mais après ce qu'on doit faire, le plus important, ça doit être fait par nous. C'est ça qui apporte la satisfaction, une satisfaction personnelle d'avoir fait ce qu'on a fait."*

Pareil témoignage, dans la spontanéité du langage parlé qui se cherche pour s'exprimer mieux, décrit à merveille la satisfaction de celui qui "fait quelque chose" qui l'affirme à lui-même et aux autres.

La joie narcissique du créateur n'est pas dans la chose créée. Elle est dans la création de soi.

Il ne s'agit pas ici d'aimer, d'une manière contemplative et platonique, la mathématique faite mais d'aimer faire de la mathématique. En vérité, le mobile psychologique profond n'est-il pas, comme en toute chose, de s'aimer à travers ce qu'on accomplit bien ?

Comme le souligne J. NIMIER, la mathématique procure bien des joies ([1] p. 126).

Joie de voir clair.

— *"Hier, j'ai fait comme ça un chapitre qu'on n'avait pas fait et vraiment je ne comprenais rien du tout, et hier je suis arrivé à comprendre. Je comprenais pas..., c'est-à-dire qu'il y avait surtout un point qui était flou, et j'ai réussi, par moi-même, je suis arrivé à le rendre clair, et j'ai éprouvé cette satisfaction."*...

Joie de l'imprévu, fierté de se dépasser.

— *"Oui, de l'imprévu. Et puis on ne sait pas si on va arriver. On ne sait pas si on va trouver, et puis la joie une fois qu'on a trouvé..., de pouvoir dire qu'on l'a fait, de pouvoir l'expliquer aux autres... C'est ça qui pousse, qui pousse à en faire... Enfin, ça demande particulièrement de se surmonter puis de classer ses idées."*

Pour les élèves que leur capacité rend combattifs, la mathématique n'est plus une menace, un danger, une barrière. Elle est un obstacle, un adversaire qu'il faut vaincre ([1] p. 86, 87).

— *"Il y a deux solutions : on trouve ou on ne trouve pas. C'est simplement mon tempérament qui fait ça, mais si je ne trouve pas, je me sens vraiment vaincu, même malheureux, vraiment malheureux de n'avoir pas trouvé."*

Et puis, si je trouve, je me sens vraiment vainqueur... Si j'ai fait un problème... c'est un peu normal d'ailleurs... un problème qui est difficile et que j'ai réussi à faire, il est évident que je serai..., que là je me sentirai vainqueur."

Même cri de triomphe :

— *"Je me sens vainqueur, vraiment, quand j'ai trouvé... Dès l'instant où vous vous donnez un but, si vous l'atteignez, il est pratiquement évident que vous trouvez du bonheur... Si je réussis à le faire, vraiment je suis heureux."*

II. Les maîtres

1 — Une maîtrise difficile à acquérir

La variété et l'abondance de la prolifération mathématique sont telles qu'il est humainement impossible de maîtriser une connaissance assez approfondie des nombreux domaines de création.

Avoir une culture mathématique tenue à jour demande un effort considérable. Il est de plus aisé d'avoir une bonne information de la matière des programmes du niveau secondaire et d'en posséder une maîtrise raisonnable au prix d'un effort humainement possible. Un tel effort est surtout payant grâce aux structures fondamentales qui assurent à l'ensemble de ces matières beaucoup d'unité, de cohésion et, par suite, d'intelligibilité.

On sait que, par défaut de formation, l'enseignement mathématique n'est pas toujours assuré par des professeurs assez formés et en nombre suffisant.

De toute façon, le maître, quel qu'il soit, devrait, eu égard à l'effort qu'il a dû fournir pour acquérir son bagage de mathématique moderne, être assez proche de l'élève qui aborde cette matière.

Il n'en est malheureusement pas toujours ainsi.

Nous savons qu'un des traits de caractère de celui qui enseigne est le narcissisme. C'est lui qui nous porte à faire les meilleurs cours que nous pouvons. Si nous en sommes conscients, nous pouvons en limiter les effets en évitant de considérer les approximations ou les ignorances des élèves comme des injures personnelles.

2 — La domination des maîtres

Mais il reste des adultes qui font peser sur leurs élèves leur supériorité mathématique.

Ecoutez ce témoignage ([1] p. 53) :

— *"Le gars qui arrive les mains dans les poches, qui pose un problème de vingt lignes au tableau et qui le résout comme ça en cinq minutes, pour nous... sécher pendant des heures, ça me fait penser à un jeu : au chat et à la souris."*

Le chat, c'est le prof, et puis moi ! ... Salut les gamins ! Il y a des mecs qui ont trouvé ça, et vous, vous y arrivez pas ! ... Enfin, ce n'est pas une généralité. En tout cas, moi, ce que j'ai comme expérience mathématique, c'est ça ..."

Que penser encore de cette confiance : ([1] p. 70)

— *"Une chose m'a surprise ; il y avait une fille qui avait de bonnes notes au début de l'année et puis après, elle n'était plus forte. Alors le prof lui a dit : "Je croyais que vous étiez intelligente et vous ne l'étiez pas, mince ! Je*

réagis à cela ! Si les maths c'est l'intelligence, alors je ne dois pas en avoir beaucoup. Alors j'étais un peu découragée sur le moment, et puis je me suis dit : "Ca va en français, en langues ; il n'y a pas de raison, il doit y avoir plusieurs sortes d'intelligence."

Heureux cas où une enfant trouve en elle la compensation nécessaire à un jugement sur son intelligence qui pourrait la marquer d'une façon définitive.

On sait toute l'importance d'un bon rapport affectif entre un élève et celui qui l'enseigne et comment un lien de sympathie avec le professeur peut faire aimer la matière, amener à la travailler avec conviction et à la connaître.

3 — L'autorité en mathématique

En mathématique, en cas de contestation à propos d'une propriété ou d'une démonstration, c'est la mathématique elle-même qui doit être et rester l'arbitre. Le maître n'a pas le droit de faire acte d'autorité pour faire prévaloir son point de vue. Encore faut-il qu'il ait la simplicité et l'adresse de reconnaître, le cas échéant, que c'est l'élève qui a raison.

Il y a des professeurs qui, au lieu d'entraîner l'élève à recourir aux propriétés mathématiques, se bornent à répondre eux-mêmes aux multiples questions *"Peut-on faire ceci ? Doit-on faire cela ?"* La connaissance de la mathématique est alors travestie en un code d'obligations, d'autorisations et d'interdictions.

Par exemple, la distributivité de la multiplication sur l'addition que l'on peut exprimer : quels que soient les nombres a , b , c on a :

$$(a + b) c = ac + bc$$

est traduite en style d'obligation :

— *"Pour multiplier une somme par un nombre, on multiplie chacun des termes de la somme par ce nombre et on fait la somme des produits obtenus."*

Cette règle impérative est une sottise comme le montre l'exemple suivant :

$$(47 + 53) \times 7 = 100 \times 7 = 700$$

Un énoncé sous forme d'autorisation :

"Pour multiplier une somme par un nombre, on peut multiplier chaque terme de la somme par ce nombre et faire la somme des produits obtenus." n'est pas faux. Cette règle polarise la lecture de gauche à droite de l'égalité symétrique.

$$(a + b) c = ac + bc$$

Elle passe sous silence la lecture de droite à gauche, relative à la mise en évidence du facteur c . Pourquoi ne pas énoncer simplement la distributivité non comme une règle mais comme une proposition logique ?

"Le produit d'une somme par un facteur est égal à la somme des produits, par ce facteur, des termes de la somme initiale."

Au lieu d'interposer entre l'élève et la mathématique, sa propre barrière d'autorité, le professeur doit montrer à l'élève que lui-même est soumis à l'autorité de la mathématique. C'est à la fois éviter à l'élève l'impact de sa domination d'adulte et se placer à ses côtés devant la juridiction mathématique.

S'il ne faut pas mécaniser l'apprenti mathématicien par un téléguidage d'ordres et d'interdictions, il ne convient pas pour autant de l'abandonner à lui-même seul et sans aide devant la mathématique lorsque la tâche est trop lourde pour une jeune intelligence.

Les maîtres qui ont un contact pédagogique et humain adapté à chaque élève savent par une manière d'intuition ce qui convient de dire à l'un pour le sécuriser, à un autre pour le stimuler, à un troisième pour le défier, à un dernier pour l'encourager dans un effort jusque-là peu productif.

4 — Les maîtres à penser

Les vrais maîtres de mathématique sont, chacun à leur manière, avec les moyens que leur donnent leur science et leur personnalité, des maîtres d'apprentissage à penser. Proches de leurs jeunes disciples, ils savent les guider, cordialement, et leur faire découvrir comment on cherche, comment on se pose des questions, comment on devine, comment on contrôle, comment on bâtit une démonstration ou on résout un problème. Leur savoir-faire, leur art, est bien plus fait de psychologie, de contact humain que de mathématique et de logique.

Que chacun de nous se reporte au souvenir de ses professeurs et de ses maîtres.

Pendant que je vous parle, je suis avec émotion leurs portraits qui défilent dans ma mémoire où je les retrouve vivants. Ce sont des souvenirs fort anciens.

Le premier, le plus pitoyable de tous, suscite toujours la même commiseration. Il préparait ses cours avec scrupule, tenait un tableau noir modèle où il dessinait les figures en couleurs pendant les récréations. Il déchainait un chahut épique de la part de braves garçons, sans pitié pour sa faiblesse. Parfois le chahut s'éteignait d'un coup devant l'apparition du préfet des études qui distribuait une retenue générale. Ce professeur avait découvert une démonstration du postulat d'Euclide et n'a jamais compris qu'elle ne valait rien.

Notre professeur de scientifique était l'humanité souriante, d'une élégance foncière morale, mathématique, vestimentaire. Nous travaillions tous ensemble dans un débat qu'il conduisait avec tant d'aisance naturelle qu'elle passait inaperçue. Il admirait les belles propriétés et nous faisait partager sa joie de les comprendre. Pour nous demander si nous avions saisi, il ne posait aucune question. Il nous regardait tour à tour, les uns après les autres, avec son sourire lumineux en nous désignant du menton et faisait entendre un affectueux gloussement de connivence ; puis nous demandait : *"Et alors ?"* La réponse était fixée comme dans un cérémonial : *"Il faut le mettre en mémoire, monsieur."* Tout cela m'a fait souvent penser à la phrase de Pascal : *"après m'être donné la joie de comprendre, il faut me donner la peine d'apprendre"*.

A l'université, les maîtres différaient beaucoup les uns des autres. Notre *"grand maître"* nous aimait autant qu'il aimait la mathématique. Il nous a fait pendant quatre ans exposer nous-mêmes tous ses cours : géométrie analytique, mécanique, géométrie projective, géométrie différentielle en assurant la contradiction. Vigoureuse contradiction, affectueuse et sans pitié ! Elle nous apprend l'art de présenter et de démontrer les propositions mathématiques.

Notre maître d'intuition enseignait la géométrie. Il peuplait l'espace des gestes de ses mains : toute propriété apparaissait avec évidence.

Notre maître de rigueur fut notre professeur d'analyse doublé d'un logicien mêlé aux controverses de Brouwer. Les professeurs de physique étaient deux savants, l'un avait la précision amène de l'expérimentateur, l'autre, l'enthousiasme souriant et communicatif de sa conviction einsteinienne.

Les maîtres de stage, très différents les uns des autres, nous marquèrent tous très fort à leur manière. L'un qui était jovial et bon vivant nous montrait les liens de la mathématique et de la physique et comment on conduit avec conviction et fermeté une classe de quatrième que la puberté travaille. Le deuxième faisait la classe en redingote noire avec col blanc à coins cassés. Net en esprit comme au moral et au physique, il était aimé et craint de ses jeunes disciples qu'il retrouvait dans les camps de plein air de l'athénée où, en short comme un master scout anglais, il les aidait d'une main ferme à dresser une tente ou à passer une rivière à gué. Le dernier claudiquait un peu mais il avait l'intelligence brillante, une belle voix prenante et une culture plus vaste que celle d'un professeur de lettres.

Si je me suis permis d'évoquer les maîtres que j'ai eu la bonne fortune d'avoir, ce n'est pas seulement pour dire la reconnaissance que je leur dois mais c'est pour montrer combien ils étaient divers dans leur humanité. Plus que les mathématiques qu'ils m'ont enseignées, c'est l'humanité qu'ils avaient en eux qui est leur véritable message.

III. Les élèves

1 — Connaissance des élèves

Face à la mathématique, face au maître, face à l'environnement, face à notre monde, les élèves sont des enfants souvent démunis.

Des enfants qui nous préoccupent ou nous réjouissent, nous excèdent ou nous consolent, nous désespèrent ou nous réconfortent. Il en est ainsi parce que leurs faits et gestes, leurs inquiétudes, leurs joies, leur désarroi, leur confiance, leurs problèmes sont tous issus des nôtres qu'ils ne font, le plus souvent, qu'exprimer et répercuter devant nous. Tels ils sont, produits de notre société et de nous-mêmes. Nous n'avons qu'eux comme porteurs de nos espoirs. A nous de leur donner, pour leur vie, tout l'élan qui nous reste !

Notre rôle est de faire acquérir, par le plus grand nombre possible d'entre eux, l'instrument incomparable de pensée et d'action qu'est la mathématique. Mais notre science, si vaste et si solide soit-elle, restera vaine si nous ne connaissons assez les élèves qui sont nos compagnons de travail. Notre enseignement ne s'adresse pas à l'élève, concept abstrait, mais aux élèves, enfants ou adolescents concrets, présents dans une classe. Il nous faut une connaissance plastique qui se modèle assez sur chaque enfant afin de permettre une entrée en relation, une mise en confiance, un échange humain.

2 — Les caractères

Pour aider le professeur dans ses relations personnelles avec un élève, il faut en plus de la connaissance des fonctions communes à la psychologie de tous les hommes en général, la connaissance de ce qui caractérise la psychologie d'un élève pris en particulier. A coup sûr, il ne s'agit pas de suivre les mille détails de la psychologie individuelle, mais de rechercher le caractère c'est-à-dire, par définition, l'ensemble des manières habituelles de sentir, d'agir et de penser d'un individu [2].

La caractérologie a donné lieu à plusieurs courants de recherche :

- a) Détermination de quelques propriétés assez générales des conduites humaines pour permettre de caractériser dans son ensemble la conduite individuelle ;
- b) Etude des relations entre les différents traits de caractère ;
- c) Recherche des causes constitutionnelles ou psychologiques qui provoquent les conduites individuelles.

L'école française de caractérologie de Le Senne a écrit une série d'ouvrages destinés aux enseignants ; cette caractérologie s'attache, en effet, à l'étude des caractères généraux des conduites telles que l'on peut les observer directement dans la vie courante, en particulier, dans une classe, ce qui permet aux professeurs d'en tirer parti, de comprendre et de prévoir les comportements de ses élèves. [2], [3], [4], [5], [6], [7].

D'autres caractérologies qui se veulent plus profondes demandent les examens plus pénétrants du psychologue et du psychanalyste.

Les enquêtes caractérologiques que nous avons menées pendant des années successivement avec les élèves des classes supérieures de l'Athénée du Centre ont montré une variabilité des traits caractériels. Cette variation, surtout sensible au cours de la puberté, s'atténue dans les deux années supérieures, surtout en dernière année. Elle présente, dans la majorité des cas, une évolution vers la stabilité.

En fait, d'une part, les caractères apparaissent comme assez permanents pour qu'on puisse se fonder sur leur fixité relative dans la prévision des conduites. D'autre part, ils offrent, dans l'enfance et l'adolescence, une plasticité suffisante pour permettre une action éducative.

D'une manière générale, si on peut dire que le caractère conditionne les conduites, c'est une extrapolation gratuite que d'affirmer qu'il les détermine d'une façon absolue.

3 — Les facteurs caractériels de structure

Le point de départ des travaux de l'Ecole française a été les recherches entreprises par le psychologue G. HEYMANS et le psychiatre E. WIERSMA de Groeningen. ([1],[5]).

Les résultats ont fait apparaître que les multiples traits de caractère ne sont pas distribués au hasard dans un individu. Ils présentent entre eux certaines affinités qui les groupent sous un trait plus général ou facteur caractériel de structure. Les enquêtes ont dégagé trois facteurs de structure fondamentaux. Ce sont l'émotivité, l'activité et le retentissement des représentations.

Pour ceux d'entre vous qui ne connaissent pas la question, je vais me permettre d'en rappeler les grandes lignes. Cela vous permettra, en fin critique, de tester votre caractère.

L'émotivité

Tout événement dont nous prenons conscience produit en nous une émotion plus ou moins forte. L'intensité de cet ébranlement en rapport avec son objet permet de repérer la plus ou moins grande émotion.

Un émotif est, dans des circonstances données, plus violemment ému que la moyenne. Il se troublera pour des motifs qui ne touchent pas la plupart des hommes et dont il est le premier à savoir qu'ils n'en valaient pas la peine. Les réactions extérieures de l'émotif sont souvent vives (cris, larmes,

explosions de joie, rougeur, pâleur, mouvement). L'émotif s'enthousiasme et s'indigne aisément, il passe facilement de la joie à la tristesse, a fréquemment le sentiment d'être malheureux ; il est susceptible, facilement blessé. Il est obsédé de doutes à propos d'actes sans importance, il est angoissé devant une tâche nouvelle. La timidité, la peur peuvent l'inhiber complètement.

La liaison des émotifs au milieu qui les entoure est forte. Ils peuvent y trouver une source d'énergie ou ressentir douloureusement combien ils sont perméables et, par suite, vulnérables.

L'inémotif, lui, garde son calme, n'est troublé que par les événements graves ; il accepte tranquillement les choses comme elles sont ; il est d'humeur égale, et se montre raisonnable ; il est plus isolé du réel, plus abrité, plus autonome.

L'émotivité s'atténue au cours de la vie, ou tout au moins elle réduit ses manifestations. La majorité des adolescents sont émotifs. C'est leur émotivité qui leur donne l'allant et l'enthousiasme. Cependant, ils sont surtout sensibles à la vulnérabilité qu'elle cause. Sans exception, les étudiants qui ont répondu à mes enquêtes, même les inémotifs, ont souhaité sentir diminuer leur émotivité. Sans doute faut-il y voir le désir de devenir plus maître de soi, comme l'adulte. N'est-ce pas aussi dû à ce que l'émotivité, dont le rôle dynamique est si important dans la recherche, rend aussi très sensible à la moindre perturbation et ne permet pas une concentration aisée ?

L'activité

L'activité apparente est le comportement de celui qui agit et s'agit beaucoup ; elle doit être distinguée avec soin de l'activité au sens caractérologique qui est la disposition à agir de soi-même avec aisance.

L'actif vit pour agir, l'inactif agit contre son gré. Il ne faut pas s'y tromper, l'inactif caractériel, s'il est émotif, pourra avoir une activité extérieure débordante à condition d'être poussé par son émotivité ; mais après son effort, il restera abattu, incapable de réagir pendant tout un temps. L'actif, au contraire, récupère aisément, il a le sommeil tranquille, réparateur, il peut veiller sans grande fatigue ; l'action lui coûte peu. Il est sans cesse occupé, sans obligation autre que son besoin d'agir ; il contrôle le travail qu'il donne à faire. Les difficultés le stimulent, il prend des décisions immédiates et les exécute sur le champ. La vue du travail d'autrui l'excite à passer à l'action.

Pour l'inactif, le rêve, la distraction passive, la contemplation immobile de l'action d'autrui sont les plus agréables emplois du temps. Le passage de la décision à l'exécution est pénible. Il est porté à différer ce qu'il doit faire, il se décourage facilement à la moindre difficulté.

Faut-il le dire ? L'activité caractérologique est une disposition précieuse, un gage de succès dans les études et spécialement dans les études de mathématiques. Ceux qui ne la possèdent pas doivent fournir un effort énorme pour un maigre résultat. Ce sont souvent des élèves au long labeur improductif ; ceux dont les parents, qui se laissent prendre au change, disent ; "si vous saviez comme il travaille tard, monsieur, il ne sort jamais !"

Le retentissement des représentations

Toutes nos représentations et nos impressions exercent sur nous deux actions. Une action immédiate qui a lieu pendant que les représentations sont effectivement présentes à la conscience claire, c'est leur fonction primaire. Une action différée ou secondaire qui se prolonge lorsque les représentations ont disparu du champ de la conscience.

Ces deux fonctions sont appelées la primarité et la secondarité. Selon qu'un individu est mu surtout par la primarité ou la secondarité, il est dit primaire ou secondaire.

Chez le primaire, une donnée mentale actuellement présente à la conscience refoule les effets des données passées. Le primaire vit intensément l'instant présent. Il est spontané, sans rancune, rapide et superficiel. Ses joies, ses peines, ses colères, ses bonnes résolutions sont toutes passagères, extérieures et sans prolongement.

Chez le secondaire, il y a rémanence de la donnée mentale. Le secondaire relie son action présente au passé et la projette dans l'avenir. Il est l'homme des souvenirs et des prévisions, il oublie difficilement les injures et les bienfaits, il fait des plans, des programmes. Ses émotions, canalisées dans l'instant, sont plus intérieures et s'étalent dans la durée. Ses réactions sont lentes, profondes, organisées.

La primarité, liée à l'activité, donne des élèves réactifs, pétillants, toujours prêts à répondre, à intervenir, à prendre la parole pour dire une étourderie ou proposer une bonne idée.

En mathématiques, ce sont des primaires caractériels qui animent les classes inférieures de la vivacité de leurs réponses.

La secondarité, surtout en l'absence d'émotivité, fait des élèves réfléchis qui se taisent, se concentrent et ruminent, le visage fermé, lorsque la question est posée. Leurs connaissances sont organisées et gardées par une mémoire fidèle. Si leur activité est suffisante, ils savent développer une idée, suivre le fil d'une démonstration sans perdre de vue ce qui est donné, ce qu'on demande, ce qui est acquis, ce qui reste à faire.

Si le primaire peut avoir, à ses bons moments, un coup d'oeil prompt et sûr, il a plus rarement l'art d'exploiter les trouvailles, tandis que le secondaire peut tirer parti de ses souvenirs et a des intentions qui portent loin. Cela explique, semble-t-il, que dans le passage des classes inférieures aux classes supérieures, des primaires qui avaient le premier rôle passent au second plan. D'autant plus que les motivations lointaines, la considération de l'avenir et de la carrière, qui agissent sur les secondaires, les laissent indifférents.

Un secondaire n'oublie pas un encouragement ni une réprimande. Il faut savoir que les paroles du maître sont livrées à sa rumination intérieure, qu'il ne faut ni les grossir ni les répéter ; tandis que le primaire a besoin de patientes redites. Sans y mettre la malice que le professeur imagine, il se délie parfois de toute promesse, oublie les conseils, perd de vue les travaux dont la remise est lointaine. Les études, surtout les mathématiques, développent une secondarité acquise, sans faire disparaître réellement la primarité foncière.

Toutefois, je garde le souvenir de ces élèves, bohèmes des mathématiques, qui, malgré tous mes efforts et mes encouragements, n'ont jamais dépassé l'illumination de la trouvaille.

Les types fondamentaux

Chacun des facteurs caractériels : émotivité, activité, retentissement peut présenter des degrés de plus ou moins grande intensité. Tout individu est plus ou moins émotif, plus ou moins actif, plus ou moins primaire ou secondaire.

Si nous ne considérons schématiquement que les extrêmes, ces facteurs ne présenteront plus que deux intensités :

émotif : E	non émotif : n E
actif : A	non actif : n A
secondaire : S	primaire : P

Associations de toutes les manières possibles, une intensité extrême d'un facteur avec chacune des intensités des deux autres facteurs, nous obtenons huit cas :

Emotif, actif, secondaire :	E A S ;
Emotif, actif, primaire :	E A P ;
Emotif, non actif, secondaire :	E n A S ;
Emotif, non actif, primaire :	E n A P ;
Non émotif, actif, secondaire :	n E A S ;
Non émotif, actif, primaire :	n E A P ;
Non émotif, non actif, secondaire :	n E n A S ;
Non émotif, non actif, primaire :	n E n A P ;

A chacune de ces associations, correspond un type de caractère parfaitement défini. Ces types caractériels sont des concepts abstraits, résultant d'une classification dichotomique. Il ne faut pas s'attendre à les trouver réalisés rigoureusement par des individus concrets. En fait, ceux-ci peuvent être situés relativement aux types purs. Ces derniers constituent donc un système de référence auquel on rapporte les caractères réels.

Le système de types de HEYMANS, WIERNSMA se montre en pratique un repère commode. Pour faciliter le langage, les auteurs ont introduit des dénominations particulières. Ce sont :

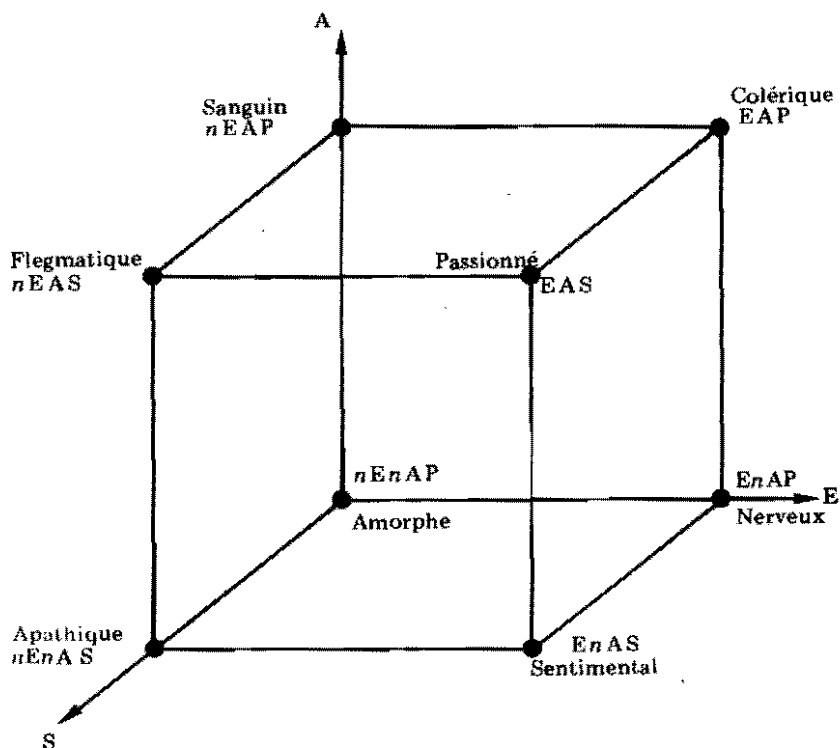
Passionné :	E A S,
Colérique :	E A P,
Sentimental :	E n A S,
Nerveux :	E n A P,
Flegmatique :	n E A S,
Sanguin :	n E A P,
Apathique :	n E n A S,
Amorphe :	n E n A P.

Pour représenter aisément les ressources du repère psychologique constitué par les huit types fondamentaux, nous pouvons avoir recours à une figuration géométrique.

Sur trois arêtes d'un cube, issues d'un même sommet, plaçons des axes correspondant respectivement aux trois facteurs E, A, S. Convenons que le sommet origine représente l'amorphe n E n A P et que les seconds sommets sur les axes E , A , S correspondent respectivement à E n A P (nerveux),

$nE A P$ (sanguin), $nE nA S$ (apathique). Aux extrémités d'une même diagonale, plaçons les caractères antagonistes qui s'opposent par chacun des facteurs tels que :

$E A S$ (passionné) et $nE nA P$ (amorphe)
 $E A P$ (colérique) et $nE nA S$ (apathique)
 $nE A S$ (flegmatique) et $E nA P$ (nerveux)
 $nE A P$ (sanguin) et $E nA S$ (sentimental)



Un individu concret dont les facteurs E, A, S, présentent, dans des échelles qualitatives données, des intensités déterminées, sera représenté par un point du cube. On verra de la sorte comment il se situe par rapport aux types de référence.

L'étude des corrélations entre les traits de caractère a permis de déterminer quels sont les plus fréquents de chaque type et a fourni une base statistique au signalement de chacun.

L'école française de caractérologie a établi ces signalements avec beaucoup de soin dans une forme qui est directement utilisable par le professeur. Plusieurs ouvrages de caractérologie relatifs à l'éducation montrent combien les connaissances en la matière sont précieuses pour comprendre les élèves et leurs problèmes ([4] [5] [6] [7]).

4 — Propension à la mathématique

D'après la description qui en a été faite, l'activité et la secondarité sont des facteurs qui donnent à l'intelligence investie dans un caractère qui les possède une propension à faire de la mathématique avec aisance et succès.

Il est intéressant que des professeurs de mathématique qui se sentent doués pour cette science, examinent avec objectivité dans quelle mesure ils possèdent ces deux facteurs. Nous pourrions aussi relire de ce point de vue les déclarations qui ont été faites par les élèves.

En fait, les deux types caractériels où se trouvent le plus de mathématiciens sont les passionnés et les flegmatiques. ([2])

Nous en donnerons le signalement. ([10])

Les passionnés (E A S)

Dès la fin de l'enfance, le passionné se manifeste par un ensemble de traits : impressions fortes, don de l'observation, action décidée et vigoureuse, esprit de suite, amour de l'indépendance et goût de la ponctualité, absence de vanité jointe à une fière idée de soi, bonne foi, serviabilité, bonté pour les faibles, amitié pour les animaux, amour de la famille et de la patrie.

Adolescent, le passionné a une activité qui anime sa raison et une raison qui lui fait choisir ses actes. Il est le sens de la droiture et de la justice.

Souvent bien adapté à ses condisciples et au maître, il peut, de façon réfléchie et sans ostentation, pour une bonne cause, affronter un groupe de chahuteurs ou tenir tête à l'autorité.

La rapidité et la vigueur de son intelligence, son sens du concret, sa réflexion, sa mémoire organisée en font un bon élève, souvent un excellent étudiant dans les lettres, les sciences naturelles et les mathématiques. Il travaille seul consciencieusement pour essayer avec plaisir ses jeunes forces. Il aime la géométrie qui parle à son goût du concret et qui demande si souvent autant d'imagination que de logique.

Les flegmatiques (nE A S)

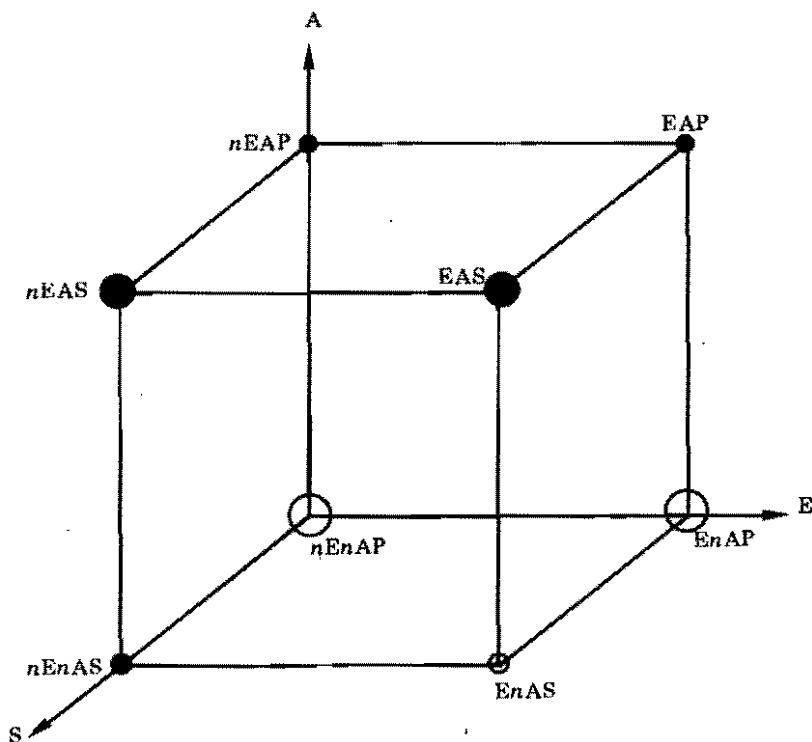
Le jeune flegmatique montre assez tôt qu'il sait raisonner, son intelligence est conceptuelle, méthodique, parfois un peu lente mais sûre. Son sens de l'ordre, sa ponctualité, son besoin d'habitude font du flegmatique le plus scolaire des élèves : régulier, docile et travailleur. Très objectif, dépourvu d'affectation, digne de foi, il a le sens de l'humour et l'humeur égale. Il est plein de patience et de ténacité. Il a le goût des systèmes abstraits, des principes, des règles et des lois. Il prend aux mathématiques un vrai plaisir. Son sens moral est élevé, son civisme profond. Quoique les professeurs n'aient qu'à se louer de la docilité du flegmatique, il convient qu'ils cultivent son émotivité faible afin de ne pas le laisser s'enliser dans les tâches scolaires.

5 — L'opposition à la mathématique

Les caractères les plus naturellement fermés si pas hostiles aux mathématiques sont, d'une façon générale, les amorphes (nE , nA , P) et les nerveux (E , nA , P) qui manquent à la fois d'activité et de secondarité. Les colériques (E , A , P) et les sentimentaux (E , nA , S) montrent souvent peu de goût naturel, à cause de leur émotivité qui n'est pas servie par la primarité des premiers et par le manque d'activité des seconds.

Enfin on trouve, parmi les sanguins, (nE , A , P) et les apathiques (nE , nA , S), dont l'émotivité est faible, quelques élèves qui affirment des dispositions moyennes en mathématiques, surtout dans les classes inférieures.

Dans les classes suivantes, le manque de secondarité des sanguins et l'activité des apathiques ne leur permet pas de tenir leurs promesses des premières années.



Nous avons figuré les dispositions caractérielles aux mathématiques par des disques ou des cercles placés aux sommets du cube de référence. Ces disques et ces cercles (grands ou petits) indiquent respectivement une disposition favorable ou non.

La configuration montre clairement comment joue l'opposition des caractères antagonistes.

6 — Capacité d'apprendre la mathématique

La caractérologie confirme l'existence de types plus disposés à la mathématique et accrédite ainsi, d'une certaine manière, l'existence de la bosse congénitale.

Il ne faut pas en conclure que la capacité d'apprendre serait refusée à ceux qui ne la possèdent pas. Notre système d'enseignement accorde en général le même temps pour acquérir un volume donné de connaissances. Si un

élève décroche et échoue, il recommence son année avec le même programme et à la même cadence. Cette pratique défavorise et humilie les élèves lents d'esprit. Sont-ils pour autant moins réfléchis et moins intelligents ? Je me rappelle le plus logicien de mes maîtres. Il était incapable de répondre du tac au tac à une objection. Il la notait soigneusement et, le lendemain, nous apportait une mise au point écrite, définitive.

Un psychologue et éducateur américain, John Carrol, suggéra, il y a quelques années, une autre manière de voir que d'admettre que l'habileté mathématique est telle que les étudiants qui ne l'ont qu'à un faible degré ne peuvent pas apprendre autant de mathématique avec autant de profondeur que les étudiants mieux doués au départ. Il avança l'hypothèse que tous, ou presque tous, peuvent être amenés au même degré d'accomplissement dans n'importe quelle branche, mais que la quantité d'instruction qui serait nécessaire pour porter un étudiant à un niveau donné varierait d'un étudiant à l'autre.

A ce moment, le School Mathematics Study Group organisa une expérience qui confirma cette hypothèse. ([8] p. 105)

Deux groupes d'étudiants, l'un expérimental, l'autre de contrôle, furent constitués au niveau de la septième année (12 - 13 ans) et au niveau de la neuvième année (14 - 15 ans). Les deux groupes expérimentaux étaient d'une habileté en-dessous du médian (du 25ème au 50ème percentile), tandis que les deux groupes de contrôle étaient d'une habileté au-dessus du médian (du 50ème au 75ème percentile). Dans chaque cas, le groupe expérimental et le groupe de contrôle reçurent le même programme de mathématique, et utilisèrent le même livre. La seule différence est que les groupes expérimentaux eurent deux ans pour étudier la même matière que les groupes de contrôle couvrirent en un an comme d'habitude, ces groupes de contrôle entrant en action une année après les groupes expérimentaux.

L'analyse des résultats des tests administrés en fin d'expérience montra qu'en septième année, les étudiants du groupe expérimental répondaient presque, mais pas tout à fait, aussi bien que les étudiants du groupe de contrôle. De plus, il apparut que les étudiants du groupe expérimental avaient appris beaucoup plus en deux ans qu'ils ne l'auraient fait en une année ordinaire. En neuvième année, les étudiants du groupe expérimental eurent, à la batterie des tests finale, de meilleurs scores que le groupe de contrôle.

Cette expérience montre comment on peut amener à un bon niveau un élève faible, à condition de lui permettre de consacrer, à un programme prévu pour un an, les deux années qui lui sont nécessaires. Ce système de deux années d'étude pour une est plus efficace que le système de redoublement d'année qui humilie l'élève en lui faisant recommencer, au même rythme, toutes les branches.

IV. Les enseignants

1—Le contrat avec l'élève

Enseigner la mathématique ce n'est pas la présenter à un auditoire dans des exposés même magistraux. Enseigner la mathématique c'est en assumer l'apprentissage de la part des élèves en les guidant, les stimulant dans les meilleures conditions possibles.

On sait que les conditions matérielles : programmes, horaires, population des classes, matériel didactique, locaux... ne sont souvent pas idéales et parfois, il s'en faut de beaucoup ! Que faire ? Laisser tomber les bras ? Bâtir

un réquisitoire de critiques et de griefs, même fondés, pour transférer à d'autres la responsabilité d'une situation défavorable dès le départ ?

En dépit de tout, ne vaut-il pas mieux faire face, en pensant à l'avenir des élèves ? Ils pâtissent comme nous de la situation présente. Ils auront à vivre une vie déjà hypothéquée par elle.

Quelles que soient les actions menées en dehors de l'école pour la mettre à la hauteur de ses responsabilités, il reste pour chacun de nous, dans notre classe, à remplir le contrat que nous avons avec nos élèves, bien plus encore qu'avec la société. Le contrat est de les prendre par la main là où ils sont et humainement, de toutes nos forces, de tout notre coeur, de marcher avec eux, comme ils peuvent, le plus loin possible, dans la voie de leur formation d'homme.

2 — Le rendement du professeur

Comment apprécier notre rendement de professeur de mathématique ? Cette évaluation est très malaisée ([8]).

Suffit-il d'observer un professeur en action, du fond de sa classe ? Ce jugement fragmentaire pourra être très différent s'il est porté par un directeur, un inspecteur, un collègue. D'ailleurs, la présence de l'observateur étranger est un élément de perturbation dans le comportement des élèves et dans celui du professeur.

Cependant l'efficacité d'un professeur est une question capitale car beaucoup de décisions reposent ou devraient reposer sur elles quant à la formation, l'emploi, la promotion et le recyclage des enseignants, sans parler de la mise en oeuvre des programmes, de l'usage des manuels, etc...

A cause de l'importance du problème, le School Mathematics Study Group, l'une des équipes qui, aux Etats-Unis, a déployé le plus de moyens dans la modernisation de l'enseignement, a mené depuis 1962 une vaste enquête qui a duré cinq ans ([8]).

Puisque les jugements sur l'efficacité d'un professeur sont sujets à caution, il fut décidé de mesurer cette efficacité seulement en termes de l'acquis dont les élèves témoignent. Cet acquis fut apprécié sur deux points : la capacité au calcul et la compréhension de concepts mathématiques. Ces éléments, faut-il le dire, pour fondamentaux qu'ils soient, ne constituent qu'une faible partie des objectifs d'un enseignement de la mathématique.

Les comparaisons furent conduites selon toutes les règles du testing à l'américaine. Les résultats en furent décevants !

Dans chaque cas, il y eut des différences significatives et dans la plupart des cas, des variations très grandes dans l'efficacité des professeurs. Mais ces variations ne semblaient pas en corrélation avec ce qui était connu d'autre concernant les professeurs. Or, pour chacun de ceux-ci, une grande quantité d'informations avait été rassemblée. Ces informations étaient de deux espèces : la première était constituée de données de fait : âge, sexe, expérience de l'enseignement, formation au-delà du minimum requis pour la fonction, recyclage récent, etc. La seconde, dont on escomptait un effet sur le rendement des élèves, consistait en des renseignements sur la personnalité du professeur et ses attitudes vis-à-vis de l'enseignement de la mathématique et des élèves. Cette dernière information avait été extraite des réponses du professeur à de longs questionnaires.

L'analyse de régression montra que dans tous les cas, cette quantité étendue d'information relative aux professeurs ne rendait compte que d'une faible fraction de la variance, dans la plupart des cas moins de 10%, dans l'efficacité d'un enseignant.

Constatons que les résultats décevants de cette large enquête, obtenus à l'aide de moyens considérables, ne portaient que sur l'habileté des élèves en calcul et sur la compréhension de concepts mathématiques. Or les objectifs de l'enseignement sont beaucoup plus vastes car ils couvrent toute la formation aux connaissances et aux méthodes de la mathématique proprement dite et aussi les capacités d'application des modèles mathématiques au monde réel. De plus, au-delà des objectifs précédents qui lui sont spécifiques, la mathématique participe de façon importante à des objectifs généraux de l'éducation qui concernent la formation intellectuelle, esthétique et morale de la jeunesse. De tous ces objectifs nombreux et variés, seuls les plus sommaires peuvent faire l'objet d'une épreuve de contrôle : examens ou tests. Tous les autres objectifs plus complexes et plus élevés ne se laissent pas saisir à l'aune d'une mesure aussi rudimentaire. Leur évaluation toute qualitative se fait à plus longue échéance.

3 — Les bons juges

Qui peut être bon juge du rendement et de la qualité d'un enseignement ? D'abord le professeur lui-même, s'il a, vis-à-vis de son travail, suffisamment d'esprit critique, de bon sens, d'exigence et de conscience pour ne pas se mentir à lui-même.

Les meilleurs juges restent nos élèves ; ils nous voient vivre sous leurs yeux, dans nos bons comme dans nos mauvais jours et, derrière le professeur que nous leur présentons, ils savent, avec une intuition d'enfant, parfois impitoyable, découvrir l'homme ou la femme que nous sommes. En ce qui me concerne — le moi est haïssable — lorsque j'étais professeur des classes de "scientifique" où l'horaire est de sept, huit, voire dix heures de cours de mathématique par semaine, pour honorer un programme diluvien préparant aux "Grandes Ecoles", je me suis demandé quel sobriquet mes disciples m'avaient décerné. J'appris que je n'avais pas de surnom mais que j'étais, selon les jours et le climat de la classe, désigné par trois appellations différentes et significatives. A la fin de certains jours, j'étais "Servais" très sèchement. Il m'arrivait en des temps meilleurs d'être "Willy". Puis je devenais "le père" avec toute l'affection et le sens psychanalytique que ce nom peut avoir dans une tête d'adolescent. J'ai fait de mon mieux pour être souvent "le père".

