

Sommaire

1. Editorial	
P. L. HENNEQUIN : Le temps du mépris	213
2. Etudes	
R. DOMAIN, P. MONSELLIER, J. PINAUD : Base magique	217
J. DE BIASI : Inversion algébrique	226
3. Echanges	
M. GLAYMANN : Initiation aux méthodes itératives et utilisation de calculateurs avec des enfants	233
N. BALACHEFF : Analyse de comportements heuristiques. Quelles méthodes ?	252
P. JACQUEMIER : Pédagogie par objectifs	259
B. PARZYSZ : Télé(picto)gramme (notes de télélecture)	260
P. MAHAUT : Le Robinson de la Mathématique : Vendredi se lance dans l'invention	263
4. Interdisciplinarité	
S. POIRIER : Technique matricielle en analyse de fabrication	267
L. et J. CHIARUTTINI : Optique matricielle	290
5. Les rubriques de l'A.P.M.E.P.	
M. ARNOULD : D'autres rectifications au Dictionnaire A.P.M.E.P.	297
G. WALUSINSKI : Matériaux pour une bibliographie (lectures à deux voix. Pour un inventaire. Chez les fiseurs)	298
6. La Vie de l'Association	
6.1. La réforme Haby	
6.1.1. Les nouveaux programmes de sixième et cinquième et les avant-projets de programmes de quatrième et troisième	305
6.1.2. Communiqué du 6 mars 1977 sur ces avant-projets. Note du 12-12-76	311
6.1.3. Rappel sur les manuels	317
6.1.4. Rapport de la Commission "Premier Cycle"	318
6.1.5. Lettre aux Parents d'Elèves	323
6.1.6. Communiqué de l'équipe E.S.E. (Enseignement Scientifique et Expérimental)	326
6.1.7. Projet de programme du cycle préparatoire de l'école primaire	328
6.1.8. Communiqué sur le cycle préparatoire	335
6.2. Le travail du Comité National et du Bureau National	
6.2.1. Rapport d'activité 1976-77	336
6.2.2. Compte rendu financier 1976	340
6.2.3. Synthèse des réunions de Comité et de Bureau	341
6.2.4. Calendrier de travail du 3ème trimestre 1976-77	343
6.3. Communiqué sur le nombre des postes au CAPES et à l'agrégation	344
6.4. Entrevue avec le SNI-PEGC	345
Annexe : Projet de l'IREM de Caen sur la formation des maîtres de la voie III	349

8.5. Présentation des Journées de Limoges (septembre 1977)	351
6.6. Textes préparatoires à la nouvelle Charte	361
6.6.1. Introduction historique (1968-1978)	362
6.6.2. Finalités de l'enseignement mathématique	369
Annexe	375
6.6.3. Organisation scolaire, expérimentation, recherche	377
6.6.4. Formation des maîtres	388
6.6.5. Formation permanente	391
6.6.6. Relations avec les autres organismes	393
6.7. Vie des Régionales	
6.7.1. Lille	396
6.7.2. Reims	402

Annonces diverses :

Colloque sur Couturat 232 — Classes de Math. Sup. et Math. Spéciales Techniques 295 — Rencontre CRAP de l'été 1977 404 — Le Petit Archimède 401 — Publications de la Régionale Parisienne 198-403 — Brochures APMEP : 216 - 259 - 304 - 360 - 394 - 395 - 400 — Errata 265 —.

Ce Bulletin contient en outre :

Dossier d'inscription aux Journées de Limoges (septembre 1977)

Les annonceurs :

COLIN 405 — BELIN 406 — DELAGRAVE 407 — Librairie du GLOBE 408 — HERMANN 409 — MASSON 410 — NATHAN 411 — HATIER 412 — HACHETTE 413 — BORDAS 414 — ISTRA 415 — VUIBERT 416-418 — Editions de la Capitelle 417 — MAGNARD 419 — CEDIC 420 — 3e et 4e de couverture.

PUBLICATIONS DE LA REGIONALE PARISIENNE DE L'A.P.M.E.P.

Brochure n° 2 de la collection "Chantiers de Pédagogie Mathématique", 190 pages, 29 F.

INITIATION AU LANGAGE MATHÉMATIQUE

Analyse d'une expérience d'enseignement

par Josette ADDA

(Préface de Hans FREUDENTHAL)

Certains écrivent des manuels que d'autres utilisent.

Certains éditent des guides que d'autres suivent.

Certains élaborent un cours personnel qui reste confidentiel, ou qui devient un manuel.

Dans ce livre :

- Le "manuel" est en annexe (six séries de fiches).
- En annexe aussi figure une étude chiffrée sur les réactions des élèves. (Ne serait-ce pas le minimum à demander à tout manuel lancé sur le marché ?)
- L'ESSENTIEL est ailleurs : c'est le livre proprement dit. C'est l'étude qu'il propose, exercice par exercice, des difficultés rencontrées.

C'est la description qu'il donne des tâtonnements, des erreurs, des malentendus suscités par tel mot, telle notion, etc..

Ce sont les moyens qu'il indique pour surmonter ces malentendus.

Ce sont les réflexions qu'inspirent à l'auteur les difficultés rencontrées, réflexions suffisamment approfondies quand le sujet le mérite.

1

EDITORIAL

Le temps du mépris

par Paul-Louis HENNEQUIN^()*

Lorsque, le 26 mai 1976, nous avons remis au Recteur Gauthier les 28 513 signatures de la pétition nationale (signée depuis par 2 000 autres collègues), il a feint la surprise et nous a affirmé avec force, au nom du Ministre, que tout élève des collèges aurait droit comme actuellement à un enseignement hebdomadaire de mathématiques de quatre heures. Dans une brochure du 12 octobre 1976, intitulée "La réforme du système éducatif, questions et réponses" et distribuée à tous les administrateurs, on peut lire sous la plume du Ministre (H. 45) : "Dans les collèges, l'horaire hebdomadaire (de mathématiques) actuel de 4 heures sera au minimum maintenu". Or les textes actuellement publiés ou en cours de publication font état d'un horaire de 3 heures de mathématiques pour la classe entière complété, non pas pour chaque élève mais bien pour le professeur, par une quatrième heure consacrée aux "actions de soutien" ou aux "activités d'approfondissement". Cette quatrième heure, précisent les textes, "ne figure pas à l'emploi du temps de la classe mais seulement dans le service du professeur". Quant au soutien, "le nombre des élèves à soutenir ne devra pas, le plus souvent, dépasser le tiers de l'effectif". Les deux autres tiers n'auront donc pas droit à cette quatrième heure.

(*) J'ai écrit cet éditorial à la suite de conversations avec Gilbert Walusinski au cours du séminaire des 5 et 6 mars. Qu'il soit remercié de la part active qu'il prend ainsi à la vie de notre association.

En ce qui concerne l'approfondissement, les élèves pourront s'y consacrer éventuellement suivant "les méthodes du travail autonome dans leur forme la plus accomplie ... le professeur aura à coeur de suivre de près les études ainsi entreprises" ; ce qui en clair signifie, ou bien que les élèves sont livrés à eux-mêmes ou bien que le professeur consacre bénévolement une partie de son temps, en dehors de son horaire normal, à ces activités.

Quant à l'attribution éventuelle d'heures dédoublées aux classes de plus de 25 élèves, on trouvera dans ce Bulletin p. 318 une étude de la Commission du Premier cycle comparant les propositions du Ministère à la situation actuelle.