Le jugement sur nous-mêmes et sur notre action éducative se précisera et se fixera dans l'esprit de nos élèves quand ils deviendront à leur tour des adultes. Alors leurs avis seront sans appel comme sont nos opinions d'hommes sur ceux qui furent nos maîtres.

4 — Témoins de l'homme

Enseigner est un métier difficile, peut-être impitoyable, car nous ne pouvons donner à nos élèves que ce que nous sommes.

Le meilleur de notre enseignement, c'est, en fin de compte, l'humanité qui est en nous.

Si nous ne proposons rien d'humain, notre rôle est dérisoire.

Ecoutez plutôt : ([1] p. 50)

E — *“Par exemple, M. X..., pour moi, c'est pas M. X..., c'est un livre. J'aimerais bien le connaître à l'extérieur de son cours, de sa petite craie et de sa blouse blanche...”*

N — *Qu'est-ce qui vous en empêche ?*

E — *Eh bien ! ça doit être cela : le fait que je le considère comme un livre, pour moi, il n'est devenu qu'un livre, j'ai effacé sa personnalité qui était derrière le livre. Pour moi, c'est un livre ambulant, c'est tout.”*

Pour enseigner la mathématique, il convient certes de bien la connaître. Mais cette condition nécessaire est loin d'être suffisante si l'on veut apporter dans son métier l'humanité sans laquelle on ne fait qu'un travail sec, desséchant et improductif.

5 — Tact d'adaptation

Sur le plan du contenu même de l'enseignement, il faut être assez psychologue pour adapter ce que l'on fait aux capacités réelles des élèves. Voici ce que disent les instructions pédagogiques belges : ([9])

“Le professeur tirera parti de la liberté pédagogique qui est sienne pour organiser les matières dans un ordre qui se prête le mieux à l'acquisition conceptuelle et pratique des notions mathématiques.”

“Il veillera à montrer, par des applications bien choisies, l'intérêt et la portée de la théorie. En ce qui concerne celle-ci, bien que les possibilités d'abstraction des élèves soient plus grandes que les années précédentes, le professeur nuancera ses exigences quant à la connaissance des démonstrations. Si certaines d'entre elles peuvent être trouvées par les élèves, d'autres, plus subtiles tout en étant compréhensibles, ne doivent pas être mémorisées. Enfin, des développements théoriques que le professeur présenterait pour apaiser ses scrupules mathématiques, seront remplacés plus utilement par des travaux où l'activité des élèves a la meilleure part.”

De telles précautions psychologiques sont de mise pour éviter que des professeurs, par narcissisme, commettent dans leur cours *“le péché théorique”* en perdant de vue que la mathématique est d'abord un savoir-faire qui ne s'acquiert que par l'engagement personnel.

6 — La formation psychologique

Il est indispensable que les enseignants, en particulier ceux responsables de la mathématique, aient une formation psychologique adaptée à leur rôle et à leur responsabilité.

Nous y verrons d'abord des notions suffisantes de psychologie générale mais surtout de psychologie différentielle. Tandis que la première permet de comprendre le développement génétique des adolescents des points de vue affectif, intellectuel et moral, la seconde donne la base de connaissances caractérologiques nécessaires à l'approche et à la compréhension humaine des êtres dans leur individualité propre.

7 — La caractérologie

Est-il nécessaire de souligner l'intérêt de l'étude du caractère dans l'exercice quotidien de l'enseignement ?

En premier lieu, il importe que le professeur connaisse son propre caractère. C'est d'abord une manière de préciser la part de subjectivité psychologique qui se manifeste dans tous les jugements portés sur les élèves et sur les matières enseignées.

Il suffit d'assister à un conseil de classe pour remarquer combien les appréciations relatives à un même élève varient d'un professeur à l'autre. Certes, les disciplines enseignées peuvent révéler des aspects différents, mais il faut compter dans toute appréciation une part importante due à la projection du caractère du professeur sur l'élève.

Imaginez un professeur de français qui soit un colérique, un professeur de mathématique flegmatique et un professeur de musique nerveux. Voici leur avis à propos du même élève.

— *"Elève intelligent, consciencieux mais plutôt scolaire dans ses analyses littéraires où il manque de tempérament."*

— *"Elève très doué en mathématique, d'un esprit logique qui dépasse son âge, très ouvert à l'abstraction. D'un naturel doux, il n'aime guère être chef d'équipe."*

— *"Elève quelconque, pâle, qui n'a rien dans le ventre."*

Pour celui qui connaît le profil caractériel complet de l'élève en question (1) ces trois avis de professeurs s'expliquent en partie par le fait que chacun d'eux valorise, dans le caractère du jeune homme, les traits qui sont propres à son caractère personnel et rejette les autres.

Dans l'ensemble des professeurs de mathématique se trouvent naturellement surtout du point de vue caractérologique des passionnés et des flegmatiques, quelques sanguins, et un peu de colériques et d'apathiques, ces professeurs sont en opposition de caractère avec les élèves nerveux, amorphes ou sentimentaux. Cela explique nombre de tensions dans les classes. D'autant plus que la plupart des professeurs ayant été d'assez bons élèves en mathématique, ils ne sont pas les mieux placés pour comprendre sans effort ceux de leurs élèves qui n'ont pas les mêmes dispositions naturelles.

Adaptation des conduites

Le professeur doit se connaître et connaître l'élève individuel pour mieux s'adapter à ce dernier en vue d'un rendement meilleur. Une remarque, un encouragement, on le sait, ne doivent pas être les mêmes pour tous les élèves.

Un sentimental, un flegmatique sont sensibles à une remontrance ou à un encouragement d'ordre moral qu'ils prolongent et méditent longuement.

Un colérique aimera être soulevé par une remarque un peu vive.

Un nerveux sera sans cesse à reprendre et à encourager ; il pourra se durcir sous une avalanche de reproches ; s'il est large et par conséquent content de lui, il tiendra tête et se parera d'un prestige aux yeux de toute la classe. Sous la même avalanche, l'amorphe restera impassible et sourira doucement. Il faudra lui parler de notes et de résultats.

Adaptation des groupes

La même diversité se montrera dans la réussite de l'enseignement individuel ou collectif.

Les flegmatiques, les sentimentaux travaillent et jouent seuls comme les apathiques.

(1) Comprenant en plus des trois facteurs fondamentaux E, A, S, six facteurs complémentaires : ampleur du champ de conscience, passion intellectuelle, polarité, tendresse, intérêt sensoriel, avidité [10].

Les colériques et les amorphes aiment les équipes, les premiers pour les mener, les seconds pour y trouver un courant qui les porte.

Les passionnés peuvent tour à tour être solitaires ou dominateurs.

Les sanguins tireront parti des autres avec opportunisme.

Adaptation des épreuves

Nos méthodes d'appréciation, suivant leur nature, favorisent l'un ou l'autre type.

Les flegmatiques et les amorphes ont la longue patience nécessaire aux examens écrits où les passionnés rongent leur frein et où les nerveux doivent être rappelés à l'ordre.

Les colériques et les sanguins étonneront par leur aisance dans les examens oraux qui sont des séances de torture pour les sentimentaux.

Les tests qui déconcertent certains flegmatiques par leur nouveauté, présenteront aux nerveux un jeu original auquel ils pourront s'appliquer un court moment. On comprend que, indépendamment des aptitudes, les tests, les examens écrits ou oraux ne peuvent donner des résultats concordants.

Pronostics caractériels

Les tests d'aptitudes intellectuelles, dans la mesure où ils détectent l'intelligence nue, ne peuvent fournir que des pronostics hasardeux puisqu'ils s'agit toujours, dans le travail intellectuel, de l'intelligence investie dans un caractère et subordonnée à lui : à ce point de vue, P. GRIEGER a relevé des corrélations significatives entre l'intelligence et le caractère [6].

La caractérologie permet peut-être un pronostic plus sûr parce qu'il est basé sur des manières de sentir, d'agir et de réfléchir qui sont des attitudes profondément ancrées dans l'individu.

8 — La psychanalyse

Plus profonde que la description caractérologique des manières habituelles de se comporter d'un individu est l'explication psychanalytique de ce comportement.

Dans ce domaine aussi l'enseignant doit avoir une information adéquate qui lui explique les racines subconscientes d'attitudes, parfois étranges, de maints élèves.

Dans les sciences positives, surtout en mathématique, une sorte d'hygiène rationnelle consiste à mettre hors-circuit, consciemment, les aspects psychologiques et affectifs. Mais une telle attitude d'exclusion, de grande commodité méthodologique apparente, n'abolit pas les éléments perturbateurs : elle les refoule dans les profondeurs du subconscient. Notamment en mathématique, comme le souligne J. NIMIER [1], il y a lieu d'y prêter attention pour dépister des raisons d'échecs, de refus ou de haine.

Par sa nature contraignante, impersonnelle, la mathématique apparaît à certains individus comme une discipline aliénante et dominatrice qui alimente en eux les fantasmes de l'imaginaire.

Les enseignants de la mathématique qui ont, comme les élèves doués, réglé assez tôt les problèmes subconscients, croient souvent que leur discipline se situe entièrement au niveau de la conscience dans la lumière de la raison.

Cependant des pulsions subconscientes se manifestent déjà par des questions de vocabulaire.

Tel professeur est soulagé lorsqu'il parle "*de factoriser un polynôme*" plutôt que de le "*décomposer en facteurs*". La décomposition ayant en lui un relent macabre.

Que dire de la voracité des éléments absorbants déjà ressentie comme telle par les élèves !

Le terme si paisible d'élément neutre d'une opération ne donne-t-il pas dans l'action le verbe neutraliser qui a dans certains contextes une connotation homicide comme liquider. Dans la résolution des équations, il suffit de voir avec quelle agressivité les élèves font disparaître un terme dans un membre en le neutralisant par addition de son opposé aux deux membres de l'équation. De même ils neutralisent un facteur non nul en multipliant les deux membres par l'inverse de ce facteur. Au demeurant, cette neutralisation est plus suggestive et moins mécanique que le passage d'un terme d'un membre à l'autre avec changement de signe.

Il convient que les professeurs de mathématique soient avertis des jeux souterrains du subconscient. La question n'est pas d'en faire des psychanalystes amateurs : ce serait les transformer en apprentis sorciers.

Pareillement les éléments de psychologie différentielle, de technique de groupes ne visent pas à en faire des psychologues au petit pied.

Ce qui importe est de leur fournir des informations pratiques, utilisables dans leur métier. Il est indispensable que les outils psychologiques que l'on mettra à leur disposition, et dont certains sont des instruments puissants de conditionnement et de manipulation, ils puissent s'en servir avec pureté et générosité, pour le bien de la jeunesse, dans le respect des personnalités en devenir.

9 — Psychologie de l'intelligence

Dans ce vaste domaine, ce qui est le plus important pour le professeur de mathématique est la partie qui touche à sa branche.

L'oeuvre de PIAGET, de BRUNER et d'autres apporte des éléments utiles ([11], [12], [13]).

Des travaux menés à partir de la mathématique, en heuristique par G. GLAESER ([14]) et en langage mathématique par J. ADDA ([15]), sont directement utilisables.

Enfin des recherches de rééducation en mathématique faites par F. JAULIN-MAMONI ([16]) l'ont amenée à souligner toute l'importance de l'inconscient logico-cognitif.

Il explique que la démarche que le sujet accomplit pour atteindre la compréhension d'une structure s'efface lorsque celle-ci est instaurée. Ainsi le professeur qui a compris une notion oublie le cheminement qu'il a suivi. Par suite, il ne sait pas comment l'enfant peut parvenir à comprendre cette notion puisque lui-même a oublié la démarche qu'il y a conduite.

V. Education mathématique ouverte

Tout ce que nous venons de voir ensemble doit nous convaincre d'une vérité évidente : l'enseignement de la mathématique a beaucoup à gagner à être plus humain.

L'enseignement, qu'il soit traditionnel ou moderne, souffre d'une même indigence : il est réduit à proposer une mathématique désincarnée, ruminant sur elle-même. Elle a ses programmes, purement internes, qu'il faut couvrir en ignorant trop souvent les enfants que le professeur est réduit à conditionner au plus vite en tenant peu compte de leur affectivité et de leur développement personnel.

Comment améliorer pareil état de choses qui ne peut nous satisfaire ?

Le changement ne viendra pas de nouvelles réformes car il ne peut venir que des hommes et des femmes que nous sommes. Nous devons, avant tout, faire fond sur nous tous et sur chacun de nous. Une révolution peut être faite par notre seul vouloir généreux. Les grandes lignes de progression sont devant nous. Vous les voyez vous-mêmes dans ce que vous pouvez faire et changer dans votre action de tous les jours. Nous en indiquerons quelques-unes. Vous en trouverez, à la réflexion, d'autres.

1 — Avoir un bon contact psychologique adapté à chaque élève

Si la mathématique faite est un édifice logique, l'apprentissage de la mathématique et son enseignement sont d'abord affaire de psychologie.

Le professeur, en adulte, doit être conscient de son caractère et de celui de ses élèves. Il doit dépasser les oppositions caractérielles, comme ne pas se laisser séduire par les concordances agréables, afin d'éviter de se conduire en adolescent attardé parmi de jeunes pubères en croissance.

La maturité doit lui permettre de tenir compte des réactions affectives de ses élèves, de leurs embellissements, de leurs craintes et de leurs refus. Il doit accueillir et respecter les personnalités en devenir de ses élèves. Sans être protecteur, il doit savoir les sécuriser pour les aider à devenir les meilleurs eux-mêmes possible. Il doit mettre beaucoup d'affection à faire partager la mathématique comme un bien offert à tous les jeunes. Sachant que l'amour de la mathématique, qui est la joie de la faire, ne peut s'imposer par la force, il mettra tout le tact qu'il peut pour pressentir les blocages affectifs et tenter de les dénouer.

Mais, direz-vous, il ne faut pas être naïf et idéaliser trop la réalité de nos élèves parmi lesquels certains dépassent toutes les limites.

Il est vrai, les temps ont changé et ils changent. Les professeurs, comme la mathématique, sont remis en question.

Les adolescents rebelles dont certains contestent, même à vide, désespérément jusqu'à l'absurde, ne sont-ils pas pour la plupart des mal aimés ? Ont-ils été déjà si malmenés par la vie qu'ils ont franchi pour toujours ces grilles de non-retour qui rendent tout dialogue et toute entente désormais impossibles ?

N'est-il pas trop rudimentaire et trop brutal de les affronter avec une répression coercitive alors que tant d'entre eux demandent et appellent une écoute accueillante, ouverte, sans critique, sans idée de récupération pour le système.

Nous devons écouter pour entendre et prendre le risque d'être parfois dupes pour ne pas être, à coup sûr, inhumains.

2 — Assurer un apprentissage par la compréhension

Il faut que la mathématique soit pour chaque élève une construction personnelle vécue.

La mathématique n'est pas comme certaines sciences un ensemble de connaissances extérieures que l'on organise, elle est un système de pensée cohérente que l'on construit en soi.

Il faut bien distinguer activité mathématique extérieure et compréhension.

Ecoutez ce témoignage véhément ([1] p. 31) :

— *“Mes mathématiques, je les faisais parce qu'il fallait. Je comprenais pas. Je ne cherchais pas à comprendre ; je les faisais. Bon, ben ! J'avais de bonnes notes. J'apprenais mes leçons, je faisais mes devoirs, j'avais des résultats et c'était bon.*

Mais finalement je ne comprends pas.

C'est ça que je n'admets pas. Je n'admets pas que les autres élèves puissent faire ce que moi j'ai fait, c'est-à-dire faire des choses sans comprendre ce qu'on fait.

L'enseignement qui remplace la compréhension réelle, profonde par des réflexes routiniers obtenus par conditionnement, est considéré par R. SKEMP ([17] p. 117) comme une injure à l'intelligence.

L'enseignement qui remplace la compréhension réelle, profonde par des réflexes routiniers obtenus par conditionnement, est considéré par R. SKEMP ([17] p. 117) comme une injure à toute l'intelligence.

— *“Essayer de comprendre quelque chose implique l'accommodation de nos schémas. Dans la mesure où ce qui est communiqué n'est pas intelligible, celui qui reçoit essaie d'accommoder ses schémas pour assimiler quelque chose de dépourvu de sens. Le faire équivaldrait à la destruction de ces schémas c'est-à-dire à l'équivalent mental d'une injure corporelle.”*

“Vu de cette façon, on commence à comprendre pourquoi certains étudiants acquièrent non seulement un manque d'enthousiasme pour la mathématique, mais une répulsion positive. Ce qui plus est, ils ont, dans ces circonstances, tout à fait raison d'agir de la sorte parce qu'une de leurs facultés les plus hautes, leur intelligence en développement, est exposée à une influence pernicieuse.”

Il y a des élèves qui s'accommodent fort bien de ne pas comprendre en profondeur ce qu'ils font en mathématique, il est plus facile et plus économique pour eux de s'en tenir à l'application mécanique de règles.

Pendant un certain temps, ils peuvent donner le change au professeur lorsque celui-ci ne gratte pas sous le vernis des mots. Cependant lorsque les matières se compliquent, la mémoire et la reproduction aveugle ne peuvent suffire. Alors se découvrent des incompréhensions réelles si étendues qu'il devient impossible de combler ces lacunes.

En mathématique, la compréhension doit être profonde. On ne peut se contenter d'entendre avec intelligence ce qui est dit ni de saisir nettement ce qui est fait, il faut comprendre pourquoi cela est dit et ceci est fait.

C'est ce qu'exprime une élève ([1] p. 128) :

“C'était pareil. On n'avait pas plus compris la deuxième fois. Il ne voyait pas non plus ce qu'on ne comprenait pas. Il disait : mais c'est facile, il faut savoir ça !

“Je crois qu'on cherche toujours à approfondir une question où on dit c'est comme cela, il n'y a pas à chercher à comprendre : c'est un symbole. Mais nous on veut toujours savoir au-delà. On veut savoir pourquoi il y a ça ? pourquoi il faut dire ça ? pourquoi ? Parce qu'on nous le dit ! Mais c'est peut-être pas vrai !”

"Comment le démontrer ? Alors, il nous disait toujours : mais c'est tel que ça, il faut l'accepter tel que c'est. Nous ça nous suffisait pas, encore pas maintenant. Pourquoi que c'est comme ça ? pourquoi que c'est ça ? Ça m'embête... On peut pas chercher l'origine de tout ça, on ne peut pas. C'est-à-dire, en classe, on pourrait peut-être approfondir, chercher vraiment, mais il faudrait remonter trop loin ! Mais en classe, on nous dit : voilà telle formule, il faut l'accepter..., mais on ne nous dit pas comment elle a été formée, cette formule !"

L'exemple de comportement de ce professeur est-il rare, exceptionnel ?

Ne comprend-il pas ce qu'il y a à comprendre ? A-t-il atteint un niveau où il ne se souvient plus du cheminement qu'il a dû faire ? ([16])

Peut-être la classe offrait-elle l'occasion de faire comprendre qu'on ne peut remonter indéfiniment et qu'il faut admettre des points de départ, des axiomes ?

Personne ne croit que les élèves en construisant en eux la mathématique vont refaire à eux seuls le travail de plus de deux mille ans !

Mais les professeurs armés des idées éclairantes modernes peuvent les guider pour comprendre la mathématique par "le dedans".

De ce point de vue, les cours traditionnels ou nouveaux contiennent trop de parachutages de définitions, de démonstrations, c'est-à-dire de présentations abruptes qui pour être logiquement correctes ne sont pas, du même coup, intelligibles dans le contexte d'une construction mathématique qui ne donne aucune raison pour faire comprendre.

Il suffit de se rappeler la présentation ancienne des logarithmes à l'aide des progressions arithmétique et géométrique étrangement "mises en regard". Tout y était mystère et magie. Que dire de l'introduction nouvelle par l'intégrale.

$$\int_1^{+\infty} \frac{k}{t} dt \quad \text{tombeant du ciel !}$$

Il est cependant possible d'amener cette intégrale par la recherche d'un isomorphisme dérivable entre les groupes $(\mathbb{R}^*, \cdot)$ et $(\mathbb{R}, +)$.

Nous avons montré comment une problématique, au sein de la théorie mathématique élémentaire, peut amener avec naturel ces notions et d'autres. ([18])

Nous ne voudrions prendre ici qu'un exemple, celui des cas d'isométrie des triangles.

Les fameux "cas d'égalité" ont été si décriés, si ridiculisés que des programmes n'osent même plus en faire mention. Or, dans les isométries du plan, ils ont une signification profonde.

On sait, en effet, qu'une isométrie est déterminée lorsque l'on donne les sommets d'un triangle et leurs images respectives et que, d'autre part, tout triangle n'est pas isométrique à tout autre. Il est donc parfaitement naturel de se demander sous quelles conditions un triangle est isométrique à un second. Les cas d'isométrie répondent à cette question à l'aide des invariants fondamentaux longueurs et angles.

Les cas de similitude répondent à une question analogue pour le groupe des similitudes du plan. ([19] II et III).

Dans les affinités du plan, tout triangle est équivalent à tout triangle et la question n'a pas d'intérêt.

Dans toutes les situations où intervient un cas d'isométrie ou de similitude de triangles, on peut s'en passer en construisant à l'aide de translations, de rotations, de symétrie, d'homothéties celle de ces transformations qui est requise. C'est un jeu agréable de composition. Mais les physiciens n'ont ni le temps, ni le goût de s'y livrer. Peut-être est-ce la raison pour laquelle ils emploient l'outil simple et commode que leur offrent les "cas" qu'il est donc nécessaire de leur préparer.

3 — Tirer un parti favorable de l'erreur

Nous apprenons surtout par nos erreurs : elles nous obligent à réfléchir.

Nous sommes si indulgents à l'égard de nos erreurs, quel qu'en soit le prix !

Pourquoi ne pas être aussi bienveillants vis-à-vis des erreurs de nos élèves ? Ce serait souvent déculpabiliser les plus vulnérables et les plus scrupuleux.

Il y a une pédagogie bien intentionnée qui essaie qu'un élève fournisse à coup sûr, à toute question, une réponse exacte. L'erreur est traquée, pour être dénoncée, effacée, extirpée le plus rapidement possible, comme une faute impure. Il arrive que ce culte de la bonne réponse conduise à un conditionnement qui est un véritable dressage. En mathématique, il ne suffit pas d'avoir, sous un stimulus, une réponse exacte, encore faut-il comprendre la raison de la réponse que l'on donne.

Aussi longtemps qu'un élève ne nous alerte pas par une réponse erronée, nous n'avons qu'une présomption de compréhension correcte. La réponse ou l'assertion inexacte d'un élève peut venir simplement de ce qu'il a dit n'importe quoi qui lui passait par la tête. Toute autre est l'affirmation erronée qui provient de ce que l'élève a une compréhension ou un cadre de pensée différents des nôtres. Dans ce cas, saisir le pourquoi de ce qu'il dit est comprendre comment il a pensé.

Très tôt je me suis servi des erreurs des élèves pour arriver à mieux comprendre, eux et moi.

En voici quelques exemples.

1°) Dans une discussion, un élève dit avec une conviction tranquille : "zéro n'est pas un nombre".

On peut rester pantois, hausser les épaules, traiter son affirmation d'ânerie, la lui reprocher en le sanctionnant par une mauvaise note. Il est plus utile d'exploiter l'erreur.

Le scénario était bien connu de mes élèves.

"Vous avez entendu ce que dit votre camarade ?"

"Prenez une feuille de papier, inscrivez la question : zéro est-il un nombre ? Réfléchissez-y. Dans les prochains jours, remettez-moi sur cette feuille votre point de vue personnel... avec les indications utiles : dates, âge et classe et votre nom si vous voulez."

Ils savaient bien pourquoi. Je leur avais dit : je cherche à améliorer l'enseignement mathématique. Vous pouvez m'aider en m'expliquant ce que vous pensez librement. Ce n'est pas un devoir écrit, il ne sera pas noté. C'est entre nous.

Le jour venu, je lisais les réponses une à une devant toute la classe, sans citer les auteurs qui signaient tous.

Nous avons appris des choses !

Par exemple à propos de zéro, toute une pathologie :

- *"Depuis que je suis petit, on m'a dit : 'zéro c'est rien du tout.'"*
- *"Quand on ajoute zéro à un nombre c'est comme si on ajoutait rien du tout."*
- *"Quand on multiplie un nombre par zéro, ça fait zéro."*
- *"On ne peut pas diviser par zéro."*
- *"Zéro sur zéro ça ne veut rien dire."*

Je leur ai demandé : que veut dire la question : *"zéro est-il un nombre ? Comment montrerait-on oui ou non qu'il en est un ?"*

Après discussion ; en calculant avec lui et les autres nombres.

La conclusion a été : *zéro est un nombre mais il est bizarre."*

2°) Un jour la curiosité m'a pris de leur demander :

"Quand au cours de géométrie, je prononce le mot 'espace', de quoi croyez-vous que je parle ?"

Le dépouillement des réponses a été étonnant.

"L'espace avec ses étoiles et les nébuleuses."

"L'intérieur de la classe."

"Quelque chose qu'on pense dans sa tête."

3°) Ayant découvert et convenu qu'il s'agissait de l'espace abstrait inventé à partir de l'espace physique, nous avons étudié la translation.

Nouvelle question : *"Peut-on faire une translation de l'espace ?"*

L'espace sidéral est rentré en scène pour une brève apparition, avec son cortège de nébuleuses.

Un excellent élève, bon logicien, m'a dit d'un air définitif : *"c'est impossible"*.

J'ai argumenté : *étant donné une translation,*

1. *Si je prends un point de l'espace, son image par la translation est-elle un point de l'espace ?*
2. *Si je prends un point de l'espace, est-il l'image, par la translation, d'un point de l'espace ?*

Il m'a arrêté tout net. *"je vois, dit-il, vous voulez me faire le coup des lieux géométriques."*

"Je vous comprends mais j'y crois pas."

"Avec une droite, ça va. Je peux faire comme ça."

Il a mis ses index l'un contre l'autre et les a écartés en les gardant parallèles. *"Mais si je fais comme ça"* a-t-il ajouté en faisant glisser ses index l'un le long de l'autre *"que se passe-t-il à l'infini ?"*

Il a recommencé avec des plans, en écartant les paumes des mains puis en les faisant glisser l'une contre l'autre.

"Mais avec l'espace, je n'ai pas de place pour écartier. Qu'est-ce qui se passe à l'infini ?"

J'ai posé la question :

"Comment peut-on démontrer que l'on peut faire une translation de l'espace abstrait ?"

Il est resté sans rien dire et est parti, le visage fermé. Le lendemain, il souriait : *"j'ai compris"*.

Une réponse, une question d'élève qui nous déconcertent sont rarement idiotes.

C'est un jeune enfant qui m'a fait comprendre que la définition classique du triangle isocèle n'était pas bonne.

Comme je lui demandais : *"un triangle équilatéral est-il isocèle ?"*, sa réponse a été nette : *"non"* — *"Pourquoi ?"* — *"parce qu'il a trois côtés égaux"*.

C'est pourquoi j'ai pris la définition : *"un triangle isocèle est un triangle qui a, au moins, deux côtés égaux"*. — comme on disait en ce temps-là.

Depuis j'aime la définition : *"un triangle est isocèle s'il a, au moins, un axe de symétrie."*

Il y aurait beaucoup plus à dire sur nos manières de nous exprimer, que nos élèves comprennent malgré tout :

"Construire un triangle, connaissant les trois côtés" ; mais alors le triangle est donné !

4 — Donner une alimentation mathématique équilibrée

La mathématique, par la conscience que nous en donnons les vues modernes, peut être présentée d'une façon unifiée et claire. Il n'est pas nécessaire de se perdre dans mille détails pour introduire et utiliser les idées maîtresses concernant les méthodes et les structures.

Chaque élève, dans toute la mesure où il peut l'assimiler, doit recevoir une nourriture mathématique balancée. C'est le meilleur moyen pour que chacun y trouve ce qui lui plaît et qui convient le mieux à son type d'intelligence.

Parfois, suivant des instructions ou leurs goûts personnels, des professeurs donnent une matière qui est trop algébrique, trop géométrique ou trop numérique, trop logique ou trop intuitive. Perdant de vue l'unité foncière de la mathématique, on arrivera à rompre, par une présentation unilatérale, la symbiose entre l'algèbre et la géométrie en faisant jouer à celle-ci un rôle d'imagerie ou en la présentant uniquement sous l'aspect vectoriel ou analytique. Ainsi peuvent s'installer des carences qui laissent des lacunes et qui peuvent engendrer des répulsions et des dégoûts.

Les élèves ne doivent pas être seulement entraînés à reproduire et à chercher des démonstrations de théorèmes, à apprendre des définitions et à résoudre des problèmes tout faits. Pour avoir un rôle plus créateur, il est important qu'ils apprennent aussi à trouver des énoncés de propositions, à exprimer des définitions, à circonscrire et à formuler des problèmes. Le professeur ira avec ses élèves en exploration mathématique pour leur apprendre à expérimenter sur des exemples, à bâtir un contre-exemple, dans le cas d'un énoncé douteux.

Abandonnant les exposés rectilignes, le maître donnera à ses disciples le goût de la randonnée dans les bois de la mathématique, comme le braconnier qui sait atteindre une proie par plusieurs détours.

Les sources : manuels et ouvrages de référence doivent être variés pour permettre des choix et des comparaisons.

Chaque programme doit être approprié par une pondération, qui lui est propre, des diverses composantes indispensables. De ce point de vue, il convient de noter que les programmes des sections supérieures à horaire réduit ont à faire une bonne place aux éléments d'analyse et de probabilités.

Les programmes doivent rester flexibles à partir d'une ossature de thèmes importants. Ils sont des guides et non des oeillères ou des obstacles pour l'enseignement.

Voici ce qu'en dit un élève ([1] p. 93) :

— *Il y a un mot que je n'aime pas justement, c'est "programme". Beaucoup de professeurs disent : "Bon, ça c'est le programme, ça, ça ne l'est pas." On s'arrête.*

— *"Et je n'aime pas tellement parce que, évidemment, il faut bien se limiter à quelque chose. On va pas déborder n'importe où, mais qu'on s'arrête systématiquement quand on arrive à la limite du programme, ça me gêne un petit peu. J'aime bien qu'on aille jusqu'au bout de certains trucs..."*

N — *Quelle gêne ressentez-vous ?*

E — *Ben, justement, quand on ferme la porte quoi ! Quand on referme les mathématiques, c'est là que je suis gêné.*

N — *Qu'est-ce qui se passe ?*

E — *Ben.. C'est un peu comme un homme qu'on met en prison, quoi ! Quand il perd sa liberté, la liberté qu'il a, il n'est pas content. Moi, j'aime les mathématiques, justement parce que tout est lié, parce qu'enfin c'est libre.*

Et si on commence à enfermer les mathématiques, ça va plus, les mathématiques perdent leur liberté."

5 — Développer un esprit démocratique

La difficulté inhérente à la mathématique en fait une toise pour mesurer une forme d'intelligence et pour classer les élèves, comme elle peut assurer une suprématie dominatrice du maître.

Au lieu d'être une société, en petit, qui reproduit des différences et des hiérarchies, la classe mathématique doit être une communauté de travail, démocratique.

Il ne peut s'agir pour le professeur, comme on lui conseille, de marcher avec la moyenne de la classe, il doit veiller à ce que chacun progresse par rapport à soi avec l'aide de tous.

Les groupes de travail ne peuvent se réduire à de petites formations créées au hasard et qui remplissent des fiches autour d'une même table. Ils doivent être des équipes d'élèves qui se sont mutuellement choisis pour mener à bien des tâches dont ils ont pris la responsabilité. Là les plus forts aident les plus faibles et ceux-ci rendent des services à leur taille.

Le maître qui n'est plus le dispensateur unique de science est le coordinateur, le guide, le conseiller, l'autorité reconnue pour son efficacité. Bon animateur, il sait amener tout l'effort de la classe, en convergence, sur un problème rétif. Il sait aussi encourager les cheminements divers de l'imagination qui cherche dans des voies divergentes.

On apprend à discuter, à pratiquer une logique en acte avec la référence, non de l'autorité du maître, mais de la preuve mathématique. On dépiste des arguments boiteux dans les démonstrations comme dans la publicité ou l'information. On s'exerce à déduire du probable tout autant que du certain.

Le professeur ne craint pas de se risquer, de se montrer en situation de recherche en reconnaissant simplement ses erreurs, à propos desquelles ses disciples peuvent devenir très vigilants.

En mathématique, plus que dans une autre branche où les contacts humains sont plus affectifs, le maître doit veiller à entretenir un climat de coopération fraternelle où chacun doit se sentir plus aimé, plus valorisé, plus libre. Dans une telle atmosphère, les élèves sentent d'instinct ce que la raison peut apporter de mesure et d'équité dans les relations humaines.

6— Stimuler l'épanouissement personnel

A l'école secondaire, les adolescents, parfois les plus farouches, sont très intéressés par l'affirmation et l'épanouissement d'eux-mêmes. C'est pourquoi, lors d'un échec, ceux qui ont une bonne idée de leur personne laissent souvent tomber la mathématique.

Dans tous les cas, il convient que les élèves réussissent. Il ne s'agit pas de leur donner des notes mensongères, mais de leur faire éprouver la joie de la trouvaille, ne fût-ce que d'un problème simple adapté à leurs moyens. Quand un élève éprouve du plaisir dans sa propre activité mathématique, cela lui donne la meilleure motivation pour son travail. Dans ces conditions, résoudre un problème devient un défi avec soi-même. Le choix personnel d'un travail mathématique est aussi un facteur d'intérêt.

Pour donner au cours de mathématique toute sa portée, le professeur ne peut se borner à donner une formation en mathématique théorique et appliquée. Il doit participer à l'épanouissement humain plus large de ses élèves. A chaque occasion, il encouragera dans le travail ou le comportement d'un enfant ou d'un adolescent l'apparition de qualités qui ressortissent aux objectifs généraux de l'éducation mais que la mathématique aide beaucoup à acquérir. C'est une manière de montrer que l'éducation mathématique dépasse de toutes parts l'instruction mathématique au sens étroit, et contribue à la formation générale de la personnalité par le développement d'attitudes intellectuelles, du goût de la beauté et de traits moraux. Ces objectifs de nature qualitative sont susceptibles de transfert. Ils doivent être atteints progressivement au cours des études, en même temps que les buts spécifiques qui leur servent de supports.

a) Formation intellectuelle

1. Exercer au jugement, distinguer le vrai du faux (applicables aux faits réels), le démontré, le non-démontré (applicables à un énoncé au sein d'une théorie déductive.)
2. Entraîner à l'organisation logique de la pensée. Ordonner les idées, reconnaître les hypothèses, les conséquences, les causes, les moyens, les effets.
3. Apprendre à réfléchir aux divers aspects d'une situation, dégager l'essentiel de l'accessoire, affiner l'esprit d'analyse, renforcer le pouvoir de synthèse;
4. Développer l'activité mentale et favoriser ainsi l'imagination, l'intuition et l'invention créatrices.
5. Faire acquérir un sens critique constructif.
6. Former à l'esprit scientifique : objectivité, précision, goût de la recherche.

b) *Formation esthétique*

1. Eveiller et assurer le goût de la beauté mathématique présente dans certaines relations, formules, figures, démonstrations et théories.
2. Cultiver le goût dans l'expression de la pensée : clarté, ordre, concision, élégance.
3. Faire apparaître et apprécier les liens entre la mathématique et la beauté formelle dans les arts :
 - équilibre architectural,
 - composition des arts plastiques (dessin, peinture, sculpture),
 - rythme et structures dans les arts temporels (musique, cinéma).Rendre sensible à la beauté de formes et d'organisation dans la nature et la technique.

c) *Formation morale*

1. Goût de la vérité, de l'objectivité, de l'équité.
2. Besoin de la rigueur, du discernement et de la clarté dans les vérifications et les preuves.
3. Souci de connaître et de comprendre les principes des choses, les fondements et les a priori des doctrines et des opinions.
4. Habitude de rechercher les présupposés et les justifications des affirmations.
5. Probité et lucidité à l'égard de ses propres observations, de ses ignorances, de ses opinions et de ses déductions personnelles.
6. Capacité d'attention, de concentration et d'effort.
7. Volonté d'achèvement et de perfectionnement.

7 — *Maintenir tous les liens avec la vie*

Les élèves vivent dans un environnement où coexistent, souvent comme des concurrents ou des antagonistes, un univers naturel et un monde créé par l'homme. L'histoire est là pour attester toute la part de la mathématique dans la découverte, la compréhension et la maîtrise partielles de l'univers ainsi que dans l'invention et la réalisation du monde technologique.

Dans l'enseignement secondaire, la mathématique, le plus puissant de nos instruments à penser, est souvent réduite, pendant trop d'années, à ne servir à penser à rien en dehors d'elle-même. Pour tous les élèves attirés par la vie, elle est présentée comme une langue morte sans lien significatif avec le monde. On a beau leur dire "*cela servira plus tard !*". Par manque d'appétit, par crainte, par découragement, beaucoup de jeunes ont déjà plus ou moins laissé tomber la mathématique quand arrivent, après coup, les applications significatives. La puissance de la mathématique, dont on parle tant, est pour eux une promesse qui reste trop longtemps à se réaliser. Il y a là un déphasage dont les cours de Sciences sont les premiers à pâtir. Pour supprimer ce retard il est possible d'initier en même temps aux sciences et à la mathématique, comme le fait l'enseignement rénové belge dans une voie que le Docteur DECROLY a ouverte depuis tant d'années ([20]).

Pour humaniser l'enseignement de la mathématique, il ne suffit pas de lui donner comme champ d'action les branches scientifiques : physique, chimie, biologie, géographie, informatique. Il faut le connecter avec l'enseignement de la langue maternelle.

Plus largement c'est avec toute la vie que la mathématique est en relation. Comme le montre l'œuvre pédagogique de Emma CASTELNUOVO ([21]), la vie est la meilleure motivation de l'enseignement de la mathématique et la source inépuisable de thèmes pédagogiques variés captivants pour de jeunes élèves qui découvrent en même temps les faits et leur mathématisation.

Un des mathématiciens qui a consacré le plus de lui-même à l'éducation mathématique, H. FREUDENTHAL ([22]), dans son dernier exposé "Mathematical instruction in the year 2000", s'exprime en ces termes ;

— "Vous pouvez découvrir des mathématiques partout, avec votre oeil nu et votre bon sens, la mathématique est justement la seule chose qui est si évidente que, sans effort de votre côté, chacun sera convaincu qu'elle vaut la peine d'être connue, apprise, enseignée.

Comme la mathématique est si vraie et si convaincante, je suis sûr qu'elle sera enseignée à l'avenir. Mais, en même temps et pour la même raison, c'est la sorte de chose que l'on ne peut enseigner comme un sujet séparé. Elle doit sortir de l'action comme la lecture, l'écriture, le bricolage, le dessin, le chant, la respiration, dans une éducation intégrée. Il y aura plus de mathématique apprise dans l'éducation générale que jamais auparavant, cependant, elle ne sera pas enseignée comme une branche séparée, excepté, évidemment, à un niveau d'âge plus élevé, dans l'éducation spécialisée, qui en fait pourra comprendre plus d'élèves qu'aujourd'hui. Mais ne demandez jamais combien de mathématique un enfant peut apprendre. Demandez plutôt combien de mathématique peut, dans l'éducation, contribuer à la dignité humaine de l'enfant." ([23]).

Bibliographie

- [1] Jacques NIMIER, *Mathématique et affectivité* — Stock 1976.
- [2] Willy SERVAIS, "Présentation de la Caractérologie", *Mathematica & Paedagogia* 7 (1955-1956).
- [3] R. LE SENNE, *Traité du caractère* P.U.F. (9 et suivantes).
- [4] G. BERGER, *Analyse du caractère*, P.U.F. (1952).
- [5] André LE GALL, *Caractérologie des enfants et des adolescents*, P.U.F. (1951).
- [6] Paul GRIEGER, *L'intelligence et l'éducation intellectuelle*, P.U.F. (1950).
- [7] R. VERDIER, *La caractérologie dans l'enseignement secondaire*, P.U.F. (1957).
- [8] E. G. BEGLE, "The role of research in the improvement of mathematics education" *Actes du Premier congrès international de l'Enseignement mathématique* (1969), D. Reidel publishing Company. Dordrecht.
- [9] W. SERVAIS, "L'enseignement de la mathématique diversifié dans les classes supérieures des écoles secondaires", *Educacion matematica en las americas* — IV (1975) Unesco.
- [10] W. SERVAIS, "Tendances caractérielles" *Mathematica & Paedagogia* 8 (1955-1956).
- [11] P.C. WASON, P.N. JOHNSON-LAIRD, *Thinking and reasoning* (1968) Penguin Books.
- [12] J. BRUNER, J. GOODNOW, G. AUSTIN, *A study of thinking*. Science Editions, inc New-York (1962).
- [13] Robert BLANCHE, *Le raisonnement*, P.U.F. (1973).
- [14] Georges GLAESER — IREM de Strasbourg, *Le livre du problème*. Cedic (1973).

- [15] Josette ADDA, *Initiation au langage mathématique*. Régionale parisienne de l'Association des Professeurs de Mathématique (A.P.M.) 1975.
- [16] F. JAULIN-MANNONI, *Le pourquoi en mathématique*, Ed. ESF (1975).
- [17] R. SKEMP, *The psychology of learning mathematics*, Penguin Books 1971.
- [18] W. SERVAIS, "Problématique dans l'apprentissage de la mathématique", *Educational studies in mathematics*. Vol. 7, n° 1/2, 1976, D. Reidel Publ. Company.
- [19] W. SERVAIS et al *Mathématique 2* Ed. Labor (1971)
Mathématique 3 Ed. Labor (1976).
- [20] A. PELTIER, *A la découverte de la physique expérimentale*, Ed. Labor.
- [21] E. CASTELNUOVO et M. BARRA, *Mathematica Nella Realta*, Paolo Boringhieri (1976).
- [22] H. FREUDENTHAL, *Mathematics as an Educational Task*, D. Reidel Publ. Company (1973).
- [23] H. FREUDENTHAL, Allocution prononcée à Utrecht le 14 août 1976 à l'occasion de son départ de l'IOWO.

1.2. Activité et connaissance opératoire

Conférence de G. VERGNAUD, Maître de Recherche au C.N.R.S.

En intitulant ces journées "mathématiques et comportement", les organisateurs avaient l'intention de porter l'attention sur l'étude des comportements des élèves dans les activités mathématiques, et c'est sans doute pour quoi ils ont demandé à un psychologue d'apporter son point de vue.

En s'adressant à un cognitiviste qui a bataillé longtemps contre le behaviorisme, le risque était grand de le voir partir en guerre contre la notion de comportement et laisser ainsi les mathématiciens sur leur faim.

Je serai donc aussi nuancé et responsable que possible.