*
* *

Nous nous réjouissons, jusqu'en 1974, de voir le nombre de reçus au CAPES augmenter régulièrement grâce au gros effort fourni par les Universités pour la formation mathématique des candidats. Malheureusement, depuis l'arrivée au Ministère de M. Haby, non seulement cette croissance a été stoppée, mais le nombre de postes mis au concours est amputé chaque année de 20 %, de sorte qu'il a été divisé par deux en quatre ans. Ainsi, en 1976, 3910 candidats du concours normal, donc licenciés ès-sciences mathématiques, se sont vu offrir 385 places tandis que 1835 Ipétiens, donc fonctionnaires stagiaires recrutés pour servir dans l'Education Nationale, se sont "partagé" 617 places. Dans le même temps, on ferme les centres de formation des PEGC et on refuse toute formation aux professeurs recrutés parmi les maîtres de la voie III. Les communiqués de notre Association pour protester vivement contre cet état de fait, les propositions constructives qu'ils contiennent (cf. p. 344 et p. 349) restent sans réponse. On feindra ensuite de s'étonner du désespoir des jeunes attirés par l'enseignement.

*
* *

Récemment, le Syndicat National des Instituteurs et le Ministre de l'Education se sont trouvés en opposition. On pourrait prétendre que cela ne concerne pas directement l'APMEP ; mais, à cette occasion, M. Haby a prononcé des phrases qui appellent notre attention.

M. Haby a été scandalisé par l'hostilité du SNI aux règlements par lesquels il entend mettre en application ce qu'il appelle sa réforme. "Le SNI est là pour défendre les instituteurs et pas pour juger des contenus", a-t-il déclaré, ajoutant plus loin : "il n'est pas dans son rôle quand il porte un jugement sur les aspects pédagogiques. C'est une franche insubordination".

Avait-on jamais entendu un Ministre de l'Education Nationale s'opposer à ce qu'un groupement d'enseignants s'intéressât à la pédagogie ?

Si les propos du Ministre ont dépassé sa pensée, il faut regretter que la plus haute autorité de l'Education Nationale ne sache pas maîtriser son langage. Nous écartons cette éventualité. Mais alors, si ces propos traduisent bien la conception qu'il se fait de la liberté d'association, nous sommes en droit de nous en inquiéter.

L'APMEP est une association mise sous le régime de la loi du 1er juillet 1901 (article 1 de ses statuts). Elle a pour but "l'étude des questions intéressant l'enseignement des mathématiques ET la défense des intérêts professionnels de ses membres" (article 2). Je souligne la conjonction. En ne s'intéressant qu'à la défense des intérêts de ses membres, l'APMEP n'agirait pas conformément à ses statuts. Pour notre association, "juger des contenus" de l'enseignement, "porter des jugements sur les aspects pédagogiques", fait partie de ses buts.

Les statuts de notre association ont été déposés conformément à la loi. A une époque (1910), il est vrai, où M. Haby ne pouvait même pas envisager de devenir ministre. Aucune loi n'est venue restreindre la liberté d'association, mise à part la période d'occupation.

Nous n'échapperons donc pas au dilemme : ou bien violer nos statuts, ne plus nous intéresser à notre enseignement et nous concilier peut-être les faveurs ministérielles (ce qui n'est toutefois pas assuré), ou bien rester fidèles à notre raison d'être en tant qu'association et risquer de contrarier M. Haby dans ses entreprises.

C'est bien dommage pour lui, mais je crois que le choix naturellement s'impose.

2

ETUDES

Base magique

Par Jacques PINAUD, Robert DOMAIN, et Pascal MONSELLIER,
IREM d'Orléans

T.J. Fletcher (1) disait en 1972 ne pas connaître le théorème général concernant la dimension de l'espace vectoriel réel des matrices magiques d'ordre n . En fait, Chambadal et Ovaert l'obtiennent en exercice (2). En voici une autre démonstration, qui permet en outre de déterminer facilement une base de cet espace vectoriel.

Rappelons la définition de "matrice magique" : Une matrice carrée réelle d'ordre n est magique si et seulement si les sommes des éléments de chaque ligne, de chaque colonne et des deux diagonales sont égales.

A. Quelques cas particuliers :

A. 1 Ordre 1 — Toute matrice $M = (a)$ (a réel) est magique — L'espace vectoriel engendré est de dimension 1 (isomorphe à $\mathbb{R}$).

A. 2 Ordre 2 — La matrice $M = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$ (a, b, c, d réels) est magique si et seulement si

$$a+b = c+d = a+c = b+d = a+d = b+c.$$

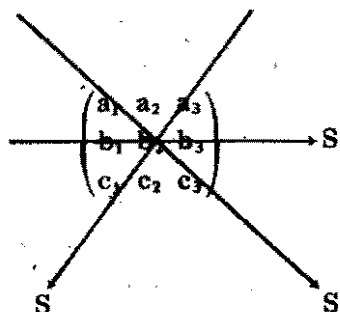
On conclut aisément que M est magique si et seulement si elle s'écrit : $M = \begin{pmatrix} a & a \\ a & a \end{pmatrix}$. L'espace engendré est de dimension 1.

(1) in "L'Algèbre Linéaire par ses applications" CEDIC p. 19

(2) in "Algèbre Linéaire et algèbre tensorielle" DUNOD p. 469 exercice n° 5.

A.3 Ordre 3 — La matrice $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}$ est magique si et seulement

si les sommes des éléments de chaque ligne, de chaque colonne, et de chaque diagonale sont égales. Soit S cette somme commune. La somme des éléments de la seconde ligne et des deux diagonales vaut donc $3S$.



Donc

$$(a_1 + b_2 + c_3) + (a_3 + b_2 + c_1) + (b_1 + b_2 + b_3) = 3S$$

Si nous faisons apparaître la première et la troisième colonnes (de somme S) dans cette égalité, on a :

$$3b_2 + (a_1 + b_1 + c_1) + (a_3 + b_3 + c_3) = 3S$$

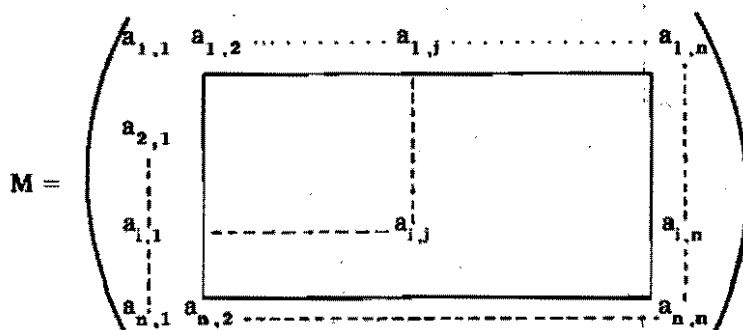
$$3b_2 = S$$

$$\text{et } b_2 = \frac{S}{3}$$

Le choix du terme central b_2 (obtenu en supprimant dans la matrice les éléments du "bord") détermine donc la somme S . On pourrait démontrer que l'espace vectoriel considéré est de dimension 3. Nous allons plutôt généraliser cette remarque pour déterminer la dimension dans le cas général.

B. Matrice magique d'ordre n ($n \geq 3$).

B.1 Soit M une matrice carrée d'ordre n . Nous noterons par des lettres grecques les suites d'éléments, et par des lettres latines la somme de ces suites d'éléments.