Lorsque la notion de comportement s'est développée en psychologie, c'était dans un effort d'objectivité, pour essayer de recentrer les études psychologiques sur les phénomènes observables et notamment sur les liens entre les aspects observables des situations et les réponses observables des sujets. C'était donc un effort louable pour éviter certaines spéculations mentalistes et certaines illusions de l'introspection. Le malheur est que cet effort a rapidement dégénéré dans une sorte d'interdit ; pour mériter l'étiquette de scientifique, il fallait s'en tenir aux observables et refuser toute théorie

comportant une incursion dans la pensée du sujet ou même dans les processus sous-jacents aux aspects observables des situations. La psychologie stimulus-réponse régna en maîtresse pendant plusieurs décennies. C'était d'ailleurs l'époque où l'empirisme dominait également les autres sciences : la physique, la biologie et même les mathématiques.

Nous n'en sommes plus tout à fait là aujourd'hui, du moins en France, et c'est donc sans souci polémique que je vais essayer de dégager les principaux concepts psychologiques qui me semblent féconds pour l'étude de l'apprentissage, de l'acquisition, ou plutôt de l'appropriation du savoir mathématique.

Comme ces concepts risquent d'être inhabituels pour certains participants, j'essaierai de les éclairer par quelques exemples en cours de route pour illustrer mon propos.

La pensée n'est conceptuelle que si elle obéit à des critères d'ordre théorique et d'ordre pratique à la fois. Un simple comportement, même adapté, n'est pas conceptuel, mais un discours théorique, s'il ne donne pas lieu à une conduite adaptée dans les situations où ce discours s'applique, n'est pas non plus conceptuel. Une pratique obtenue par dressage ou conditionnement n'est pas un concept, mais un concept qui n'est pas opératoire n'est pas un concept.

L'activité en situation est, pour une majorité croissante de psychologues, à la fois la source et le critère de la pensée conceptuelle ; le langage joue, bien entendu, un rôle fondamental, puisqu'il permet seul le discours théorique et que, sans ce discours, il n'y a guère de concept, mais il ne constitue pas, aux yeux des psychologues, le critère le plus décisif.

Le critère le plus décisif reste l'action en situation, ou encore ce que les psychologues appellent la solution de problème. La solution de problème a, pour le psychologue, une signification beaucoup plus large que pour le mathématicien. Est problème tout ce qui, d'une façon ou d'une autre, implique de la part du sujet la *construction d'une réponse ou d'une action qui produise un certain effet*. Trouver un chemin dans un labyrinthe pour un rat, contourner un grillage pour aller chercher de la nourriture pour une poule, aller chercher un jouet disparu derrière un écran, derrière lequel il vient de disparaître, pour un bébé, désemboîter des poupées gigognes, produire un énoncé verbal, sérier des objets selon leur grandeur ou selon leur poids, rendre la monnaie, prévoir le résultat d'un déplacement, d'un mouvement, etc..., voilà autant d'exemples différents de problèmes, dont certains ont été étudiés assez systématiquement par des psychologues. Résoudre un système d'équations, démontrer un théorème sont également des problèmes, bien entendu.

Toutefois, la notion de problème n'a guère de sens pour les problèmes résolus ou, pour être plus précis, pour les problèmes auxquels le sujet peut appliquer un système de réponse tout constitué.

La notion de problème comporte donc l'idée de nouveau, de jamais fait, de pas encore compris. Toutefois, cela ne signifie pas que le système cognitif avec lequel le sujet attaque le problème nouveau est lui aussi nouveau. Au contraire, c'est le plus souvent avec un système ancien et solidement approprié.

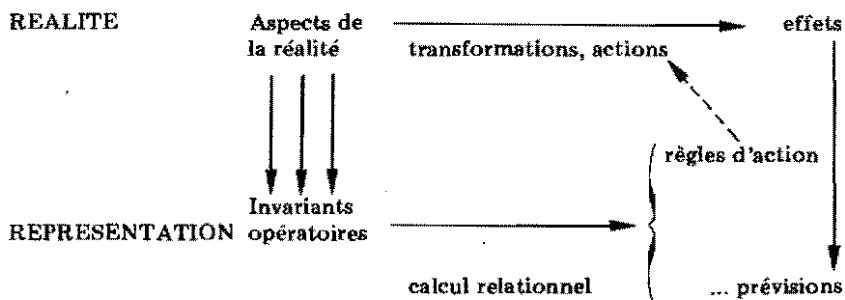
Le concept opératoire, c'est donc celui qui permet de traiter des situations nouvelles jamais rencontrées. Et c'est là que les conceptions empiristes achoppent. Car l'enfant ne se développe pas en apprenant pour chaque situation la réponse appropriée, mais en se formant des concepts opératoires qui lui permettent de traiter de larges classes de situations, y compris celles qu'il n'a jamais rencontrées.

Le catalogue des situations possibles est inépuisable. Il ne serait pas possible de s'en sortir si l'on ne disposait pas de règles générales de traitement valables pour toute une classe de problèmes, y compris des problèmes nouveaux, pourvu qu'on y rencontre les relations qui rendent pertinentes les règles utilisées.

Rentrons dans le vif du sujet et essayons de former une théorie de la solution de problème.

La première thèse à développer est celle d'un certain homomorphisme entre la réalité et la représentation, homomorphisme sans lequel on ne saurait comprendre comment la pensée peut permettre au sujet de produire des actions adaptées et efficaces.

Mais cette thèse s'accompagne nécessairement de trois concepts fondamentaux : (cf. schéma 1)



SCHEMA 1

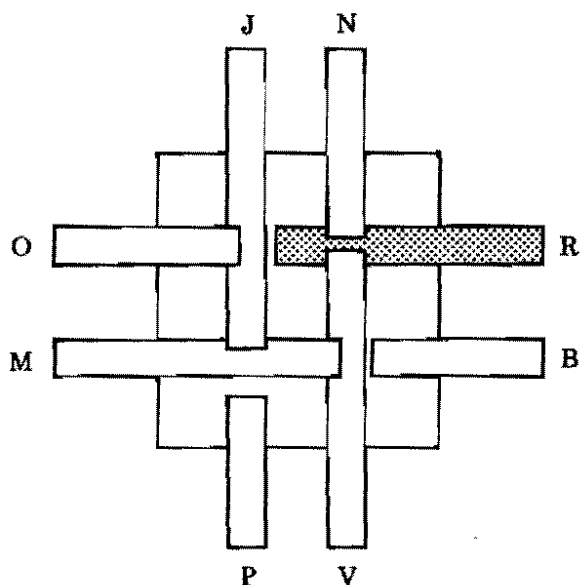
— le concept de *règle d'action* ou, plus complètement, de *règle de production des actions du sujet*. Ces règles sont celles qui engendrent les actions observables du sujet, notamment ses actions matérielles.

— le concept d'*invariant opératoire*. Ces invariants sont les objets de pensée stables, produits, de la fonction symbolique et possédant certaines propriétés qui rendent possible un calcul relationnel et permettent ainsi d'engendrer règles d'action et prévisions.

— le concept de *représentation calculable* qui résume le tout et qui intègre les concepts de fonction symbolique, d'invariant et de calcul relationnel.

Je vais donner quelques exemples :

Le premier exemple n'est pas à proprement parler mathématique ; c'est celui d'un dispositif matériel de barres encastrées les unes dans les autres, dans lequel les actions du sujet sont aussi des actions matérielles. (cf. schéma 2)



On demande de tirer la barre R et on enregistre la suite des barres tirées par l'enfant pour atteindre ce but.

SCHEMA 2

J'ai souvent donné cet exemple et, si je le répète ici, c'est parce qu'il est particulièrement simple et démonstratif.

Les enfants utilisent quatre sortes de règles :

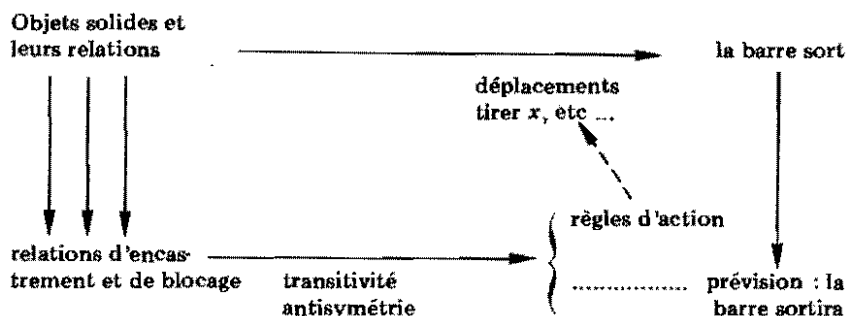
- une règle prenant en compte la relation d'encastrement et utilisant l'antisymétrie et la transitivité de la relation d'ordre qui s'en déduit. Exemple de séquence engendrée par une telle règle : O J M V N R

- une règle prenant en compte l'antisymétrie mais non la transitivité. Exemple : R N R V M J O V M J R V M V R

- une règle prenant en compte une relation de contact entre barres ni transitive ni antisymétrique. Exemple : R V R V R N R V B V R ...

- des règles utilisant d'autres aspects du dispositif, surtout le voisinage spatial périphérique ou la symétrie. Exemple : R B V P M O ...

On peut préciser le schéma de tout à l'heure avec ce dispositif. (cf. schéma 3)



SCHEMA 3

Je n'ai pas besoin d'écrire, pour vous, les calculs relationnels correspondants, mais les observations faites sur les enfants montrent que la transitivité est une forme de calcul relationnel relativement tardive (7 ou 8 ans) et que l'antisymétrie elle-même, qui est aussi une forme de calcul relationnel, est comprise par les enfants entre 4 ans et demi et 5 ans et demi. Il s'agit pour eux d'une véritable appropriation du concept d'encastrement et de la relation de blocage entre barres.

L'étude du dessin des enfants confirme l'étude des procédures utilisées par les enfants, donnant ainsi du crédit à la thèse du rapport étroit entre représentations et règles d'actions.

Dans ce premier exemple, le niveau des objets est assez manifestement celui d'une réalité matérielle, encore que ce niveau suppose déjà une élaboration, plus grande qu'il n'y paraît, du concept d'objet solide et des relations spatiales entre objets solides.

*
* *

Le second exemple concerne l'acquisition de la notion d'addition. Il permet d'ajouter trois thèses complémentaires à la thèse précédente de l'homomorphisme :

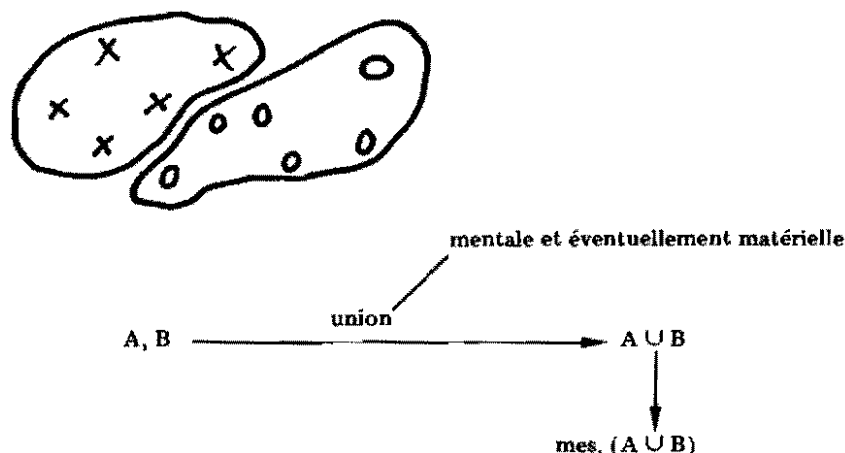
1°) qu'il existe plusieurs plans hiérarchisés et plusieurs homomorphismes dans le fonctionnement de la pensée.

2°) que le plan qui sert de point d'appui à la construction du plan suivant n'est pas purement matériel mais est déjà cognitif.

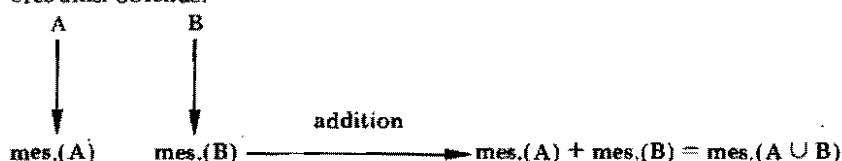
3°) qu'une distinction est nécessaire dans la vie symbolique entre le signifié et le signifiant ou, si l'on veut, entre le concept ou le préconcept et sa représentation symbolique.

Soient deux ensembles disjoints que je représente par des croix et des ronds. Il s'agit de savoir combien d'éléments il y a en tout. Je suppose que l'enfant sait compter les objets.

Il dispose de deux moyens pour trouver le cardinal de l'union. Le premier n'implique pas l'addition puisqu'il consiste à réunir A et B et à dénombrer ensuite.



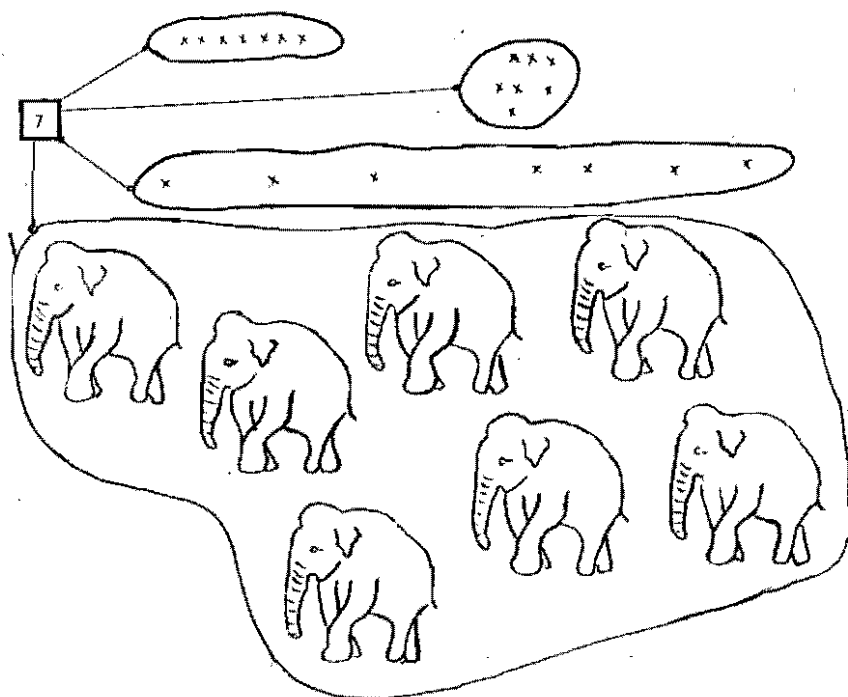
Le second consiste à dénombrer A, puis B, et à ajouter les deux nombres ainsi obtenus.



Il n'est pas très facile d'observer le moment du développement de l'enfant où le second chemin apparaît, dans le même temps d'ailleurs qu'apparaît la reconnaissance de l'équivalence des deux chemins. Mais ce qui est certain, c'est que, sans cet homomorphisme, il n'y a pas véritablement d'acquisition du nombre.

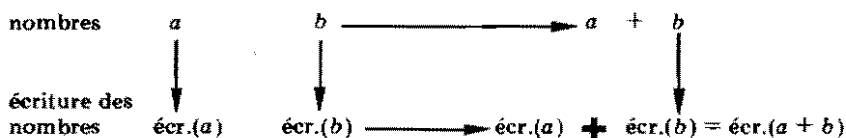
On sait aussi, depuis les fameuses expériences de Piaget, que l'invariant opératoire fondamental qu'est la conservation des quantités discrètes est assez tardif et que, sans cet invariant, il n'y a même pas de sens à parler de nombre et d'addition.

Ce n'est, en effet, que vers 6 ou 7 ans que les enfants considèrent qu'une collection d'objets est invariante, du point de vue de sa quantité, quelle que soit sa configuration (resserrée ou espacée), et que la grandeur de l'ensemble est indépendante de la grandeur des objets qui le composent. C'est une acquisition cognitive importante pour l'enfant que de considérer que 7 croix resserrées ne forment pas un ensemble plus petit que 7 croix espacées ou que 7 éléphants.



Même sachant compter jusqu'à 7, un jeune enfant peut estimer qu'il ne s'agit pas de la même quantité, ce qui signifie, entre autres choses, que la vérification empirique par comptage n'est pas l'élément le plus décisif de l'acquisition de cet invariant opératoire qu'est le nombre comme cardinal.

Avec la numération, un troisième plan intervient qui est celui de la représentation des nombres dans un système de signes et de règles, et un nouvel homomorphisme vient se composer avec l'homomorphisme *mesure* que je viens d'évoquer : c'est l'homomorphisme *écriture*.



Exemples	$+$	34		$+$	XXXIV
		57			LVII

- + représente la règle de l'addition : elle n'est pas la même pour les deux écritures ci-dessus.
- + représente la somme.

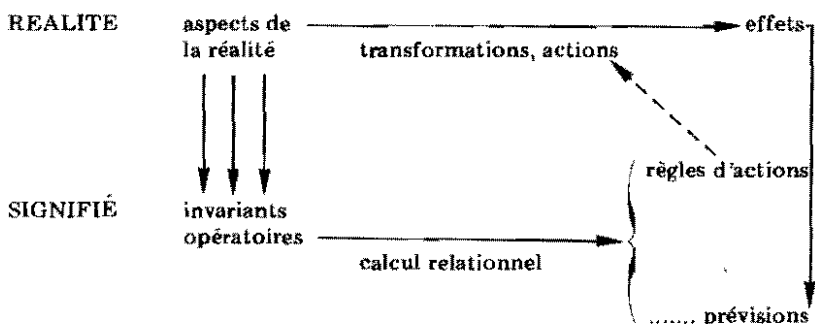
Lorsqu'on apprend à l'enfant la numération et la règle de l'addition avec des objets emboîtables ou du matériel multi-base, celui-ci travaille à quatre niveaux distincts de la pensée :

- celui des objets
- celui des ensembles
- celui des cardinaux
- celui de la représentation écrite des cardinaux.

Et comme le cardinal n'a pas d'autre existence apparente que celle des signes qui le représentent, c'est en fait un homomorphisme composé : *ecr o mes*, qui est mis en oeuvre par l'enfant.

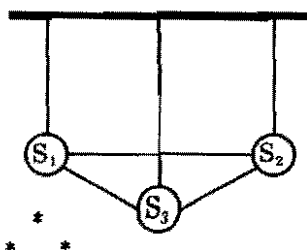
Cela m'amène immédiatement à une distinction nécessaire entre *signifié* et *signifiant*. Le signifié, c'est le concept, ici le concept de cardinal et le concept d'addition ; c'est le concept qui est le plus fondamental dans l'acquisition de l'addition. Le signifiant, c'est la représentation du concept ; ici, la représentation écrite du nombre. Des opérations se déroulent au plan du signifiant, y compris des opérations matérielles d'écriture, mais elles s'appuient sur des opérations de la pensée qui ne sont pas observables et qui sont liées au concept. Je vais très vite et je suis nécessairement schématique, car il faudrait faire des analyses plus fines encore, mais il est clair que le nombre et sa représentation sont des objets distincts.

Je suis alors en mesure de compléter le schéma initial de la façon suivante :



SIGNIFIANTS

systèmes symboliques de différentes formes avec leurs opérations symboliques (leur syntaxe). Ils ont des liens entre eux et avec les signifiés.



Mon troisième exemple va me permettre d'approfondir cette question des différents signifiants pour un même signifié. Il permet aussi de donner un exemple pertinent pour des enfants plus âgés.

J'appelle problèmes de type additif, les problèmes qui demandent, pour leur solution, uniquement des additions et des soustractions. Commençons par ceux qui n'en demandent qu'une. Ils sont tous représentables par des équations à une inconnue.

Prenons par exemple :

l'équation

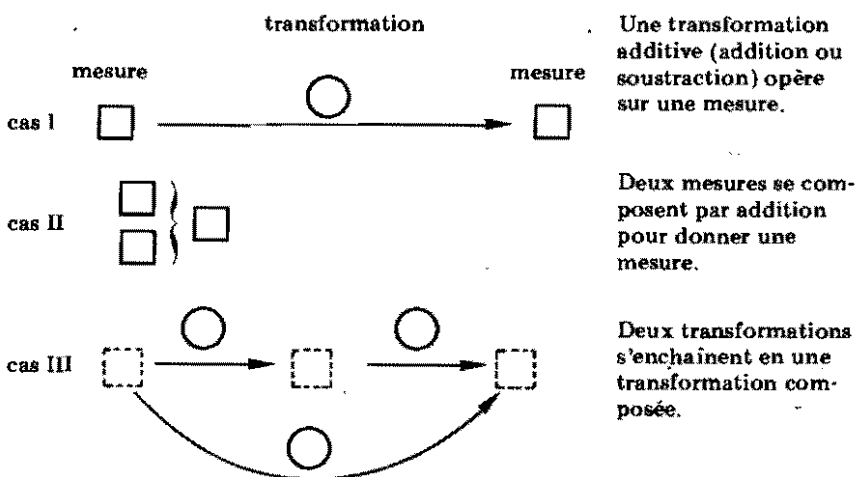
$$a + x = b$$

et sa solution

$$x = b - a$$

Ces signes écrits sur le papier sont des signifiants qui renvoient à des signifiés : les nombres, l'addition, la soustraction, l'égalité. Mais ils ne renvoient pas qu'à des nombres, ils renvoient aussi, qu'on le veuille ou non, aux problèmes qui sont adéquatement représentés par $a + x = b$. En d'autres termes, ils renvoient à des relations dans lesquelles interviennent des quantités physiques (des longueurs, des surfaces, des poids ...), des quantités économiques (des quantités de marchandises, des sommes d'argent ...) et dans lesquelles le temps intervient avec un "avant", un "pendant" et un "après".

Les signes qui sont là, couchés sur le papier, représentent donc en fait des signifiés différents, identiques bien sûr à certains égards, mais différents à d'autres. Pour mieux faire ressortir ces différences, introduisons d'autres représentations qui permettent de discriminer entre différents cas.



Il existe d'autres cas mais je n'en parlerai pas aujourd'hui.

Voici quelques situations toutes représentées par $a + x = b$. Elles diffèrent pourtant entre elles et du point de vue du domaine choisi, et du point de vue des relations.

1er exemple



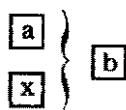
Il y avait a passagers dans l'autobus ; il y en a maintenant b . Que s'est-il passé ?

2ème exemple



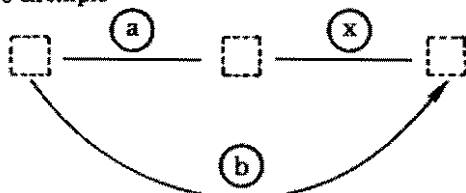
Je viens de gagner (ou perdre) $|a|$ billes. J'en ai b . Combien en avais-je avant de jouer ?

3ème exemple



Il y a b personnes à table dont a du sexe féminin. Combien y en a-t-il du sexe masculin ?

4ème exemple



Pierre a joué deux parties de billes. Il en a gagné (ou perdu) $|a|$ à la première partie. En tout il en a gagné (ou perdu) $|b|$. Que s'est-il passé à la seconde partie ?

Si l'on revient au critère que j'ai donné tout à l'heure, de la notion de concept opératoire, il est clair qu'un psychologue ne peut pas se contenter de vérifier si un élève, à partir de l'équation $a + x = b$ et pour telles ou telles valeurs de a et de b , sait calculer la valeur de x .

Certes, c'est une vérification qui a un sens, mais du point de vue de la compréhension des classes de problèmes adéquatement représentés par $a + x = b$, il manque quelque chose.

Mettre un problème en équation et se servir de l'équation pour le résoudre, est en fait quelque chose d'analogue, du point de vue de la thèse fondamentale de l'homomorphisme, à ce qui se passe entre le plan de la réalité et le plan de la pensée. Simplement, ce qui était parfois seulement signifié par les règles d'action suivies par le sujet, passe cette fois au plan du signifiant et de l'explicite ...

On peut distinguer si l'on veut entre *théorème en acte* et *théorème explicite*.

Quand l'enfant de 7 ou 8 ans utilise la transitivité de la relation d'ordre dans ses calculs relationnels, il met en acte un théorème qu'il n'est pas en tout

état de cause capable d'expliciter. On dira parfois qu'il ne fait pas encore de mathématiques, ou Piaget dirait qu'il n'est pas au niveau de l'abstraction réfléchissante. Admettons cette thèse très insuffisante !

Dans la ligne de ce que je viens de dire, une question importante est celle de savoir dans quelle mesure une représentation mathématique est opératoire pour résoudre des problèmes. Un même problème peut souvent avoir plusieurs représentations, dans des systèmes symboliques différents. Lesquelles sont les plus opératoires, à quel niveau de développement de l'enfant et pour quel degré de généralité ? Certaines représentations sont plus abstraites que d'autres au sens où des significations plus diverses viennent se projeter sur le même signe. C'est donc un risque de confusion qu'il peut être utile d'écartier en utilisant pour un temps une représentation moins générale et aussi moins puissante : des schémas différenciés plutôt qu'une équation par exemple. Il peut être aussi souhaitable d'introduire plusieurs représentations et de faire jouer les homomorphismes qu'il y a entre eux ... par exemple, pour certains problèmes mettant en jeu une fonction linéaire, entre un schéma, une équation vectorielle, une équation banalisée et une représentation géométrique.

*
* *

Je voudrais maintenant, dans le temps qui me reste, aborder quelques problèmes de méthode. On se tourne parfois vers le psychologue pour lui demander des résultats tout faits qu'il serait possible d'appliquer en classe. Ces résultats miraculeux, pour l'instant, n'existent guère. Certes, la psychologie a établi un certain nombre de vérités qui sont bonnes à dire, mais la psychologie de l'enseignement a encore presque tout à faire. C'est aux maîtres, avec le concours de psychologues et en faisant leur une certaine problématique, qu'il revient de s'attaquer à l'énorme travail qui est devant nous, pour donner, à l'enseignement, un sens et un contenu que les élèves soient capables de s'approprier.

Toute étude psychologique suppose d'abord l'étude des procédures ou des règles d'action du sujet. A côté des procédures canoniques et algorithmiques existent de nombreuses procédures non canoniques, localement efficaces, tenant compte d'une partie des propriétés des données. Il faut respecter ces procédures, les relever, les comprendre. C'est là qu'est la clef de l'obstacle rencontré par l'enfant et aussi le chemin par lequel on peut lui faire comprendre certaines difficultés.

L'erreur est aussi intéressante, du point de vue du métier de maître, que la bonne réponse. Mais l'interprétation des erreurs et des procédures des élèves suppose que des recherches systématiques soient faites qui placent en perspective les procédures les unes par rapport aux autres et qui les relient aux différentes classes et sous-classes de situations.

L'étude psychologique ne se borne pas à l'étude des procédures ; elle étudie également les représentations, soit en les inférant à partir des procédures observées, soit en considérant les différents systèmes de signifiants utilisés par l'élève (le langage courant, les schémas, les écritures mathématiques ...).

Sans l'étude de la représentation, qui est la plus délicate, il manque quelque chose d'important et c'est justement ce qui manque le plus à l'approche behavioriste qui s'en tient à l'étude des comportements. A dire vrai, l'observation des comportements appelle une analyse complémentaire à deux niveaux :

- 1°) dégager, derrière les comportements observés, les règles qui les engendrent ;
- 2°) dégager, au-delà de ces règles et avec le secours des explications verbales et des autres témoignages du sujet, les représentations sous-jacentes.

Mais cette analyse psychologique n'aurait pas de sens si elle ne s'appuyait sur une solide analyse de la matière à enseigner. J'ai évoqué, il y a un instant, l'idée qu'il fallait des recherches systématiques avec plan d'expérience à la clef, pour pouvoir interpréter ces observations psychologiques. Je peux préciser de la manière suivante :

La psychogenèse des procédures et des représentations est liée à une psychogenèse encore plus fondamentale dont l'analyse est inextricablement liée à l'analyse de la matière à enseigner. Il existe, en effet, une hiérarchie de notions, de relations, de classes et de sous-classes de problèmes que l'enfant est capable de traiter, voire auxquels il est capable de donner un sens. Cette analyse est évidemment impossible sans une connaissance approfondie de la matière.

La meilleure qualification des maîtres en psychologie, que j'appelle de tous mes vœux, ne peut donc que s'appuyer sur une solide qualification dans la ou les disciplines enseignées ; elle ne s'y oppose pas, bien au contraire. Mais cette analyse de la matière n'est pas nécessairement la même du point de vue du psychologue et du point de vue du spécialiste. Là où le spécialiste recherche les principes fondamentaux et les axiomes les plus puissants, le psychologue recherche les notions et les classes de problèmes les plus précocement et le plus aisément comprises et traitées par l'enfant. Par exemple, là où le mathématicien voit une seule et même notion, l'enfant, lui, voit des choses qualitativement différentes. Ou bien, là où le mathématicien voit une procédure banale et peu intéressante, l'élève, lui, peut voir un système de traitement évident et localement efficace.

Les structures mathématiques ne se construisent pas d'un bloc, mais morceau par morceau, tout le monde le sait, bien entendu ; encore faut-il connaître dans le détail, et sans surestimer ni sous-estimer les capacités des élèves, comment l'édifice est assimilé par l'enfant et véritablement approprié, c'est-à-dire utilisé de façon naturelle dans la solution de problème. La marque de l'appropriation, c'est l'évidence. Elle ne se transmet pas facilement.

Les structures additives et multiplicatives de l'arithmétique élémentaire se construisent, par exemple, sur une période beaucoup plus longue que ne semblent le reconnaître les programmes ; et cette construction n'est pas indépendante des contenus physiques et des contenus de la vie courante qui leur donnent un sens. C'est, au contraire, sur eux qu'elle s'appuie, de façon presque indissociable. La notion de linéarité n'est pas traitée de façon identique lorsqu'elle concerne la notion de vitesse uniforme, celle de poids spéci-

fique, celle de densité de surface ou celle de prix unitaire. Les différentes procédures qui, pour le mathématicien, sont équivalentes ne sont pas également naturelles pour l'élève qui utilise éventuellement l'une et ignore l'autre. L'idée de procédure algorithmique est inséparable de l'idée de caractéristique d'une classe de problèmes. Or l'élève ne reconnaît pas nécessairement l'appartenance à une même classe de deux problèmes distincts. Il ne les traite donc pas de la même façon.

*
* *

Sans doute certains participants ont-ils le sentiment, après les propos que je viens de tenir, que cette conception est bien intellectualiste pour un psychologue, et qu'on est, ce faisant, très éloigné des problèmes liés à l'affectivité, à la relation maître-élève, à la psychologie de groupe et aux questions politiques qui traversent de fond en comble le problème de l'enseignement et de l'éducation. C'est un reproche fondé, mais partiellement seulement.

Je vais essayer de me rattraper, dans les quelques minutes qui me restent, non pas en parcourant au galop ces questions que je n'ai pas abordées, mais en essayant de montrer quelques rapports des thèmes que je viens d'évoquer avec ces questions générales de l'éducation.

Une première idée concerne la question du sens, qui dans mon esprit rejoint celle du désir. Pour s'y intéresser, un élève doit trouver du sens au contenu de l'enseignement qu'on lui transmet ; la question du sens se pose à trois plans différents. Ces plans ne sont pas nécessairement ordonnés.

1°) Pour qu'un contenu ait un sens pour l'élève, il faut que celui-ci y voit quelque rapport avec des activités significatives pour lui, qu'il s'agisse d'activités manuelles et technologiques, d'explorations et d'expérimentations d'ordre scientifique ou d'activités socio-économiques de la vie courante. De ce point de vue, on peut s'interroger sérieusement sur les méthodes pédagogiques et l'isolement de l'enseignement des mathématiques, tel qu'il est le plus souvent pratiqué et tel qu'il apparaît à travers les manuels scolaires. Ajouter des critères externes aux critères internes du savoir mathématique ne peut qu'obliger l'enseignement des mathématiques à se transformer et à s'intégrer davantage à un enseignement des sciences et des techniques qui devrait en tout état de cause l'accompagner à tous les âges. Mais c'est une vaste perspective qui ne dépend pas principalement des enseignants de mathématique. Peut-être peuvent-ils cependant apporter leur pierre à ce processus,

2°) Pour qu'un contenu ait un sens pour l'élève, il faut qu'il y voie une vraie question, donc ni trop difficile ni trop facile. Le respect des contraintes psychogénétiques est décisif dans ce domaine et il y a peut-être pas mal d'illusions à corriger. On croit acquises des notions et des techniques qui sont à peine ébauchées pour la majorité des enfants. Parfois, à l'inverse, on apporte un soin extravagant à démontrer des évidences. Je sais bien qu'alors c'est sur la notion de démonstration que le maître ou le manuel veulent insister. Mais cela n'est pas toujours clair. Au fond, il faut toujours commencer par se demander quel sens l'élève peut bien donner à la question que se pose le maître. Il arrive que ce soit le même. Le plus souvent, il n'y a qu'une petite partie commune.

3°) Enfin, pour qu'un contenu ait un sens pour l'élève, il faut qu'il s'inscrive dans un projet qui ait quelque corps. Un enseignement de mathématiques de masse ne s'adresse pas principalement à de futurs mathématiciens, et peut-être y a-t-il aussi des choses à revoir de ce point de vue. Non pas qu'il y ait plusieurs sortes de mathématiques ou qu'il faille différencier les contenus en fonction de la destinée des élèves. Au contraire, si les mathématiques sont un savoir universel utile à tous, tant du point de vue culturel que du point de vue professionnel, alors il faut l'enseigner de telle sorte qu'il soit approprié par tous. Et s'approprier le savoir, c'est d'abord lui donner un sens.

*
* *

Je ne peux pas m'empêcher d'attirer l'attention des participants à ces journées sur le fait qu'une majorité croissante de psychologues se détourne maintenant des études différentielles et des études caractérologiques, auxquelles Monsieur Servais nous a conviés hier, pour s'intéresser davantage aux processus généraux de l'intelligence et des phénomènes d'acquisition. J'ai peur, pour ma part, qu'au moment où le problème principal est de promouvoir un enseignement scientifique de masse, les classifications caractérologiques ne soient en fait un obstacle à une réflexion véritable sur les raisons des échecs actuels de l'enseignement des mathématiques.

Imputer ces échecs au caractère des élèves (mais ce n'est pas ce qu'a dit Monsieur Servais) ne serait pas la meilleure façon d'ouvrir la voie à la critique du système actuel qui est, lui, le principal responsable.

*
* *

Chers collègues, on oppose parfois savoir et savoir-faire, pensée abstraite et pensée concrète, et l'on prétend souvent, soit que la pensée conceptuelle n'apparaît que très tard, soit encore que certains enfants sont incapables à y accéder.

Puis-je me permettre de conclure en disant que ces thèses sont des thèmes idéologiques qui n'ont rien à voir avec le fonctionnement véritable de la pensée. Le savoir-faire ne saurait être opposé au savoir puisqu'il en est le critère en même temps qu'il s'appuie nécessairement dessus. Savoir et savoir-faire sont deux versants indissociables de la pensée conceptuelle.

De même, la pensée conceptuelle n'est réservée ni aux adultes ni aux travailleurs intellectuels. Le concept opératoire, c'est ce qui est propre à tous les hommes, dans leur vie quotidienne comme dans leur vie professionnelle, et si des témoignages indubitables existent, dans les "comportements" observables des hommes, du fonctionnement ou du non-fonctionnement d'un concept, cela ne saurait être rationalisé en une pseudo-aptitude ou une pseudo-inaptitude à la pensée conceptuelle. Il en va des concepts mathématiques comme des autres concepts.

Se débarrasser de certains préjugés et de certaines idéologies ne résout pas tous les problèmes, mais cela permet de s'y attaquer.

1.3. Groupes de travail de Rennes

A1 - L'échec en mathématiques

Il existe différents moyens, pour un enseignant, de réfléchir au problème de l'échec. Il peut en discuter aimablement entre collègues ou prendre connaissance des travaux des chercheurs dans ce domaine. Mais à notre avis, le plus fécond et le seul qui puisse avoir un effet sur sa pratique pédagogique, c'est de se replacer en situation d'apprentissage afin de vivre l'échec "de l'intérieur".

C'est pourquoi nous avons proposé au groupe A1 de se mettre en situation expérimentale. Les rôles de professeur et d'élève ont été tirés au sort. En outre, 5 participants ont tiré le rôle d'observateur. Le professeur avait pour consigne de décrire une figure qui lui était donnée (1) afin que les élèves la reproduisent, mais sans que ces derniers puissent jamais la voir. Après ce "cours", les observateurs ont été invités à dire quels comportements ils avaient observés, le professeur à dire ce qu'il avait ressenti, et les élèves à expliquer leur réussite ou leur échec.

Avant de s'engager dans des conclusions hasardeuses, il convient de marquer les différences entre l'expérience et la situation réelle dans une classe modale :

- a) Les élèves pouvaient partir à tout moment.
- b) Le professeur était tiré au sort parmi les participants (et non imposé par l'institution).
- c) Le professeur ne connaissait pas du tout ses élèves.
- d) Le professeur n'avait aucune délégation de pouvoir (pas d'examen, pas de sanctions..)

Le point c) mis à part, ces différences jouaient dans un sens favorable à la communication. Les élèves ont largement communiqué entre eux, interpellé vertement leur professeur. Que, malgré ces différences, on ait vu resurgir des comportements traditionnels d'élèves en classe, n'en est que plus frappant (2).

(1) Il s'agissait d'une figure de Vasarely.

(2) Nous renonçons, faute de place, à donner des exemples précis.

Presque tous les participants ont ressenti la situation comme *insécurisante*, voire angoissante, en tous les cas pénible. C'est peut-être ce qui explique des réactions très nettes d'agressivité à l'égard du professeur.

Trois phénomènes ont particulièrement retenu l'attention :

1) La distorsion du temps.

Dès la fin du cours, l'animateur a demandé au groupe combien de temps il avait duré. La plupart des estimations se situaient à 35-40 minutes alors qu'il avait duré 25 minutes.

2) L'impossibilité de "métacommuniquer" (3)

Lorsque le professeur demandait : "C'est clair ?", ne répondaient que ceux qui avaient compris. Inversement, à de nombreuses reprises, des élèves se sont plaints de ne pas comprendre. Le professeur a déclaré ne pas avoir *entendu* ces plaintes.

3) L'utilisation aversive du message

Lorsque la classe devenait par trop bruyante, le professeur enchaînait aussitôt l'explication pour ramener tout le monde sur sa copie. Ce comportement — très répandu depuis qu'on évite les rappels à la discipline — consiste en fait à utiliser une portion du message pour régler ses comptes. Il n'est pas surprenant que cette portion soit mal reçue. L'existence de comportements de ce type permet de mieux comprendre l'interférence cognitif/affectif qui, on le sait maintenant, joue un rôle crucial dans l'échec scolaire.

A 2 - Mathématique et affectivité

Méthode : Au cours des trois séances la discussion s'est engagée à partir d'entretiens enregistrés sur bande magnétique et centrés sur des élèves du second cycle. Ces élèves, garçons ou filles, y expriment différents aspects de ce qu'ils ressentent devant les mathématiques ou quand ils font des mathématiques.

Objectif : Il s'agissait surtout au cours de ces carrefours d'un travail de sensibilisation à l'existence d'un "imaginaire" lié aux mathématiques, "imaginaire" constitué par les fantasmes que les élèves plaquent sur cette discipline ; exemples : "elles sont grandes, puissantes" — "elles sont triturées à l'intérieur" — "c'est comme de la magie" — "elles sont dangereuses"...

(3) Nous empruntons ce terme à Watzlawick et coll., *Une logique de la communication*.

Au cours des échanges les participants ont essayé de cerner l'origine de ces fantasmes : origine sociale, familiale, individuelle... ou "déplacement" d'angoisses plus primitives. La question s'est posée de savoir si ces fantasmes sont présents dans le discours de tout élève, s'ils sont le produit de l'adolescence et s'ils sont favorisés par la nature du discours mathématique.

Une réflexion autour de l'objet-mathématique permettait de penser qu'en effet, cette discipline ne pouvait pas laisser neutre celui qui l'abordait et provoquait de nombreuses réactions : de rejet, de passion, etc...

Mais au-delà de la surprise manifestée après l'écoute de certains enregistrements, nombreux sont les participants qui se sont situés par rapport à ce qui était dit par les élèves : "Ça effraie ! Ça dérange ! Est-on responsable ? Est-on pour quelque chose dans l'imaginaire des autres ?"

En guise de conclusion quelqu'un a posé la question : Pourquoi avons-nous donc choisi d'enseigner les mathématiques ? Comment notre désir sous-jacent dans ce choix modèle-t-il notre enseignement ?

Bibliographie

AIKEN (L.R.) : Attitudes towards mathematics. Rev. educ. Res. U.S.A. (1940) n° 3, pp. 551-595.

BROUSSELLE (A) : Fantasme et concept mathématique. Psychiat. infant. Fr. (1973), 16, n° 2, pp. 467-487.

NIMIER (J) : Mathématique et Affectivité, Paris, Ed. Stock, 1976.

A 4 - Le pourquoi en mathématiques

L'accès à un processus de nature opératoire donne lieu à un sentiment d'évidence tel qu'il est alors impossible d'imaginer qu'on ait pu un jour ne pas comprendre (ou que quelqu'un puisse ne pas comprendre).

C'est ce thème développé ailleurs ("Le Pourquoi en mathématiques" paru aux E.S.F.) que j'ai repris au cours de ces séances, en faisant débiter celles-ci par la projection d'une bande portant sur la commutativité de la multiplication.

Il s'agissait d'une jeune fille, élève de quatrième dans un lycée de Paris, aux prises avec les trois situations suivantes :

1) Il s'agit, disposant de a tas de b allumettes, de transporter celles-ci une à une selon la procédure consistant à prendre une allumette dans chaque tas (constituant ainsi un tas de a allumettes), puis à recommencer jusqu'à épuisement (épreuve décrite dans "Le Pourquoi en mathématiques" sous le nom "d'épreuve transformationnelle").

La question posée porte sur la capacité d'anticiper la configuration obtenue (b tas de a éléments) située derrière un écran.

2) On dessine sur une feuille de papier rectangulaire a rangées de b bâtons. On place sur chacun de ces bâtons une allumette, et on ramasse horizontalement toutes les allumettes de manière à constituer a tas de b .

On place de nouveau d'autres allumettes sur la feuille et on les ramasse verticalement de manière à constituer b tas de a .

La question posée porte sur le rapport d'égalité entre les nombres d'allumettes obtenues selon ces deux procédés (épreuve baptisée "rectangulaire" dans "Le Pourquoi en mathématiques").

3) On constitue un matériel à partir du produit cartésien de deux ensembles, l'un de a formes, l'autre de b couleurs. Dans un premier temps, le matériel est constitué de la manière suivante : on choisit une forme et on épuise toutes les couleurs, puis on passe à la forme suivante. Dans un second temps, on procède de manière inverse : on choisit une couleur et on épuise toutes les formes, puis on choisit une autre couleur.

La question posée ("épreuve de produit cartésien" dans "Le Pourquoi en mathématiques") porte sur l'égalité numérique entre les deux matériels fabriqués.

*

* *

La projection de cette bande qui montre les grosses difficultés de cette jeune fille (si elle réussit la première épreuve, c'est à grand-peine, et par ailleurs elle échoue aux deux autres) paraît avoir rencontré trois types de public :

D'une part, certaines personnes ayant déjà lu l'ouvrage cité n'ont éprouvé aucun effet de surprise à cette projection, et se sont trouvées prêtes à discuter sur le contenu de la bande et sur d'autres thèmes.

D'autres personnes me paraissent avoir eu d'entrée une attitude de refus total du mode d'approche proposé. Ayant exprimé quelques critiques en ce sens, ces personnes ne sont par la suite pas revenues.

Enfin, il me semble être resté un groupe de personnes intéressées mais pas convaincues.

Dans la mesure où il m'a paru important que ces dernières puissent s'exprimer, j'ai demandé à celles du premier groupe d'attendre qu'elles aient pu le faire avant d'intervenir à leur tour. Cela a permis de faire émerger les objections, tout à fait fréquentes dans ce cas-là, selon lesquelles l'échec de l'enfant ne saurait tenir à son incompréhension, mais tient à la formulation de la question, à son attitude affective, etc...

Ces objections ont été analysées au fur et à mesure, et la discussion a débouché sur la nécessité de s'interroger sur l'existence de véritables démonstrations inconscientes qui fondent nos évidences.

Une question a été posée à plusieurs reprises : "Nous, professeurs qui avons des programmes, une classe, etc., comment pouvons-nous intégrer ce genre de démarche à notre pratique ?". Elle est évidemment restée sans réponse, si ce n'est que la poursuite de recherches dans le sens décrit est une condition nécessaire (sinon suffisante) à ce que cette réponse soit possible un jour.

A 5 - Les phénomènes d'incompréhension et de blocage

Méthode de travail :

Le groupe a choisi d'avoir des échanges informels ; il en est résulté une discussion libre et animée, difficile à résumer.

Essentiellement il apparaît que les réflexions ont surtout porté :

- la première séance, sur la diversité des causes de blocage,
- la deuxième séance, sur les possibilités de "soutien" et de "déblocage",
- la troisième séance, sur les causes d'incompréhension inhérentes aux mathématiques.

Il a été décidé que le compte rendu serait rédigé de la manière suivante : un premier projet, rédigé par les membres du groupe appartenant à la région parisienne à partir des notes prises par les secrétaires de séance, serait envoyé à tous les participants du groupe et remanié en fonction de leurs observations avant envoi au Bulletin national.

Ce texte contiendrait une bibliographie.

Divers documents ont été polycopiés et communiqués durant les séances à tous les participants, grâce à l'aide de la Régionale de Rennes. Nous tenons à remercier les collègues de cette Régionale pour leur sympathique collaboration et leur dévouement.

Composition du groupe :

48 participants. Il a été à plusieurs reprises regretté la faible participation d'instituteurs, car on a beaucoup insisté sur l'importance du primaire et de la maternelle dans la naissance des blocages (importance très grande actuellement et encore plus menaçante dans les "projets Haby" où les deux premières années risquent d'être les plus déterminantes pour la sélection).

La présence très active de psychologues a été très appréciée.

ECHANGES SUR LES ORIGINES DES BLOCAGES :

* Importance des premières années.

* Causes de blocages :

- affectives,
- linguistiques,
- dues à la nature du contenu,
- socio-culturelles (au sens surtout du comportement des parents et de l'environnement vis-à-vis de l'échec ; avantages et risques de l'aide et des exigences des parents ; cas de blocages dans des milieux extrêmes, aussi bien trop aisés intellectuellement que trop défavorisés — au sens usuel du terme ...).

* Cas de "blocages scolaires" quelle que soit la discipline.

* Ne pas voir "blocage" là où il y a plutôt *mauvaise compréhension réciproque*, l'influence de l'attitude du professeur, de sa propre conception des mathématiques, de ce qu'il doit en faire saisir et comment, étant souvent très grande dans ces cas-là.

* *Tentatives pour préciser le rôle de la langue dans les incompréhensions :*

Ne pas dire simplement "langue maternelle étrangère" (exemples de problèmes quasi-inexistants ou très vite réglés : les réfugiés laotiens ou libanais, les enfants d'ambassadeurs, les élèves du

Lycée international de Saint-Germain-en-Laye, etc...); inversement, mêmes difficultés que pour les enfants de travailleurs immigrés parmi les "étrangers de l'intérieur" (définition donnée par un participant : "est étranger tout individu qui n'a pas intériorisé la culture dominante de son environnement"; voir à ce sujet (3), (11), (12), (16)).

Danger d'imposer une norme, une standardisation du comportement ("dressage" ?).

RECHERCHE DES POSSIBILITES DE "SOUTIEN" ET DE "DEBLOCAGE" :

* *Eviter la dramatisation :*

1) de l'échec par les parents et l'enfant (relations des maîtres avec les parents ; est-il vraiment possible de rencontrer les parents des "enfants à problèmes" ? Le plus souvent, ils ne viennent pas aux réunions ; cependant une expérience réussie grâce à l'"Ecole Ouverte" qui a mis en contact les enseignants et les parents).

2) de l'erreur par le maître et la classe — cruauté des enfants entre eux ; une solution dans les groupes de niveaux ? réponse : danger de la ségrégation (en particulier "effet Pygmalion", cf. (15)).

* *Question du rythme :*

— Ne pas valoriser le rythme des plus rapides (la rapidité n'est pas nécessairement un critère d'"intelligence").

— Peut-on vraiment en pratique choisir le rythme des plus lents ?

— Le rythme d'un élève peut évoluer au cours de l'année.

* Une solution dans une "pédagogie de l'analyse des erreurs" et une déculpabilisation.

* Danger de faire jouer à la notion de "blocage" le rôle d'une nouvelle version de la "bosse des maths". Nous résigner ? Ou bien chercher à "débloquer" et à éviter les blocages ?

* *Nécessité du soutien :*

(mais attention au projet Haby d'organiser des séances d'approfondissement en parallèle à ce soutien, ce qui creuse le fossé au lieu de le combler).

Débat sur le soutien : combien ? comment ? quoi faire ?

Récit de quelques expériences de participants ; semblent nécessaires :

- faible effectif pour les groupes de soutien,
- concertation entre maîtres,
- amélioration des *relations affectives maîtres-élèves* (une expérience très positive de transformation des relations à la suite d'un voyage d'études écologiques commun professeurs-élèves d'un lycée agricole),
- modalités évitant la ségrégation des élèves les plus faibles (soutien plus prise en charge *collective* par la classe),
- souplesse (car les élèves n'ont pas les mêmes difficultés au même moment).

* En réaction, certains s'interrogent sur l'"utopie du pédagogisme" (nécessité de changer la société ?).

Peut-être possibilité au moins d'un *changement de pédagogie* (remise en cause du professeur, son rôle parmi les causes de blocage).

* *Rôle moteur des expériences* (travail par thèmes, "casser les structures de classe et de programme").

BLOCAGES DUS AUX DIFFICULTES INHERENTES AUX MATHEMATIQUES :

J. Adda expose rapidement divers travaux (contenus dans [1] et distribués aux participants le premier jour), en particulier sur les incompréhensions dues à l'abstraction des concepts mathématiques et à la difficulté de les présenter sans les *camoufler* par leurs représentations.

Danger des "habillages" ; utopie de la doctrine des "situations concrètes" (le plus souvent inadéquates et artificielles, qui ne sont de toute façon pas ressenties comme "concrètes" mais comme "scolaires") sources de difficultés parasites.

Le débat s'engage sur ces hypothèses d'interprétation : on évoque la théorie de Piaget (il est demandé une bibliographie à ce sujet - voir par exemple [14 - 14 bis] ; voir aussi [10 - 4]).

Il existe plusieurs aspects ("courants", "écoles" ?) d'interprétation :

- psycho-génétique (essentiellement Piaget et ses disciples),
- relationnel (psychanalyse...)
- logico-linguistique.

On évoque le rôle récent joué par les orthophonistes (voir [10]).

A la demande d'une participante étrangère, évocation de l'influence des théories piagétienues sur la réforme "mathématiques modernes". Y a-t-il eu des enquêtes sur ses effets ? A ce sujet on peut consulter (9) en gardant un oeil critique sur les items proposés.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J. ADDA, "Travaux sur les difficultés inhérentes aux mathématiques et sur les phénomènes d'incompréhension (causes et manifestations)". Thèse Université Paris VII, 1976. Contenant divers travaux dont en particulier :
 — "Initiation au langage mathématique - Analyse d'une expérience d'enseignement". Brochure de la Régionale Parisienne de l'APMEP.
 — "L'incompréhension en mathématiques et les malentendus". Educational Studies in Mathematics. Déc. 1975.
 — "Difficultés liées à la présentation des questions". Educational Studies in Mathematics. Juillet 1976.
 — "A propos des évaluations : questionnement, interprétation, diagnostic". D.D.7. U.E.R. de didactique des disciplines, Université Paris 7.
- [2] S. BARUK, "Echec et Math", Seuil.
- [3] BERNSTEIN, "Langage et classes sociales", Editions de Minuit.
- [4] A. BIGARD, "L'échec en mathématiques", IREM de Nantes.
 (A lire en même temps : H. Freudenthal : article sur l'I.E.A., in "Educational Studies in Mathematics", 1975).
- [5] C. CHILAND, "L'enfant de 6 ans et son avenir".
- [6] H. FREUDENTHAL, "Mathematics as an educational task", D. Reidel.
- [7] G.F.E.N., "L'échec scolaire - doué ou non-doué ?", Editions Sociales.
- [8] IMPASCIENCES, Numéro spécial "Mathématiques", 1976.
- [9] INETOP, J. Pelnard-Considère et J. Levasseur : "Le développement de la pensée mathématique de la dixième à la quatrième".
- [10] F. JAULIN-MANNONI, "Pédagogie des structures logiques élémentaires", E.S.F.
 "Le Pourquoi en mathématiques", E.S.F.
- [11] W. LABOV et autres, "Tinker - Tailor - The myth of cultural depravity" (Pingouin).
- [12] W. LABOV, "Sociolinguistique", Editions de Minuit.
- [13] R. NIMIER, "Mathématique et affectivité", Stock.
- [14] PIAGET, "De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent", P.U.F.
 "Réussir et comprendre", P.U.F. "Psychologie et pédagogie", P.U.F., etc...
- [14 bis] PIAGET et SZEMINSKA, "La genèse du nombre chez l'enfant", Delachaux - Niestlé.
- [15] ROSENTHAL - JACOBSON, "Pygmalion à l'Ecole", Casterman.
- [16] WAGNER et WAREK, "Les déshérités de l'Ecole", Maspero.

A 6 - Motivations,

Ce qui suit est une remise en ordre, succincte, des idées échangées dans notre groupe.

Souhaitons qu'une autre rencontre nous permette d'aller au-delà d'un simple survol du problème.

D'ici là, nous attendons vos critiques, suggestions, exemples, etc...

*
* *
*

On pourrait distinguer a priori deux sortes de motivations :

— *l'une à court terme* ("provoquée")

On motive lors des dix premières minutes, on exploite pendant les quarante-cinq minutes restantes ...

— *l'autre à plus long terme* ("révélée") pour un secteur de l'activité mathématique, ou même pour l'ensemble de cette discipline.

Mais l'on peut voir une autre dichotomie, opposant des motivations :

— *à caractère social* : on fait des Maths parce que c'est LA matière de sélection en 1976, et aussi parce qu'il paraît que ça sert partout (on aimerait bien voir des applications, mais le prof' n'en fait pas) ; comme on veut avoir un métier intéressant, être utile à la société....

— *à caractère personnel* : on peut être séduit par ;

— *l'aspect esthétique* : beauté de certaines représentations, harmonie interne des mathématiques...

— *l'aspect mystérieux* : "vous verrez l'an prochain qu'un carré peut être négatif..."

— *l'aspect ludique* : on envisage les problèmes comme autant de mots croisés.

— *l'aspect affectif* : "C'est M. Untel qui m'a fait aimer les Maths..."

— n'oublions pas enfin le *côté sécurisant* de notre discipline. La peur d'avoir "trouvé faux" fait (lentement) place, après un certain nombre de succès, à la confiance en soi ; aidons nos élèves

à acquérir celle-ci en leur accordant le "droit à l'erreur", en ne privilégiant pas le résultat vis à vis de la méthode (les problèmes d'optimisation sont excellents à cet égard).

Cette sécurisation ne doit être qu'une étape pour se lancer ensuite dans l'aventure mathématique : jeux dont on crée ou modifie les règles, problèmes ouverts de toutes sortes...

Nous débouchons ici sur la notion de liberté. Liberté de penser, liberté d'agir et de créer. Pas de motivation profonde sans liberté de choix.

Terminons en mentionnant quelques obstacles rencontrés par l'élève et quelques remèdes proposés.

— On ne peut bâtir que sur un champ d'expériences suffisamment riche : aidons avant tout nos élèves à connaître le monde qui nous entoure : certains d'entre eux n'ont jamais vu de cartes Michelin, ou de jeu de dominos, ou de maquettes de maisons, ou de calculatrices, etc...

— Les programmes sont le plus souvent linéaires, contrairement à la manière dont fonctionne notre esprit. Pourquoi ne se servir que des résultats préalablement démontrés ? On peut mettre par exemple — avec profit — un formulaire d'ingénieur entre les mains d'un élève de seconde.

— Sachons enfin exploiter les penchants, passagers ou durables, de nos élèves : intérêt pour les messages secrets (codages, première étape vers un formalisme bien compris), goût des voyages (on pourra travailler sur les horaires d'avions, ou les catalogues CHAIX...), écoute de la radio (dont on peut exploiter les pourcentages, en période électorale notamment), intérêt pour le sport (décompte des points en championnat), etc... etc...

L. MANARA, 29 Rue de la Sarriette, 34000 Montpellier, recherche :

A. LICHNEROWICZ : CALCUL TENSORIEL
Collection A. Colin n° 259.

R. THIRY : MECANIQUE RATIONNELLE Tome V
Gauthier-Villars, 1955.

A 11 - Analyse du comportement face à une activité mathématique au niveau élémentaire

VENDREDI 24 septembre 1976

Objectifs proposés aux participants du groupe

Réflexions sur les implications qui résultent d'une centration sur les comportements: *Qui s'intéresse aux comportements de l'élève ?* (le maître, le psychologue, une équipe de recherche pédagogique, ...). *Qui observe quoi ? Comment ? Pourquoi ? Quelle sera l'utilisation des résultats de ces observations ?*

Pour aborder ces problèmes, il est proposé aux membres du groupe de partir d'une expérience précise, rapportée par les animateurs: l'exploitation dans une classe de CM2 de Francheville-le-Haut d'une idée suggérée par Maurice GLAYMANN et rapportée dans l'article "*Où le premier n'est pas toujours le premier ...*" (publié dans la brochure A.P.M.E.P.: *Hasardons-nous*). GLAYMANN commence par rappeler le contenu de cet article, puis le groupe s'intéresse à la *situation* qui a été proposée aux élèves: un texte donnant le déroulement des six séances de travail est remis aux membres du groupe.

Dominique PICHOD introduit le sujet: *Quelles réflexions peuvent découler d'une centration sur les comportements ? Qu'est-ce qu'un comportement ? Qu'est-ce qu'une recherche ? Qui s'intéresse aux comportements des enfants et pourquoi ?*

LECOQ (CAEN) se demande si ce type de situations est vraiment en relation avec l'idée de hasard. N'est-ce pas plutôt du dénombrement ? L'enfant a-t-il la notion de ce qu'est "l'aléatoire" ? Il est peut-être nécessaire d'introduire les probabilités en partant de situations.

Dominique PICHOD pose la question du *pourquoi de cette expérience*, en particulier *pourquoi* est-il intéressant de proposer cette situation en CM 2? Espère-t-on des éléments de réponse à une question ? Qu'est-ce qu'une recherche ? Qu'est-ce qu'une question ? Comment les enfants perçoivent-ils la situation ?

Une discussion s'engage: certains ressentent le besoin d'étudier le comportement de l'enfant indépendamment du comportement du maître et du rôle des mathématiques. Mais n'est-ce pas un leurre ? Il faut tenir compte du *poids* du "couple" classe — maître. Le droit à l'erreur est posé, ainsi que le problème du faux concret; le groupe fait un retour sur la recherche des situations riches (qu'est-ce qu'une situation riche ? ...) et revient sur la notion d'*évaluation objective de l'enfant, d'évaluation objective de l'acte éducatif pour donner un meilleur enseignement*. Ici, se dresse un danger: celui du *profil de l'élève parfait et de définir des caractères objectifs*. Quel est à ce niveau le rôle du psychologue ? doit-il avoir des objectifs personnels ? A quel moment les confronte-t-il aux objectifs des autres membres de l'équipe de recherche ?

SAMEDI 25 septembre 1976

Le groupe reprend les questions posées la veille.

Qu'est-ce qu'une situation ?

L'enfant est lui-même une "situation". La situation peut être suscitée par le maître, en mettant par exemple du matériel dans un coin ; il est intéressant de se constituer une batterie de situations (voir par exemple les livres "Points de départ" de BANWELL, SAUNDERS et TAHTA, "Six thèmes pour six semaines" de A. MYX). Mais en fait le maître travaille-t-il réellement à partir de situations ? En général, non : il y a souvent la crainte de ne pas être à la *hauteur* des questions des enfants (et le droit à l'erreur ?) ; la crainte de ne pas "*faire le programme*" et souvent l'idée que "*cela*" ce n'est pas des "*maths*", ce qui revient à avoir la hantise du "*temps perdu pour rien*". D'ailleurs, les enfants réclament eux-mêmes l'intervention du maître (i.e. théorique) au milieu des activités.

Un collègue, instituteur breton, nous donne l'exemple du calcul (mental et numérique): on peut être nul en mathématique, tout en étant capable de "*faire du calcul*". Il semble qu'en général, on fasse faire aux enfants des *calculs trop longs*, il suffit en fait d'acquérir les mécanismes opératoires sur des petits nombres. Une motivation a été manifeste dans la classe de cet instituteur en parlant du jeu télévisé "Des lettres et des mots" (voir à ce sujet l'article de P. LEGOUPIL, *Recherche à partir d'un jeu télévisé dans une classe*, Bulletin de l'APMEP, numéro 293, avril 1974). La motivation a même contaminé les parents !

Retour sur la situation présentée à Francheville.

GLAYMANN indique que l'expérience sera poursuivie en 1976—1977: l'objectif est d'essayer de savoir le plus *“scientifiquement possible”* ce qu'est le hasard pour l'enfant, quel rôle joue la société à ce niveau et quel est son impact.

Brigitte SENECHAL demande ce que signifie l'expression *“de la façon la plus scientifique possible”*. Cela laisse à penser que le phénomène observé est objectif, que le hasard et l'enfant sont des concepts figés, et suppose aussi nécessairement que *l'on a raison d'enseigner ce que l'on va enseigner*. Où se trouve donc l'objectivité ? N'y a-t-il pas une hypocrisie *idéologique* que de prétendre à la neutralité ?

Un membre du groupe pense que Brigitte SENECHAL n'a rien compris, *sinon quelle calamité pour la sécurité intérieure du maître !...*

Un IDE prend la parole: *“L'objectivité, cela consiste à étudier quelque chose en fixant le reste autour, puis à tout replonger dans la globalité”*.

Pour un professeur d'E.N. *“objectiver, c'est se désimpliquer”*.

Une question importante est soulevée : *Quelles sont les implications philosophiques d'“objectiver l'acte d'enseigner pour mieux enseigner” ?*

Le groupe pense qu'il vaut mieux abandonner cette idée d'objectivation ; est-il possible par contre de créer un outil plus fin d'observation et comment l'utiliser ? Par qui ?

Finalement, ce qui est important, *c'est l'enfant dans l'action et pas le programme*. Il faut bien sûr connaître les quatre opérations en sortant de l'école élémentaire, mais savoir aussi utiliser les machines à calculer. Il faut en outre rendre l'enfant *autonome* et qu'il soit capable de travailler en groupe avec les autres*.

En ce qui concerne le contrôle des connaissances, GLAYMANN met en évidence le contraste entre la *“richesse” de l'enfant*, et la *“pauvreté” de la note*: grâce à la note, le maître dispose du droit de juger l'enfant (ici est mise en évidence l'autorité de l'enseignant); la note n'a qu'un rôle répressif, car justement, elle est trop *“pauvre”* pour décrire une réalité. Et le maître a-t-il conscience de toutes les composantes qui entrent en jeu dans le fait de noter ? Il ne faut pas non plus oublier le poids des examens et l'idéologie

qui les entoure : *les examens traditionnels, cela ne sert plus à rien, c'est une connerie monumentale* (Glaymann dixit). Faut-il conserver des moyens d'évaluation ? Si oui, lesquels ?

DIMANCHE 26 septembre 1976

Le groupe constate que l'expérience présentée par les animateurs n'a pas été retenue par les membres du groupe comme base de référence commune aux réflexions de chacun: ils ont préféré échanger des idées sur des thèmes qui les préoccupent et qui ont plus ou moins de rapport avec l'observation des comportements des élèves, mais qui restent encore assez éloignées des préoccupations méthodologiques concernant l'observation d'une classe au travail, préoccupations auxquelles les animateurs souhaitaient les sensibiliser.

* A ce niveau, le groupe constate qu'il ne présente pas de *leader*, et une parenthèse est faite sur les travaux de BAVELAS.

A 13 - Etude critique de quelques situations proposées par des manuels de mathématique du Cours Préparatoire

Documents utilisés :

— Manuels de mathématique destinés aux classes de Cours Préparatoire.

— Programme de mathématique en vigueur dans les classes de Cours Préparatoire (1945 modifié 1970).

Méthode de travail :

L'examen de l'échantillon de manuels du Cours Préparatoire a permis de dégager des rubriques figurant dans chaque ouvrage, à savoir : *Ensembles* — *Nombre* — *Numération* — *Addition*, et sur lesquelles les participants ont décidé de travailler comme suit :

1. Mettre en évidence les réactions attendues de l'élève dans les pages de manuels ou dans les fiches traitant de ce thème.

2. Formuler des critiques sur la façon dont sont étudiés les sujets cités, en s'aidant des remarques des éventuels utilisateurs de manuels.

3. Confronter les expériences des différents membres du groupe et en discuter.

Remarque : Les manuels de mathématique du Cours Préparatoire dont le groupe disposait ont, en fait, constitué un prétexte pour analyser différentes façons d'aborder l'étude de points importants du programme du Cours Préparatoire.

Observations :

Les observations à propos des ouvrages — manuels ou fiches — destinés à des élèves de Cours Préparatoire se sont trouvées intimement mêlées aux récits des expériences personnelles de certains participants et aux commentaires de ces expériences. Parmi toutes les remarques émises, quelques critiques ont fait l'unanimité dans le groupe. La liste qui suit ne prétend nullement être ni hiérarchisée, ni exhaustive :

— C'est peut-être le souci de rendre les manuels attrayants qui a conduit de nombreux éditeurs à accepter des schémas complexes et abondamment coloriés, plus voisins de la figuration d'une certaine réalité que d'une symbolisation. Il est cependant permis de s'interroger sur l'image mentale de référence susceptible d'être gardée par les élèves ...

— A voir ces ouvrages, on pourrait croire impossible, ou presque, d'étudier un ensemble sans avoir "formé" ou "entouré" cet ensemble et, à quelques rares exceptions près, les ensembles — y compris l'ensemble vide ! — sont exclusivement représentés par des diagrammes de Venn. Tout est ramené au perceptif. L'intersection (et, parfois aussi, dès le Cours Préparatoire, la réunion de deux ensembles) est également présentée de façon purement perceptive.

— Les notions "autant que", "plus que", "moins que" donnent lieu à des exercices de "correspondance terme à terme" dont on peut se demander l'intérêt quand il s'agit, par exemple, de construire une bijection entre des ensembles à deux éléments ou qui ne présentent qu'un cas particulier du problème illustré, par exemple : une partie A d'un ensemble fini E a moins d'éléments que l'ensemble E.

— La phase de représentation dans l'étude de la numération positionnelle fait apparaître des schémas confus qui ne semblent pas exploiter les règles de groupement puis d'échange mises en évidence lors de la phase ludique.

- Les exercices proposés se présentent sous la forme :
- de schémas à compléter : la surcharge des schémas est souvent si prégnante qu'on peut douter du type d'activité mentale effective de l'enfant ;
- d'exercices à trous qui se présentent comme des devinettes ;
- d'énoncés de problèmes du type traditionnel mais pour la résolution desquels on impose souvent l'utilisation d'un diagramme de Venn !

En guise de conclusion :

Le manuel idéal n'existe pas, c'est bien connu ... Et pour le Cours Préparatoire, il faut reconnaître, en outre, que la gamme existante est plus utilisable pour l'information des maîtres que pour la formation des élèves. Souhaitons que les premiers soient assez armés pour pouvoir critiquer les manuels qu'on leur propose et qu'on épargne aux seconds une utilisation massive, voire exclusive, de ce genre d'instruments.

A 20 - Le premier cycle

I. Sur la situation actuelle

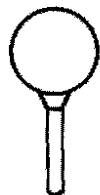


Définir les objectifs de l'enseignement mathématique est bien une question idéologique et pas seulement une question de connaissances ; c'est ce qui rend difficile ce débat au sein de l'A.P.M.E.P. (mais ceci n'implique pas l'impossibilité d'un accord, au moins sur certains objectifs principaux). Le groupe a été d'accord pour que le professeur de mathématiques essaie de ne pas accepter que des élèves répondent à des questions qu'ils ne comprennent pas. Ceci bien que certains collègues aient développé le point de vue qu'avec la population scolaire donnée, on ne peut souvent que proposer le développement des recettes (cas extrêmes d'élèves ne parlant presque pas le français). Il est de toute façon un peu regrettable que l'enseignant de mathématique se culpabilise plus le cas échéant à propos de l'insuffisance du contenu que sur l'insuffisance de méthode ou de raisonnement chez ses élèves.



La situation générale des professeurs de mathématiques semble dominée par un sentiment d'impuissance sur les conditions de la scolarité, dû non seulement à la situation d'ensemble classique et connue, mais bien aussi à la double casquette enseignant - orienteur. Cette ambiguïté de rôle est une lourde erreur vis-à-vis des rapports entre les élèves et leur professeur. (Note : à ce propos, il convient de distinguer entre fonction, qui est éventuellement variable, et statut, immuable dans le temps).

Tout le monde a été d'accord pour dire que, malgré toutes les objections, le rôle du professeur de mathématiques était de refuser de barrer la route à telle ou telle vocation, sans pour autant se refuser le droit d'exprimer son opinion sur cette dite orientation à l'intéressé ou à ses parents. La préoccupation de sélection doit être éliminée chez le professeur *pendant* qu'il enseigne ; ce n'est pas parce que l'école est naturellement sélective qu'il s'agit de renforcer ce point.



Les difficultés surgissent aussi de l'impossibilité pour l'enseignant de faire certaines observations sur ses propres élèves. Il s'agit de lever tous les obstacles aux échanges de visites entre collègues (bien entendu y compris les visites premier cycle $\longleftrightarrow$ école élémentaire). Il faudrait aussi bien sûr que cela constitue l'objet de réels aménagements de service.

Il serait bon que de nombreux collègues fassent part de leur expérience, pour compléter les quelques remarques qui viennent d'être indiquées. En particulier, il serait intéressant de comprendre les difficultés d'implantation de l'idée de noyaux-thèmes au cours du premier cycle.

II. Sur l'avenir

La mise en place (selon la procédure que l'on sait ...) de nouveaux programmes n'est pas, officiellement du moins, présentée comme une réforme, mais comme un aménagement. D'où l'intérêt d'avoir, dans le groupe, entrepris d'abord d'explorer la situation actuelle. Réfléchir à cette mise en place est facilité par une telle exploration. Ceci ne signifie pas que l'on aboutisse à une convergence d'opinions. Au contraire, les avis sont partagés, entre les Yadupour et les Cémôvè.

Opinion Yadupour

Il semblerait que les nouveaux programmes de sixième et cinquième, à appréhender d'ailleurs globalement, et pour autant qu'on puisse en juger à travers des projets et une formulation certainement discutables, répondent à deux préoccupations majeures :

— l'une, principalement d'ordre méthodologique, inviterait expressément à introduire les notions ensemblistes et relationnelles à partir des autres notions du programme, ou en liaison étroite avec elles, en vue d'éviter certaines déviations parasites apparues naguère (les notions ensemblistes et relationnelles sont un moyen et non un but).

— l'autre viserait davantage à préciser certains savoir-faire qui touchent deux domaines : les techniques élémentaires de calcul et les tracés géométriques simples.

Ceux qui travaillent assidûment sur les "anciens" programmes depuis plusieurs années pensent-ils vraiment qu'il y a là quelque chose de nouveau, particulièrement inquiétant et scandaleux ?

Opinion Cémôvè

Pour éviter des contresens, il est important de préciser qu'il ne s'agit pas de défendre la conception d'ensemble des "anciens" programmes du premier cycle. En effet, l'expérience a montré qu'il y avait une tendance à utiliser les programmes en dehors de la réalité concrète (qui mobilise vraiment l'élève) par la multiplication des situations faussement concrètes. L'utilisation abusive des flèches et des patates par exemple n'a pas toujours permis de développer l'aptitude à raisonner, à apprendre, à manier l'abstraction pour résoudre des difficultés pratiques. L'imagination, la créativité, l'esprit critique sont restés trop en dehors de la réalité pédagogique.

Mais ces considérations ne conduisent nullement à une justification des "nouveaux" programmes. Le libellé du premier paragraphe du programme de sixième semble démagogiquement placé pour faire oublier le reste, ou pour mieux faire passer la pilule. Que nous montre un examen quantitatif des programmes ?

Objectivement, on est allé vers un alourdissement des programmes de sixième - cinquième, et non vers un allègement des programmes de quatrième - troisième. Mais de plus l'outil extrêmement fécond des applications, relations, etc. a fondu comme neige

au soleil, au profit d'un renforcement très grave de l'apprentissage de techniques. Le tout est chapeauté par des objectifs on ne peut plus bas (et qu'on n'aille pas raconter qu'il n'y en a pas, ils sont très clairs, sauf pour les aveugles).

L'assimilation du sens des opérations est toujours réduite au second plan. Le réflexe de l'enseignant sur la question est classique : Puisqu'"ils" ne comprennent pas, ils n'ont qu'à apprendre, ils finiront par comprendre ; combien d'entre nous n'ont-ils pas suivi ce chemin et n'en sont pas morts !

Il n'y a qu'à prendre en exemple le paragraphe des décimaux rédigé comme si l'acquisition des opérations sur N était faite (ou bien superflue).

Quant à la géométrie, si elle semble prendre de l'importance du point de vue des lignes du programme, elle est réduite au rang de constatations ou de manipulation de formules. Le rôle de l'observation - déduction n'y est même pas mentionné.

Tout se passe comme sous couvert que le Raisonnement ne peut commencer qu'à partir de la quatrième et qu'auparavant c'est le brouillard. Il vaut mieux que nos chers élèves arrivent avec des connaissances toutes faites, qu'on utilisera par la suite pour montrer la voie royale des Mathématiques à ceux qui ne se seront pas perdus en chemin, ou qu'on n'aura pas envoyés dans les C.E.T. (trop souvent centres d'expédition au turbine).

Non, collègues, il ne s'agit pas d'aménagements mineurs, la situation est plus grave qu'il n'y paraît. Chaque enseignant se doit d'étudier d'un oeil critique ces programmes en ayant bien en tête qu'ils font partie d'un tout bien orchestré. Le danger est grand que d'aucuns se réfugient derrière leur propre interprétation pendant que d'autres appliquent à la lettre la voie du moindre effort qui est aussi celle de l'abrutissement.

A 23 - Analyse du comportement face à une activité mathématique dans le premier cycle

Malgré le temps limité, l'on est parvenu à cerner un nombre important de problèmes ; les discussions, parfois vives, ont été constructives et des horizons nombreux furent ouverts.

I — Le point de vue du médecin scolaire (docteur Noailles)

En présence de difficultés mathématiques chez un élève, le médecin orientera ses recherches psychologiques et psychopédagogiques dans deux directions principales : l'élève a-t-il les moyens de suivre la direction qu'on lui propose ? D'autre part, en a-t-il le désir ?

Pas de progression sans la possibilité d'instrumenter correctement, sans l'acquisition des bases indispensables. Ces premiers pas supposent une évolution neuro-psychomotrice suffisante, qui règle les phénomènes de structuration, notamment la structuration spatiale. Tout déficit dans cette évolution signifie perte d'efficacité et difficultés diverses, jusqu'à la dyscalculie (ce qui prouve les dangers de "ne plus faire calculer." les élèves pendant trop longtemps). Mais, d'autres fois, le processus déficitaire sera plus indirectement ressenti par le biais d'une dyslexie plus fréquente encore. D'ailleurs, nous avons insisté sur les problèmes du langage (notamment en 6ème). Sans la connaissance du langage écrit et sans une pratique suffisante du langage oral, il n'y a pas possibilité d'appréhension des mécanismes, ni compréhension véritable des données soumises à l'élève.

Aussi bien dans le manque d'acquisition des bases que dans celui de l'organisation des mécanismes, on arrive à l'échec. Il se double fréquemment d'une désaffection pour l'apprentissage de la mathématique.

Pour rendre possibles les progrès ultérieurs, il faut organiser chez l'élève "l'appétit mathématique". Si l'élève ne comprend ni le sens, ni l'objet, ni la finalité des efforts qu'il doit consentir, il échouera tout aussi complètement.

La mathématique est si souvent présentée comme l'élément majeur de la formation, celui qui distingue, qui sélectionne, qui seul assure la promotion..., qu'elle est ressentie par le milieu familial comme l'outil indispensable que l'enfant doit posséder à tout prix, situation le conduisant à un sentiment de "pénalisation" très malsain, dès qu'il n'y excelle pas ! L'élève ne peut évoluer sereinement avec pareille "épée de Damoclès" sur la tête. Il y perd tout intérêt naturel ; par contre, inquiet et angoissé, il développe volontiers un sentiment de rejet.

Au niveau de l'institution scolaire (classe et maître) l'enfant peut-il établir de bonnes relations afin de s'intégrer pleinement au groupe ? Lui permet-on de comprendre et de réaliser son appar-

tenance à ce groupe ? Lui permet-on de participer au contrôle de la dynamique de ce groupe, et plus encore de l'orientation que le maître lui imprime ? Lui reconnaît-on enfin un droit à la parole ? Autant de préalables rarement reconnus dans l'organisation pédagogique traditionnelle, et pourtant indispensables !

Au cours du premier cycle, en particulier, l'adolescent qui affirme sa personnalité doit pouvoir se reconnaître, comme un participant à part entière, par une bonne identification auprès de l'enseignant, comme au sein de sa famille d'ailleurs. Et les conditions d'enseignement doivent lui permettre de réaliser ses possibilités propres de création.

II — Essai d'application à la didactique de la Mathématique

- Il faut une meilleure connaissance des maladies, anomalies, traitements, de la part de l'enseignant, pour qu'il juge mieux le comportement de l'élève qui en est victime et qu'ensuite il tienne compte de cette situation (problème du soutien réel et non illusoire ...)
- L'enseignant doit aussi tenir compte des conditions familiales et s'efforcer d'apporter à l'enfant par trop défavorisé tout ce qu'il peut (lui apprendre à travailler, le soutenir, le documenter ...)
- Les considérations scientifiques comme celles du docteur Noailles interdisent : une géométrie coupée des conditions naturelles de structuration spatiale (monstruosité de la géométrie de quatrième sans aucune activité pré-géométrique) — une interruption trop longue du calcul — un langage trop vite abstrait (cours prétentieux sur les compositions d'applications en quatrième) — l'hermétisme de l'enseignement mathématique qui, sous prétexte de rigueur, stérilise toute explication véritable et condamne l'enfant au vide quasi-absolu des possibilités de compréhension (ce qui s'aggrave dans les cas d'anomalies précitées ...)
- Nous avons beaucoup discuté sur "l'appétit mathématique". Le juste équilibre des comportements automatiques (réciter, appliquer, faire un devoir, une épreuve), des comportements totalement libres (créativité, exemples inventés, exercices inventés) et des comportements semi-libres (impulsés par le professeur ou le groupe de travail) apparaît comme devant être une partie de la solution. La critique de deux bandes télévisées (réalisées en 72) l'a bien montré. (Il manquait deux autres bandes d'analyse des comportements...)

- Nous avons également envisagé les comportements à faire acquérir (contrairement à ceux qui se complaisent au fil des années à des constats d'échec). Le docteur Noailles, qui a par ailleurs participé au groupe de J. Nimier, a particulièrement insisté sur l'affectivité. Il y a des comportements purement intellectuels, mais aussi des comportements manuels, sociaux. D'autre part, l'"appétit mathématique" ne peut pas venir, pour la masse, d'une mathématique ABSTRAITE, enseignée pour elle-même, mais il faut absolument développer chez l'élève, le plus tôt possible, les comportements inter et pluri-disciplinaires.

Nous espérons avoir sensibilisé les collègues, à la lumière des enseignements du docteur Noailles, sur des problèmes bien trop souvent méconnus ou négligés.

III — L'expérience sauvage des travaux libres et semi-libres

Ce fut le n^{iem} épisode. 75-76 a prouvé qu'on pouvait étendre cette activité aux classes de sixième dont les élèves sont franchement défavorisés dans tous les domaines....

Je suivrai, avec le docteur Noailles, les cas de blocage et les cas où, grâce à ces travaux semi-libres, il y a eu des améliorations.

Il est démontré qu'on peut prendre une cinquième ou une quatrième sans qu'elles n'aient JAMAIS fait de travaux libres ou semi-libres précédemment.

Une cinquantaine de chemises de travaux libres ou semi-libres de mathématique ou de liaisons avec les autres disciplines sont à votre disposition à l'IREM de RENNES.

Pour tous renseignements, pour échanges, pour suggestions, pour apporter toute DOCUMENTATION PLURI ou INTER-DISCIPLINAIRE, s'adresser à J. CHABRIER, C.E.S. FEUCHERES - 30000 NIMES.

Le dimanche matin, une discussion fort enrichissante a eu lieu avec le groupe A22 de J.C. Sidler, au sujet de "la production" des élèves. Je suis fermement persuadé qu'elle doit rentrer dans l'ensemble des preuves qu'il faut apporter à de très nombreux collègues sur les possibilités de rupture avec le carcan : COURS — INTERROGATION.

Sans nier la nécessité du comportement automatique, je me suis puissamment conforté, grâce au docteur Noailles et à J.C. Sidler, comme en écoutant W. Servais, dans l'idée que les comportements libres et semi-libres peuvent et doivent exister.

IV — Pour la rénovation du calcul et du calcul mental (Marius Portal)

Le sympathique instituteur honoraire de 80 printemps m'avait, dès les premiers contacts, séduit par la fonction didactique qu'il dispense, grâce à un enthousiasme, une vitalité, un goût du calcul, une "santé mathématique" qu'une centaine de collègues ont applaudi chaleureusement à Rennes. Il fut interviewé par Ouest-France et passa à la télévision régionale. Son groupe "sauvage" fut un succès.

Dans le groupe A23 Marius Portal a eu une vive discussion avec M. TCHUEMPE-TCHUENTE, à peine amorcée... La fausse dichotomie : Math-Moderne synonyme de faiblesse en calcul, doit être combattue (comme une conférence de M. HILTON l'a montré à KARLSRUHE). Marius Portal veut rénover le calcul et le calcul mental. Ils sont complémentaires d'une saine mathématique.

Des contacts ont été pris avec J. KUNTZMANN (Groupe A70) pour étudier dans quelle mesure des démarches de Marius Portal pourraient s'intégrer dans une introduction de l'Informatique dans l'enseignement, ou encore dans une introduction des Statistiques descriptives et des probabilités élémentaires (combinatoire simple) dans le Premier cycle.

J'étudie actuellement les innombrables ressources que Marius Portal apporte pour enseigner de toute autre façon les propriétés fondamentales des opérations dans N . Une acquisition formaliste et dogmatique de ces propriétés ou, ce qui est pire, une carence totale vis-à-vis d'elles en sixième et en cinquième, créent en effet, pour tout l'avenir mathématique de l'élève, une allergie au calcul (qui transparaît dans les CET, les lycées ; qui se manifeste dans les échecs de l'enseignement actuel de la combinatoire et des probabilités ; qui se manifestera plus tard chez les instituteurs victimes de cette allergie).

Enfin, Marius Portal est d'accord pour la complémentarité entre la machine à calculer et l'homme. Il ne se présente ni comme un prodige, ni comme un phénomène. Il veut surtout montrer qu'à l'époque des machines à calculer, l'homme doit encore calculer. Il

redoute que l'absence de calcul, de calcul mental dès l'école primaire soit préjudiciable à l'élève. Il déplore, par exemple, qu'après le Premier cycle, tant d'élèves aient des difficultés — avec les machines ou sans machines — à faire des exercices numériques de Physique ou de Géographie... Je le rejoins absolument.

A 30 - Comportements dans le second cycle

Le groupe comprenait plus de quarante participants ; chacun d'entre nous attendant beaucoup des autres pour essayer d'ordonner ses idées sur le sujet. Etant donné son étendue et le peu d'expérience des mathématiciens en la matière, les objectifs du groupe sont mal connus et en tout cas ne sont pas explicités.

Une large discussion permet de dégager de nombreux types de comportements d'élèves, de professeurs, dont voici des exemples :

Des collègues constatent une perte de spontanéité des élèves entre les classes de Troisième et de Seconde. On peut trouver une cause *sociale* et *affective* du comportement observé : les élèves de Seconde viennent de subir une première sélection (ventilation dans les différentes sections A,B,C,T) et ils ont pris conscience de l'importance des mathématiques pour leur avenir. Cette importance est si grande qu'elle peut déclencher une véritable psychose ou (inclusif) un rejet des mathématiques. D'autres facteurs jouent certainement un rôle dans le déclenchement de ce comportement mais ils n'ont pas été recherchés systématiquement.

L'aspect *psychologique* des comportements a été mis en évidence. On constate souvent le blocage des élèves dû à la présence d'une personne étrangère à la classe. Aucune solution n'a été donnée à ce problème. En existe-t-il une de satisfaisante ?

Il y a bien sûr des comportements d'élèves, de professeurs, spécifiquement *mathématiques*, par exemple :

- l'élève résout l'équation $3x - 3 = 3x + 1$ en écrivant à l'aide d'un symbole l'ensemble des solutions de cette équation ;
- le professeur corrige la démonstration d'un élève.