Posons : $A_i = (a_{i,1}, a_{i,2}, \dots, a_{i,j}, \dots, a_{i,n})$ i ème ligne
 $I_j = (a_{1,j}, a_{2,j}, \dots, a_{i,j}, \dots, a_{n,j})$ j ème colonne
 $\Delta_1 = (a_{1,1}, a_{2,2}, a_{3,3}, \dots, a_{i,i}, \dots, a_{n,n})$ 1ère diagonale
 $\Delta_2 = (a_{1,n}, a_{2,n-1}, \dots, a_{i,n+1-i}, \dots, a_{n,1})$ 2ème diagonale

Posons :

$$L_i = \sum_{j=1}^n a_{i,j} \quad \text{somme des éléments de la } i\text{ème ligne}$$

$$C_j = \sum_{i=1}^n a_{i,j} \quad \text{somme des éléments de la } j\text{ème colonne.}$$

$$D_1 = \sum_{i=1}^n a_{i,i} \quad \text{somme des éléments de la 1ère diagonale.}$$

$$D_2 = \sum_{i=1}^n a_{i,n+1-i} \quad \text{somme des éléments de la 2ème diagonale.}$$

Enfin, considérons les sommes des lignes, des colonnes et des diagonales précédentes *privées de leurs éléments extrêmes* ; à savoir :

$$l_1 = \sum_{j=2}^{n-1} a_{i,j} ; c_j = \sum_{i=2}^{n-1} a_{i,j} ; d_1 = \sum_{i=2}^{n-1} a_{i,i} ; d_2 = \sum_{i=2}^{n-1} a_{i,n+1-i}$$

(ces sommes existent car $n \geq 3$)

Avec ces notations, nous pouvons dire que M est une matrice magique d'ordre n si et seulement s'il existe un nombre S tel que :

$$L_1 = L_2 = \dots = L_n = C_1 = C_2 = \dots = C_n = D_1 = D_2 = S$$

$$\text{Posons pour finir : } s = d_1 + d_2 + l_2 + \dots + l_{n-1}$$

$|$ s est donc la somme de toutes les lignes et des diagonales de la matrice obtenue en enlevant à M les éléments du "bord".

B.2 Si M est magique, on a alors :

$$\begin{aligned} & D_1 + D_2 + L_2 + L_3 + \dots + L_{n-1} \\ &= (a_{1,1} + d_1 + a_{n,n}) + (a_{1,n} + d_2 + a_{n,1}) + \sum_{i=2}^{n-1} (a_{i,1} + l_i + a_{i,n}) \end{aligned}$$

Le premier membre valant $n.S$ (puisque M est magique), on trouve :

$$n.S = \sum_{i=1}^n a_{i,1} + (d_1 + d_2 + \sum_{i=2}^{n-1} l_i) + \sum_{i=1}^n a_{i,n}$$

$$n.S = C_1 + s + C_n$$

$$\text{Comme } C_1 = C_n = S : n.S = 2.S + s$$

$$s = (n-2) S$$

Ce premier résultat généralise celui du A.3., pour lequel n vaut 3, et s vaut $3 b_2$ (dans la notation du A 3) puisque, la matrice obtenue en enlevant à M ses "bords" se réduisant à (b_2) , la somme des lignes et des diagonales de cette matrice vaut

$$s = b_2 + b_2 + b_2 !$$

C. PROBLEME : Considérons une matrice m *quelconque* d'ordre $(n-2)$. Existe-t-il une matrice magique M d'ordre n obtenue en "bordant" m ? Si l'on pose comme précédemment $s = d_1 + d_2 + \sum_{i=2}^{n-1} l_i$, en prenant pour m les notations de la figure, pour qu'une telle matrice M existe, il est nécessaire que $S = \frac{s}{n-2}$ (cf B).

S est donc déterminé.

$$m' = \begin{pmatrix} a_{2,2} & \dots & a_{2,i} & \dots & a_{2,n-1} \\ a_{3,2} & & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n-1,2} & \dots & a_{n-1,i} & \dots & a_{n-1,n-1} \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,i} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,i} & \dots & a_{2,n-1} & a_{2,n} \\ \vdots & a_{3,2} & & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & & a_{n-1,i} & & a_{n-1,n-1} & a_{n-1,n} \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \dots & a_{n,i} & \dots & a_{n,n-1} & a_{n,n} \end{pmatrix}$$

Les $4n-4$ coefficients cherchés, à savoir :

- ceux de la 1ère ligne : $a_{1,j}$ ($j \in \{1, \dots, n\}$)
- ceux de la i ème ligne : $a_{i,j}$ ($j \in \{1, \dots, n\}$)
- ceux de la 1ère colonne : $a_{i,1}$ ($i \in \{2, \dots, n-1\}$)
- ceux de la i ème colonne : $a_{i,n}$ ($i \in \{2, \dots, n-1\}$)

doivent satisfaire les $2n + 2$ équations :

$$L_i = S ; C_j = S ; D_1 = S ; D_2 = S \quad (\text{pour } i \in \{1, \dots, n\} \text{ et } j \in \{1, \dots, n\}).$$

RESOLUTION : Choisissons *arbitrairement* $(2n-4)$ coefficients parmi les $4n-4$ cherchés, de la manière suivante :

$a_{1,j}$ quelconques pour $j \in \{1, \dots, n-1\}$

$a_{i,1}$ quelconques pour $i \in \{2, \dots, n-2\}$

Il reste $2n$ coefficients inconnus, à savoir :

- ceux de la dernière ligne : $a_{n,j}$ pour $j \in \{1, \dots, n\}$
- ceux de la dernière colonne : $a_{i,n}$ pour $i \in \{1, \dots, n-1\}$
- le coefficient $a_{n-1,1}$ de la première colonne

$$M = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & a_{1,n-1} & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & a_{2,n-1} & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n-2,1} & a_{n-2,2} & & & \\ \boxed{a_{n-1,1}} & a_{n-1,2} & & a_{n-1,n-1} & \boxed{a_{n-1,n}} \\ \boxed{a_{n,1}} & a_{n,2} & \dots & a_{n,n-1} & \boxed{a_{n,n}} \end{pmatrix}$$

en italique : coefficients arbitraires

en frappe normale : coefficients de m

↗ : coefficients déterminés par les équations.

La condition de "magie" de M permet de déterminer aisément d'une manière unique :

— *presque tous ceux de la dernière colonne* : car chaque ligne Δ_i doit être telle que :

$$L_i = a_{1,1} + l_i + a_{i,n} = S$$

donc $a_{i,n} = S - a_{1,1} - l_i$ (pour $i \in \{1, \dots, n-2\}$).

— *presque tous ceux de la dernière ligne* : car chaque colonne Γ_j doit être telle que $C_j = a_{1,j} + c_j + a_{n,j} = S$

donc $a_{n,j} = S - a_{1,j} - c_j$ (pour $j \in \{2, \dots, n-2\}$).

Il reste à déterminer : $a_{n-1,1}$; $a_{n,1}$; $a_{n-1,n}$; $a_{n,n}$ (encadrés sur la figure) qui doivent vérifier les six équations :

$$L_{n-1} = S ; L_n = S ; C_1 = S ; C_n = S ; D_1 = S ; D_2 = S$$

— dans Δ_1 : $a_{n,n}$ peut être déterminé car

$$D_1 = S \text{ donc } a_{n,n} = S - a_{1,1} - d_1$$

— dans Δ_2 : $a_{n,1}$ peut être déterminé car

$$D_2 = S \text{ donc } a_{n,1} = S - a_{1,n} - d_2$$

— dans Γ_1 : $a_{n-1,1}$ peut être déterminé car

$$C_1 = S \text{ donc } a_{n-1,1} = S - \sum_{i=1}^{n-2} a_{i,1} - a_{n,1}$$

— dans Γ_n : $a_{n-1,n}$ peut être déterminé car

$$C_n = S \text{ donc } a_{n-1,n} = S - \sum_{i=1}^{n-2} a_{i,n} - a_{n,n}$$

Il suffit à présent de vérifier si les conditions $L_{n-1} = S$ et $L_n = S$ sont satisfaites. Or, on a :

$$D_1 + D_2 + L_2 + \dots + L_{n-2} + L_{n-1} = C_1 + c_n + s = S + S + (n-2)S \text{ (car } s = (n-2)S)$$

Comme $D_1 = D_2 = L_2 = \dots = L_{n-2} = S$, on trouve :

$$(n-1)S + L_{n-1} = n.S \text{ donc : } L_{n-1} = S.$$

De même :

$$L_1 + L_2 + \dots + L_{n-1} + L_n = C_1 + C_2 + \dots + C_n = nS$$

Comme $L_1 = L_2 = \dots = L_{n-1} = S$, on a : $(n-1)S + L_n = nS$

$$\text{donc } L_n = S.$$

CONCLUSION : La matrice M obtenue est magique.

Les termes inconnus arbitraires à partir desquels on a calculé les derniers coefficients inconnus sont au nombre de :

$$\begin{aligned} & (n-2)^2 \text{ [coefficients de } m] \\ & + (n-1) \text{ [coefficients de la 1ère ligne]} \\ & + (n-3) \text{ [coefficients restants de la 1ère colonne].} \end{aligned}$$

Comme $(n-2)^2 + (n-1) + (n-3) = n^2 - 2n$, on conclut que :

Une matrice d'ordre n est entièrement déterminée par la donnée de $(n^2 - 2n)$ nombres réels arbitraires.

D'où le :

THEOREME :

L'espace vectoriel réel des matrices magiques d'ordre n est, pour $n \geq 3$, de dimension $n^2 - 2n$.

D. APPLICATIONS

D. 1 La méthode précédente permet la construction d'une base "canonique" des espaces vectoriels considérés. Il suffit, dans la zone des coefficients arbitraires, de les choisir tous nuls sauf un qu'on égale à 1, et de compléter la matrice par la méthode décrite.

Exemple : Si $n = 3$: La dimension de l'espace est 3.

$$S = \frac{s}{3-2} \text{ donc } S = s$$

Voici une base :

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Somme 0
car $s = 0$

Somme 0
car $s = 0$

Somme 3
car $s = 3$

Si $n = 4$: La dimension de l'espace vectoriel est $16 - 8 = 8$. La

formule $S = \frac{s}{n-2}$ devient $S = \frac{s}{2}$.

Voici une base :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & \boxed{0} & \boxed{0} & 0 \\ -2 & \boxed{0} & \boxed{0} & 2 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & \boxed{0} & \boxed{0} & 0 \\ -1 & \boxed{0} & \boxed{0} & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$S = s = 0$ $S = s = 0$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & \boxed{0} & \boxed{0} & 0 \\ -1 & \boxed{0} & \boxed{0} & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \boxed{0} & \boxed{0} & -1 \\ -1 & \boxed{0} & \boxed{0} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$S = s = 0$ $S = s = 0$

$$E = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & \boxed{0} & 0 \\ 1 & \boxed{0} & \boxed{0} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \boxed{0} & \boxed{1} & 0 \\ 2 & \boxed{0} & \boxed{0} & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$s = 2 ; S = 1$ $s = 2 ; S = 1$

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \boxed{0} & \boxed{0} & 1 \\ 2 & \boxed{1} & \boxed{0} & -2 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \boxed{0} & \boxed{0} & 1 \\ 1 & \boxed{0} & \boxed{1} & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$s = 2 ; S = 1$ $s = 2 ; S = 1$

D.2 Si on note J_n l'espace vectoriel des matrices magiques

d'ordre n , l'application $\left| \begin{array}{l} J_n \rightarrow \mathbf{R} \\ M \mapsto S \end{array} \right.$ qui, à la matrice magique

M , associe sa somme S , est une forme *linéaire* (facile à vérifier). Le noyau de cette forme, ensemble des matrices magiques de somme nulle, est donc un hyperplan de dimension $n^2 - 2n - 1$.

CONCLUSION : L'ensemble J_n° des matrices magiques d'ordre n et de somme nulle est un espace vectoriel de dimension $n^2 - 2n - 1$.

Exemples :

Si $n = 3$, J_3° est de dimension 2. Les deux premiers vecteurs de la base proposée ayant une somme nulle, ils forment une base de J_3° .

Si $n = 4$, J_4° est de dimension 7. Pour trouver une base de J_4° , on peut prendre les quatre premiers vecteurs de la base proposée, et les compléter par trois vecteurs tels que l'ensemble des 7 vecteurs forme un système libre. On pourra choisir :

$$I = H - E = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad J = F - G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{et } K = E - F = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

D.3 Le carré magique

$$\begin{pmatrix} 16 & 3 & 2 & 13 \\ 5 & 10 & 11 & 8 \\ 9 & 6 & 7 & 12 \\ 4 & 15 & 14 & 1 \end{pmatrix}$$

de somme 34, que l'on trouve sur la gravure au burin "La mélancolie", d'Albrecht Dürer, s'exprime en fonction de la base précédente (cf D1) par :

$$16 A + 3 B + 2 C + 5 D + 10 E + 11 F + 6 G + 7 H$$

D.4 Le carré magique "chinois" $\begin{pmatrix} 4 & 3 & 8 \\ 9 & 5 & 1 \\ 2 & 7 & 6 \end{pmatrix}$ s'écrit dans la base (α, β, γ) du D.1 :

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 8 \\ 9 & 5 & 1 \\ 2 & 7 & 6 \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Inversion algébrique

par Jean de BIASI, Université Paul Sabatier, Toulouse.

La forme élémentaire du problème de l'inversion algébrique est basée sur le résultat suivant dit

Théorème d'inversion. Si $\Phi_n = (\varphi^{(0)}(x), \varphi^{(1)}(x), \dots, \varphi^{(n)}(x))$ et $\Psi_n = (\psi^{(0)}(x), \psi^{(1)}(x), \dots, \psi^{(n)}(x))$ sont deux familles de $n+1$ polynômes sur C telles que pour tout $m \in [0, n]$, $d^0 \varphi^{(m)}(x) = d^0 \psi^{(m)}(x) = m$ alors :

Il existe une matrice carrée inversible $A = (\alpha_{i,m})_{0 \leq i, m \leq n}$ telle que

$$\begin{pmatrix} \varphi^{(0)}(x) \\ \varphi^{(1)}(x) \\ \vdots \\ \varphi^{(n)}(x) \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \psi^{(0)}(x) \\ \psi^{(1)}(x) \\ \vdots \\ \psi^{(n)}(x) \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{pmatrix} \psi^{(0)}(x) \\ \psi^{(1)}(x) \\ \vdots \\ \psi^{(n)}(x) \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} \varphi^{(0)}(x) \\ \varphi^{(1)}(x) \\ \vdots \\ \varphi^{(n)}(x) \end{pmatrix}$$