Voici quelques types de comportements. Peut-on envisager une partition de l'ensemble des comportements ? C'est peu probable mais les réflexions n'en sont qu'à leur début.

Des recherches organisées ou sauvages ont déjà été faites pour essayer de modifier, de prévoir des comportements d'élèves, par exemple :

— Un collègue part de thèmes concrets — la conquête de l'espace ; la voile —, choisis par les élèves de sa classe de Première C, pour arriver à traiter une partie du programme.

Le premier débouche sur un peu de mécanique et très vite sur une impasse très bien acceptée par les élèves car c'est trop difficile. Le second débouche sur de la trigonométrie. Il résulte de cela une grande motivation des élèves pour aborder ces points du programme et une modification certaine de leur comportement. Une telle démarche est à rapprocher de l'enseignement par Noyaux-Thèmes préconisé par l'APM.

— A Orléans, une équipe de professeurs expérimente une pédagogie par objectifs. Ils explicitent les objectifs à atteindre en Seconde CT en termes de comportements observables et en les communiquant aux élèves. Cette méthode se prête bien aux travaux de groupe et permet de mettre les élèves en "travail indépendant". L'IREM d'Orléans est en train de publier le détail de cette expérience.

— L'utilisation de calculateurs programmables peut changer le comportement des élèves face à une notion délicate, par exemple en analyse.

L'hétérogénéité de l'enseignement des mathématiques provient sans doute du fait que les programmes sont rédigés en termes de contenu et ne donnent pas suffisamment de précisions sur les objectifs qu'ils visent, sur les comportements que le professeur doit cultiver. L'élaboration de tels objectifs pourrait être mise en chantier. La tâche n'est pas facile car même si on arrive à écrire des objectifs en termes de comportements mathématiques observables (Orléans), il existe des objectifs très généraux, se situant entre autres au niveau de l'acquisition d'un concept mathématique, qui sont très difficiles à expliciter et à évaluer ; sans parler de ceux qui touchent les domaines affectif, psychologique ou social. Faut-il donner à nos élèves l'amour des mathématiques ? Quels comportements cet objectif cache-t-il ?

L'observation des comportements attendus, non attendus pourrait être envisagée de façon simultanée afin de permettre de suivre l'évolution des élèves au cours de l'année, de valider ou de corriger ces objectifs.

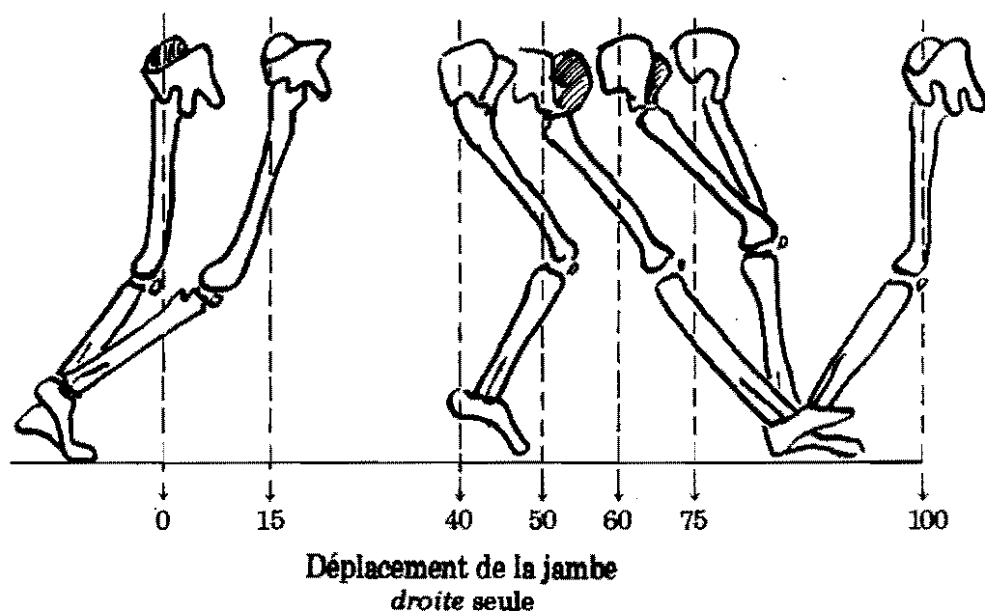
A 50 - Action - Recherche : activités corporelles et mathématiques

Le groupe a réuni ving-quatre participants, de la Maternelle à l'Université, le nouveau président de l'A.P.M. prenant part activement à quelques-unes de ses séances.

Aux trois séances de deux heures prévues au programme, une dizaine de participants en ont ajouté de leur propre gré une quatrième. Des enregistrements au magnétoscope ont eu lieu au cours d'une des matinées.

Une note d'orientation envoyée le 15 septembre aux inscrits a permis de gagner du temps et d'aborder très vite la phase d'action-recherche.

Trois objectifs simultanés avaient été proposés au groupe : investigations sur l'activité corporelle en tant que support à la connaissance mathématique ("intérieurisation des concepts"), analyse des comportements de professeurs placés devant des problèmes nouveaux pour eux, réflexion — à partir du vécu de l'action-recherche — sur l'intérêt et les difficultés du travail de groupe.



La première heure a été consacrée à créer un climat approprié grâce à la pratique d'un jeu faisant intervenir la circulation d'informations transmises et enregistrées par le geste et les sensations.

(Une participante a estimé que cette phase avait été trop courte).

Les participants se sont ensuite scindés en deux groupes qui ont travaillé parallèlement dans des salles voisines, chaque groupe étant "muni" de deux observateurs devant observer les comportements et prendre des notes.

Le thème commun de la recherche était la marche humaine. Les participants avaient à leur disposition des modèles matériels simplifiés : jambes articulées, béquilles, schémas, livre sur la marche (destiné aux kinésithérapeutes), ainsi que de la ficelle, des instruments de mesure et de dessin.

Les sous-groupes ont procédé, chacun à leur manière, aux démarches suivantes :

- approfondissement du vécu corporel et prise de conscience de ce que fait le corps pendant la marche : décomposition des mouvements, simplification (marcher les jambes raides), accentuation (accentuer la rotation et le basculement alternatif des hanches, agrandir et raccourcir le pas, marcher à reculons, marcher sur le côté...), perception des sensations (phase d'effort à la montée, perte d'équilibre au "passage du pas", phase de détente quand le centre de gravité entraîne le corps vers l'avant) ;

- observation de la marche de personnes se sachant ou non observées, marches collectives qui permettent de mieux visualiser l'ondulation de la silhouette dans le plan vertical longitudinal.

Après la séance de libre recherche et de tâtonnement expérimental, nous avons procédé tous ensemble à une mise au point du travail accompli et j'ai proposé, étant donné le peu de temps qui nous restait encore, de restreindre nos objectifs et notre champ de recherche.

Par la suite, les deux sous-groupes ont travaillé en commun, et nous avons abandonné le recours à des observateurs spécialement désignés pour observer les comportements.

La recherche s'est centrée sur la notion d'intériorisation des concepts et sur d'éventuelles applications dans les classes.

Partant d'expériences réalisées par un nouveau venu au groupe, nous nous sommes orientés vers l'étude du "groupe des déplacements", ce qui nous a permis de parler des nombres relatifs, du plan affine et du plan métrique et de commencer à entrevoir en quoi peut consister "l'intériorisation des concepts" et son rôle dans un enseignement "en profondeur".

Le temps nous a manqué pour explorer d'autres pistes qui ont été évoquées :

- que fait le centre de gravité du corps dans la marche, la course, le saut ?

- pourrait-on approfondir et tirer parti de la "logique de l'action" dont parle le psychologue J. Piaget dans le livre qu'il a écrit avec le logicien E.W. Beth sous le titre "Epistémologie mathématique et psychologie" (PUF 1961) ?

- recherches statistiques sur le corps au sein d'une population, corrélation entre la taille de l'individu et la taille de ses pieds, la grandeur de son pas, les dimensions de ses membres, etc...

Au cours de la séance finale, nous avons décidé de poursuivre le travail amorcé et de donner une existence permanente à notre groupe (1). Celui-ci s'est scindé en deux sous-groupes : un sous-groupe fonctionnant à Toulouse, l'autre à Paris. Chacun d'eux doit se réunir pour la durée d'un week-end, une première fois en novembre/décembre, une seconde fois en mars/avril. Eventuellement le thème fera l'objet d'une rencontre C.R.A.P. (Cahiers Pédagogiques) à Prades (Pyrénées-Orientales) dans la première quinzaine de juillet (2).

Naturellement ces deux sous-groupes sont ouverts à ceux, membres de l'A.P.M.E.P. ou non, qui sont intéressés par ce genre de recherche-action. Pour des précisions éventuelles, écrire à l'animateur.

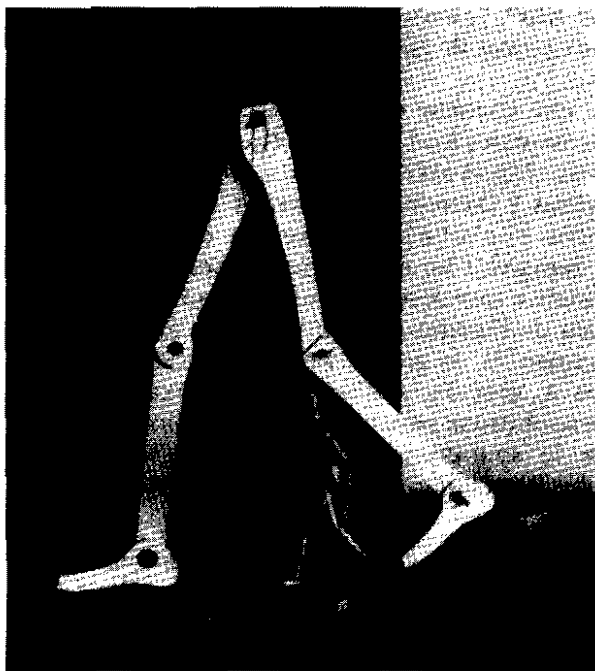
Bien que l'objectif "observation du comportement d'adultes face à une situation nouvelle" ait été abandonné en cours de route, la question a été brièvement abordée lors des séances de mise au point.

Une des participantes a signalé le malaise qu'elle ressentait devant un programme de travail aussi flou. Une autre a, par contre,

(1) Le groupe a été rebaptisé : Groupe Recherche-Action (APMEP-CRAP) "Corps, espace, mouvement : du vécu au concept et du concept au vécu".

(2) Voir page 142.

trouvé la situation très stimulante. Cette situation a permis de constater que la plupart d'entre nous étions mal équipés pour faire preuve d'imagination devant une tâche aussi éloignée de notre spécialité que l'analyse de la marche humaine. Les participants ont ainsi eu l'occasion de se mettre un peu "dans la peau" d'un élève auquel on propose en classe des activités (notamment dites mathématiques) fort éloignées de son domaine de connaissances.



Quant au travail en groupe, il semble avoir été ressenti positivement. Quelqu'un a toutefois fait remarquer que le groupe n'avait vraiment commencé à fonctionner en tant que tel que lors de la dernière séance. Une autre personne, qui avait fait office d'observatrice lors de la première séance, a indiqué qu'elle avait observé des difficultés de communication au moment où chacun exposait ses idées : les auditeurs, centrés sur leurs propres idées, semblaient ne pas entendre ce que proposait le locuteur du moment.

A 51 - La rigueur du professeur de mathématiques et la notation

Une trentaine de professeurs ont participé à ce groupe de travail qui a duré 6 heures (trois séances de deux heures).

Cette réunion a été consacrée à une expérience de docimologie : on disposait d'un sujet d'algèbre et d'un sujet de géométrie, qui avaient été proposés à des élèves de Troisième comme "épreuves de type BÉPC", ainsi que des photocopies de six copies d'algèbre, et de six copies de géométrie.

Après une ébauche de discussion, où, dès le départ, des questions fondamentales sont abordées (qu'est-ce qu'une note ? Y a-t-il une note juste ? Quel est l'objectif du problème ? Quel est l'objectif de l'évaluation ? Devons-nous corriger comme nous le ferions en cours d'année — c'est-à-dire en tenant compte de l'évolution de l'élève par rapport à lui-même, par rapport au groupe-classe, mettant en évidence une sévérité plus ou moins grande du correcteur compte tenu de l'histoire personnelle de l'élève — ou comme une copie d'examen ?), le groupe se sépare en deux sous-groupes : le sous-groupe A, avec Jacqueline Méténier, examine plutôt l'énoncé du sujet, les solutions possibles, et des améliorations envisageables, tandis que le sous-groupe B, animé par Marie-Claire Dauvisis, s'attache plus particulièrement à la notation des copies.

Au cours d'une discussion sur des questions de méthodes, les participants du sous-groupe A s'interrogent sur leur observation de leur attitude de correcteurs en train d'évaluer, et réfléchissent sur le thème de l'évaluation.

Pour le problème d'algèbre, chacun cherche à élaborer un barème personnel, et les diverses propositions sont mises en commun et discutées : on arrive ainsi à établir un barème moyen qui servira ensuite à chaque correcteur.

Question 1 : 2 points

Question 2 : 7 points se décomposant en 2 + 2 + 3

Question 3 : 3 points

Question 4 : 5 points se décomposant en 2 + 3

Question 5 : 3 points

Total : 20 points

Chaque correcteur lit alors et note la copie 7, qui se voit attribuer la note 2 (7 fois), 3 (2 fois), 4 (3 fois), 5 (1 fois, qui serait due d'ailleurs à une erreur). Soit une moyenne de 2,85 pour cette copie.

Ces notes sont discutées, chaque correcteur essayant d'expliquer les critères qui lui ont servi à noter. Après quoi, chacun reprend sa copie pour une deuxième lecture, avec possibilité de modifier sa note. Cette même copie 7 obtient alors la note 2 (8 fois), 3 (4 fois), 4 (1 fois), soit une moyenne de 2,45.

Même procédure pour la copie 23.

Avant discussion :	Après discussion :
11 (1 fois)	12 (2 fois)
12 (1 fois)	12,5 (1 fois)
12,5 (1 fois)	13 (5 fois)
13 (6 fois)	13,5 (1 fois)
14 (2 fois)	14 (2 fois)
15 (1 fois)	14,5 (1 fois)
16 (1 fois)	15,5 (1 fois)
soit une moyenne de 13,25	moyenne 13,30

Ensuite un travail est fait sur l'énoncé, afin de mettre en évidence la quantité, souvent surprenante, des connaissances nécessaires pour résoudre chaque question, et faire un inventaire des principales erreurs attendues, de manière à élaborer un Q.C.M.

Enfin, les participants envisagent de rédiger une sorte de "corrigé-type", montrant quels sont pour eux les points fondamentaux de la rédaction d'un devoir.

Dans le sous-groupe B, au moment où les participants se disposent à corriger les copies, une discussion s'amorce :

- y a-t-il un barème ?
- le barème a-t-il été conçu en tenant compte de toutes les erreurs possibles ?
- est-ce un barème contraignant ou indicatif ?
- dans une même question faut-il dissocier de la partie raisonnement ce qui est technique de calcul ?

On convient que la seule consigne à respecter est de noter ce devoir comme s'il s'agissait d'une épreuve de BEPC. Les participants choisissent pour les uns d'appliquer un barème pré-établi, ci-après dénommé "barème officiel" tandis que d'autres préfèrent constituer leur propre barème sur l'énoncé proposé.

*Les correcteurs sont désignés par des lettres :

A à I ont eu un jeu de 6 copies d'algèbre et de 6 copies de géométrie, et ont établi leur propre barème.

J à O ont eu un jeu de 6 copies d'algèbre et de 6 copies de géométrie, et ont corrigé suivant le barème officiel.

X à Z n'ont eu qu'un jeu incomplet de copies, et ont utilisé leur propre barème.

Tous les correcteurs sauf D et X ont travaillé sur l'énoncé initial, D et X ayant eu une version modifiée par un précédent groupe de travail. Les correcteurs A, D, F, J, L, N et O ont enseigné ou enseignent actuellement dans le premier cycle, les autres n'ayant connu que des élèves de lycées (deuxième cycle long ou classes préparatoires aux grandes écoles).

L'établissement des tableaux de barèmes et la première observation qui en est faite suscitent bon nombre de remarques chez les participants.

— Dans le problème d'algèbre, l'élève qui ne traite pas correctement les deux premières questions ne peut réussir la suite du problème ; pour atténuer cette situation, certains proposent d'accorder une importance moins grande aux questions finales.

— Sur l'énoncé initial, les questions (surtout les 3ème et 5ème d'algèbre) n'explicitent pas clairement les objectifs visés, et même semblent sous-entendre certains comportements implicitement attendus (préciser l'ensemble de définition, rendre rationnel le dénominateur). Il y a là une espèce de phénomène de "rite" ; or, si les "habitudes" de la classe peuvent être connues de tous ses membres, il n'en va plus de même le jour de l'examen, où élèves et correcteurs sont répartis arbitrairement. Dans l'ensemble, il semble souhaitable que les objectifs d'évaluation soient nettement délimités, certaines questions proposant un contrôle des techniques de calcul, d'autres valorisant le raisonnement.

— Cette confrontation est l'occasion de rappeler le fonctionnement actuel du BEPC : dans un premier temps, certains professeurs enseignant dans les classes de Troisième sont sollicités pour fournir un sujet avec correction et barème ; l'Inspection effectue alors un choix parmi les énoncés proposés, en apportant éventuellement des modifications à ces textes. Les sujets retenus sont les mêmes pour tous les centres d'une académie donnée. Le jour de l'épreuve, une commission est organisée dans chaque département,

et établit un barème qui sera communiqué aux correcteurs : dans une même académie, les barèmes peuvent donc être sensiblement différents suivant les départements.

— Sur les exigences vis-à-vis de la rédaction, les participants s'interrogent ; certains estiment indispensable un raisonnement précis et bien exposé ; faut-il pénaliser une rédaction fautive avec un résultat exact ? Peut-on mettre une bonne note à une réponse correcte mais sans justification ? Certains soulignent que souvent ce sont des fautes de langage qui sont sanctionnées plus que des fautes mathématiques (cas du "d'après le théorème de Pythagore", quand il s'agit de la réciproque : la pensée de l'élève était-elle correcte ou erronée ?). De même, l'énoncé n'a que rarement la précision qui serait souhaitable : en toute rigueur, à la question "Ecrire sous forme de produits de facteurs du premier degré", la réponse $25(x - 3)^2$ est incorrecte, et seule $(x - 3)(25x - 75)$ convient !

— Un point soulève une discussion passionnée : un problème de géométrie sous-entend-il manifestement une figure ? Faut-il réserver dans le barème des points pour un dessin qui n'est nullement explicitement demandé, au risque de pénaliser l'élève qui a fait une figure au brouillon et ne l'a pas rendue ? En fait, les remarques abordent rapidement des questions plus profondes : à quoi sert une figure ? Est-ce une routine systématique ou un moyen de s'aider, un support pour le raisonnement ? Est-il indispensable de la tracer sur une feuille de papier, ou bien certains sont-ils capables d'une vision intérieure ? Une figure regroupant tous les éléments du problème — voire tracée à la règle et au compas — est-elle préférable, plus formatrice, plus efficace, ou bien ne peut-on pas souvent se contenter de quelques graphismes remettant en place les deux ou trois éléments nécessaires à une démonstration particulière ? Plus généralement, une figure est-elle une aide ou une difficulté supplémentaire ? Les participants s'accordent à reconnaître que rares sont les élèves qui savent lire une figure ; mais les a-t-on suffisamment préparés à la faire ? Ainsi on signale que nos collègues de Physique ou des classes de CET ont besoin que les élèves sachent faire des figures et qu'ils soient capables de s'en servir, en évitant tout à la fois de tomber dans la confusion entre le figurant et le figuré, et de céder à la tentation de s'abstenir de justifier, puisque "le dessin montre que c'est comme ça !".

Pour conclure le travail de ce groupe de réflexion, les participants des deux sous-groupes ont souligné le manque de fiabilité de la notation, en observant des divergences souvent importantes dans les diverses évaluations d'une même copie. Il est à remarquer, en particulier au vu des tableaux des notes, qu'aucune conclusion "immédiate" ne s'en dégage : en particulier, il n'y a ni clivage entre barème officiel ou absence de barème, ni distorsion entre professeurs du premier cycle, ou professeurs du second cycle... Il apparaît en tout cas urgent que soient précisés les objectifs de l'évaluation, sans quoi aucune notation n'est possible. Et pourtant, nous avons à noter ?

Résultats de l'expérience (sous-groupe B)

Tableau des barèmes pour le problème d'algèbre

question \ correcteur	A	B	C	D	E	F	G	H	I	X	Y	Z	Offi- ciel	Moy- enne	Ecart
1	2	2	1	2	4	2	2	1	2	2	2	2	3	2	3
2	6,5	6	7	6	8	7	6	10	8	6	6	9	7	7,1	4
dont 2a	2,5	2	2	2	3	2	2	3	3	2	2	4	2	2,4	2
2b	1,5	2	2	2	2	2	2	3	3	2	2	3	2	2,2	1,5
2c	2,5	2	3	2	3	3	2	4	2	2	2	2	3	2,5	2
3	2	2	1	2	2	2	2	2	3	2	3	3	2		
soit total	2	3	2	1	1	1	1	1	1	2	2	3	2		
4	5,5	5	6	6	4	5	6	5	4	4	6	4	6	5,1	2
dont 4a	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0
4b	3,5	3	4	4	2	3	4	3	2	2	4	2	4	3,1	2
5	4	2	3	4	1	3	3	2	2	4	3	2	2	2,7	3

Tableau des notes pour le problème d'algèbre

copie \ correcteur	A	B	C	D	E	F	G	H	I	Moy- enne	Ecart
5	9,5	—	6	9,5	7	9	8	6	8	7,9	3,5
7	3,5	2	5	2,5	0	3	3	4	3	2,9	5
15	5	8	3	5	5	5	6	6	8	5,7	5
17	14,5	19	18	—	16	17	18	19	18	17,4	4,5
21	13	13	14	—	13	14	14	13	13	13,4	1
23	13	12	13	—	15	14	15	16	15	14,1	4

échantillon
total (A à O)

copie \ correcteur	J	K	L	M	N	O	Moy- enne	Ecart	Moy- enne	Ecart
5	11	8	—	4	12	8,5	8,7	3,5	8,2	8
7	6	1	3	0	6	4	3,3	6	3,1	6
15	5	5	4	4	6	4	4,7	2	5,3	5
17	17	18	17	14	17	16	16,5	4	17	4,5
21	12	13	14	8	14	13	12,3	6	13	6
23	17	14	16	12	16	17	15,3	5	14,6	5

Tableau des barèmes pour le problème de géométrie

question \ correcteur	A	B	C	E	F	G	H	I	Offi- ciel	Moy- enne	Ecart
1 dont coord paral figure	3,5 1,5 2 —	2 1 1 —	5 1 4 —	4 1,5 2,5 —	4 1 2 1	6 2 4 —	3 1 2 —	4 1 3 —	4	3,9 1,2 2,6	4 1 3
2 dont dist tri rect tri iso	4 3 1	4 2 2	6 3 2 1	7 4 1 2	6 2 2	4	6 3 3	4 2 2	5	5,8	3
3	4	5	4	3	3	4	4	4	4	3,9	2
4	4	5	3	4	4	3	4	4	4	3,9	2
dont coord dem			1 2		1 3		1 3	2 2			
5	4,5	4	2	2	3	3	3	4	3	3,1	2,5

Tableau des notes pour le problème de géométrie

copie \ correcteur	A	B	C	E	F	G	H	I	Moy- enne	Ecart
1	16,5	13	14	15	13	13	13	14	13,9	3,5
2	7	10	9	10	8	8	12	10	9,3	5
9	9	11	13	9	13	9	10	11	10,6	4
12	8,5	3	4	5	4	5	4	6	4,9	5,5
18	7,5	6	11	10	9	8	9	8	8,6	5
24	13	14	13	14	10	9	8	15	12	7

copie \ correcteur	J	K	L	M	N	O	Moy- enne	Ecart	Moy- enne	Ecart
1	16	16	16	8	19	18,5	15,6	11	14,6	11
2	13	5	9	10	11	9	9,5	8	9,4	8
9	13,5	6	11	14	12	10	11,1	8	10,8	8
12	9	2	—	4	9	10	6,8	8	5,6	8
18	9	8	—	12	9	9	9,4	4	8,9	6
24	14	10	—	12	12	15	12,6	5	12,2	7

Bibliographie

PIERON, Examen et docimologie (P.U.F.)

LANDSHEERE, Evaluation continue et examens, précis de docimologie (Labor, Bruxelles, Nathan)

Bulletins A.P.M. n° 300, 303, 305

Annexe

Algèbre :

Soient les fonctions polynômes f et g , définies dans $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 4(x-1)^2 - (x+1)^2 \quad \text{et} \quad g(x) = (2x+5)(x-3) - (x-3)^2$$

- 1) Développer, réduire et ordonner $f(x)$. (3 pts)
- 2) Ecrire $f(x)$, $g(x)$ et $11f(x) - 8g(x)$ sous forme de produits de facteurs du 1er degré. (respectivement : (2 pts), (2 pts), (3 pts))
- 3) Soit la fonction rationnelle h , définie dans $\mathbb{R}$ par :

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad ; \quad \text{simplifier } h(x) \quad 2 \text{ Pts}$$

- 4) Déterminer l'ensemble des réels tels que :

$$\text{a) } h(x) = 0 \quad (2 \text{ Pts}) \quad \text{b) } h(x) = \frac{8}{11} \quad (4 \text{ Pts})$$

- 5) Calculer $h(6\sqrt{2})$ (2 Pts)

Géométrie :

Dans un plan euclidien muni d'un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points A, B, et C définis par :

$$\vec{OA} = -2\vec{i} + 5\vec{j}, \quad \vec{OB} = 5\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \vec{OC} = 7\vec{i} - 3\vec{j}$$

- 1) Donner les coordonnées des points A, B et C et montrer que (O, A, B, C) est un parallélogramme. (4 Pts)
 - 2) Calculer $d(O,B)$, $d(O,C)$ et $d(B,C)$; en déduire que le triangle (O, B, C) est rectangle et isocèle. (5 Pts)
 - 3) M et K désignant les milieux respectifs des bipoints (O,B) et (O,C), montrer que la droite (KM) passe par le milieu du bipoint (A,B). (4 Pts)
 - 4) Calculer les coordonnées du point K et montrer que ce point est la projection orthogonale du point B sur la droite (OC). (4 Pts)
 - 5) On désigne par $\mathcal{A}$ l'axe de support (OB) orienté de O vers B, et par $\mathcal{A}'$ l'axe de support (OC) orienté de O vers C. Calculer $C(\mathcal{A}, \mathcal{A}')$. (3 Pts)
-

A 60 - Rôle des psychologues dans une recherche pédagogique

Dans la discussion, nous avons été amenés à distinguer au moins trois types de recherche où la collaboration psychologue-mathématicien semblait fructueuse :

- les recherches portant sur la relation maître-élève, et plus généralement sur tous les problèmes posés par le groupe-classe ;
- les recherches portant sur l'étude des processus cognitifs mis en jeu effectivement dans le cadre de l'enseignement des mathématiques ;
- les recherches portant sur l'évaluation de l'enseignement.

La discussion a porté essentiellement sur les problèmes de l'évaluation, celle-ci pouvant porter à la fois sur des savoir-faire et sur l'étude des processus (un groupe fonctionnait déjà sur le premier point).

Au cours d'une discussion générale portant sur l'évaluation et les problèmes posés par la définition des objectifs, ainsi que sur les conditions méthodologiques nécessaires à une bonne évaluation, le groupe s'est orienté vers une conception de l'évaluation comme un moyen de connaissance des processus qui sont développés indé-

pendamment des contraintes de programme. Dans cette optique, il est alors apparu que le psychologue devrait suivre la recherche de très près, depuis le début, l'évaluation ne pouvant être séparée de l'expérimentation elle-même.

A 70 - L'introduction de l'informatique dans le second degré (bilan et perspectives)

Le groupe s'est réuni trois fois aux jours et heures prévus. Il y avait 25-30 participants le vendredi et le samedi, une douzaine le dimanche.

Des documents divers ont circulé ou ont été distribués, notamment le dépouillement d'un questionnaire largement diffusé auprès des enseignants de mathématiques 5 mois avant le congrès.

Un certain nombre de participants ont décidé de garder le contact pour des échanges ultérieurs.

Le groupe a fait le tour des rapports actuels entre enseignement mathématique et informatique. Les points suivants ont été discutés :

- l'expérience "Informatique" du Ministère (fiches, autres travaux) ;
- l'expérience IREM-INRDP ;
- les calculatrices de poche ;
- informatique sans ordinateur ;
- comportement vis-à-vis de ces efforts : a) des autorités ministérielles, b) du corps des enseignants de Mathématiques, c) de divers milieux ;
- liens avec les autres disciplines ;
- expériences faites dans d'autres pays (en particulier en Angleterre) (échos de IFIP Marseille et Karlsruhe) ;
- perspectives d'avenir.

Les principales conclusions qui ressortent de ces discussions sont les suivantes :

1) Les différentes expériences menées actuellement n'ont pas "inquiété" l'ensemble du corps enseignant de mathématique par suite de l'absence de prises de positions officielles (Ministère) ou

officieuses (APMEP) sur l'intérêt et les premiers objectifs d'une ouverture de l'enseignement à l'emploi de matériels et de méthodes informatiques. Nous proposons à l'attention de ces organismes le schéma de texte de l'annexe 1.

2) Les enseignants de mathématique (et des autres disciplines également) ne peuvent mener à bien dans les délais raisonnables les activités ci-dessus s'ils ne sont pas aidés et soutenus. En particulier :

a) Il semble qu'un intérêt pour l'informatique ne peut être créé sans un contact minimum avec l'ordinateur. Il y aurait lieu d'encourager toutes les initiatives permettant à des enseignants de se faire la main, par exemple :

- travaux sur un ordinateur possédé par les universités, les lycées équipés, les IREM, les CRDP, les administrations, le secteur privé,
- prêt de calculateurs de poche ou de table,
- soutien plus énergique à la formation par correspondance du CNTE.

Ceci entraîne bien entendu quelques dépenses, mais elles sont minimales et passagères. Par ailleurs de telles mesures viendraient contrecarrer l'effet démobilisateur dû à l'annonce de l'arrêt de l'équipement des lycées en T 1600 et Mitra 15.

b) Aussi bien pour sensibiliser les enseignants que pour éviter les doubles emplois, il est essentiel de *faire circuler l'information*. Les nombreux travaux valables effectués ne reçoivent qu'une diffusion restreinte. Notamment :

- le bulletin de liaison de l'expérience informatique ne touche que les anciens stagiaires,
- les IREM travaillent au niveau de leurs stagiaires,
- à peu près rien n'est publié sur les calculatrices de poche.

Un effort est nécessaire :

- au niveau du Bulletin de l'APM pour y faire paraître des articles concernant l'informatique. Le moment semblerait également venu de faire paraître une brochure APM exposant *l'ensemble du problème informatique* ;
- au niveau des travaux des IREM dont les publications mériteraient souvent d'être diffusées beaucoup plus largement ;
- au niveau des publications ministérielles. A défaut d'une revue nouvelle, on pourrait imaginer que la revue *Média* soit consacrée pour 50 % à l'informatique.

c) La confusion continue de régner au niveau ministériel entre les pouvoirs de décision et l'activité de réflexion. Il serait nécessaire d'obtenir la mise en place d'un Comité de réflexion interdisciplinaire chargé d'explorer diverses voies et de faire des prévisions.

En attendant, une commission Informatique de l'APM, si on arrive à la remettre sur pied, pourrait faire un utile travail de réflexion.

Plusieurs participants accepteraient de faire partie d'une telle commission.

Annexe

Voici un exemple de ce qui peut d'ores et déjà être dit sans préjuger de développements ultérieurs encore incertains (tels qu'une généralisation de l'enseignement par ordinateur) : Il apparaît dès maintenant que l'informatique (en tant que mode de pensée, et par les divers outils qu'elle utilise : ordinateur, calculateur de bureau ou de poche) est un constituant important de la civilisation actuelle.

Vis-à-vis d'elle, les enseignants de toutes disciplines, mais plus spécialement ceux de mathématiques, ont à se considérer :

- a) comme utilisateurs potentiels ;
- b) comme des arbitres, des conseillers et des critiques au cours de la diffusion des méthodes de pensée informatique et des méthodes d'utilisation des matériels. Dans ce rôle ils sont irremplaçables ;
- c) comme des "préformateurs à l'informatique" de l'ensemble des nouvelles générations. Au cours des années qui viennent, les professeurs de mathématique auront à dégager les retombées de l'informatique sur le contenu même et la pédagogie de tout l'enseignement mathématique. Pour fixer un but précis, s'il est admis qu'une périodicité de 4 ans est raisonnable pour la révision des programmes scolaires, la prochaine révision devrait déjà comporter des apports informatiques. Dans ce rôle également les enseignants de mathématique sont irremplaçables.

B 1 - La conceptualisation en mathématique et en physique

Dans son rapport introductif, l'animateur distingue deux parties :

1. Le statut et la signification des concepts (épistémologie)

En mathématique, les axiomatiques de base introduisent les concepts comme supports de transformations, les axiomes reliant ces transformations en une structure, et cette structure étant *constitutive des concepts*. En physique, et malgré l'intervention de l'expérience, ce sont initialement de tels systèmes de concepts, définis par la structure des relations qu'on établit entre eux, qui constituent les "*modèles théoriques*", qu'on confronte après coup avec l'expérience. L'accord ou le désaccord relatif avec l'expérience permet de classer les modèles en un supersystème de "*modèles emboîtés*" ayant chacun un domaine de vérification expérimentale, les modèles "*inférieurs*" apparaissant comme des cas particuliers ou des approximations des modèles "*supérieurs*" qui les emboîtent. De cette structure de la théorie physique, on peut tirer d'importantes conséquences didactiques : chaque modèle, étant cohérent en lui-même et rendant compte d'un champ expérimental déterminé, n'est pas dépassé ou démodé lorsqu'il est emboîté dans un modèle supérieur. Il peut donc être légitimement enseigné, et le choix des modèles à présenter à telle ou telle étape du cursus scolaire (ou universitaire) doit reposer essentiellement sur des considérations psychologiques, c'est-à-dire sur l'aptitude opératoire des élèves à dominer et à manier tel type de structure.

2. Le mode de formation des concepts au cours du développement de l'intelligence (psychologie)

Le rapporteur s'appuie essentiellement sur les travaux de l'école de Piaget, notamment sur la notion classique d'*opération* considérée comme la forme logique élémentaire à partir de laquelle s'organisent la construction des concepts et l'activité fondamentale de formation et de maniement de modèles qui est à l'oeuvre chez l'élève en face de la physique et de la mathématique. En physique, les opérations fondamentales résultent d'une systématisation des

schèmes d'action tournés vers l'objet, et ces opérations, transposées sur les objets, sont à la source de la pensée causale. Des exemples sont donnés, empruntés à la physique des gaz et à la science de la chaleur, qui permettent de dégager certaines conséquences didactiques. En mathématique, les opérations reflètent la structure de coordination des actions entre elles et sont développées à partir de ce que Piaget appelle "expériences logico-mathématiques". A partir d'un certain niveau de composition et d'intégration des opérations, apparaît le type spécifique d'abstraction appelée "abstraction réfléchissante" qui correspond proprement à la pensée logico-mathématique, reconstruisant sur un plan supérieur ce qui est tiré des coordinations de l'action.

La discussion s'est déroulée en deux temps.

Dans un premier temps, qui faisait suite immédiatement à l'exposé, une discussion "à bâtons rompus", *souvent passionnée*, a porté sur presque tous les aspects du problème de la conceptualisation abordés dans le rapport, et même sur des aspects plus généraux. On a parlé entre autres :

— Du rôle de l'enseignement mathématique dans la *mathématisation* des connaissances physiques et — bien entendu — des reproches mutuels que s'adressent à cet égard enseignants de mathématique et enseignants de physique.

— De la position de la mathématique en face du problème de la *réalité* — savoir si les concepts mathématiques renvoient à "une réalité" dans le même sens que les concepts de la physique.

— De la lumière jetée sur la question précédente — à plus ou moins juste titre — par le fait que les procédures mathématiques sont efficaces pour la *résolution de problèmes* physiques, technologiques, etc..., portant sur le monde réel.

— De la *distinction ou de l'indistinction* — au niveau de la pensée et de la pratique de l'élève — entre un domaine physique et un domaine mathématique : est-il important pour l'élève qu'il sente que la mathématique s'applique à la physique ("sert" à la physique et à d'autres activités), ou est-il plus important qu'il ait conscience d'une différence irréductible entre mathématique et réalité (la mathématique, en elle-même, ne "sert" à rien) ?

Dans un deuxième temps et au cours d'une deuxième séance, l'assistance a été très réduite à cause de la réunion simultanée d'autres commissions. Un vote est intervenu sur la nécessité de

choisir un thème bien délimité et d'en discuter de façon approfondie. Une majorité s'est déclarée pour le thème suivant :

— Peut-on parler de “modèles emboîtés” dans la mathématique ? Doit-on, dans l'affirmative, envisager l'enseignement mathématique comme “une approche des concepts à des niveaux différents de compréhension et d'acquisition” ? Et, entre autres, ne pourrait-on pas systématiquement partir des évidences spontanées que les enfants intuent directement, et n'introduire l'axiomatisation qu'à un niveau supérieur d'élaboration de ces évidences ?

La discussion générale sur ce thème a fait apparaître en gros un consensus des participants. En particulier, l'accord s'est fait sur l'idée que la *rigueur* en mathématique, non seulement a une histoire, mais se présente comme une valeur *relative* et chaque fois relativement justifiée. De même que les systèmes d'Euclide, de Descartes, de Gauss, de Hilbert, bien qu'appartenant à des niveaux différents de rigueur, sont justifiés chacun par la rationalité de leur structure, par la fécondité de leurs développements mathématiques et par l'importance et la “fiabilité” de leurs applications, en particulier en physique, de même on peut concevoir, pour les étapes différentes de l'éducation mathématique, des systèmes différents, naturellement sans relation nécessaire avec les étapes historiques, mais conditionnés, à chaque niveau de rigueur, par les particularités opératoires et les “intuitions” qui paraissent évidentes à l'élève de ce niveau. Bien entendu, on ne peut jamais s'en tenir à ces intuitions ni à ces niveaux de rigueur. Mais il faudrait que s'opèrent, à certaines étapes, des “bascullements” logiques, les concepts, d'abord formés à partir des intuitions, puis peu à peu épurés et portés à un statut supérieur d'abstraction, étant alors réunis à la base du système par une axiomatisation après coup, qui ferait alors passer à un niveau supérieur de rigueur.

B 3 - Comportements vus au travers de la liaison mathématique - économie

1 — Constats

La liaison mathématique-économie concerne directement les classes de B et de G. Les élèves ont des comportements variant d'un établissement à l'autre suivant que l'orientation en B ou G est vécue de façon positive (alors, les élèves sont plus mûrs, de

contact plus facile) ou de façon négative (la conscience d'être exclu n'incite guère à l'effort intellectuel).

Les élèves acceptent le cloisonnement entre les disciplines qui est conforme aux habitudes et qui sécurise. Cela conduit à ce que les mêmes élèves

- ne veulent pas que le professeur de mathématiques évoque des applications de son cours en économie ;
- refusent de faire des mathématiques pendant le cours d'économie (ex : réticence devant l'usage des lettres), se contentent d'exemples et ne comprennent pas l'intérêt des généralisations.

Il y aurait aussi beaucoup à dire sur le comportement des élèves dû aux examens et le comportement du professeur auteur d'un "beau problème" d'examen !

2 — Propositions

La liaison entre les deux disciplines peut être améliorée par des contacts entre enseignants pour harmoniser vocabulaires et notations. Il semble aussi nécessaire au professeur de mathématiques de disposer d'un stock de problèmes économiques qui pourraient aussi être utilisés dans les autres sections (Cf. bibliographie).

Mais les situations réelles sont difficiles à mathématiser et les exemples utilisables risquent d'être du faux concret ou non motivants pour des élèves (exemple : taux d'intérêt ?). En fait le problème essentiel reste le manque d'objectifs communs entre les disciplines.

Pour y remédier, la notion de "projet" a été mise en avant. Exemples réalisés par des participants :

- l'apiculture ;
- les concours publicitaires ;
- enquêtes sur :
 - le coût de la vie ;
 - la connaissance du vocabulaire de l'économie par la population ;
 - les voyages effectués par la population du lycée ;
 - l'interdiction de circuler en ville haute les jours de marché à St-Flour ;
 - la lecture pour les libraires du Puy ...

3 — D'une manière générale, la liaison mathématiques-économie est un domaine privilégié pour la formation de l'esprit critique du citoyen. Mais il ne faut pas oublier que tous les problèmes d'économie ne se ramènent pas à des mathématiques.

Bibliographie

Bulletin APM n° 303, p. 381.

P. LOOSFELT et D. POISSON, Mathématiques pour la formation d'adultes (brochure APM).

D. FREDON, Mathématique, économie et gestion. CEDIC

B 4 - Mathématique et géographie

(21 participants)

I Très bref historique. Antécédents. Préparation. Contacts pris :

Après les recherches "sauvages" du groupe du CES de Remoulins, un document de base était diffusé (200 exemplaires tirés par les IREM de Paris-Nord, Strasbourg, Orléans). Le groupe déplorait les carences, les refus (d'où qu'ils viennent ...). Il analysait les difficultés et mettait en évidence le manque de structures de concertation.

Bien que n'ayant pu venir à Rennes, M. Bonsignori a dressé pour le groupe un tableau des besoins que le professeur de géographie a, par rapport aux mathématiques, et un tableau d'erreurs des élèves.

M. Debrat (9, rue Parmentier, 06100 Nice) nous avait envoyé une abondante documentation ; notre collègue, qui était PEGC de mathématiques, est devenu agrégé de géographie. Je résume ici sa contribution :

- Le langage des ensembles et des relations doit constamment aider la géographie. Quelle discipline ne serait pas concernée par cette remarque ?
- La nécessaire concertation au sujet de la présentation de la Terre en sixième, du développement des notions de repérage en cinquième, quatrième, troisième, doit réduire, voire supprimer, la situation actuelle, absolument affligeante ...

- La géographie est susceptible d'offrir des exemples concrets dans les cours de mathématique dans le premier cycle, dans le second cycle, et bien au-delà, soit en partant du concret pour contribuer à dégager un concept mathématique, soit en faisant de l'exemple géographique une application de tel concept, qu'il faut éviter de "parachuter" dans l'abstrait.
- M. Debrat déplore avec nous l'absence d'animation pédagogique et "le petit parfum de clandestinité" dont il parle fait toujours nos charmes.
- Une étude sur les histogrammes est en cours.
- Une étude critique des premières recherches du groupe de Remoulins, faite par M. Debrat, étayée ou augmentée à Nancy, Caen, Orléans, Toulouse et grâce à une correspondance qui prouve l'intérêt de collègues un peu partout, sera sous peu structurée.