Pour les deux familles de nombres $(a^{(0)}, a^{(1)}, \dots, a^{(n)})$, $(b^{(0)}, b^{(1)}, \dots, b^{(n)})$ les deux relations suivantes sont équivalentes

$$\begin{pmatrix} a^{(0)} \\ a^{(1)} \\ \vdots \\ a^{(n)} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} b^{(0)} \\ b^{(1)} \\ \vdots \\ b^{(n)} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} b^{(0)} \\ b^{(1)} \\ \vdots \\ b^{(n)} \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} a^{(0)} \\ a^{(1)} \\ \vdots \\ a^{(n)} \end{pmatrix}$$

La première partie résulte du fait que pour $\mathcal{P}_n$, espace vectoriel sur C des polynômes de degré inférieur ou égal à n , toute famille de $n+1$ polynômes $(e^{(0)}(x), e^{(1)}(x), \dots, e^{(n)}(x))$ telle que pour tout $m \in [0, n]$, $d^0(e^{(m)}(x)) = m$ en constitue une base. La deuxième partie en découle aussitôt.

Un exemple classique est celui des

Nombres de STIRLING

• Les nombres de Stirling de première espèce $s_{(m)}^{(n)}$, sont définis par l'égalité

$$[x]^{(n)} = x(x-1)(x-2) \dots (x-n+1) = \sum_{m=0}^n s_{(m)}^{(n)} x^m$$

[N.B. Par rapport à la notation habituelle les indices ont été inversés (donc $s_{(m)}^{(n)}$, ici représente s_n^m de la littérature classique) pour que dans l'écriture matricielle l'indice inférieur soit indice de colonne et l'indice supérieur, indice de ligne].

La valeur explicite de $s_{(m)}^{(n)}$ en fonction des naturels m et n n'est pas connue mais les valeurs évidentes $s_{(0)}^{(n)} = 0$, $s_{(n)}^{(n)} = 1$ (pour tout $n \geq 0$), $s_{(m)}^{(n)} = 0$ pour tout $m > n$ et la relation $s_{(m)}^{(n+1)} = s_{(m-1)}^{(n)} - n s_{(m)}^{(n)}$ qui découle de

$$\sum_{m=n}^{n+1} s_{(m)}^{(n+1)} x^m = [x]^{(n+1)} = [x]^n (x-n) = (x-n) \sum_{m=0}^n s_{(m)}^{(n)} x^m$$

$$= \sum_{m=0}^{n+1} \left(s_{(m-1)}^{(n)} - n s_{(m)}^{(n)} \right) x^m$$

permettent d'en construire le tableau de proche en proche.

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-1	1	0	0	0	0	0	0	0
3	2	-3	1	0	0	0	0	0	0
4	-6	11	-6	1	0	0	0	0	0
5	24	-50	35	-10	1	0	0	0	0
6	-120	274	-225	85	-15	1	0	0	0
7	720	-1764	1624	-735	175	-21	1	0	0
8	-5040	13068	-13132	6769	-1960	322	-28	1	0
9	40320	-109584	118124	-67284	22449	-4536	546	-36	1

(Procédé de construction)

Chaque nombre est égal à celui qui est au-dessus à gauche diminué du produit par son indice de ligne de celui qui est au-dessus.)

Les familles de polynômes ($[x]^{(0)} = 1$, $[x]^{(1)} = x, \dots, [x]^{(n)}$) et ($x^0 = 1$, $x^1 = x$, ..., x^n) vérifient les hypothèses du théorème d'inversion, par suite la matrice précédente (qui peut s'écrire à un ordre n quelconque), dite *première matrice de Stirling* et notée s , est inversible, son inverse permettant d'exprimer les polynomes $x^0, x^1, \dots, x^n$ en fonction des polynomes

$[x]^{(0)}, [x]^{(1)}, \dots, [x]^{(n)}$. La détermination de s^{-1} va nous conduire à un rappel sur

• *Les nombres de Stirling de deuxième espèce.* Ces nombres notés généralement S_n^m mais que nous écrirons $S_{(m)}^{(n)}$ (toujours en vue de l'écriture matricielle) sont définis pour $m \leq n$ par l'égalité: $S_{(m)}^{(n)}$ = nombre de partitions d'un ensemble de n éléments en m parties et pour $m > n$ par $S_{(m)}^{(n)} = 0$.

Ces nombres sont étudiés dans de nombreux articles (voir en particulier [2]). $S_{(m)}^{(n)}$ est en particulier lié au nombre $\sigma_{(m)}^{(n)}$ (attention encore à l'interversion des indices) des applications surjectives d'un n -ensemble sur un m -ensemble par la relation $\sigma_{(m)}^{(n)} = m! S_{(m)}^{(n)}$.

De l'égalité :

$$\sigma_{(0)}^{(n)} + C_m^1 \sigma_{(1)}^{(n)} + C_m^2 \sigma_{(2)}^{(n)} + \dots + C_m^m \sigma_{(m)}^{(n)} = m^n$$

on déduit :

$$\sum_{p=0}^m p! C_m^p S_{(p)}^{(n)} = m^n \text{ soit } m^n = \sum_{p=0}^m S_{(p)}^{(n)} [m]^{(p)}$$

La dernière relation ayant lieu pour

$$m = 0, m = 1, \dots, m = n$$

implique l'égalité suivante vraie pour tout x :

$$x^n = \sum_{m=0}^n S_{(m)}^{(n)} [x]^{(m)}$$

Par suite $s^{-1} = S = (S_{(m)}^{(n)})$ où S est la deuxième matrice de Stirling (celle des nombres de Stirling de deuxième espèce).

Théorème. Les première et deuxième matrices de Stirling (limitées à un ordre n quelconque) sont inverses l'une de l'autre.

Ainsi par exemple pour l'ordre 5 il vient :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ -6 & 11 & -6 & 1 & 0 \\ 24 & -50 & 35 & -10 & 1 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 7 & 6 & 1 & 0 \\ 1 & 15 & 25 & 10 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Applications. En général le problème se présente ainsi : on connaît les nombres $a^{(0)}, a^{(1)}, \dots, a^{(n)}$ et la matrice inversible A ; on

cherche la valeur des nombres $b^{(0)}, b^{(1)}, \dots, b^{(n)}$. Il s'agit donc de déterminer A^{-1} inverse de A .

En voici trois exemples faisant tous appel à la matrice π de Pascal, déjà rencontrée dans [2], cette matrice étant celle des C_n^p qui seront désormais notés $\binom{n}{p}$ (conformément à un certain classicisme d'ailleurs) encore une fois pour respecter les conventions d'écriture matricielle.

La considération des polynomes $\varphi^{(m)}(x) = (1+x)^m$ et $\psi^{(m)}(x) = x^m$ d'où $\varphi^{(m)}(x) = \sum_{i=0}^m \binom{m}{i} \psi^{(i)}(x)$ et $\psi^{(m)}(x) = (x+1-1)^m = \sum_{i=0}^m (-1)^{m-i} \binom{m}{i} \varphi^{(i)}(x)$

montre que pour

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & \binom{2}{1} & 1 & 0 & \dots & \\ 1 & \binom{3}{1} & \binom{3}{2} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \ddots & \\ 1 & \binom{n}{1} & \binom{n}{2} & & & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{alors } \pi^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & \binom{3}{1} & -\binom{3}{2} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \ddots & \\ (-1)^n & (-1)^{n-1} \binom{n}{1} & (-1)^{n-2} \binom{n}{2} & \dots & & 1 \end{pmatrix}$$

et que par suite

Si des nombres $a^{(0)}, a^{(1)}, \dots, a^{(n)}$ et $b^{(0)}, b^{(1)}, \dots, b^{(n)}$ sont tels que

$$\text{pour tout } m \in [0, n] : a^{(m)} = \sum_{i=0}^m \binom{m}{i} b^{(i)}$$

$$\text{alors pour tout } m \in [0, n] : b^{(m)} = \sum_{i=0}^m (-1)^{m-i} \binom{m}{i} a^{(i)}$$

Applications surjectives.

Le nombre $\sigma_{(m)}^{(n)}$ des applications surjectives d'un n -ensemble dans un m -ensemble (voir [2]) est tel que $\sum_{i=0}^m \binom{m}{i} \sigma_{(i)}^{(n)} = m^n$. On en déduit donc le résultat déjà connu suivant :

$$\sigma_{(m)}^{(n)} = \sum_{i=0}^m (-1)^{m-i} \binom{m}{i} i^n$$

Nombre $d^{(n)}$ des dérangements de $[1, n]$.

Un dérangement de l'intervalle de naturels $[1, n]$ est une permutation de cet intervalle telle que pour tout $x \in [1, n]$ on ait $\varphi(x) \neq x$. Si l'on note $d_{(i)}^{(m)}$ le nombre de permutations de $[1, m]$ ayant exactement i points fixes, une étude élémentaire montre que, quel que soit $m \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{i=0}^m \binom{m}{i} d_{(i)}^{(m)} = m !$$

Il en découle aussitôt :

$$d^{(n)} = d_{(0)}^{(n)} = \sum_{i=0}^n (-1)^{n-i} \binom{n}{i} i ! = \sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{n}{i} (n-1) ! = n ! \sum_{i=0}^n \frac{(-1)^i}{i !}$$

(N.B. Ce problème, très classique, se rencontre en probabilités sous le nom de "problème des chapeaux" — Noter que $\frac{d^{(n)}}{n!} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{1}{e}$)

Nombre $r^{(n)}$ des recouvrements d'un n -ensemble.

E_n étant un n -ensemble ($\text{card}(E) = n \geq 1$), un recouvrement de E_n est une famille (nécessairement non vide) de parties *non vides* de E_n dont la réunion est E_n . Plus généralement, A étant une partie de E_n , un recouvrement de A est une famille de parties non vides de A dont la réunion est A .

Parmi les familles non vides de parties non vides de E_n il en existe $r^{(n)}$ qui recouvrent E_n , $\binom{n}{n-1} r^{(n-1)}$ qui recouvrent les parties de E_n à $n-1$ éléments ... $\binom{n}{n-i} r^{(n-i)}$ qui recouvrent les parties de E_n à $n-i$ éléments, etc...

Or, une famille non vide de parties non vides de E_n est un élément de $\mathcal{T}'(\mathcal{T}'(E_n))$ (où d'une façon générale $\mathcal{T}'(E)$ représente l'ensemble des parties non vides de E) dont le cardinal est $2^{(2^n - 1)} - 1$. On en déduit l'égalité :

$$\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} r^{(i)} = 2^{(2^n - 1)} - 1$$

qui par inversion donne :

$$r^{(n)} = \sum_{i=0}^n (-1)^{n-i} \binom{n}{i} 2^{(2^i - 1)} - 1.$$

(N.B. Pour les recouvrements d'un ensemble fini, voir surtout [4]).

Bibliographie

- [1] BERGE, Principes de Combinatoire, Dunod.
- [2] de BIASI, Applications Surjectives, Bulletin A.P.M. 304.
- [3] BOURBAKI, Livre I, Théorie des Ensembles, Hermann.
- [4] COMTET, Analyse Combinatoire, PUF, Publications CR.
- [5] FRASNAY, Thèse (Problèmes combinatoires), Bulletin A.P.M. 271.
- [6] GLAYMANN, Un aspect de la combinatoire, Bulletin A.P.M. 277.
- [7] RIORDAN, Combinatorial identities, Wiley.
- [8] RYSER, Mathématiques Combinatoires, Dunod.

**SI VOUS CHANGEZ D'ADRESSE,
SIGNALÉZ-LE DES QUE POSSIBLE A**

I'A. P. M. E. P.

(29, rue d'Ulm, 75005 PARIS)

**SANS ATTENDRE L'APPEL DE
COTISATION**

3

ECHANGES

Initiation aux méthodes itératives et utilisation de calculateurs avec des enfants

par Maurice GLAYMANN, Directeur de l'IREM de LYON

Je me propose dans cet article*, de montrer comment, en utilisant une *calculatrice*, il est possible d'aborder avec de jeunes élèves (14, 15 ans environ) des notions fécondes et intéressantes d'analyse, sans pour autant qu'il soit nécessaire de faire appel à des outils mathématiques difficiles. Ultérieurement, le maître pourra avec ses élèves généraliser les résultats ainsi obtenus.

1. Un exercice pour commencer

Voici une application de R vers R :

$$f : x \longmapsto 4 + \frac{x}{2}$$

Calculez $f(2)$:

$$f : 2 \longmapsto 5$$

Calculez $f(5)$:

$$f : 5 \longmapsto 6,5$$

Itérons plusieurs fois de suite, il vient :

$$2 \longrightarrow 5 \longrightarrow 6,5 \longrightarrow 7,25 \longrightarrow 7,625 \longrightarrow \dots$$

* Les idées exposées dans cet article ont été présentées et utilisées au cours de deux stages; l'un organisé à Porto Alegre du 18 au 29 octobre 1976 et l'autre à Rio de Janeiro du 3 au 5 novembre 1976, dans le cadre de la formation des maîtres de la région du Rio Grande Do Sul et de la région de Rio. Cet article fera l'objet d'un exposé à la Première Conférence Internationale sur les Mathématiques au Service de l'Homme (du 11 au 16 juillet 1977 à Barcelone).

Les élèves peuvent faire leurs calculs avec une calculatrice et peuvent présenter leurs résultats à l'aide d'une table:

1	2
2	5
3	6,5
4	7,25
5	7,625
6	7,8125
7	7,90625
8	7,953125
9	7,9765625
10	7,98828125
11	7,994140625
12	7,997070313
13	7,998535157
14	7,999267579

Les calculs sont *arrondis* à la 9^{ième} décimale. Nous obtenons une suite *croissante* qui *semble* converger vers 8.

Partons alors de la valeur 10 et itérez :

10 $\longrightarrow$ 9 $\longrightarrow$ 8,5 $\longrightarrow$ 8,25 $\longrightarrow$...

Les calculs arrondis à la 9^{ième} décimale conduisent à la table suivante :

1	10
2	9
3	8,5
4	8,25
5	8,125
6	8,0625
7	8,03125
8	8,015625
9	8,0078125
10	8,00390625
11	8,001953125
12	8,000976563
13	8,000488282
14	8,000244141

Nous avons cette fois une suite *décroissante* qui *semble* elle aussi converger vers 8.

Que se passe-t-il maintenant si l'on part de la valeur 8 ? L'image de 8 par f est 8. En itérant le calcul, nous avons une suite constante: tous ses termes sont égaux à 8.