II. Participants à Rennes qui sont intervenus :

M. Guilbaud (Ecole pratique des Hautes Etudes) a mis l'accent sur la nécessité de réviser certaines "définitions" classiques. Exemple : superficie de la France. La contribution des professeurs de physique est requise. Exemple : définition du géoïde.

M. le docteur Noailles (CES Feuchères, Nîmes), médecin scolaire, a mis l'accent sur : la structuration spatiale ; les carences diverses dans le domaine du calcul appliqué (causes psychopathologiques, causes psycho-pédagogiques, causes dues aux carences de la relation maître-élève) ; les carences dans le domaine des langues, ce qui explique bien des choses au plan interdisciplinaire ou pluridisciplinaire.

L'élève est-il motivé pour faire des mathématiques ? Doit-on attendre le second cycle ou plus tard pour lui faire comprendre et pour lui faire réaliser concrètement l'interdisciplinarité ? Nous répondons non.

L'élitisme inhumain, le sentiment de rejet de l'enseignement mathématique sont à combattre grâce à l'esprit interdisciplinaire.

M. Kuntzmann (Université scientifique et médicale de Grenoble) avait indiqué qu'il jugeait que la géographie était une des disciplines où un travail interdisciplinaire lui semblait le plus riche.

Il semble évident que l'informatique puisse : 1) aider à une recherche plus poussée ; 2) favoriser, dans la recherche actuelle d'une possible introduction dans l'enseignement, la concrétisation des liaisons mathématique-géographie.

M. Kych, Chargé d'enseignement à l'Université de Paris VII, a succinctement parlé des applications de l'algèbre linéaire à la géographie. Le manque de temps a empêché une intervention plus poussée, mais il semble que notre collègue puisse apporter une collaboration réelle et efficace par la suite.

On a abordé le problème des liaisons mathématique-géographie dans le second cycle. Le temps nous a évidemment manqué. Quelques questions ont cependant été envisagées :

- Problèmes posés par l'inadaptation des programmes actuels de mathématique en seconde aux nécessités de la géographie générale (Sphère - Espace - Calculs en travaux pratiques).
- Liaison pluridisciplinaire mathématique - géographie - économie - statistiques descriptives et géographie.
- Avec M. Portal, calculateur, le problème du calcul numérique et du calcul mental a été évoqué. Il nous a apporté de précieux procédés rapides pour les pourcentages. Et il a illustré les carences actuelles des élèves en calcul, mises encore plus en évidence au plan interdisciplinaire.

III. La liaison mathématique-géographie, vue sous l'angle des comportements

J. Chabrier a montré qu'à côté des comportements automatiques des élèves, il y avait place pour des comportements semi-libres (c'est-à-dire impulsés par l'équipe pédagogique mais avec un potentiel de créativité pour l'élève) et même des comportements libres. Ceci a été concrètement démontré dans l'exposition des travaux libres de liaisons mathématique et géographie réalisés par ses élèves du CES de Remoulins et ceux du CES Feuchères à Nîmes (les demander à l'IREM de Rennes).

Des documents ont été distribués aux participants (Le port de Rouen - Climatologie - Statistiques en sixième). Une bande télévisée "Mathématique et géographie en troisième" a été visionnée et largement critiquée : elle ne présentait (à cause de l'arrêt de collaboration du C.D.D.P. vu la dépense ...) qu'un éventail réduit

des possibilités, le côté production réelle de l'élève en travail de groupe n'ayant pu être illustré. C'est en marchant qu'on prouve le mouvement !

Il n'est malheureusement que trop vrai que l'élève actuel n'a pas et ne peut avoir le comportement interdisciplinaire.

Mais il est démontré qu'il est possible, avec une organisation scolaire adéquate (et notamment une formation des maîtres et des structures de concertation), à partir de recherches, d'expérimentations sérieuses — dont nos recherches sauvages ne sont que le début —, de créer chez l'élève des comportements interdisciplinaires.

IV. Pour aider les collègues dans un premier développement des liaisons mathématique-géographie

A. Voici quelques ouvrages que je cite, dans le cadre de la mission que m'a confiée le Bureau National :

- Initiation aux méthodes statistiques en géographie (groupe Chadule) (Ed. Masson).
- Eléments de Statistique Economique (Salles et Wolff) (classes de seconde AB - première et terminale B)) (graphiques - histogrammes) (Ed. Dunod).
- Mathématique et Statistique (Cluzel et Vissio), Première G (avec quelques exemples d'ordre géographique : Pyramide des âges - Répartitions - Distributions) (Ed. Delagrave).
- Divers Cahiers de Travaux pratiques de géographie en usage (plus ou moins !) dans le premier cycle.

B. Quelques données précises, sur lesquelles nous sommes tombés d'accord :

- Sphère terrestre, méridiens, équateur, parallèles, fuseaux horaires, longitude, latitude assez tôt en sixième, en collaboration avec le professeur de géographie.
- De même échelles, pourcentages simples.
- Profiter de la géographie pour faire calculer dans toutes les classes. Eviter les blocages en calcul appliqué.
- Liaisons entre les graphiques en géographie et l'approche des fonctions, des représentations graphiques.

- Proportionnalité.

C. Il est nécessaire que dès la pré-rentree, dans les contacts journaliers, dans les conseils de classe, dans les conseils d'enseignement, nous persuadions nos collègues géographes (comme ceux des autres disciplines) que, contrairement à des opinions fausses malheureusement bien répandues et — il faut ici le dire très nettement — malgré une action par trop hermétique de certains collègues, le professeur de mathématique peut et doit contribuer à la résolution des problèmes posés par les liaisons qui existent, en fait ...

Le professeur de mathématique peut et doit, surtout, persuader les élèves qui doivent être amenés à lui demander de les tirer d'affaire.

Jean CHABRIER, chargé de mission auprès du Bureau National de l'A.P.M.E.P., à l'interdisciplinarité, fait appel aux groupes IREM, aux professeurs de Mathématique intéressés, **AUX PROFESSEURS DE GEOGRAPHIE QU'IL VOUS DEMANDE DE CONTACTER**, pour former un groupe de travail, pour constituer une documentation, pour améliorer les premiers travaux.

B 5 - Mathématique et biologie

N.B. Le présent compte rendu comporte sans doute beaucoup d'erreurs et d'omissions et ne prétend pas être d'une fidélité absolue. Que les participants veuillent bien nous en excuser.

I. Objectifs du groupe

Il était initialement constitué d'une trentaine de participants, qui se sont répartis dans deux sous-groupes, après que les objectifs du groupe ont été précisés. Bien que tous les participants fussent motivés par les activités interdisciplinaires dans le second degré, certains souhaitaient plutôt parler des classes de premier cycle, et les autres de celles de second cycle. Malheureusement, le compte rendu du sous-groupe premier cycle ne nous est pas encore parvenu.

Il s'agissait de poursuivre et de préciser ce qui avait été commencé aux Journées d'Orléans l'an dernier :

1°) Inventaire et analyse des diverses expériences rapportées par les participants en essayant de :

- dégager les objectifs de la concertation interdisciplinaire ;
- étudier l'impact des activités sur les élèves et sur leurs professeurs.

2°) Proposer des thèmes d'études pour d'éventuels travaux ultérieurs.

II. Actions dans le second cycle

Notons d'abord le faible nombre d'expériences décrites par les participants, expériences, pour la plupart, de courte durée, et portant chacune sur un thème bien délimité. En voici un petit inventaire :

① *Description*

- Dans une section F 7 : étude statistique de numération globulaire et analyse des résultats.
- Dans une seconde T spéciale à La Ferté Macé (élèves issus de CET et préparant un bac. F) : introduction et exploitation de la notion d'espace vectoriel, à propos de rations alimentaires réparties en : glucides, lipides, protides et eau (sous forme de bande dessinée).
- Provenant d'une classe de préparation à l'Agro : un énoncé de problème de mathématiques dont le thème est la génétique.
- Dans un Bulletin d'un IREM : étude de croisements de groupes sanguins.
- A l'IREM de Dijon : un groupe interdisciplinaire a produit un fascicule d'une cinquantaine de pages, abordant plusieurs sujets : utilisation du langage ensembliste en génétique, divers dénombrements de populations, réflexions sur "classification" et relation d'équivalence, etc...
- Toujours à l'IREM de Dijon : étude statistique des dimensions du crâne humain, sur une population d'âge et de taille variables.
- Quelque part : dénombrement de molécules des acides aminés et des acides nucléiques.

② *Quelques buts poursuivis*

- L'interdisciplinarité est possible et souhaitable sur d'autres thèmes que la statistique.
- Critique et harmonisation des langages de spécialistes.
- Utilisation, par les biologistes, de modèles ensemblistes permettant de formaliser plus rigoureusement les résultats expérimentaux.
- Ordres de grandeur et approximations.
- Etude de la démarche mathématique d'un élève :
 - pendant un cours de mathématiques
 - en dehors du cours de mathématiques.

③ *Quelques projets*

- Utilisation du vectoriel par les biologistes.
 - Etude des "fonctions" hormonales : comment les formaliser grâce aux structures mathématiques.
 - Intervention simultanée des professeurs de mathématiques et de biologie dans la classe.
 - On peut structurer les populations grâce aux mathématiques, mais ces structures sont-elles opératoires ?
 - Etude formelle de l'état d'équilibre ou de l'évolution d'un éco-système (ou milieu écologique).
 - Et bien d'autres idées, déjà formulées, ou qui ne manqueront pas de germer, si on a déjà le désir de se concerter.
-

B 6 - Mathématique et enseignement technique

La répartition des membres du groupe était environ de : 1/3 professeurs CET, 1/4 professeurs de Lycées Techniques ; 1/4 professeurs de CES ; divers ; 1/6 (surtout professeurs d'ENNA).

Les débats ont porté presque exclusivement sur les CET. On a reconnu que les comportements à l'égard des Lycées Techniques (sections F, G et agricoles) étaient du même type que ceux à l'égard des CET avec toutefois un caractère moins accentué.

Comportement de l'élève qui arrive en CET

Le plus souvent, il est en situation d'échec (il a été amené là par une sélection négative, n'ayant pas été jugé capable de faire

mieux). Dans les débats, le mot "Poubelles" est revenu à plusieurs reprises en parlant des CET, en signalant d'ailleurs qu'il y a une poubelle au deuxième degré, ce sont les C.P.A. (Centres de Préparation à l'Apprentissage).

Toutefois, à l'intérieur des CET se recrée une hiérarchie entre les sections. Cette hiérarchie n'est pas uniquement fondée sur la probabilité de trouver du travail à la sortie ou sur le niveau des salaires que l'on peut espérer, mais souvent sur le caractère plus ou moins salissant du métier correspondant. Parmi les sections les plus demandées vient en tête l'électronique ; la chaudronnerie est en queue de peloton.

Comportement de l'enseignant

On a regretté que certains enseignants, arrivant en CET sans vraiment connaître l'Enseignement Technique et munis d'une haute formation théorique (maîtrise souvent), aient l'impression d'être les professeurs des exclus et dévalorisent leurs élèves encore davantage qu'ils le sont. Ainsi certains pensent que seuls les médias (rétro-projecteurs par ex.) pourront amener les élèves à s'intéresser. Alors ils en abusent et il y a des aspects de l'enfant qui ne se développent pas. On signale que les ENNA (les Ecoles Normales des CET) ne jouent pas toujours leur rôle dans ce domaine puisque les nouveaux professeurs (sauf évidemment ceux qui ont été M. A. auparavant) ne connaissent pas les CET avant d'y enseigner. On a parfois une impression de déshumanisation dans les ENNA alors qu'on devrait y apprendre une pédagogie de la découverte.

Le comportement des enseignants doit être en priorité de *redonner confiance* aux élèves, qui arrivent très souvent démoralisés. Sinon, le fossé ne fera que s'élargir. La proportion notable d'élèves de CET qui abandonnent le jour même de leurs 16 ans montre bien qu'ils n'en retirent qu'un bilan négatif.

Les membres du groupe tiennent à remarquer que ces observations ne sont pas une attaque contre les enseignants des CET et que, de toute façon, l'étude du contexte politique, économique et social est indispensable pour saisir tous les aspects du comportement des élèves, des parents, des enseignants, à l'égard de l'Enseignement technique et des CET en particulier.

Comportement du professeur de math

Pour intéresser l'enfant, les méthodes utilisées doivent être différentes de celles qu'il a rencontrées en CES (cela lui permettra

d'avoir l'impression de repartir sur de nouvelles bases et de ne pas se trouver dès le départ en situation de blocage).

En premier lieu, il a besoin de sentir l'utilité de l'outil mathématique qu'on lui fournit. Mais il faut se méfier d'une double illusion :

— Lorsqu'une notion mathématique est introduite, elle n'est pas tout de suite opérationnelle, à l'atelier par exemple. Il y a au préalable un long cheminement dans l'esprit de l'enfant avant qu'il la domine.

— Créer des situations d'atelier n'est pas toujours une motivation suffisante pour l'élève (surtout s'il en sent le côté artificiel). On retrouve là le problème classique du faux concret.

Par contre la motivation est forte si l'élève est persuadé qu'il utilisera plus tard dans son métier ce qu'il vient d'apprendre.

Bien évidemment, il n'est pas facile en général de rentrer dans le concret d'autant plus que l'enfant, tout en rejetant l'idée de faire des maths qui lui paraissent gratuites, en subit comme tout le monde l'aspect sécurisant (on a rappelé l'exemple de l'élève qui aime bien travailler sur des diagrammes de Venn, qui aime bien résoudre de nombreuses fois le même type d'équation, en changeant seulement quelques données).

D'autre part, si le PEG a essentiellement une formation de matheux, il aura peut-être tendance à adopter un développement linéaire. Il faut accepter parfois d'être moins déductif dans un souci d'efficacité. Le prof de CET est bivalent (en général math-physique) et a donc des occasions de faire sentir l'utilité de l'outil mathématique. Mais c'est le PTEP, professeur d'atelier dans les sections industrielles, qui aura le plus d'influence sur l'élève, pour deux raisons : l'élève passe à l'atelier un grand nombre d'heures et il appliquera directement, dans son futur métier, ce que lui enseigne le PTEP.

Il est donc indispensable que se crée un dialogue permanent entre l'atelier et les maths. De nombreuses difficultés de comportement à l'égard des maths seraient alors balayées ; par exemple, difficulté de faire sentir l'utilité de ce qui est enseigné et difficulté de trouver une progression cohérente entre les spécialités.

Il existe une structure d'accueil où les enseignants de matières différentes peuvent cohabiter : ce sont les IREM. Il est souhaitable que se créent des groupes de liaison CES-CET, math-atelier et que des commissions APM et des groupes IREM se penchent sur les programmes de CET pour obliger l'Administration à produire des instructions ou des commentaires et éventuellement à les modifier. Une commission d'étude de sujets de CAP ou BEP est également souhaitée.

B 10 - Technologie éducative

Afin de mieux cerner le thème, il paraît essentiel de répondre à quatre questions :

Forme de la réponse :

- | | |
|---|--|
| 1) Qu'est-ce que la technologie éducative ? | } Exposé - débat |
| 2) Dans quel but l'utiliser ? | |
| 3) Comment faire ? | } Films, débat et activités sur des matériels exposés. |
| 4) Avec quoi ? | |

I — Des éléments de réponse aux deux premières questions sont donnés dans l'exposé des animateurs et dans le débat qui suit, auquel participe une cinquantaine de congressistes.

a) *La technologie éducative* paraît recouvrir l'ensemble de tous les médias pédagogiques, muni de l'usage que l'on peut en faire :

- tout ce qui relève de l'audiovisuel (films, diapos, vidéos, bandes magnétiques, calques de rétroprojecteurs, etc...)
- les outils de l'informatique (mini-calculateurs, ordinateurs, etc...)
- le matériel didactique, traditionnel ou non, commercialisé ou non (compas, règle, "fil à couper le beurre", didagraphe, jeux etc...)

Le corps humain relève-t-il de cette catégorie ? La question est posée dans le débat.

b) *Pourquoi utiliser une technologie éducative ?*

Selon Piaget, la connaissance ne prend corps et ne devient opératoire qu'à travers une activité du sujet. La perception : message qui va de l'objet au sujet, est insuffisante. Il est nécessaire

qu'un échange s'établisse entre le milieu (ensemble des objets) et le sujet, pour que soit remis en cause l'équilibre des connaissances. C'est par le choc des objets vers le sujet et les réactions opératoires du sujet sur les objets, que s'acquièrent les connaissances. Soulignons que les actions, réelles au départ, s'intériorisent et conduisent à une anticipation de la pensée sur l'acte.

Il faut donc laisser ou placer les enfants en situation active car, en résumé, l'activité favorise :

- 1) la subjectivisation de l'objet : vue personnelle des objets et des opérations sur eux (ex : image mentale de retournement par référence au pliage ou au miroir) ;
- 2) la donnée d'un sens à des activités plus intellectuelles ; ex. : l'examen d'une facture donne un sens à la notion d'application numérique affine ;
- 3) la construction de modèles implicites ; ex : l'observation d'images données par le miroir ou le pliage conduit à découvrir la caractérisation de la symétrie orthogonale (bien souvent, une information échappe dans une première approche et fait construire un modèle implicite erroné qu'une confrontation avec le réel remet plus aisément en cause) ; cet exemple est illustré par le film dont il va être question dans le II ;
- 4) la vérification des isomorphismes liant des structures de représentation des objets ; ex. : comparaison des effets produits par le miroir, le pliage et le didagraphe ;
- 5) la déculpabilisation de l'élève dont l'activité est censurée par l'outil et non par le maître.

II — Un film, des photos et une exposition fournissent des réponses aux questions 3 et 4 en illustrant les intentions essentielles des animateurs :

- autonomie de l'élève ou du groupe
- incitation à différentes formes de communication (orale, graphique, etc...)
- appui technologique à des phases-clés du cours :

motivation : exciter la curiosité, montrer l'intérêt ou l'utilité d'un modèle

définition : choix des caractères à retenir pour la construction d'un modèle

application : valider et faire fonctionner un modèle

illustration : rattacher au vécu et aux connaissances antérieures, en donnant un sens à la construction par l'étude de représentations.

- 1) Le film réalisé à l'I.R.E.M. de Rennes, en trois parties, rend compte d'activités d'enfants de Troisième sur des représentations du concept de symétrie orthogonale. On y revit des situations exploitables en classe pour l'observation, et on y voit des enfants manipuler, construire, calculer puis déduire, témoignant ainsi de l'intériorisation progressive de leurs actions.
- 2) Dans l'exposition où l'on trouve, outre des travaux d'élèves, du matériel relevant de la technologie éducative, on applique notre principe premier :

ACTIVITE D'ABORD

B 11 - Les calculatrices

Ce groupe de 70 participants inscrits (élémentaire, secondaire et supérieur) s'est retrouvé encore plus nombreux en réunion.

Après un historique de l'introduction et de l'utilisation expérimentale des calculatrices dans l'enseignement des mathématiques depuis une dizaine d'années, une bibliographie * des travaux publiés en France a été communiquée aux participants.

Afin de susciter une discussion sur le comportement des élèves, deux films devaient être projetés :

- l'un, tourné à Marseille, dans une classe expérimentale de 4ème, où le programme d'Algèbre ** "intégrait" l'utilisation d'une P.101 Olivetti,
- l'autre, tourné à Rennes dans une classe de Cinquième à programme allégé, où les élèves avaient acquis les rudiments de programmation (au total, 4 heures d'apprentissage-machine) sur P101 également.

Malheureusement, pour des raisons techniques, seul le second film a pu être visionné. Le comportement des élèves qui devaient programmer des exercices, puis travailler sur la machine, montrait l'intérêt de ceux-ci devant la calculatrice.

Les participants posèrent ensuite des questions, auxquelles il faudra trouver des réponses dans les actions futures : Comment organiser, dans une classe de 30 élèves, les travaux de groupe et les passages-machine ? Quelle motivation supplémentaire crée l'outil pédagogique nouveau ? Quel enrichissement pédagogique apporte la machine pour la compréhension et l'articulation des étapes du raisonnement, et de l'analyse des solutions ? Quelle place donner à la construction des algorithmes ?

Peu de collègues, parmi les présents, utilisaient en classe, ou en club de mathématique, des calculatrices. Les autres participants, très intéressés, demandaient des informations. Il apparaissait clairement qu'une volonté d'approfondir le sujet se faisait sentir, mais qu'un travail dans le temps devait se faire auparavant.

La création d'une Commission Informatique de l'APMEP, demandée par de nombreux participants, aurait pour objectifs de diffuser et de rassembler des informations sur les recherches en cours, les matériels les plus performants, et les perspectives d'utilisation des calculatrices.

La préparation de la brochure APMEP "Informatique et Enseignement des Mathématiques" permettra à l'équipe de rédaction de former un noyau initial qui définira les objectifs et le plan de travail d'une telle Commission.

Pour poursuivre une discussion plus efficace, le groupe se subdivisa en deux sous-groupes, l'un sur les calculatrices de poche usuelles, l'autre sur les matériels programmables :

1) Le sous-groupe des calculatrices de poche discuta du comportement des élèves, à propos de l'utilisation et du choix des types de machines, du nombre d'élèves par machine et constata, à travers les populations d'élèves suivantes :

- dans l'enseignement primaire : un gain de temps dans les calculs et une meilleure compréhension de la notion d'opération ;
- dans le premier cycle : une recherche d'une organisation ordonnée des calculs, la nécessité d'analyser plus finement les problèmes posés, une gêne causée par la surabondance des résultats (parties décimales importantes) et le fait que la machine ne connaît pas la division euclidienne ;
- dans le second cycle : recherche d'algorithmes les plus performants pour résoudre les problèmes posés ;

- en formation continue : on peut se permettre d'aborder des problèmes que certains adultes n'osaient pas envisager à cause de lourds calculs. Les adultes passent du comportement arithmétique (intérêt du seul résultat) à un comportement privilégiant le cheminement à suivre, et les opérations à faire, pour résoudre un problème. Les machines permettent de montrer la "réversibilité" de la division et de la multiplication, de l'exponentiation et de l'extraction des racines.

2) Le sous-groupe des calculateurs programmables se proposa d'analyser le comportement des élèves lorsque ces machines sont introduites dans la classe. Leurs caractéristiques sont les suivantes : relative maniabilité permettant leur transport de classe en classe, l'utilité d'une imprimante pour conserver les traces des programmes effectués et leur analyse ultérieure, un lecteur de cartes graphitées ou perfostyles, qui permettra les passages-machine successifs des différentes équipes.

Le comportement des élèves peut être étudié sous deux aspects :

Sur le plan psychologique, la machine devient un arbitre ou un juge, accepté comme impartial ; mais elle est aussi un outil, sur lequel l'élève a un pouvoir agissant. Il se sent "responsable".

Sur le plan pédagogique, l'élève doit analyser à fond son problème et "organiser" sa solution, construire l'organigramme, puis le programme qui, quelles que soient les données, lui permettra de résoudre des classes de problèmes semblables.

Le professeur devient alors un animateur, ce qui l'obligera à une organisation prévisionnelle stricte du cours : activités des groupes sur des thèmes voisins ; roulement des équipes à la machine ; analyse et appréciations des résultats ; les corrections, indications, sollicitations, seront nombreuses et contraignantes.

Nouvelle conception du rôle de l'enseignant ? sûrement. Meilleure motivation des élèves ? certainement.

Des recherches et de nombreuses expérimentations seront nécessaires avant de généraliser l'emploi des calculateurs. Il faudra encore confronter nos résultats et noter nos difficultés. Mais l'intérêt des élèves et les résultats obtenus nous convaincront de continuer dans cette voie, et de rechercher les moyens et les méthodes nécessaires.

N.B. : Depuis les Journées de Rennes, ont eu lieu :

- un colloque inter-IREM à Dijon, dans lequel figurait un groupe sur les calculatrices de poche (cf. rapport en annexe),
- une réunion APMEP, au cours de laquelle a été créée une Commission "Informatique et Mathématique".

D'autres précisions seront données dans les Bulletins ultérieurs.

* **Bibliographie** : Articles parus dans la Revue "Recherche Pédagogique" :

- n° 35, page 61, "Machines à Calculer en Sixième", J. Colomb.
- n° 39, page 20, "Le calcul numérique dans l'Enseignement du Premier Cycle", A. Myx.
- n° 42, page 97, "Premiers pas en programmation pour des enfants de 10 à 12 ans et leur maître", M. Dumont et A. Roumanet.
- n° 48, page 28, "Utilisation de Calculateurs programmables en Quatrième", M. Dumont et J. Sargent.
- n° 50, page 67, "Rigueur et automatisation d'un discours", M. Dumont.
- n° 54, "Emploi de Calculateurs programmables dans le Second Degré". Bilan d'une expérimentation menée par les IREM et l'INRDP.
- n° 75, "Calculateurs programmables dans les Collèges et les Lycées". Expérimentation menée par les IREM et l'INRDP.

** **Classe expérimentale de Quatrième dans la Recherche Inter-IREM** : "Calculateurs programmables et Algèbre de Quatrième", qui fera l'objet d'une publication ultérieure.

Annexe : Utilisation de calculatrices de poche dans l'enseignement élémentaire et le premier cycle

"La machine existe et je l'ai rencontrée"

La calculatrice n'empêche-t-elle pas de faire des opérations ?
N'empêche-t-elle pas les enfants de réfléchir et de raisonner ?
Les enfants n'auront-ils plus rien à faire, car la calculatrice fait tout ?

Accepter la présence de calculatrices dans les classes ne risque-t-il pas de renforcer la sélection par l'argent ?

Doit-on demander aux enfants qui ont des calculatrices à la maison de les apporter en classe ?

Doit-on interdire leur emploi en classe ?

La connaissance parfaite des "tables" demeure indispensable (il serait ridicule d'utiliser la calculatrice pour calculer 8×7 ou $18 + 4$, car cela entraînerait une grande perte de temps et serait contraire aux objectifs recherchés).

De plus, cette connaissance des tables est nécessaire pour une utilisation intelligente de la machine, par exemple dans la détermination de l'ordre de grandeur d'un résultat.

Par ailleurs, apprendre aux enfants à "calculer", ce n'est pas seulement enseigner un algorithme permettant de trouver un résultat, mais apprendre à utiliser les propriétés des opérations pour adapter sa technique au problème posé ; exemple :

$$(1284 \times 95) + (1284 \times 5)$$

Dans cet exemple, un calcul à la main mal organisé dilue l'attention dans l'accomplissement des tâches matérielles, alors que la rapidité du calcul-machine permet à l'enfant de confronter presque immédiatement le résultat et les données, et de redécouvrir une propriété qu'il avait oubliée et qu'il pourra réinvestir.

En effet, pour nous la calculatrice n'est pas un vaste répertoire de résultats, mais un instrument d'éducation.

La recherche de la nature de l'opération et l'évaluation de l'ordre de grandeur du résultat nécessite et favorise la réflexion de l'enfant.

En outre, la calculatrice peut aider à la découverte, à l'utilisation et au renforcement des algorithmes classiques.

Prenons un exemple : Un élève de cours élémentaire sait calculer facilement à la main :

$$\begin{array}{r} 112\ 493\ 566\ 561 + 886\ 477\ 786\ 888 , \\ 112\ 493\ 566\ 561 + \qquad\qquad\qquad 786\ 888 , \\ \qquad\qquad\qquad 73\ 566\ 561 + \qquad\qquad\qquad 21\ 786\ 138 . \\ \qquad\qquad\qquad 95\ 837\ 277 + \qquad\qquad\qquad 27\ 949\ 375 . \end{array}$$

tous résultats que ne peut donner une machine qui n'affiche que 8 chiffres.

Si l'enfant veut malgré tout utiliser une telle calculatrice, il doit se poser et résoudre des problèmes sur l'algorithme de l'addition.

Ces calculs en multiprécision permettent une approche fonctionnelle des algorithmes.

Pour des élèves plus âgés, même problème avec la multiplication, la recherche de la période d'un développement décimal illimité, les racines,....

A l'opposé peut se poser le problème de savoir si tous les chiffres affichés sont significatifs.

Exemple : Sept chewing-gum coûtent 1 franc, combien coûte un chewing-gum ?

La calculatrice répond : 0,142 857 14, ce qui n'est pas un résultat à transcrire sans réflexion.

Est-ce que la calculatrice fait tout ? Est-ce que l'enfant n'a plus aucun rôle à jouer ? Et de là doit-on interdire l'utilisation des calculatrices à l'école ?

Cette interdiction officielle aurait certaines conséquences :

- . Seuls certains enfants favorisés utiliseraient les calculatrices chez eux, voire en cachette à l'école.
 - . Cela rendrait impossible l'achat d'un tel matériel par les établissements scolaires et nous priverait de l'utilisation d'un outil de la vie courante.
 - . On laisserait ainsi des enfants utiliser des calculatrices dans de mauvaises conditions : choix de calculatrices mal adaptées, utilisation restrictive des possibilités.
- Cela favoriserait alors les conditions que l'on voudrait éviter par l'interdiction des calculatrices.

Nous souhaitons l'achat de calculatrices par les établissements, après une étude comparative sérieuse, faite par les enseignants, sur les modèles offerts sur le marché. Cette étude pourrait même déboucher sur la création par les constructeurs d'outils encore plus adaptés à l'enseignement.

Quelques autres idées de départ en vue de réaliser une utilisation de la calculatrice comme moyen de réflexion, d'enseignement et d'éducation :

- Distinction entre Décimaux et Rationnels.

- Quotient exact et Division Euclidienne;
- Réversibilité des opérations.
- Etude systématique du langage propre de la machine.
 . Problème des opérations impossibles.
- Approche de l'algorithmique et de la programmation.
- Inventaire des performances des diverses machines et de leur prix.
- Déblocage des inhibitions dues au calcul ; réconciliation avec le nombre.
- Comparaison de rapidité ; calcul mental ; ...
- Encadrements.
-

Si l'invention de Gutemberg ne vous a pas fait perdre la technique de l'écriture, et si le stylo bille est interdit chez vous, vous pouvez prendre votre plume pour nous faire part de vos idées.

Pour le Groupe,

Michel Courrière, Ecole Normale d'Institutrices, 89, avenue George V, 06052 Nice Cedex

B 12 - Mathématiques et audio-visuel

Se sont succédés trois exposés puis une discussion avec projection de films.

- Intervention de Jean DELERUE, professeur au C.E.S. de Menton (06500), IREM de Nice.

Trop de films de mathématiques fabriqués par des adultes pour des enfants sont les reflets des besoins et désirs de l'adulte. Lors de leur projection il y a désintérêt des élèves et rejet du film et des média par l'enseignant. Or l'image est intimement liée aux mathématiques et nous nous sommes posé les questions suivantes :

1) Comment sont reçues par des enfants des images créées par d'autres enfants ? par des adultes ?

2) La création d'images par des enfants impose-t-elle le passage d'un stade d'automatisme à un niveau formel ?

3) Y a-t-il des images propres aux enfants ?

4) Etude de l'assimilation d'un contenu présenté sous forme de média ou d'images différentes.

5) Quand l'image devient-elle spectacle pour les enfants et pourquoi ?

En France, un certain nombre de groupes ont pris en charge l'une ou l'autre de ces questions ; nous nous intéressons plus précisément aux points 1) et 2) à Menton :

Nous demandons à des élèves du premier cycle une recherche sur des problèmes ouverts. La synthèse de leurs travaux est concrétisée en films destinés à leurs camarades. L'expérience est suivie, un rapport peut être communiqué.

Qu'attend-on d'un film mathématique ? Quand et comment l'employer ? Le débat ouvert à Rennes doit être poursuivi.

*
* *
*

Sous-Groupe : Utilisation de documents didactiques.

L'I.R.E.M. de Lille a présenté dans un premier temps la recherche qu'elle a menée sur l'utilisation de documents audiovisuels en classe (1). L'apport quantitatif de l'audiovisuel en terme de résultats scolaires a permis deux remarques importantes :

- l'école traditionnelle creuse les écarts aussi bien entre les "faibles" et les "forts" qu'entre les catégories socioprofessionnelles ;
- l'apport d'un document audiovisuel ne permet pas de combler les écarts mais il évite les creusements précités.

Actuellement, une recherche est menée pour voir de quelle manière l'audiovisuel intervient sur les comportements de l'enfant, son autonomie de raisonnement, sa démarche heuristique. Sur un contenu stable (déjà bien expérimenté) nous avons défini des objectifs et établissons actuellement des grilles d'observations permettant d'envisager une évaluation qualitative de cet apport. L'utilisation de documents audiovisuels en classe montre que la

(1) Un compte rendu a été publié dans MEDIA n° 81 et des documents écrits ou audiovisuels peuvent être demandés à l'I.R.E.M. de Lille, Université des Sciences et Techniques, BP 36, 59650 Villeneuve-d'Ascq.

pratique pédagogique a été modifiée et doit être reconsidérée. Une sensibilisation des maîtres à l'audiovisuel est nécessaire ainsi qu'une initiation aux techniques audiovisuelles.

Il apparaît au groupe que les documents audiovisuels ne doivent pas trop canaliser l'imagination de l'enfant, mais au contraire lui fournir une grande variété d'images visualisant un même concept.

La séance se termina par un visionnement des films de géométrie sur les transformations, produits par le C.N.D.P. avec la collaboration des I.R.E.M : "Effet miroir" I, II ; "D'un point à la ligne" ; "A propos de translation et de rotation" ; "Impressions diverses".

B 20 - L'enseignement de l'heuristique à l'université

Les animateurs organisent, depuis plusieurs années, des enseignements destinés à développer chez les étudiants l'aptitude à résoudre de véritables problèmes. Ils sont offerts, à titre d'options, au DEUG A (et aussi au DEUG B) ; ils s'adressent aussi aux élèves-maîtres qui préparent le CAPES.

Les étudiants travaillent par petites tables de 3 ou 4, éloignées l'une de l'autre. On favorise ainsi les échanges entre membres du petit groupe, et on évite la communication d'une table à l'autre.

Au cours de chaque séance d'une heure et demie, on leur propose un énoncé de problème (au sens de [1] chap. 2) : formulation brève, volontairement vague (il appartient aux étudiants de préciser eux-mêmes la formulation, en posant éventuellement des questions au professeur), présentation "provocatrice".

Les enseignants observent silencieusement les étudiants, n'intervenant qu'après mûre réflexion. De temps en temps, cependant, ils commentent le comportement des étudiants, en explicitant les démarches observées, et en tirant les leçons valables pour la résolution d'autres problèmes.

Les énoncés ne sont pas choisis en fonction des matières (géométrie, algèbre, probabilité, etc...), ni en relation avec les connaissances mises en jeu. Au contraire, les séances s'articulent autour de quelques thèmes heuristiques : on insiste sur le fait que les démarches de pensée sont fécondes dans tous les domaines.

Les "thèmes heuristiques" sont en gros ceux que signalent POLYA [4], [5], auxquels s'ajoutent les suivants :

- a) Limitation provisoire ou extension du champ de recherche (fixation ou introduction de paramètre).
- b) Rectification de tir : apprendre à exploiter une tentative qui échoue pour y apporter un "coup de pouce".
- c) Entraînement à la "reconnaissance de forme", cf. [6], [7].
- d) Utilisation de transformations. Utilisation des groupes d'automorphismes d'une structure.
- e) Dynamisation d'un énoncé d'apparence figée, en remplaçant les figures à contempler par des actions à exécuter.
- f) Entraînement au "transfert" (c'est-à-dire au changement de contexte).

La discussion du groupe B 20 a surtout porté sur les conditions qui permettent l'extension de ces expériences.

- a) Une activité analogue a souvent été tentée dans des classes, de l'école élémentaire à la terminale. Des stagiaires de l'IREM de Strasbourg sont parvenus à consacrer une séance par mois à ces activités, ainsi que des séances dans le cadre des 10 %. Les "retombées pédagogiques" ont été très fécondes, et l'enseignement traditionnel en a largement bénéficié.
- b) A l'Université Louis Pasteur, les conditions de contrôle du travail de l'option "heuristique" du DEUG sont les suivantes. L'assiduité *active* d'un étudiant pendant les séances lui assure automatiquement 12/20 (deux absences motivées sont tolérées). De plus, on organise en fin d'année une mini-olympiade. Celle-ci permet aux étudiants d'obtenir une mention : la réussite est alors payante, l'échec n'a aucune conséquence.
- c) Il existe une abondante collection d'énoncés susceptibles d'être utilisés (cf. bibliographie ci-jointe). L'important, pour le professeur, est de savoir rattacher chaque énoncé à un "thème heuristique", pour donner de l'unité à l'enseignement.
- d) Il est possible de faire précéder les séances par un court exposé sur la psychologie de l'invention, mettant en valeur la démarche qui donnera lieu à la série de cours.

Bibliographie

- [1] I.R.E.M. de Strasbourg. *Le livre du Problème*, Fascicule I. Pédagogie de l'exercice et du problème. Cédic, 1973.
 - [2] GERRL et GIRARD. *Les Olympiades Internationales de Mathématiques*. Hachette 1976.
 - [3] PERMAMA. *Introduction à l'heuristique (résolution de problèmes PMM 4002)*. Université du Québec. Télé Université 1976.
 - [4] POLYA Georges. *Comment poser et résoudre un problème*. Dunod Paris 1957.
 - [5] POLYA Georges. *La découverte des mathématiques*. Dunod Paris 1967.
 - [6] GUILLAUME P. *La psychologie de la forme*. Flammarion, Bibliothèque scientifique. 1937 Paris.
 - [7] GLAESER Georges. *Cours d'heuristique générale* (Polycopié).
 - [8] HADAMARD Jacques. *Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique*. Traduit de l'anglais par Jacqueline Hadamard. Collection Discours de la méthode dirigée par Boris Ryback - Gauthier Villars 1975.
 - [9] YAGLOM. *Challenging Mathematical problems with elementary solutions*. Vol. 1 et 2. Holden Day San Francisco.
 - [10] SCHLARSKY, CHENTZOV, YAGLOM. *The U.R.S.S. Olympiad problems book*. H. Freeman and Co. San Francisco 1967.
 - [11] CONTEST IN HIGHER MATHEMATICS. Akademiai Kiado Budapest.
 - [12] HUNGARIAN PROBLEM BOOK. Vol. 11 et 12. New Mathematical Library.
 - [13] STEINHAUS H. *One hundred problems in elementary maths*. Pergamon London Press. 1963.
 - [14] OLYMPIADES SUEDOISES. 1961-1968. Textes des Problèmes. Solutions. Document interne de la Société Mathématique de France.
-

B 22 - Clubs mathématiques

Les participants au groupe B 22 étaient venus dans l'espoir de voir, d'entendre et d'apprendre beaucoup de choses sur les clubs mathématiques. Ils furent, je pense, déçus ; car trois seulement des participants animaient un club ou s'occupaient de jeux mathématiques. Quand ces trois personnes eurent dit ce qu'elles faisaient, l'ennui tomba vite sur le groupe ; car, par manque de matériel, de jeux (mauvaise organisation due à l'animateur), il fallut brasser des idées. Il n'était pas question de dresser une liste exhaustive des jeux, ni de donner leur mode d'utilisation.

Aussi l'animateur de fortune craint d'avoir fait changer d'avis certains collègues qui désiraient créer un club mathématique. Il espère donc que le compte rendu qui suit, qui reprend certaines idées ou questions émises dans le groupe, fera revenir sur leur décision ces collègues frustrés.

I. Clubs mathématiques, premier et deuxième cycles

Pour les activités d'un club mathématique, il faut distinguer les deux cycles du second degré. En effet, si dans le deuxième cycle les élèves utilisent facilement le crayon et le papier pour envisager des stratégies, pour rechercher des solutions, pour les dénombrer, si on peut aussi pousser assez loin l'analyse de certains jeux, dans le premier cycle il n'en est pas question (en général). Les élèves sont encore au stade manipulatoire, et ils expriment difficilement les règles, les tactiques qu'ils ont trouvées. Il y en a peu, par exemple, qui prendront un papier et un crayon (dans le cadre du club) pour rechercher le nombre de pentaminos différents que l'on peut construire. Par contre, si on leur propose un nombre suffisant de petits carrés en contre-plaqué ou en carton, alors ils les assembleront et trouveront les 12 pentaminos.

Autre exemple : pour leur faire former un carré magique d'ordre 3, par exemple, il faut leur proposer soit des pions sur lesquels figurent les nombres de 1 à 9, et un échiquier de 3×3 , soit neuf cartes à jouer comprenant l'as, le 2, ..., le 9.

Dans le premier cycle, il faut beaucoup de matériel.

II. Clubs mathématiques et mathématiques scolaires

Certains participants pensaient utiliser les jeux mathématiques dans leurs classes. C'est en effet possible. Mais ce qui, à mon sens, serait inimaginable, c'est de faire du club un cours complémentaire et supplémentaire de mathématiques. Les élèves doivent venir librement au club, par plaisir du jeu. Un club mathématique doit être un lieu et un moment où les élèves puissent :

- agir sans contrainte,
- prendre le temps de réfléchir,
- laisser courir leur imagination,
- faire des expériences.

L'animateur peut inciter, encourager les élèves, les conseiller si ces derniers le demandent ; mais en aucun cas il ne peut obliger un élève à travailler sur un jeu. L'utilisation d'un jeu pour faire passer une notion mathématique n'est pas du ressort du club.

III. Pourquoi un club ?

Le jeu est un mode d'expression de sa personnalité.

— Certains veulent, par le jeu, se mesurer à d'autres, et préfèrent les "duels", les jeux à deux (échecs, réversi, double mastermind, jeu de Nim).

— D'autres préfèrent l'exploit solitaire. Ils veulent réussir là où personne encore n'a réussi (dans le cadre du club bien entendu) ; (jeu du solitaire, pentaminos, tricalissons, cubes soma, etc...).

— D'autres veulent se prouver qu'ils ne sont pas "plus bêtes que les autres", en réussissant aussi ce qu'a fait un de leurs camarades.

— D'autres encore rechercheront des activités artistiques dans des pavages, des dallages, des frises ...

Dans tous les cas, le jeu éveille l'esprit, donne le goût de la recherche, développe le sens du raisonnement, et fait accepter librement l'effort.

Il faut remarquer aussi que ce ne sont pas nécessairement les bons, les doués en mathématique qui sont les plus acharnés au club. Des élèves de sixième et cinquième à programme allégé, qui ont donc des difficultés scolaires, viennent régulièrement au club, et s'y comportent aussi bien que leurs camarades des classes dites "normales". Il faut dire que dans un club, il n'est pas déshonorant de ne pas trouver une solution à une figure en "triokers" par exemple ; même le "prof" (l'animateur) n'y arrive pas s'il essaie ! (Combien d'enseignants osent se mesurer à leurs élèves dans un domaine qui déborde leurs spécialités ?).

Le club crée d'autres rapports entre enseignants et élèves ; et les élèves le sentent bien. Le club mathématique élargit l'éventail des activités mathématiques à l'école.

IV. Création d'un club mathématique

Pour créer un club, il faut :

— Disposer d'une certaine documentation concernant les jeux mathématiques, livres, revues ... (voir bibliographie, non exhaustive, en fin de compte rendu).

— Disposer d'un certain budget pour se procurer livres, jeux, ou bien être bricoleur pour fabriquer les jeux qu'on trouve ou non dans le commerce.

— Vaincre la réticence des élèves qui croient avoir encore à subir un cours de mathématique. L'expérience a montré que les élèves se méfient énormément de l'expression "club jeux mathématiques". Le mot "mathématiques" l'emporte sur le mot "jeux" ; il vaut donc mieux employer autre chose. A titre d'exemple :

Club E. Galois, CET P. Langevin, 83000 La-Seyne-sur-Mer.

Club Archimède, CES F. Rabelais, 79000 Niort.

(Club Thalès et club Pythagore ne sont peut-être pas de bons exemples, ils ont trop mauvaise réputation !).

V. Etre animateur d'un club

Beaucoup de questions, souvent contradictoires, se posent à un enseignant qui veut créer un club (pas nécessairement mathématique).

— Tous les syndicats d'enseignants crient à la surcharge de travail ; alors ?

— Animer en plus un club c'est vraiment donner une corde pour se faire pendre !

— Et animer un club bénévolement, c'est vraiment courir au suicide !

A vous de méditer là-dessus avant de vous décider à créer un club ! Mais pour alimenter votre méditation, on pourrait dire ceci : si on attendait que toutes les conditions nécessaires soient réunies pour faire quelque chose, on ne ferait rien, et ce serait bien triste !

De plus, les clubs, mathématiques ou autres, entrent dans le cadre des activités du foyer socio-éducatif. Un foyer socio-éducatif peut être créé dans tout établissement, avoir des statuts, un budget qui lui est propre. Le temps passé par les animateurs est rétribué en partie, sous forme d'heures-activités-dirigées (ce qui pose aussi un cas de conscience à certains collègues). Il suffit que le chef d'établissement en fasse la demande à l'inspection académique.

Pour conclure, on pourrait faire appel à tous les collègues qui animent des clubs mathématiques, qui utilisent des jeux mathématiques, pour qu'ils envoient à la rédaction du Bulletin des articles faisant part de leurs expériences.

Bibliographie

- "Le Petit Archimède", revue de l'ADCS, CES Sagebien, 80000 Amiens.
- Pentamino", revue de l'IREM de Grenoble.
- "Problèmes et divertissements mathématiques" I et II, Gardner (Dunod).
- "Nouveaux divertissements mathématiques", Gardner (Dunod).
- "Le paradoxe du pendu", Gardner (Dunod).
- "Mathématiques, magie et mystère", Gardner (Dunod).
- "Fantaisies et paradoxes mathématiques", Northrop (Dunod).
- "Mathématiques buissonnières", Deledicq (Cédic).
- "Mathématiques et jeux", F. Boule (Cédic).
- "Six thèmes pour six semaines", A. Myx (Cédic).
- "La mathématique vivante", Perelman (Cédic).
- "1001 tours et jeux mathématiques" (Les deux coqs d'or).
-

B 23 - Analyse de comportements heuristiques

Afin de centrer le travail du groupe, BALACHEFF fait un court rappel sur les méthodes envisageables pour une étude des comportements heuristiques.

— L'introspection, dans laquelle l'individu est à la fois l'observateur et le sujet de l'observation, ne permet pas des conclusions généralisables.

— Les méthodes expérimentales exigent une définition précise des objectifs, d'une problématique, d'une technique d'analyse (mise sur pied de grilles d'observation, analyse de données, etc...). De plus, on doit respecter les contraintes de reproductibilité de l'expérience et des résultats.

Des expériences sont évoquées :

— Un participant souligne qu'ayant eu l'occasion d'assister à une expérience à l'IREM de Bordeaux, il a remarqué beaucoup de choses, peut-être parce que cette fois-là il n'était pas à la fois observateur et enseignant.

— BANTEGNIE, de l'IREM de Montpellier, explique comment, ayant pensé que l'activité principale en mathématique est la résolution de problèmes, l'équipe avait centré son travail sur les comportements heuristiques. La méthode de Montpellier est une méthode clinique qui consiste à enregistrer au magnétophone toute l'activité d'une équipe de quatre personnes en situation de recherche.

— SAUVY parle de l'école DECROLY. Il utilise un cadre pédagogique dans lequel les élèves peuvent exprimer leur imagination et leur créativité. Au cours d'expériences, telles que prévoir le résultat de jets de dés, les comportements des enfants sont ceux d'une recherche en acte ; ils sont observés dans leur spontanéité.

— BALACHEFF fait part de sa propre démarche. Il n'étudie pas directement les élèves, mais un de leurs produits : la copie. La démonstration d'un problème de mathématiques peut se représenter à l'aide d'un graphe dont les propriétés sont liées aux comportements de recherche de l'élève.

Un premier échange porte sur la difficulté d'accéder aux processus mentaux :

— Une copie ne révèle pas le processus de recherche, mais une rédaction tenant compte de préceptes que le maître a donnés à l'élève.

— Toute production subit une élaboration qui ne livre pas les processus mentaux à l'état brut.

— Il faut déterminer le type d'information que la production peut fournir.

— Les réactions ou interactions dans la vie réelle d'un groupe en recherche offre une matière plus proche de la situation de recherche.

— Lors de l'observation, il y a toujours des "filtres" entre l'observateur et l'observé. Il faut en avoir conscience, particulièrement dans l'élaboration de grilles d'observation. Utiliser des techniques ayant déjà subi une critique méthodologique, par exemple : les questionnaires.

Un deuxième échange porte sur la notion de problèmes : il n'y a pas de problème si on n'implique pas la création. Problèmes ou exercices de mathématiques ?

Pour conclure, il émane du groupe une demande très forte de modèles concrets de recherche, de moyens précis d'observation.

On déplore le manque de formation psychologique des maîtres.

Annexe

Hypothèses sur les mécanismes intellectuels en action dans un comportement de recherches

par F. ROYOUN

L'expérimentation dans le domaine des comportements de recherche de solutions de problème est encore à ses débuts malgré une littérature relativement abondante. On pourra consulter à ce sujet le livre de P. OLERON "Les activités intellectuelles" aux P.U.F.

Le comportement à l'égard des problèmes a été abordé plus indirectement par les analystes du travail en groupe pour comparer les performances individuelles et collectives.

Plusieurs orientations d'observation pratiques ou de programmes de recherche expérimentale peuvent cependant être présentées, à notre avis.

I — Détermination du niveau d'observation

Un individu qui cherche un problème ne le fait pas avec un esprit vide. Il possède au moins :

— des connaissances concernant le domaine dans lequel le problème se pose. Ces connaissances peuvent être incomplètes (par rapport à celles qui sont nécessaires pour la tâche à aborder) ou indisponibles c'est-à-dire présentes à l'esprit d'une manière qui les rend peu utilisables pour la tâche à réaliser.

— des mécanismes opérateurs. On peut ne pas connaître toutes les manipulations possibles sur une équation d'un certain type. PIAGET a montré qu'un grand nombre d'activités sont impossibles à un enfant qui n'a pas acquis, d'une manière opératoire, le principe de constance (une même quantité de pâte à modeler peut se présenter en boulettes, en bâtons, etc..) et son corollaire, la réversibilité des opérations.

La plupart des connaissances ne deviennent efficaces que lorsqu'on les possède sous la forme de possibilité d'opérations. On pourrait en particulier s'intéresser :

- . au mode de perception des régularités ;
- . à l'activité déductive ;
- . au maniement du matériel symbolique.

— la recherche d'un problème s'effectue dans un environnement

. qui peut être affectif (relation au problème, à celui qui le pose, etc...)

. qui est constitué aussi par la manière dont le problème est exprimé, présenté. (Les études de problem-solving ont bien mis en valeur cet aspect des choses).

Enfin, il y a le niveau propre de la démarche de recherche mise en jeu. Un observateur qui se concentrerait sur ce dernier point devrait d'abord s'être assuré de l'état des autres éléments constitutifs de la situation.

2 — Observation du comportement de recherche

Pour la facilité de l'observation on pourrait tenter une classification des activités intellectuelles en jeu au cours de la recherche. Pour notre part, nous retiendrons trois grands groupes d'activités, à l'intérieur desquels nous pensons qu'il est possible de décrire sans jugement de valeur différents types de comportements. Bien entendu cela ne veut nullement dire que l'ordre de présentation soit l'ordre chronologique d'une démarche et que les interférences ou les chevauchements n'existent pas entre les différents groupes.

Premier groupe d'activités : le traitement de l'information (Pour bien se représenter cette phase, se souvenir des conseils empiriques donnés aux élèves : écrivez votre hypothèse, reformulez le problème, etc.....)

On pourrait distinguer alors :

— des comportements de recherche éliminant totalement cette phase, décrire sous cette rubrique, par exemple, les comportements de tâtonnements empiriques.

— des comportements visant à se donner une représentation plus perceptible des problèmes (dessins, comparaisons, écriture facilitant la manipulation).

— des comportements visant à faire apparaître des données implicites (par exemple, exprimer une valeur non donnée à partir d'éléments explicites, faire apparaître une identité remarquable, faire tableau ou schéma clarificateur ; écriture nouvelle des données, identification du problème permettant de se reporter à une méthodologie habituelle, etc...).

Deuxième groupe d'activités : les opérations de combinaisons des données. On pourrait se demander si l'on trouve des comportements comportant :

- une utilisation d'un programme systématique de combinaison (par exemple mise en relation systématique des données deux à deux)

- une utilisation d'une combinaison guidée par des hypothèses plus ou moins explicites

- des changements de stratégie au cours de la combinatoire. (Par exemple capacité d'abandonner un raisonnement déductif, pour reprendre le problème en partant des conditions de la solution)

- une volonté d'accéder d'emblée à la solution globale ou recherche d'éléments partiels en relation plus ou moins directe avec la solution.

On pourrait observer : . la manière dont sont enregistrées les tentatives effectuées et les conséquences tirées des échecs ou des réussites partiels ;

- . l'utilisation de l'analogie, du savoir disponible, etc... ;

- . le type d'utilisation des brouillons, etc...

Troisième groupe d'activités : les opérations de vérification. Pour en saisir l'importance, se souvenir que souvent la recherche est bloquée soit parce qu'on est convaincu que la solution n'existe pas, soit parce qu'on croit avoir trouvé la solution.

- Mise en relation de la solution ou des hypothèses concernant le travail à effectuer avec les données du problème.

- Evaluation de la possibilité des résultats trouvés.

- Test sur la rigueur des raisonnements adoptés et sur les calculs effectués.

(On notera que la capacité de tester soi-même ses résultats supprime la dépendance du chercheur par rapport au correcteur).

3 — Etudes de procédés pédagogiques ou expérimentaux pour étudier les comportements de recherche

- Utilisation de *tests partiels* (Par exemple, arrêter la recherche au bout de 5 minutes et tester la connaissance des données du problème, ou la *représentation* résultant de la lecture du problème).

- Utilisation de la *rédaction* de la recherche. Faire faire le récit des opérations réalisées au bout d'un certain temps de travail

(Il est possible qu'un travail de petites équipes, suivi d'une rédaction individuelle séparée, donne des renseignements plus intéressants).

— Analyse de brouillon, dans un entretien avec l'élève qui l'a rédigé, sans qu'il ait été prévenu de cette opération.

— Mise au point d'une batterie de problèmes, pour une passation progressive sur une période déterminée.

— Rédaction de problèmes par les élèves. Etude de ce genre d'entraînement sur les résultats pour des problèmes donnés dans des conditions habituelles.

— Expérimentation de l'effet produit sur la qualité du raisonnement par un cours sur la *nature* du raisonnement mathématique.

COMMUNIQUE

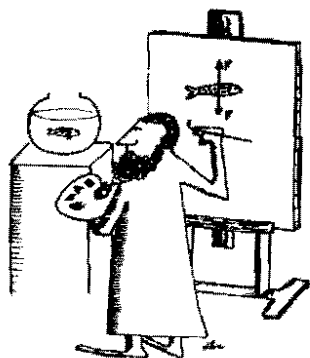
L'ASSOCIATION POUR LE DEVELOPPEMENT DE LA CULTURE SCIENTIFIQUE (ADCS), éditeur du "PETIT ARCHIMEDE", prépare un numéro spécial sur le nombre π .

Les contributions sont recueillies par :

J. BRETTE, 5 Villa Vauvenargues, 75018 Paris.

J.-C. HERZ, IBM-France, 36 avenue Raymond Poincaré, 75116 Paris.

Y. ROUSSEL, ADCS- π , CES Sagebien, 80000 Amiens.



Une question :
Avez-vous utilisé l'affi-
chette de la page 1031 du
Bulletin 306 ?

ETUDES

Les lecteurs trouveront dans ce Bulletin deux notices élaborées par la Commission du Dictionnaire. A propos de l'une d'elles, Associativité, J. Chastenet de Géry, Président de cette Commission, a rédigé l'article suivant.

Somme de scalaires et de vecteurs dans un espace vectoriel quelconque

par Jérôme CHASTENET de GERY (C.N.A.M.)

Les axiomes des espaces vectoriels ressemblent formellement à ceux des anneaux, et l'on y voit, en particulier, une associativité et une distributivité généralisées en ce sens que les éléments qui interviennent dans les formules correspondantes ne sont pas tous de même "espèce" : certains sont des scalaires et d'autres des vecteurs.

Nous allons montrer que cette distinction peut s'estomper et l'apparence devenir réalité, puisque l'on peut prolonger et unifier les additions et les multiplications partout sur l'ensemble des scalaires et des vecteurs réunis, qui forment alors un anneau dont les propriétés sont présentées. Ceci se fera non pas seulement dans le cas de l'espace euclidien usuel, comme avec les quaternions, mais avec un espace vectoriel (ou un module) quelconque, et fort simplement d'ailleurs. Une méthode voisine sera utilisée, dans un autre article, pour la construction de certaines algèbres généralisant les quaternions.

1. Espace vectoriel sur un corps commutatif

Soit E un espace vectoriel sur un corps K que nous supposons, pour commencer, commutatif (en revanche, la plus grande partie de ce paragraphe sera valable, mutatis mutandis, pour un module sur un anneau commutatif).

L'ensemble $K \times E$, comme produit de groupes abéliens additifs, est muni canoniquement de l'addition :

$$(s, v) + (s', v') = (s + s', v + v'),$$

qui en fait un groupe abélien additif, somme directe de $K \times \{0_E\}$ et $\{0_K\} \times E$. Munissons-le en outre de la multiplication interne définie par :

$$(s, v) (s', v') = (ss', sv' + s'v).$$

Il est facile de vérifier que $K \times E$ est alors un anneau commutatif unitaire où $(1, 0)$ est l'élément unité, et $(0, 0)$ l'élément nul.

Nous appellerons respectivement *part scalaire* et *part vectorielle* les projections canoniques de $K \times E$ sur K et sur E respectivement, et nous poserons pour tout $z \in K \times E$:

$$z = (S(z), \vartheta(z)).$$

Il est clair que l'ensemble $K \times \{0\}$ des *scalaires purs* et l'ensemble $\{0\} \times E$ des *vecteurs purs* sont des sous-anneaux de $K \times E$; le premier est isomorphe à K , et le second, de carré nul, est même un idéal.

D'ailleurs on vérifie que E' est un sous-espace vectoriel de E si et seulement si $\{0\} \times E'$ est un idéal de $K \times E$ (ou si et seulement si $K \times E'$ en est un sous-anneau), et même que tous les idéaux de $K \times E$ sont de cette forme (tout au moins quand K est un corps).

On voit aussi que si K' est une partie de K qui est un groupe pour la multiplication de K , alors $K' \times E$ est aussi un groupe multiplicatif. Ainsi $\{1\} \times E$ est un groupe abélien multiplicatif, isomorphe au groupe additif E .

L'anneau $K \times E$ ainsi construit n'est pas intègre (sauf si $E = \{0\}$) et les diviseurs de zéro non nuls sont les vecteurs purs non nuls (tout au moins quand l'anneau K est intègre).

L'anneau $K \times E$ est aussi de fait (sans opération supplémentaire) un espace vectoriel (donc aussi une algèbre associative) sur son sous-anneau $K \times \{0\}$, et sa dimension est supérieure d'une unité à celle de E .

Si les ensembles K et E sont disjoints, nous pourrions identifier K avec $K \times \{0_K\}$ et E avec $\{0_K\} \times E$ et cela sans risque de confusion (sauf pour les zéros de K , E et $K \times E$, mais cela n'est pas gênant en général). De la sorte nous écrirons $s+v$ au lieu de $(s, v) = (s, 0) + (0, v)$. On fait alors l'addition des scalaires et des vecteurs comme dans un groupe abélien additif quelconque. Quant

à la multiplication, elle se fait comme dans tout anneau commutatif, mais avec la règle supplémentaire :

$$\text{pour tous } z \text{ et } z' \text{ de } K \times E : \partial(z)\partial(z') = 0.$$

Donc, si s et s' sont des scalaires, v et v' des vecteurs, on a :

$$(s + v)(s' + v') = ss' + sv' + s'v.$$

L'identification précédente nous permet aussi d'écrire $K + E$ au lieu de $K \times E$.

S'il peut y avoir des confusions gênantes (par exemple quand E est un sur-anneau de K) on peut se contenter d'identifier seulement $K \times \{0\}$ avec K , puis poser $(0, v) = \epsilon(v)$ où ϵ est l'injection canonique de E dans $K \times E$; on remplace alors (s, v) par $s + \epsilon(v)$ mais on reconnaît toujours immédiatement la part scalaire et la part vectorielle. On peut écrire alors $K + \epsilon E$ au lieu de $K \times E$. On a :

$$[s + \epsilon(v)] + [s' + \epsilon(v')] = s + s' + \epsilon(v + v'),$$

$$[s + \epsilon(v)][s' + \epsilon(v')] = ss' + \epsilon(sv' + s'v).$$

En fait, il suffit de savoir que :

$$\epsilon(v + v') = \epsilon(v) + \epsilon(v'),$$

$$\epsilon(sv) = s \epsilon(v),$$

$$\epsilon(v) \epsilon(v') = 0.$$

On peut d'ailleurs pratiquement considérer ϵ comme un symbole qui se comporterait comme un scalaire, sauf que $\epsilon^2 = 0$; on a ainsi une généralisation des nombres duaux.

N.B. Si l'on considère le corps K comme espace vectoriel sur lui-même, l'anneau $K \times K$ tel qu'il est formé ici est en général distinct de l'anneau K lui-même, comme d'ailleurs de l'anneau-produit habituel $K \times K$ (où $(x, y)(x', y') = (xx', yy')$).

Signalons quelques identités de notre calcul :

$$[s + \epsilon(v)]^2 = s^2 + \epsilon(2sv),$$

$$[s + \epsilon(v)]^n = s^n + \epsilon(ns^{n-1}v),$$

$$[s + \epsilon(v)][s - \epsilon(v)] = s^2 \in K.$$

Si s^2 est inversible dans K , $s + \epsilon(v)$ est inversible dans $K \times E$ et l'on a :

$$[s + \epsilon(v)]^{-1} = s^{-1} - \epsilon(s^{-2}v).$$

On remarquera que l'on a ici des formules analogues à celles de développements limités au premier ordre, c'est-à-dire du genre * :

$$f(s + \epsilon(v)) = f(s) + f'(s)(\epsilon v).$$

En posant ${}^+z = S(z) - \epsilon(\vartheta(z))$, on a de plus :

$${}^{++}z = z,$$

$$z + {}^+z = 2S(z) \in K,$$

$$z - {}^+z = 2\epsilon(\vartheta(z)) \in \{0\} \times E,$$

$${}^+z \cdot z = [S(z)]^2 \in K.$$

2. Prolongements d'applications

Indiquons deux cas intéressants de prolongement à $K \dot{+} E$ d'applications définies sur E ou sur K .

2.1. Soit f une application linéaire de l'espace vectoriel E dans l'espace vectoriel F , tous deux sur K disjoint de E . On peut montrer qu'il existe un, et si $f \neq 0$, un seul (tout au moins quand K est bien un corps et disjoint de F) prolongement de f en une application de $K \dot{+} E$ dans $K \dot{+} F$, qui soit un homomorphisme d'anneaux. Le prolongement est tel que, pour tout $s \in K$ et tout $v \in E$, on ait :

$$f(s+v) = s + f(v).$$

Il est d'ailleurs aussi linéaire sur $K \dot{+} E$. On peut dire encore qu'une condition nécessaire et suffisante pour qu'une application f soit linéaire sur E est que son prolongement à $K \dot{+} E$, tel que $f(s+v) = s + f(v)$, soit un homomorphisme d'anneaux. Remarquons que si f applique linéairement E dans F et si g applique linéairement F dans G , le composé du prolongement de f de $K \dot{+} E$ dans $K \dot{+} F$ et du prolongement de g de $K \dot{+} F$ dans $K \dot{+} G$ est le prolongement de $g \circ f$ de $K \dot{+} E$ dans $K \dot{+} G$. Notons aussi que f et son prolongement de $K \dot{+} E$ dans $K \dot{+} F$ sont injectifs, surjectifs, bijectifs en même temps.

* Ce qui généralise d'une certaine façon le procédé de linéarisation au premier ordre décrit dans "Une méthode générale de linéarisation des problèmes physiques" par J.-M. SOURIAU et J. CHASTENET de GERY.

Actes du Colloque International de Mécanique, Poitiers, 1960.

(Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, n° 261).

Il faut prendre garde, néanmoins, que ce type de prolongement ne conserve pas toutes les propriétés fonctionnelles ; ainsi le prolongement de la somme de deux applications n'est pas, ici, la somme de leurs prolongements.

Soit $\hat{t}$ l'homothétie sur E de rapport $t \in K$; elle se prolonge ainsi à $K \dot{+} E$ de telle sorte que l'on ait pour tous $s \in K$ et $v \in E$:

$$\hat{t}(s + v) = s + \hat{t}(v) = s + tv .$$

Ce prolongement est bien linéaire, mais n'est pas une homothétie sur $K \dot{+} E$.

Cependant, le groupe abélien multiplicatif $\{1\} \times E$ est alors muni d'une structure d'espace vectoriel isomorphe à E , mais notée multiplicativement, quand on prend pour composé du scalaire t et du vecteur $1 + v$ le vecteur $\hat{t}(1 + v) = 1 + tv$. En notation multiplicative, ce dernier sera noté exponentiellement : $(1 + v)^t$. Ceci est d'ailleurs compatible avec (et prolonge) les identités vues au paragraphe 1.

2.2. Soit f une application définie sur K . On peut, dès qu'elle est différentiable ou du moins qu'il existe une dérivation convenable, la prolonger à $K \dot{+} E$ en posant, pour tous $s \in K$ et $v \in E$:

$$f(s+v) = f(s) + f'(s)(v) .$$

Exemple :

$$e^{s+v} = e^s + e^s v = e^s(1+v) .$$

On constate alors que les relations fonctionnelles sont en général conservées.

Exemple : Pour tous z et z' dans $K \dot{+} E$ et p dans Z , on a :

$$e^z e^{z'} = e^{z+z'} , \quad [e^z]^p = e^{p \cdot z} .$$

L'application $\exp = [z \mapsto e^z]$ est un homomorphisme du groupe additif $K \dot{+} E$ dans $K \dot{+} E$ muni de la multiplication.

Si $K = R$, on pourra considérer $\exp$ comme un isomorphisme du groupe additif $R \dot{+} E$ sur le groupe multiplicatif $R^+ \times E$, où R^+ désigne l'ensemble des réels strictement positifs. L'isomorphisme inverse est le prolongement du logarithme népérien ; pour tous $x \in R^+$ et $w \in E$, on a :

$$\text{Log}(r+w) = \text{Log } r + \frac{1}{r} w .$$

Ce prolongement vérifie pour tous z et z' dans $R_*^+ \times E$ et pour tout $p \in \mathbb{Z}$,

$$\text{Log}(zz') = \text{Log } z + \text{Log } z', \text{ et } \text{Log}(z^p) = p \log z.$$

Pour tout $r \in R_*^+$ et tout $v \in E$, on a aussi :

$$r + v = r(1 + \frac{v}{r}) = r e^{\frac{v}{r}}.$$

Si l'on veut bien appeler respectivement r et $\frac{v}{r}$ *module* et *argument* de $r + v$, on a, pour la multiplication, des règles analogues à celles des nombres complexes (attention cependant, ce module n'est pas une norme puisqu'il peut être nul sans que $r + v$ soit nul).

Pour tout $r \in R_*^+$ et tout $v \in E$, on peut définir les puissances d'exposant $t \in \mathbb{R}$ en posant :

$$(r + v)^t = r^t + t r^{t-1} v = r^t (1 + \frac{v}{r})^t,$$

ce qui est compatible avec toutes (et prolonge en un certain sens) les formules précédentes.

Le groupe multiplicatif $R_*^+ \times E$ est alors muni d'une structure d'espace vectoriel réel, notée multiplicativement, où le composé du scalaire t et du vecteur $r + v$ est $(r + v)^t$.

3. Le corps (resp. l'anneau) des scalaires n'est plus commutatif

Une partie de ce qui a été fait précédemment peut être étendue au cas où E est un espace vectoriel (resp. un module) sur un corps (resp. un anneau) K non nécessairement commutatif, à condition (ce qui est le cas le plus intéressant et en particulier celui de K^n) que E soit muni d'un produit par un scalaire à droite et d'un produit par un scalaire à gauche, et qu'ils soient compatibles. C'est-à-dire que l'on ait :

$$\text{pour tous } s \in K, v \in E, t \in K, [sv]t = s[vt].$$

Il suffit alors, pour munir le groupe abélien additif $K \times E$ d'une structure d'anneau (unitaire si K l'est) qui prolonge les opérations sur K et sur E , de poser :

$$(s, v)(s', v') = (ss', sv' + vs').$$

La vérification s'en fait sans difficultés.

SUJETS D'EXAMEN

Sur un exercice de calcul des probabilités (suite)

par C. BLOCH, IREM de Poitiers

Dans le dernier Bulletin (N° 306) on a pu lire une défense et illustration de l'exercice de calcul des probabilités posé au baccalauréat C en juin 76 à Paris. A. Tortrat a prolongé, complété l'exercice et en donne un corrigé exemplaire : ainsi développé cet exercice pourrait être posé à un candidat à l'agrégation non spécialiste de probabilités. Les lecteurs assidus du Bulletin (Cf. N° 302) se souviennent qu'il en fut de même l'an dernier, à l'occasion cette fois du problème, toujours en réponse à des protestations de collègues.

Depuis quelque temps on s'inquiète dans diverses Académies du niveau des sujets de baccalauréat, jugés souvent trop longs, trop ambitieux et sortant volontiers d'un programme pourtant très lourd (certains disent "délirant") : les correcteurs sont amenés alors à distendre le barème, chacun à sa façon, ou à ne pas compter les questions traitées seulement par un nombre infime ou nul de candidats. Finalement que juge-t-on, que sanctionne-t-on ? Avant de proposer et de choisir les sujets il faudrait s'entendre sur ce qu'on attend des candidats, sur ce qu'on attend de l'examen lui-même, à la fois conclusion du cycle secondaire et seuil de l'enseignement supérieur, deux rôles qui se sont peut-être modifiés dans les dernières décennies ? — en tout cas il serait bon d'y réfléchir.

A propos de l'exercice de probabilités ci-dessus mentionné — et avant de connaître le plaidoyer de A. Tortrat — je me suis livrée à une petite expérience avec le concours bénévole de collègues

enseignant en Terminale (C ou D) dans l'Académie de Poitiers. Je leur ai demandé de faire cet exercice, de noter le temps qu'ils y passaient, leurs étourderies éventuelles (auxquelles je m'attendais, les huit premiers cobayes les ayant tous faites sous mes yeux) et leurs observations en général. Une vingtaine de collègues m'ont livré sans complexes leurs états d'âme, je les en remercie collectivement ici.

Voici le texte tel que les élèves l'ont reçu — y compris les fautes de ponctuation — :

Deuxième exercice (sur 5 points)

Une urne contient n boules ; deux sont blanches, les autres sont noires. Elles sont, à part cela, identiques et on suppose que les tirages qui sont effectués donnent à chaque boule la même probabilité. On épuise l'urne en tirant les n boules, une à une, sans les remettre. On désigne par X la variable aléatoire égale au rang de la première boule blanche tirée.

1° Calculer la loi de X , c'est-à-dire, en fonction de n les diverses probabilités.

$$p_k = P(X = k) \quad k = 1, 2, \dots, n$$

2° a. Calculer le rang moyen ou espérance $E(X)$ pour la loi obtenue. On rappelle que :

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

b. Sachant que $E(X) = \frac{n+1}{3}$, en déduire, par une considération de symétrie, l'espérance $E(Y)$ du rang Y de la 2^e boule blanche tirée.

Et voici un résumé des observations faites par les professeurs ; étant donné leur concordance, la synthèse en a été facile.

Les collègues ont relevé d'abord quelques négligences dans la rédaction :

- "... donnent à chaque boule la même probabilité." (de faire quoi ?)
- "On désigne par X la variable aléatoire égale au rang ...", au lieu de : la v. a. qui prend pour valeur le rang....
- "... rang moyen ou espérance....", comme si les deux expressions étaient toujours synonymes (des collègues se sont posé la

question). L'auteur de l'énoncé était évidemment plus familier que les professeurs en général — et a fortiori les élèves — avec le langage des probabilités.

— “considération de symétrie” a paru “désuet” (?) et surtout trop vague ... d'autant plus que beaucoup de collègues n'ont vu cette symétrie que trop tard, après rédaction et réflexion.

Quant au *temps passé* sur cet exercice, il varie de 45 minutes à 1 h 15 ; or un candidat devrait normalement consacrer 1 heure à un exercice noté sur 5....

On signale ensuite les *difficultés purement techniques* :

- simplifier p_k (en admettant qu'on ait su l'écrire) ;
- calculer $E(X)$ sans s'embrouiller dans les indices : les élèves (et même les étudiants) ne sont *pas du tout* rodés à ce genre de calcul ;
- enfin, dans la dernière question, une bonne moitié des collègues qui ont vu la symétrie à temps (ou qui l'ont provisoirement admise) ont d'abord changé k en $n-k$ au lieu de $n-k+1$, puis se sont aperçus de leur erreur.

Les doutes et vérifications provoqués par ces calculs qui ont été jugés délicats expliquent en partie la durée du travail ; mais il y a plus grave, à savoir les *difficultés d'ordre méthodologique* :

Les élèves ne connaissent guère que les tirages avec remise où, si l'urne est “multicolore”, la probabilité de tirer une boule d'une couleur donnée s'identifie à la proportion des boules de cette couleur, si bien que les individus boules n'ont pas l'occasion de se manifester, si je puis dire. Même dans ce cas, la loi (dite géométrique ou : de Pascal) du temps d'attente de la première boule d'une certaine couleur pose problème aux élèves qui voient du binomial partout et ont du mal à envisager le point de vue converse *. Donc, première difficulté : *définir l'événement* $\{X = k\}$, si paradoxal que cela puisse paraître.

Mais ici les tirages se faisaient sans remise. La plupart des collègues, en se servant d'un arbre ou autrement, ont fait le produit, de proche en proche, des probabilités conditionnelles... qui ne sont pas au programme. Et pourtant “comment ne pas en parler ?”, j'en suis bien d'accord avec A. Tortrat — mais ceci est une autre histoire —. *Donc cette méthode n'était pas à la portée des candidats* ; restait à trouver un Ω convenable. Comme l'a écrit A. Tortrat,

* Où la variable n'est pas un nombre de boules mais un nombre de tirages.

“il est immédiat que si on épuise l'urne on obtient une permutation des N premiers entiers strictement positifs (les boules étant supposées numérotées de 1 à N)...” — c'est moi qui souligne. Les candidats avaient donc à faire preuve d'initiative pour : (1) individualiser des boules indiscernables et (2) poursuivre les tirages au-delà de la sortie d'une boule blanche.

Le moins qu'on puisse dire, c'est que l'énoncé ne les y aidait pas ; il dit bien qu'“on épuise l'urne”, mais cette information est effacée par la première question : celui qui fait l'exercice va jusqu'au tirage de la première blanche.... et s'arrête tout naturellement. Du même coup il ne verra pas la symétrie. Si ce blocage a été constaté chez les professeurs, on peut comprendre que les élèves n'aient même pas démarré. Il aurait fallu suggérer clairement un choix de Ω (plusieurs étaient possibles) qui mette en évidence l'ensemble des tirages exhaustifs de l'urne en question.

D'autre part, l'auteur du texte a peut-être pensé que faire figurer n (et non $n-1$) dans les formules inciterait à voir toujours globalement les n tirages (ce qui, on l'a vu, était indispensable pour la deuxième question). En fait c'était une cause supplémentaire de perplexité et d'erreur, p_n étant nul. Quand on avait scindé en deux morceaux $\sum k(n-k)$, il ne fallait pas s'aviser de calculer l'une des sommes de 1 à n et l'autre de 1 à $n-1$. Encore fallait-il connaître, ou retrouver, la somme des n (ou $n-1$) premiers naturels.

Cela dit, plusieurs collègues trouvent l'exercice intéressant et très possible à faire en classe, mais pas un jour d'examen sans aucune indication. *Convenablement guidé, un candidat moyen aurait pu faire la première question en un temps raisonnable pour un exercice.* Le 2° a. est un calcul relativement long pour qui n'est pas spécialiste de combinatoire (le “rappel” de la formule donnant la somme des carrés des n premiers naturels s'adressait aux correcteurs plus qu'aux candidats !). Nous aimerions savoir comment cet exercice a été noté, combien de copies ont abordé le 2° b. et ce qu'il en est résulté.

En principe, les exercices doivent être des applications immédiates du cours ; or les élèves ne connaissent guère que les tirages avec remise. On peut, et on doit, regretter qu'ils se trouvent désarmés devant une question aussi banale que le 1° de cet exercice, mais, dans l'énorme programme de Terminale, la partie Probabilités a un faible poids et les professeurs y sont pour la plupart

autodidactes**... De tout cela, les candidats au baccalauréat ne sont pas responsables. Les auteurs de textes devraient en tenir compte et songer qu'un élève capable de se débrouiller honorablement dans les limites du programme mérite d'être reçu. Ce n'est pas honnête de lui en demander plus. Si le programme est mal fait, il faut le modifier, mais *sans l'allonger* et en le ramenant de hauteurs abstraites vers des productions plus concrètes : il est sûrement plus intéressant de découvrir les probabilités conditionnelles sur un arbre ou sur un diagramme de Carroll que de parler de tribu quand on n'a strictement rien à en faire.

Cependant la dernière partie de l'article de A. Tortrat me fait craindre l'apparition des espérances conditionnelles au programme de Terminale (sous prétexte que les barycentres y figurent), alors que les étudiants de maîtrise ne les trouvent pas-du-tout triviales.... et d'ailleurs ignorent tout des barycentres !

J'emprunterai la conclusion à l'un de mes correspondants : "Comment lutter contre l'inflation des difficultés en mathématiques, en particulier au bac. C (et même D) ? Après tout, qui pose les textes ? Qui les choisit ? N'y a-t-il pas des professeurs qui vivent au-dessus de leurs (élèves) moyens ? L'A.P.M. a du travail à faire dans cette lutte anti-inflation."

** Les manuels aussi, apparemment...

REMERCIEMENTS ET OFFRE DE MANUELS

Je remercie les Collègues de l'A.P.M. et de sa régionale grenobloise qui ont répondu à ma demande de manuels périmés. Grâce à leurs dons j'ai constitué une collection d'environ 550 manuels français de mathématique de la période de 1900 à 1965.

Prenant ma retraite à la fin de l'année scolaire en cours, je me suis entendu avec l'I.R.E.M. de Grenoble qui hébergera la collection principale (400 ouvrages). Une cinquantaine d'ouvrages en double sont allés à la bibliothèque des Capétiens et Agrégatifs de l'Université de Grenoble. Il me reste encore une centaine d'ouvrages en double que je peux passer à un organisme que cela intéresserait (par exemple pour constituer le début d'une collection plus importante).

J. KUNTZMANN, Mathématiques Appliquées et Informatique, Université Scientifique et Médicale de Grenoble, Boîte Postale 53, 38041 GRENOBLE CEDEX

MATÉRIAUX POUR UNE BIBLIOGRAPHIE

UN BEAU METIER

Celui d'instituteur. Ou, puisqu'il faut considérer la réalité telle qu'elle est, même si c'est pour s'interroger sur les réformes que nous voudrions y apporter, celui d'institutrice. Un livre récent, *Institutrice*, par Marie-Madeleine LELOUP, nous en fait connaître certains aspects actuels ; il mérite d'être lu et médité par tous ceux, pas forcément enseignants mais citoyens conscients, qui savent l'importance des premiers pas dans la formation de l'enfant.

Sur les temps anciens du métier, nous avons, entre autres, deux bons petits livres, petits par le format mais suggestifs et instructifs sur le travail de nos anciens : *Les instituteurs* par Georges Duveau (éd. du Seuil, collection "Le temps qui court" n° 2), l'historien qui nous avait donné en 1947 un ouvrage capital *La pensée ouvrière sur l'éducation pendant la seconde révolution et le second empire*, et l'autre livre *Nous, les maîtres d'école* constitué par des autobiographies d'instituteurs de la "belle époque" (1880-1914) présentées par Jacques Ozouf (éd. Julliard-Gallimard, collection "Archives"). Plus récemment, 1969, Huguette Bastide avait publié son témoignage, *Institutrice de village* (éd. Mercure de France) qui peignait bien les dures conditions du métier en Lozère.

Le livre de M.-M. Leloup ne fait pas double emploi avec les précédents. Les conditions de travail évoluent avec le temps — on voudrait que l'évolution ait lieu dans le sens du progrès social et pédagogique —, elles sont différentes selon les régions. L'Yonne,

où M.-M. Leloup a commencé par faire des remplacements, souvent en classe unique, n'est pas la Lozère ; ensuite elle est venue travailler en Maternelle dans le XXème arrondissement de Paris.

Son témoignage est donc d'un double intérêt. Et puis, elle voulait être institutrice, elle a surmonté bravement tous les obstacles, toutes les difficultés que le débutant rencontre, surtout quand l'administration de l'Education Nationale ne l'aide en rien, ce qui est généralement le cas, quand elle ne s'ingénie pas à créer des difficultés où il ne devrait pas y en avoir. M.-M. Leloup en est sortie aimant passionnément son métier comme au premier jour, cela force l'estime.

On ne peut lire ce livre sans penser à la jeune Annick Menu qui sortait, elle, d'une formation pour les Maternelles, qui s'est trouvée confrontée avec une classe spéciale d'adolescents difficiles et qui s'est pendue ! Comment avait-elle été accueillie dans son poste, conseillée par son inspecteur ? Le récit de M.-M. Leloup nous fournit des éléments de réponse. Aux absurdités administratives, trouvons-nous toujours les parades qui s'imposent ? N'avons-nous pas trop souvent des difficultés à changer nos vieilles habitudes, à nous défaire d'une certaine dévotion aux autorités hiérarchiques ? Je ne veux pas dire que nous sommes responsables de la mort d'Annick Menu, mais nous n'avons tout de même pas su l'empêcher.

Le témoignage de M.-M. Leloup, à partir de situations vécues, amorce des réflexions sur bien des problèmes, le rôle de l'inspection, l'intérêt pour les enseignants du travail en équipe, l'excessive féminisation de la profession (et c'est une institutrice qui parle !) ... De plus, en appendice, on trouve des documents sur la vie de tous les jours en classe et des aperçus sur la formation des maîtres dans divers pays. Bien sûr, ce livre n'est pas sans défaut : un certain ton d'auto-satisfaction ; on aurait aimé, surtout de la part d'une militante du SNI et qui soutient ses thèses avec conviction (ce qui ne va pas sans faiblesse, en particulier pour l'enseignement des mathématiques et la fameuse "réforme" de 1970), une analyse de la situation syndicale de l'enseignement et une vue plus critique des perspectives d'avenir que le simple renvoi au projet de "L'Ecole Fondamentale".

Ce sont de bien secondaires réserves à côté du plaisir et de l'intérêt que j'ai pris à lire un livre dans lequel on sent l'amour de notre beau métier.

DES VRAIS PROBLEMES

Sans doute sommes-nous très nombreux à suivre la publication des fascicules du *Livre du problème*, réalisés par l'IREM de Strasbourg. Le premier fascicule, sur la pédagogie de l'exercice et du problème, date de 1972 (il vient d'être réédité). Le fascicule 6 qui vient de paraître concerne la *géométrie d'incidence*.

En quatre ans, l'entreprise confirme son importance en marquant une évolution : les fascicules ont tendance à grossir : sur la *parité*, en 1973, une cinquantaine de pages ; en 1976, 140 pages sur l'incidence. Evidemment les sujets sont différents, le dernier à être édité était, je crois, l'un des premiers en chantier, la gestation a été plus longue ; il ne faut rien regretter.

Le thème, en effet, se prête à des exercices de tous les genres et à tous les niveaux ; exemple, les histoires de lignes de métro. Les réflexions pédagogiques sont toujours les bienvenues. Un exemple qui m'a paru spécialement intéressant :

“Partir d'une relation quelconque pour définir des notions, qui ont surtout un intérêt en géométrie, peut paraître très abstrait, puisqu'on n'y fait aucune allusion à la nature des éléments qui interviennent. Dans l'initiation à la géométrie d'incidence, il est plus économique de considérer le plan Π comme un ensemble de *points* et un ensemble de parties de Π appelées *droites*. La relation I [d'incidence] étant l'appartenance.

Mais cette “simplification” produit des difficultés pédagogiques considérables : chaque fois que l'on introduira une notion mathématique grâce à un contexte trop concret, il faudra surmonter chez l'enfant tous les écueils du syncrétisme. L'enfant tient compte, non seulement des “règles du jeu” (des axiomes), mais aussi de toutes les connaissances informelles véhiculées par ailleurs”.

Dans la dernière phrase, faut-il seulement dire “l'enfant” ? Pour chacun de nous, le même processus de formation des notions à partir de certains modèles ne nous gêne-t-il pas à utiliser ces notions dans d'autres domaines ? N'y a-t-il pas là l'origine d'une résistance plus ou moins consciente à ce que certains ont appelé l'esprit moderne des mathématiques (mais qui est plutôt un des aspects essentiels de la pensée mathématique à travers son histoire) ?