Il est intéressant de faire remarquer aux élèves que les réels qui sont *leur propre image par f* sont racines de l'équation

$$f(u) = u$$

soit

$$4 + \frac{u}{2} = u$$

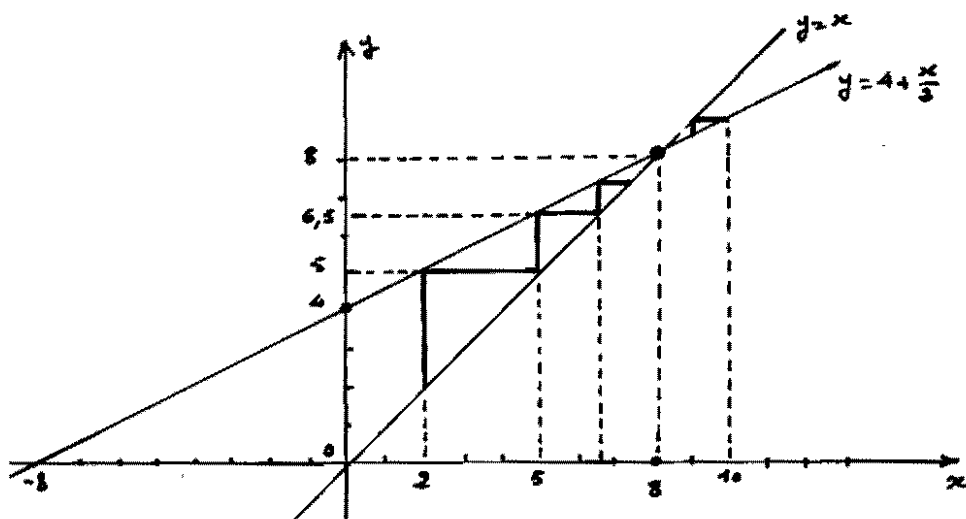
Cette équation admet pour *unique* racine le réel 8.

Proposons alors aux élèves de construire sur un même graphique les droites représentatives des équations

$$y = 4 + \frac{x}{2}$$

et

$$y = x$$



Il est facile de 'voir' sur ce dessin que les deux suites précédentes (croissante et décroissante) *convergent* vers 8.

2. Comment prouver la convergence ?

La calculatrice d'une part, et le dessin d'autre part, suggèrent aux élèves la convergence des deux suites. Il est alors intéressant de leur faire découvrir des preuves qui permettent d'affirmer ou d'infirmer cette convergence.

Cependant, pour aller plus loin, il nous faut introduire quelques notations:

f est une application de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$.

La méthode précédente permet de construire une suite, en partant d'une valeur initiale x_0 :

$$x_1 = f(x_0) \quad , \quad x_2 = f(x_1) \quad , \quad \dots \quad , \quad x_n = f(x_{n-1}) \quad , \quad \dots$$

Pour notre exemple, avec

$$f : x \longmapsto 4 + \frac{x}{2}$$

il vient

$$x_n = 4 + \frac{1}{2} x_{n-1}$$

et nous obtenons successivement

$$x_1 = 4 + \frac{1}{2} x_0$$

$$\begin{aligned} x_2 &= 4 + \frac{1}{2} x_1 = 4 + \frac{1}{2} \left(4 + \frac{1}{2} x_0 \right) \\ &= 4 + 2 + \frac{1}{2^2} x_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_3 &= 4 + \frac{1}{2} x_2 = 4 + \frac{1}{2} \left(4 + 2 + \frac{1}{2^2} x_0 \right) \\ &= 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2^3} x_0 \end{aligned}$$

et plus généralement

$$x_n = 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-3}} + \frac{1}{2^n} x_0$$

En posant alors

$$(1) \quad S_n = 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-3}}$$

on constate que S_n est la somme des n premiers termes de la pro-

gression géométrique dont le premier terme est 4 et la raison $\frac{1}{2}$.
Un calcul *classique* permet de calculer S_n :

$$(2) \quad \frac{1}{2} S_n = 2 + 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2^{n-2}}$$

En retranchant membre à membre (1) et (2), il vient

$$\frac{1}{2} S_n = 4 - \frac{1}{2^{n-2}}$$

d'où
$$S_n = 8 - \frac{1}{2^{n-3}}$$

et finalement

$$x_n = 8 - \frac{1}{2^{n-3}} + \frac{x_0}{2^n}$$

résultat qui montre que *quel que soit* x_0 , la suite (x_n) converge vers 8 .

Notons au passage qu'il est intéressant et instructif de faire construire aux élèves à l'aide de leur calculateur la table suivante:

n	2^n	$1 / 2^n$
1	2	0,5
2	4	0,25
3	8	0,125
4	16	0,0625
5	32	0,03125
6	64	0,015625
7	128	0,0078125
8	256	0,00390625
9	512	0,001953125
10	1024	0,000976563
11	2048	0,000488281
12	4096	0,000244141
13	8192	0,000122070
14	16384	0,000061035
15	32768	0,000030518

Si l'on effectue les calculs avec deux décimales, $\frac{1}{2^n}$ est "nul" si

$n \geq 8$; avec trois décimales, $\frac{1}{2^n}$ est "nul" si $n \geq 11$.

Pour quelles valeurs de n cette expression est-elle "nulle" lorsque l'on effectue les calculs avec 9 décimales ?

Il est utile de faire découvrir aux élèves que si l'on effectue les calculs avec plus de précision — donc avec plus de décimales — il faudra aller plus loin pour considérer $\frac{1}{2^n}$ comme nul, mais que *dans tous les cas, quelle que soit la précision choisie, à partir d'un certain rang, $\frac{1}{2^n}$ peut être considéré comme quantité négligeable* (ce que l'on traduit par : la suite $\left(\frac{1}{2^n}\right)$ converge vers zéro).

Voici maintenant une autre méthode, plus simple, qui permet de montrer aux élèves qui connaissent la notion de *valeur absolue* que notre suite est convergente. Le lecteur notera le lien entre les notions de *valeur absolue* et de *distance*.

Posons, avec les notations précédentes :

$$d_0 = |x_0 - 8|$$

$$\begin{aligned} d_1 &= |x_1 - 8| = \left| 4 + \frac{x_0}{2} - 8 \right| \\ &= \left| \frac{x_0}{2} - 4 \right| = \frac{1}{2} |x_0 - 8| \end{aligned}$$

ainsi $d_1 = \frac{1}{2} d_0$

Plus généralement,

$$\begin{aligned} d_n &= |x_n - 8| = \left| 4 + \frac{1}{2} x_{n-1} - 8 \right| \\ &= \left| \frac{1}{2} x_{n-1} - 4 \right| = \frac{1}{2} |x_{n-1} - 8| \end{aligned}$$

et $d_n = \frac{1}{2} d_{n-1}$

il est alors facile d'en déduire que

$$d_n = \frac{1}{2^n} d_0$$

ce qui prouve que la suite (d_n) converge vers zéro, donc que la suite (x_n) converge vers 8 .

Le nombre 8, racine de l'équation

$$x = 4 + \frac{x}{2}$$

est appelé l'abscisse du *point fixe* de l'application

$$f : x \longmapsto 4 + \frac{x}{2} .$$

Nous venons de prouver que la suite (x_n) converge vers l'abscisse du point fixe de f .