Dans la préface de ce fascicule 6, les chercheurs de l'IREM de Strasbourg se défendent de sembler consacrer trop d'efforts à un sujet marginal (même si ses liens avec l'analyse combinatoire montrent que ce n'est pas aussi marginal qu'on pourrait le penser). Mieux, ils précisent leur but : développement des aptitudes intellectuelles, apprendre à raisonner, à manier l'abstraction, à imaginer, à combiner, *faire preuve de créativité tout en respectant des contraintes*. Ce faisant, dégager l'idée de structure, de raisonnement axiomatique, d'invariance par isomorphisme, de groupe. Pour apprendre à dégager le discours essentiel du "bruit de fond" qui tient à la situation concrète, les auteurs ont recours à une pédagogie polyconcrète : de situations variées se dégage la structure mathématique (idée qu'avait bien exprimée Dienes).

D'autre part, le thème est d'une grande richesse. De la représentation planisphérique du plan affine à 9 points au théorème de Desargues, le livre a de quoi satisfaire aussi les "chercheurs et curieux" que nous sommes un peu tous.

POUR L'INVENTAIRE

Rappel du code : $\square$ manuels ; $\circ$ pédagogie générale ; ∇ pédagogie pour la mathématique ; Δ culture générale ; * formation permanente des maîtres (éventuellement ** ou *** pour des ouvrages de niveau élevé ou très élevé) ; $\square\square$ articles publiés dans des revues.

Le numéro précédant le signe a seulement pour but de faciliter les références éventuelles. Pour certains ouvrages, le double signe * ∇ indique qu'ils comportent des préoccupations pédagogiques tout en apportant une information mathématique.

Cette classification et des commentaires éventuels encadrés de crochets [et] sont sous la responsabilité de G. Walusinski et ne signifient pas qu'une analyse plus complète ne sera pas publiée ultérieurement sous d'autres signatures.

Adresses des éditeurs cités :

CEDIC, 93 avenue d'Italie, 75013 Paris.

A. COLIN, 103 bd St Michel, 75005 Paris.

DUNOD, 17 rue Rémy Dumoncel, 75680 Paris Cedex 14.

Editions Sociales, 146 rue du Faubourg Poissonnière, 75010 Paris.

HACHETTE, 79 boulevard Saint-Germain, 75006 Paris.

HERMANN, 293 rue Lecourbe, 75015 Paris.

LAFFONT, 6 place Saint-Sulpice, 75006 Paris.

MAGNARD, 122 boulevard Saint-Germain, 75006 Paris.
 MASPERO, 1 place Paul Painlevé, 75005 Paris.
 MASSON, 120 boulevard Saint-Germain, 75006 Paris.
 NATHAN, 9 rue Méchain, 75014 Paris.
 PAYOT, 106 boulevard Saint-Germain, 75006 Paris.
 P.U.F., 108 boulevard Saint-Germain, 75006 Paris.
 Springer Verlag, Heidelberger Platz 3, D.1. Berlin 33.
 STOCK, 14 rue de l'Ancienne Comédie, 75006 Paris.
 VUIBERT, 63 boulevard Saint-Germain, 75006 Paris.
 Union Générale d'Éditions (10/18), 8 rue Garancière, 75006 Paris.

Claude HAMEAU

- 1 □ *Fichier de calcul numérique*, techniques opératoires ; CM2 et entrée en sixième, 48 fiches ; éd. Nathan, 14 F.

THIRIOUX, GASPARI, MIREBEAU, LEYRAT

- 2 □ *Mathématiques contemporaines*, CM2, éd. Magnard.

THIRIOUX, SANCHEZ, NICOLAS, RETY

- 3 □ *Prémathématiques contemporaines*, petites et moyennes sections, 32 fiches, éd. Magnard.

THIRIOUX, SANCHEZ, DAMPIERRE, BEAUDOIRE

- 4 □ *Prémathématiques contemporaines*, enfants 5 à 6 ans, 60 fiches, éd. Magnard.

Charles GUILLOT

- 5 □ *Préparer le BEPC*, memento mathématique, 104 p., éd. Magnard.

R. PELLEING et E. GOBET

- 6 □ *Les mathématiques dans l'enseignement spécial*, 64 fiches pour l'élève ; fichier du maître ; éd. Nathan.

L. LESIEUR, Y MEYER, C. JOULAIN, J. LEFEBVRE

- 7 □ *Algèbre générale*, Mathématiques Supérieures, premier cycle, première année ; collection U ; 244 p., éd. A. Colin, 65 F.

M. BERTIN, J.P. FAROUX, J. RENAULT

- 8 □ *Thermodynamique*, 324 p., 59 F.

- 9 □ *Mécanique*, 278 p. ; cours de physique, classes préparatoires et premier cycle universitaire ; 49 F., éd. Dunod.

Gilbert WALUSINSKI

- 10 □ *Les bases des mathématiques*, en classes terminales ; 80 p., éd. Nathan.

D. GUERIN, P. VASCHALDE, A. WARUSFEL

- 11 △ *Le calculateur de poche et ses jeux*, 220 p., éd. Hachette. [Un livre qui évitera à ceux qui ont acheté un calculateur de poche de ne s'en servir qu'en cas de besoin ; car on peut aussi jouer avec].

Jean GENET

- 12 ** *Mesure et intégration*, théorie élémentaire, 324 p., relié 110 F., éd. Vuibert.

Denise HUET

- 13 *** *Décomposition spectrale et opérateurs*, 148 p., collection "Le mathématicien", éd. P.U.F.

I.R.E.M. de Strasbourg

- 16 *Le livre du problème*, fascicule 6, géométrie d'incidence, 144 p., éd. CEDIC [Voir p. 157 de ce *Bulletin*].

P. HILTON

- 17*** *Structural stability, the theory of catastrophes and applications in the sciences*, proceedings of the conference held at Battelle Seattle Research Center, 1975, 408 p., prix 35 D.M., éd. Springer Verlag,

- 18 □□ *Courbes mathématiques*, numéro spécial (8 juillet 1976) de la *Revue du Palais de la Découverte*, 168 p. [Réédition sous la forme d'un beau volume très bien imprimé sur papier fort d'une ancienne collection de cartes postales. Un livre à pouvoir consulter dans les bibliothèques des classes secondaires ... là où elles existent].

Marie-Madeleine LELOUP

- 19 ○ *Institutrice*, collection "Un homme et son métier", préface de A. Ouliac ; 276 p., éd. Robert Laffont. [Voir p. 155 de ce *Bulletin*].

François GEORGE

- 20 ○ *Prof à T*, 188 p., collection 10/18 n° 1098, Union Générale d'Editions. [Témoignage d'un professeur de philosophie].

Claude DUNETON

- 21 ○ *Je suis comme une truie qui doute*, 192 p., 29 F., éd. Seuil. [Un autre témoignage d'un professeur qui a enseigné l'anglais en classe de transition].

Monique SEGRE

- 22 ○ *Ecole, formation, contradictions*, collection "Notre temps" n° 21, 252 p., Editions Sociales. [A partir d'une thèse de troisième cycle dirigée par V. Isambert-Jamati et d'articles parus dans *L'Ecole et la Nation*].

Luc BERNARD

- 23 ○ *Les écoles sauvages*, 272 p., éd. Stock.

Jean-François PABION

- 24 ** *Logique mathématique*, préface de Marcel Guillaume, collection "Méthodes", 296 p., 58 F., éd. Hermann.

Jean-Marc BRAEMER, Yvan KERBRAT

- 25 * *Géométrie des courbes et des surfaces*, collection "Méthodes", 198 p., 38 F., éd. Hermann.

C. HOUZEL, J.L. OVAERT, P. RAYMOND, J.J. SANSUC

- 26 △ *Philosophie et calcul de l'infini*, collection "Algorithmes", 236 p., éd. F. Maspero. [Ce livre est le produit de la collaboration de philosophes et de mathématiciens à partir de groupes de travail de l'ENS. Quatre parties : "La philosophie dans tous ses états (de Platon à Hegel) par P. Raymond ; "Introduction aux travaux d'Euler et de Lagrange en analyse" par J.L. Ovaert et J.J. Sansuc ; "Euler et l'apparition du formalisme" par C. Houzel ; "La thèse de Lagrange et la transformation de l'analyse" par J.L. Ovaert].

LES PROIES DU LISERON

Queneau, qui vient de mourir, avait réuni sous le titre *Bords* (aux éditions Hermann) un certain nombre d'articles dont "Bourbaki et les mathématiques de demain". On aimerait lire des articles de cette qualité dans les revues qui se disent culturelles mais ignorent souvent les sciences et plus souvent encore les mathématiques. Queneau avait écrit : "C'est en forgeant qu'on devient forgeron, c'est en écrivant qu'on devient écrivain". J'ai pensé, pour lui rendre hommage, à la suite "C'est en lisant ..." et à ranger de petites notes sous le titre "Les proies du liseron".

— L'Académie des Sciences se réforme et se rajeunit : dans sa séance du 29 novembre 1976, elle a élu membres titulaires Gustave Choquet, René Thom et Jean-Pierre Serre.

— L'A.P.M.E.P., vous connaissez ? Dans ces derniers mois, l'APMEP a publié, en plus de ses *Bulletins*, les brochures suivantes : *La multiplication des naturels à l'école élémentaire* qui constitue *Elem Math II* (56 pages) ; *Hasardons-nous* (220 pages) qui réunit quinze articles sur l'enseignement des probabilités et des statistiques ; *Mathématiques pour la formation d'adultes* (190 pages), en collaboration avec le Centre Université Economie d'Education Permanente, un recueil de fiches pour un enseignement à des adultes ; *A la recherche du NOYAU des programmes de mathématiques du premier cycle secondaire* (220 pages) pour aider les nombreux collègues qui enseignent à ce niveau.

S'il y en a qui disent que l'APMEP ne s'intéresse pas à l'enseignement, c'est qu'ils ne savent pas lire.

— MOTS. Et j'en oublie ! Et pas la moindre des publications : *Mots III*, brochure 76. Avec des rubriques aussi importantes que numération, loi de composition, congruences, ordre. Quand on sait avec quelle conscience travaille la commission "Mots" animée par Duvert, on est en droit de s'interroger : l'APMEP a-t-elle raison de s'intéresser ainsi à l'enseignement élémentaire alors que, pour M. Haby, il suffit de savoir chanter "8 fois 7" ?

— Profusion et contradiction. D'un côté je constate la profusion de travaux sur la didactique mathématique, dans les IREM, en France ou dans d'autres pays. Exemples, ce colloque de Carry-le-

Rouet (juin 76) sur "les calculateurs programmables", cet essai de Glaymann sur "l'initiation aux méthodes itératives et l'utilisation de calculateurs avec des enfants", ou encore ce travail réalisé en équipe à Prades (réunion CRAP 1976) par J. Sauvy, à partir de l'étude des déplacements en ville, ou enfin cette première brochure par M. Longo sur le nombre 28 au Cours Élémentaire (publication de la Société Belge de Professeurs de Mathématique d'expression française) et la toujours si vivante revue *Math Ecole* de Neuchâtel. Tous ces exemples et tous ceux que j'ignore.

Et de l'autre côté, cette tendance officielle à rejeter sur les recherches pour une pédagogie plus ouverte les difficultés que l'école connaît dans tous les pays. En France, nous avons le privilège d'avoir M. Haby comme Ministre. En Grande-Bretagne, M. Callaghan rejoint certaines des critiques conservatrices contre les "comprehensive schools".

Il ne faudrait tout de même pas oublier les méfaits des pédagogies dites traditionnelles et la mode rétro ne devrait pas aller jusqu'au retour au "par cœur".

— Interdisciplinarité. Aux Journées d'Orléans, notre collègue VIGNES, biologiste, avait participé aux travaux d'un groupe. Il a étudié "Les séries fondamentales de peuplement dans l'espace et dans le temps en milieux terrestres et marins", une brochure de 82 pages éditée par le CRDP de Nice (prix 20 F).

— L'orientation par les maths : Jadis, on sélectionnait dans les lycées par le latin, maintenant par les maths. Stendhal propose la sélection par le mexicain : "Un certain nombre d'imbéciles et de gens adroits conviennent entre eux qu'ils savent *le mexicain*, par exemple ; ils s'imposent en cette qualité à la société qui les respecte et aux gouvernements qui les paient. On les accable de faveurs, précisément parce qu'ils n'ont point d'esprit, et que le pouvoir n'a pas à craindre qu'ils soulèvent les peuples et fassent du pathos à l'aide des sentiments généreux".

(*La Chartreuse de Parme*, chap. VIII)

A propos de deux comptes rendus de mon livre

“Evolution et étude critique des enseignements de mathématiques”

par Jean KUNTZMANN

Notre collègue G. Walusinski a publié (Le Monde de l'Education et Bulletin de l'APMEP n° 306) deux comptes rendus de l'ouvrage cité ci-dessus.

Depuis une vingtaine d'années, je rédige pour diverses revues scientifiques des comptes rendus d'articles ou d'ouvrages. Je connais donc bien les règles déontologiques de cette activité. L'une des premières est de ne jamais se charger de deux comptes rendus du même ouvrage. Une autre est de commencer par essayer de se mettre dans la peau de l'auteur, de comprendre et de décrire ce qu'il a voulu faire. On peut ensuite donner des appréciations sereines sur ce qu'il a fait.

Utilisons cette méthode avec les deux articles de notre collègue. On y trouve des fleurs pour l'auteur, des fleurs pour le directeur de la collection, puis l'expression d'une déception qui se transforme assez vite en insinuations plus ou moins malveillantes. Quels sont les griefs de Monsieur Walusinski ? J'en dénombre onze :

- ne connaît l'enseignement que par les textes officiels,
- invente un mouvement “Mathématique Moderne”,
- ne parle pas de la Commission Lichnérowicz,
- ne parle pas des IREM,
- a des connaissances historiques insuffisantes,
- ignore l'astronomie et la psychologie,
- reste schématique,
- est platement polémique,
- tronque les citations,
- est peu scrupuleux sur les moyens,
- n'a aucune expérience de l'enseignement.

Les sept derniers griefs mettent en doute, soit la compétence, soit la probité intellectuelle de l'auteur. Les lecteurs de l'ouvrage arbitreront ce conflit.

Les premiers, par contre, méritent une étude plus détaillée pour laquelle je reprends ma casquette d'auteur.

a) Ce livre n'a pas été écrit au courant de la plume. Il y a environ huit ans que j'ai commencé (pour les besoins de mes étudiants) à penser au sujet. J'ai lu certes les Instructions mais aussi de nombreux manuels (j'ai même constitué à cette occasion une bibliothèque grâce aux dons de nombreux collègues), de nombreux livres, articles (en particulier dans le Bulletin de l'APMEP, dans ceux des IREM). J'ai glané des informations au cours de nombreuses conversations, mené des enquêtes sur des points particuliers, participé à la rédaction de documents qui ont été utilisés dans des classes, fait des conférences pour exposer mes idées aux critiques des collègues. Evidemment, je n'ai jamais enseigné dans le second degré (sauf pendant mon stage d'agrégation). Mais qui peut se vanter d'avoir enseigné de la Maternelle à l'Université ?

b) Ce n'est pas moi qui ai inventé le terme Mathématique Moderne. On a cru longtemps qu'il désignait un contenu. Mais les programmes ne se sont pas modernisés tout seuls ni par la volonté d'un seul homme. D'où l'idée d'appeler Mathématique Moderne ce "mouvement" qui a œuvré pour la modernisation des programmes en France aussi bien que dans de nombreux pays étrangers.

c) J'ai pris la décision, une fois pour toutes, de parler des enseignements tels qu'ils sont officiellement définis et tels qu'ils sont effectivement réalisés (la différence peut être non négligeable), mais de ne pas entrer dans le détail inextricable des projets, discussions, avances et reculs que l'on trouve autour d'une modification importante des enseignements. Dans cette optique, la commission ministérielle dite Commission Lichnérowicz ne peut que s'effacer derrière les textes officiels qui ont été produits à son initiative ou contre son gré. Par contre, il m'a paru important de dire comment une commission de réflexion sur les programmes devrait être composée et fonctionner.

Je dirai en terminant que faute de s'imposer une méthode de travail rigoureuse notre collègue s'est mis à rêver, en lisant mon livre, d'un autre qui s'intitulerait "Histoire de la modernisation des programmes de mathématique en France". En se rendant compte que ce n'est pas cet ouvrage que j'avais écrit il a été déçu. Mais pourquoi ne l'écrirait-il pas lui-même ? Je m'offre dès maintenant pour en faire un compte rendu objectif aux lecteurs du Bulletin de l'APMEP.

5

VIE DE L'ASSOCIATION

5-1 - L'A.P.M.E.P. et la réforme Haby

a) La rentrée 1977 en sixième

Celle-ci suscite de nombreuses inquiétudes de la part de toutes les Associations de Spécialistes qui ont décidé d'alerter tous les Parents d'Elèves, en particulier ceux dont les enfants rentrent en sixième l'année prochaine.

Les adhérents de l'A.P.M.E.P. recevront prochainement, par le canal des Régionales, le texte à diffuser directement aux parents ainsi qu'aux maîtres de CM2, à la presse locale, aux élus locaux.

Le Comité du 16 janvier 1977 a voté à l'unanimité le texte suivant :

Le Comité National de l'A.P.M.E.P., réuni le 16 janvier 1977, constate :

- qu'à cette date ne sont encore publiés ni les arrêtés, ni les circulaires relatifs à la rentrée 1977 en sixième ;*
- que, malgré les promesses faites par le Ministre à la suite de la pétition nationale de Mai 1976, les horaires prévus actuellement dans le Premier Cycle sont de quatre heures pour le professeur, soit trois heures hebdomadaires pour l'ensemble de la classe, la quatrième heure devant être consacrée à une "action de soutien" pour le tiers des élèves au plus ;*
- qu'ainsi une heure dédoublée de mathématiques est supprimée ;*
- qu'un professeur aura la responsabilité d'un plus grand nombre de classes et que des postes seront supprimés ;*
- que les manuels ne sont pas encore édités, ce qui empêchera tout choix judicieux ;*

demande à tous les adhérents :

- d'alerter tous les collègues sur la gravité de la situation ;*
- de diffuser le plus largement et le plus rapidement possible à*

tous les parents d'élèves le texte de la Conférence des Présidents des Associations de Spécialistes qu'ils recevront dans quelques jours ;

- de différer d'un an le choix des manuels en sixième ;*
- de prendre la responsabilité de maintenir en lieu et place d'"actions de soutien" et d'"activités d'approfondissement", s'ils le jugent préférable, les enseignements de travaux dirigés par demi-classe ;*
- en tout état de cause, de refuser l'organisation d'actions de soutien ou d'activités d'approfondissement par regroupement d'élèves de classes distinctes.*

b) Les futurs programmes de quatrième et de troisième

L'Inspection Générale a invité l'A.P.M. à participer à deux réunions, le 27 novembre et le 15 décembre 1976. Le bureau a délégué à ces réunions R. Métregiste, président de la Commission du Premier Cycle, comme observateur. Celui-ci était le seul participant enseignant effectivement dans les classes concernées. De nombreuses propositions ont été reçues par l'Inspection Générale mais aucune n'a été sérieusement débattue.

Une troisième réunion, prévue en Janvier, s'est "avérée inutile". Il semble que les avant-projets soient actuellement entre les mains du Ministre. Au 16 Janvier, le Bureau n'en a pas eu connaissance. Le Bureau a envoyé au Ministre la lettre ci-dessous.

Clermond-Ferrand, le 18 janvier 1977

P.L. HENNEQUIN

Président de l'A.P.M.E.P.

à

Monsieur le Ministre de l'Education

Monsieur le Ministre,

Nous avons bien reçu votre lettre du 3 janvier 1977 relative aux futurs programmes des classes de quatrième et de troisième dans les collèges.

Nous sommes pleinement d'accord avec les termes du deuxième paragraphe de cette lettre sur le but de la formation donnée dans les collèges.

Par contre, nous continuons à émettre les plus fortes réserves sur la procédure suivie pour "consulter" les enseignants concernés par ces programmes. Ceux-ci ont depuis longtemps rencontré dans l'enseignement des programmes actuels, tel qu'il était prescrit par les commentaires les accompagnant initialement, des difficultés d'un tout autre ordre que "quelques erreurs d'interprétation". Ils seraient profondément déçus d'un simple replâtrage de ces textes.

Notre Association propose que l'Inspection Générale tienne compte à la fois :

- de l'effort réalisé par les maîtres pour s'adapter aux programmes actuels
- de l'hostilité que ceux de quatrième et de troisième continuent à susciter
- de la nécessité de changements profonds reposant sur l'évaluation de réelles expérimentations.

Le seul moyen de changer la situation actuelle consiste à augmenter la liberté des maîtres vis-à-vis des programmes et des méthodes d'enseignement.

Ceci suppose :

- un allègement des programmes, par exemple selon les méthodes de la circulaire du 19.02.1973, obtenue par une action opiniâtre et massive de notre Association ;
- un découpage entre les classes (par exemple quatrième et troisième) qui fonde une liberté réelle permettant par exemple de traiter la géométrie affine avant la géométrie métrique ou, à l'opposé, d'introduire d'emblée celle-ci. Il n'est pas toujours possible en effet de confier les mêmes élèves au même maître durant les deux années de quatrième et de troisième ;
- une définition précise des objectifs de notre enseignement mathématique, hors des généralités et des affirmations de principe qu'on trouve dans les textes existants ;
- un effort continu de formation permanente, grâce aux I.R.E.M., donnant aux maîtres la possibilité de mieux dominer leur enseignement dans une heureuse synthèse de la pratique enseignante, de la recherche pédagogique et de la formation mathématique.

Faute d'une telle politique, de nouveaux programmes ne pourraient que susciter l'hostilité des professeurs de mathématiques déjà indignés par la réduction des horaires et des postes.

Nous vous prions d'agréer, Monsieur le Ministre, l'expression de nos sentiments très respectueux.

5-2 - L'annulation des stages en Janvier 1977

Un téléx ministériel du 31 décembre a annulé la plupart des stages prévus par les I.R.E.M. en janvier. Le Comité du 16 janvier a envoyé au Ministre la protestation ci-dessous.

Texte du Comité National A.P.M. du 16 janvier 1977 relatif à la suppression, en janvier 1977, de stages, séminaires....

Le Comité National A.P.M.E.P., réuni à Paris le 16 janvier 1977, déplore, à l'unanimité, le téléx du Ministre de l'Education relatif à la suppression des stages, séminaires, ... en janvier 1977 et les conditions dans lesquelles il a été signifié puis appliqué.

LE COMITE REMARQUE QUE :

- 1) *Il est pour le moins désinvolte, et singulièrement méprisant pour les organisateurs et les participants, de signifier début janvier, sans concertation ni avis préalable, la suppression en janvier même de stages, séminaires, ... décidés de longue date généralement très officiellement.*
- 2) *Le téléx du Ministre accuse un divorce parfait entre la motivation invoquée (difficulté de remplacer les maîtres en hiver) et les suppressions réalisées. Finalement les stages nécessitant des moyens de remplacement des maîtres ont été maintenus alors que, généralement, les stages, séminaires, ... supprimés n'en réclamaient pas ! (ainsi pour tous ceux qui concernaient les professeurs de C.E.S., Lycées, Université).*
- 3) *Ces suppressions désorganisent — sans motif donc — des travaux, concertations, réflexions, à programmation annuelle. Cette désorganisation engendrera des frais supplémentaires. Elle complique la tâche des maîtres touchés et dessert l'intérêt des élèves.*
- 4) *Ce téléx inutilement vexatoire et générateur de désordre n'en pose pas moins le problème de la forme des stages de formation continuée. Il met en évidence les avantages de la formule I.R.E.M., qui n'entraîne aucune désorganisation des services.*

En ce qui concerne le télex lui-même, le Comité National demande son annulation immédiate et, pour l'avenir, l'assurance qu'il ne sera pas édicté de telles mesures et dans de telles conditions.

5-3 - La formation des maîtres de la voie 3, intégrés comme P.E.G.C.

Cette question a fait l'objet de plusieurs demandes au Ministère en 1976 et d'une entrevue avec le S.N.I. le 14 janvier 1977.

Le Comité du 16 janvier a une nouvelle fois attiré l'attention du Ministère sur la nécessité de cette formation et fait des propositions précises associant les I.R.E.M., les centres de formation P.E.G.C. et l'Université à cette formation.

5-4 - Le séminaire des 5 et 6 mars 1977

Le séminaire annuel de l'A.P.M. se déroulera samedi 5 et dimanche 6 mars, probablement à Paris. Deux directions d'activités ont été retenues.

1) Une réflexion et une première rédaction à propos du projet de la nouvelle charte. Ce travail n'est pas un exercice de style mais doit permettre de fixer les grandes orientations de l'A.P.M. pour les années à venir à partir des discussions actuellement en cours au niveau des régionales.

2) Des débats plus conjoncturels dans le cadre des commissions de l'A.P.M. (élémentaire, premier cycle, second cycle, etc...) afin de faire le point de l'évolution actuelle de l'enseignement des mathématiques et de dégager des lignes d'action à proposer au Comité National et au Bureau.

Des précisions pratiques (lieu, formalités d'inscription, etc...) peuvent être obtenues auprès des régionales.

5-5 - Votes 1977

Aux adhérents de l'A.P.M.E.P.

Vous recevrez, dans la première quinzaine d'avril (sauf événements imprévisibles), une enveloppe contenant le matériel de vote, c'est-à-dire :

- une brochure donnant les modalités des votes, le rapport d'activité, le compte rendu financier, la liste des candidats pour le renouvellement partiel du Comité National et leurs déclarations de candidature ;

- un bulletin de vote ;
- une enveloppe bleue ;
- une enveloppe bulle.

La date limite d'expédition sera indiquée dans la brochure. Mais nous vous demandons de voter dès réception du matériel de vote.

Le Bureau de l'A.P.M.E.P.

5-6 - L'A.P.M.E.P. et le problème de l'inspection

Notre Association a précisé à plusieurs reprises sa position sur le problème de l'Inspection (cf. Charte de Caen, p. 20, n° 7 ; Journées de Nancy, Bulletin n° 291, p. 756-761).

Nous recevons régulièrement des lettres de collègues qui nous prouvent que le problème est toujours d'actualité.

A titre d'exemple, en voici une :

Villeurbanne

Octobre 1976

Mesdames et Messieurs les Inspecteurs Généraux
de Mathématique

Les professeurs de mathématique soussignés, enseignant au lycée Pierre Brossolette de Villeurbanne, constatent que l'inspection actuelle :

— par son aspect rare et bref, consiste essentiellement en un contrôle superficiel de la bonne application des textes, programmes et autres directives officielles grâce surtout à la lecture du cahier de textes ;

— méconnaît ainsi beaucoup d'aspects importants de l'action éducative, comme la qualité des relations élèves-professeurs, l'influence d'un professeur sur les élèves qu'il garde longtemps et les progrès qu'il peut leur faire réaliser sans qu'ils accèdent nécessairement à un haut niveau, la capacité d'initiative et le travail en équipe ;

— s'accompagnant d'une notation qui sanctionne les enseignants et pèse sur leurs promotions et mutations, crée entre inspecteurs et inspectés un type de rapport hiérarchique empêchant tout dialogue vrai ;

— ne permet pas aux enseignants d'en retirer un bénéfice pédagogique réel.

En définitive, ils sont convaincus que l'acte pédagogique, par sa nature même, ne se prête ni au contrôle ponctuel extérieur, ni à l'estimation quantitative.

C'est pourquoi ils contestent le rôle, le contenu et les modalités de l'inspection dite pédagogique, et ils demandent :

- une réforme de l'inspection qui aboutirait à :
 - la suppression de la notation,
 - la substitution de la notion d'animation pédagogique à celle d'inspection ; cette animation pédagogique étant assurée par des professeurs ayant effectivement et récemment enseigné dans les classes qu'ils visiteraient. Nous pensons surtout aux sections A-B-G et même D où les problèmes qui se posent sont d'une toute autre nature, surtout sur le plan pédagogique ;
 - l'intégration dans le service des enseignants d'heures de formation continue et de concertation.

Dans l'immédiat, ils demandent aux inspecteurs généraux :

- d'annoncer leur visite,
- de tenir une réunion avec tous les professeurs de mathématique de l'établissement, afin qu'ils soient informés des problèmes que se posent les enseignants.

Nous pensons qu'il vous sera possible de prendre en considération ces remarques, et nous vous prions d'agréer nos sincères salutations.

MM. Arnaud, Besson, Biéatrix, Burret, Grillot, Mme Jay, M. Keller, Mme Laborie, M. Morel.

5-7 - Calendrier de travail de l'A.P.M. 1976-77

	Bureau complet	National mini	Comité National	Commission Publications	Autres réunions
Mars		5 à 20 h		6 à 14 h*	Séminaire A.P.M. 5-6 région parisienne
Avril		22 à 20 h (à Tours)			
Mai		14 à 9 h			
Juin	18 à 9 h		19 à 9 h	18 à 16 h	

* et non pas le 5 à 16 h

5-8 - Réunion A.P.M.E.P. - Informatique Vendredi 19 novembre 1976

Compte rendu établi par A. DELEDICQ, le 22.11.76

I — Commission "Informatique et Mathématique"

Cette commission est créée au sein de l'APMEP.

Les objectifs sont les suivants :

1. Tenir à jour un fichier sur les calculatrices

a) de poche, entre 0 et 5000 francs ; responsables : Mandrille et Faciot à l'IREM de REIMS.

b) Miniordinateurs, entre 5000 et 100 000 francs ; responsable : Martinie à l'IREM de GRENOBLE.

Ce fichier, tenu à jour grâce aux informations centralisées à REIMS et GRENOBLE, sera systématiquement envoyé aux "correspondants de la commission" (voir 2) et, sur demande, aux adhérents APMEP.

Il pourra être publié annuellement dans le Bulletin.

2. *Diffuser aux adhérents* APMEP les informations suivantes :
 - a) Liste des documents disponibles sur le sujet dans les IREM, CRDP, régionales ou autres organismes.
 - b) Liste des équipes de recherche, et titre de la recherche, par académie.
 - c) Recensement des établissements utilisant des matériels pour l'enseignement avec indication de ce matériel.

Le recueil continu de ces informations est effectué par un *correspondant de la commission* par régionale.

II — Organisation du travail

- Il est essentiellement fait par correspondance entre les membres de la commission.
Une réunion annuelle est prévue lors des Journées Nationales annuelles de l'APMEP, une autre ayant lieu à l'occasion, par exemple, d'une réunion INTER-IREM sur l'informatique. (première réunion à prévoir : 17-18 juin 77 à LYON).
- Les correspondants tiennent à jour l'ensemble des informations recueillies. Leur adresse figure dans le Bulletin, afin que chaque adhérent puisse obtenir auprès de lui les documents désirés.

Ils reçoivent les informations des autres régionales à partir de PARIS.

En effet : Ces renseignements sont centralisés à PARIS par A. DELEDICQ et R. HEBENSTREIT, responsables de la commission pour 1977.

Un extrait significatif sera publié annuellement dans le Bulletin.

- La liste des correspondants des régionales représentées ce jour figure plus loin.
- Les régionales non représentées sont invitées à nommer un correspondant et à en informer A. DELEDICQ.
- R. HEBENSTREIT est chargée de la liaison avec la COPREM, et de centraliser la bibliographie.

III — Correspondants - 1ère liste

ACADEMIE	Nom	
REIMS	MANDRILLE	Lycée Léon Bourgeois, Avenue de Champagne, 51200 ÉPERNAY. Personnelle : Champillon 51160 Ay
NANTES	BETREMA	IREM de Nantes
LYON	CLERJON (SUBTIL	5, rue des Lilas, 69340 Francheville 11, rue Faguin, 69500 Bron
ORLEANS TOURS	MILCENT	Lycée Rémi Belleau, 33, rue Bretonnerie, 28400 Nogent-le-Rotrou
CLERMONT	BRESSON	2, rue Sorel, 15100 Saint-Flour
PARIS-SUD	MEYER	Lycée V. Duruy, 33, bd des Invalides 75007 Paris
TOULOUSE	VIEULES	IREM de Toulouse
GRENOBLE	MARTINIE	10, rue de la Plaine, 38160 Gières
POITIERS	COINEAU	CES Pierre Loti, 17304 Rochefort
NANCY	GRAND	IREM de Nancy
STRASBOURG	VILLAIN	IREM de Strasbourg
RENNES	LE ROUX	2, La Peupleraie, 35760 St-Grégoire
BORDEAUX	BOUSCASSE	4, rue Baudin, 47000 Agen

PUBLICATION A.P.M.E.P.

MATHEMATIQUES POUR FORMATION D'ADULTES

par Philippe LOOSFELT et Daniel POISSON, C.U.E.E.P.
Centre Université Economie d'Éducation Permanente.
Université des Sciences et Techniques de Lille.

192 pages. Prix : 18 F (sans port : 16 F).

Voir dans le Bulletin 302, pages 202 et 203, un *extrait* de la brochure.

Bulletin 302, pages 202 et 203, un *extrait* de la brochure.

"Depuis 7 ans, le C.U.E.E.P. assure exclusivement des formations d'adultes, dans la Région Nord-Pas-de-Calais..."

Dans cet ouvrage, écrit d'abord pour aider les formateurs du C.U.E.E.P. dans leur tâche, nous essayons de montrer comment certains thèmes peuvent être utilisés, comment telle fiche s'est révélée passionnante, quels sont les échecs qui nous ont poussés à corriger certains points, etc..."

Cette brochure intéresse aussi les enseignants en formation initiale, du premier et du second degrés ; elle peut les aider à renouveler leurs exercices, la présentation de certaines notions, etc.

Pour vous procurer cette brochure, adressez-vous à votre Régionale ou Départementale.

5 - 9 - Vie des Régionales

Régionale de Picardie

Académie d'AMIENS

Inspection Académique de l'Aisne

Information et Orientation

LAON, le 1er octobre 1976

L'Inspectrice de l'Académie d'AMIENS
en résidence à LAON,

à Mesdames et Messieurs les Chefs d'établissement
de premier cycle
Madame et Messieurs les Directeurs des
Centres d'information et d'Orientation
Mesdames et Messieurs les Professeurs de
Mathématiques des classes de troisième

Objet : Devoir commun de mathématique en classe de troisième

Des expériences d'épreuves normalisées en classe de troisième ont été faites dans certains districts de ce département il y a quelques années, expériences qui avaient donné satisfaction à la plupart des professeurs qui y avaient participé.

Cette année, je souhaite reprendre cette action en la généralisant à l'ensemble du département, mais en la limitant dans un premier temps aux mathématiques. En effet, les résultats en mathématiques ont une importance particulière dans les prises de décisions d'orientation en fin de troisième, importance qu'il faut d'ailleurs veiller à ne pas surestimer dans certains cas d'orientation.

L'intérêt de devoirs communs est de pouvoir situer chaque élève, non seulement par rapport à ses camarades de classe, groupe trop limité pour être vraiment représentatif du niveau moyen actuel des élèves de troisième, mais par rapport à l'ensemble des élèves de troisième du département (environ 4 600) et de fournir aux professeurs une base de référence commune. Ces devoirs

communs ne prétendent pas étudier d'une manière exhaustive toutes les connaissances possibles et souhaitables des élèves de troisième, mais ils permettent de faire le point sur le degré d'assimilation de certaines connaissances précises. Ils ne peuvent et ne doivent pas remplacer les observations et les appréciations faites par les professeurs sur leurs élèves tout au long de l'année scolaire ou devenir des "super-compositions" ou examen déguisé d'entrée en seconde. Je tiens d'ailleurs à ce que les résultats de ces devoirs communs *ne figurent pas* sur les dossiers d'orientation des élèves : je demande aux Chefs d'établissement de veiller particulièrement à ce détail important.

Pour l'élaboration du premier devoir commun qui sera donné à tous les élèves de troisième et de troisième aménagée en novembre ou début décembre, Monsieur l'Inspecteur Pédagogique Régional VIBES a bien voulu se charger d'animer un groupe de travail composé de professeurs de mathématiques, dans le cadre de l'I.R.E.M.. Ce premier devoir portera essentiellement sur les connaissances en mathématiques qui doivent normalement être acquises en fin de quatrième. Un second devoir commun sera donné en fin de second trimestre ou au début du troisième : pour ce second devoir, si l'épreuve comporte des questions qui n'auront pas encore été étudiées en cours, la note totale de l'épreuve sera diminuée d'autant de points prévus pour ces exercices et les résultats de ces élèves ne devront pas figurer dans les relevés de notes destinés au calcul de l'étalonnage. Il est bien entendu que si l'on veut pouvoir comparer les résultats entre eux, il sera indispensable de respecter strictement les temps de passation et les barèmes de corrections prévus. En ce qui concerne les dates de passation, celles-ci seront également précisées en temps utile et je vous demande de les respecter dans toute la mesure du possible. Cependant, ces dates pourront éventuellement être avancées ou reculées d'une journée par les Chefs d'établissement pour des raisons particulières impératives.

Les relevés de notes des élèves seront adressés au Directeur du Centre d'Information et d'Orientation du district soit directement, soit par l'intermédiaire du conseiller d'orientation de l'établissement : un étalonnage départemental des notes totales et une étude sur les pourcentages de réussite de chaque exercice seront réalisés par les soins de l'Inspection Académique avec l'aide technique des Centres d'Information et d'Orientation et vous seront ensuite communiqués.

Je remercie par avance tous ceux qui vont travailler à la réalisation de ce projet et recevrai bien volontiers toutes les suggestions et les observations que vous pourrez me faire à ce sujet.

G. ROBIDA

*
* *
*

Comité Régional Picard
de l'A.P.M.E.P.

Compiègne, le 23 octobre 1976

à Madame l'Inspectrice d'Académie de l'Aisne
Madame l'Inspectrice,

Ayant pris connaissance de votre lettre circulaire du 1er octobre adressée à Messieurs les Professeurs de mathématiques des classes de troisième du département de l'Aisne, le Comité Régional Picard de l'Association des Professeurs de Mathématique de l'Enseignement Public, réuni le 20 octobre à Amiens, s'étonne de certains aspects :

- référence à des expériences sur lesquelles les collègues n'ont aucune information ;
- projet de généralisation de cette action à l'ensemble du département, qui n'est pas fondé sur le volontariat des collègues.

Le Comité estime que la généralisation de l'expérience, imposée aux professeurs non volontaires, risque de fausser l'expérience et ses résultats.

Par conséquent, le Comité vous demande instamment :

- de surseoir, dans l'immédiat, à la réalisation de ce projet, et en particulier de ne pas lancer le devoir prévu au 1er trimestre ;
- de réunir les professeurs volontaires intéressés par cette expérience, qui en discuteront les modalités avec le groupe IREM.

Le Comité vous prie de recevoir, Madame l'Inspectrice d'Académie, l'assurance de son profond respect.

Pour le Comité, J. PROTIN

Copies transmises :

à Madame l'Inspectrice d'Académie de l'Aisne
à Monsieur l'Inspecteur pédagogique régional de mathématique de l'Académie d'Amiens
au Bureau National de l'Association des Professeurs de mathématiques
à Monsieur le Directeur de l'IREM de Picardie.

Note du comité : Madame l'Inspectrice d'Académie de l'Aisne a envoyé, depuis, une seconde lettre circulaire aux professeurs de mathématiques, modifiant les modalités de cette épreuve dans le sens souhaité. En particulier, seuls les professeurs volontaires réaliseront cette expérience.

REGIONALE DE NICE

ASSEMBLEE GENERALE, Année Scolaire 76-77

L'Assemblée Générale de la Régionale a eu lieu le Mercredi 1er décembre 1976, au lycée d'Estienne d'Orves à Nice, qui est d'ailleurs, rappelons-le, le siège de notre Régionale (tout courrier est à y adresser : Régionale APM, Lycée d'Estienne d'Orves, 06050 Nice).

Elle a été précédée d'un exposé de Messieurs Masure, professeur de psychopédagogie à l'Ecole Normale de Filles, et Blanc, professeur de mathématiques à l'EN, sur les apports de la psychologie génétique à l'enseignement des mathématiques.

Christiane Zehren, présidente du bureau sortant, a présenté dans le rapport moral le bilan de l'action de ce bureau, qui a fonctionné sur une courte période. En particulier : signature de la pétition nationale APM ; démarrage d'activités dans la ligne de l'action du Bureau national (second cycle, formation des maîtres) ; vente de brochures ; relations avec l'IREM, au Conseil d'Administration duquel l'APM est représentée. A ce C.A., l'APM a demandé des commissions chargées de l'information, du choix des stagiaires (cf. A.G. de février 76), a voté pour la désignation du Directeur, conformément à la décision prise en bureau, etc...

Ce rapport a été voté à l'unanimité moins une voix. Egalement voté, à l'unanimité, le rapport financier présenté par Monique Leenhardt.

Election d'un nouveau comité : Avant de passer à cette élection, l'Assemblée Générale a procédé à deux votes, et décidé :

- d'admettre, pour cette Assemblée Générale, les procurations dont certains participants étaient porteurs ;
- d'autoriser désormais tout participant aux Assemblées Générales à être porteur de deux procurations au plus.

Trésorière : Maryse PORTIER

**Autres membres : Maurice CARMAGNOLE, Michel MERIGOT,
Marie-Louise ROUBION.**

Prévisions d'activités : Le Bureau souhaite voir fonctionner rapidement des Commissions travaillant dans la ligne de l'action du Bureau national. Un appel pressant est donc adressé à tous les membres de la Régionale qui pourraient venir travailler sur certains thèmes. Qu'ils se manifestent en donnant leurs coordonnées, et éventuellement la liste des dates et heures qui leur conviennent. Voici des noms pour différents travaux possibles (la liste n'est pas limitative : critique textes baccalauréat, ...) ; écrire à ces personnes, c/o Régionale APM, Lycée d'Estienne d'Orves, 96050 Nice :

Elementaire et Maternelles : BLANC

Premier cycle : Mme LLORENS

Second cycle : Mme LEENHARDT

Enseignement post-bac : MERIGOT

Technique : TECOURT

Formation des Maîtres : COURRIERE, Mme PEYRACHE

Formation permanente des Adultes : MARIA

Mots : COURRIERE

Recherche pédagogique : BLANC

Informatique : Mmes LEENHARDT, GIORGI

etc...

Douze candidats s'étaient présentés. Le comité de 10 membres, élu, s'est constitué en bureau :

Présidente : Monique LEENHARDT

**Vice-Présidents : Michel BLANC, Michel COURRIERE, Nicole
LLORENS, Marie-Jeanne PAPAZIAN**

Secrétaire : Marie-Hélène PEYRACHE

**SI VOUS CHANGEZ D'ADRESSE,
SIGNALÉZ-LE DES QUE POSSIBLE A**

I'A. P. M. E. P.

(29, rue d'Ulm, 75005 PARIS)

**SANS ATTENDRE L'APPEL DE
COTISATION**