Si l'application $f : x \longmapsto a + bx$ admet un point fixe d'abscisse α , est-ce que la suite

$$x_n = a + b x_{n-1}$$

converge vers α ?

3. Où l'étude d'un autre exemple conduit à quelques surprises

Nous pouvons maintenant proposer aux élèves d'étudier l'application

$$f : x \longmapsto 5 - \frac{x}{3} .$$

Cette application admet pour point fixe la racine de l'équation

$$5 - \frac{1}{3}x = x$$

ou encore

$$15 - x = 3x$$

ou

$$4x = 15$$

Le point fixe a pour abscisse

$$x = \frac{15}{4} = 3,75$$

En partant de la valeur initiale 2 , l'égalité

$$x_n = 5 - \frac{1}{3} x_{n-1}$$

conduit aux résultats suivants en utilisant la calculatrice :

n	x_n
1	2
2	4,333333333
3	3,555555556
4	3,814814815
5	3,728395062
6	3,757201646
7	3,747599451
8	3,750800183
9	3,749733272
10	3,750088909
11	3,749970364

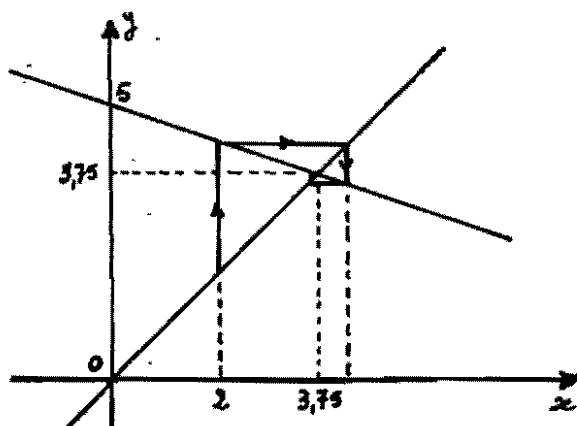
12	3,750009879
13	3,749996707
14	3,750001098
15	3,749999634
16	3,750000122
17	3,749999959
18	3,750000014
19	3,749999995
20	3,750000002
21	3,749999999
22	3,750000000

Nous obtenons cette fois une suite *alternée qui semble converger* vers l'abscisse 3,75 du point fixe.

Remarquons ici encore que si on part de la valeur 3,75 l'image de 3,75 est 3,75 et on obtient ainsi une suite *constante*.

Construisons alors sur un même graphique les droites représentatives des équations:

$$y = 5 - \frac{x}{3} \quad \text{et} \quad y = x$$



Dans ce cas, quelle que soit la valeur initiale, la figure obtenue s'enroule autour du point d'intersection des deux droites: cela explique pourquoi nous avons une suite *alternée*.

Etudions maintenant la convergence.

Posons
$$x_n = 5 - \frac{1}{3} x_{n-1}$$

et partons de la valeur initiale x_0 . Comme le point fixe a pour abscisse $\frac{15}{4}$, considérons successivement

$$d_0 = \left| x_0 - \frac{15}{4} \right|$$

$$\begin{aligned} d_1 &= \left| x_1 - \frac{15}{4} \right| = \left| 5 - \frac{1}{3} x_0 - \frac{15}{4} \right| \\ &= \left| \frac{5}{4} - \frac{1}{3} x_0 \right| = \frac{1}{3} \left| x_0 - \frac{15}{4} \right| \end{aligned}$$

Il en résulte que

$$d_1 = \frac{1}{3} d_0$$

et plus généralement

$$d_n = \frac{1}{3} d_{n-1}$$

d'où
$$d_n = \frac{1}{3^n} d_0$$

La suite (d_n) converge vers 0, donc la suite (x_n) converge vers $\frac{15}{4}$.

4. Où nous allons montrer qu'une application peut avoir un point fixe sans que la suite associée converge pour autant.

Prenons par exemple l'application de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$:

$$f : x \longmapsto 2 + 3x$$

Cette application admet un point fixe. En effet, l'équation

$$x = 2 + 3x$$

admet pour racine -1 .

Pourtant la suite définie par

$$x_{n+1} = 2 + 3 x_n$$

diverge.

Pour commencer, nous pouvons proposer aux élèves de faire quelques calculs :

$x_0 = -2$	$x_0 = 0$
$x_1 = -4$	$x_1 = 2$
$x_2 = -10$	$x_2 = 8$
$x_3 = -26$	$x_3 = 26$
.....	

Seule la valeur initiale -1 conduit à une suite constante.

Posons

$$d_0 = |x_0 + 1|$$

$$d_1 = |x_1 + 1| = |2 + 3x_0 + 1|$$

$$= 3|x_0 + 1|$$

et $d_1 = 3 d_0$

Plus généralement,

$$d_n = |x_n + 1| = |2 + 3x_{n-1} + 1|$$

$$= 3|x_{n-1} + 1|$$

et $d_n = 3 d_{n-1}$

On en déduit

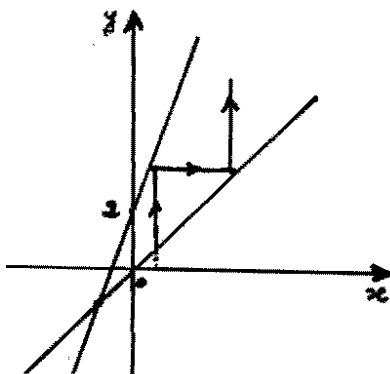
$$d_n = 3^n d_0$$

ce qui prouve que la suite (d_n) diverge ; il en est de même de la suite (x_n) : la *distance* de x_n au point -1 croît indéfiniment lorsque n croît indéfiniment.

Il est instructif de demander aux élèves d'étudier sur un graphique la situation précédente en traçant les deux droites

$$y = 2 + 3x \quad \text{et} \quad y = x$$

et de constater que, quel que soit x_0 , la suite diverge.



5. Où il est prouvé qu'une suite dont le terme général ne croît pas indéfiniment peut quand même diverger.

Envisageons par exemple l'application de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$:

$$f : x \longmapsto 4 - x$$

Cette application admet un point fixe; en effet l'équation:

$$x = 4 - x$$

admet pour racine 2.

Considérons alors la suite

$$x_{n+1} = 4 - x_n$$

Voici quelques calculs:

$$x_0 = 0$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = 0$$

$$x_3 = 4$$

.....

$$x_0 = 8$$

$$x_1 = -4$$

$$x_2 = 8$$

$$x_3 = -4$$

.....

$$x_0 = 2$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 2$$

$$x_3 = 2$$

.....

Mis à part la valeur initiale 2, *toutes* les autres valeurs initiales font prendre à la suite *deux* valeurs et *deux* seulement. En effet, pour la valeur initiale α ($\alpha \neq 2$) :

$$x_0 = \alpha$$

$$x_1 = 4 - x_0 = 4 - \alpha$$

$$x_2 = 4 - x_1 = 4 - (4 - \alpha) = \alpha$$

Ainsi
$$\begin{aligned} x_0 &= x_2 = \dots = x_{2n} = \alpha \\ x_1 &= x_3 = \dots = x_{2n+1} = 4 - \alpha \end{aligned}$$

La suite est *constante* dans le seul cas où

$$\alpha = 4 - \alpha$$

donc pour $\alpha = 2$: c'est l'abscisse du point fixe.

En dehors de la valeur 2, la suite prend alternativement la valeur α et la valeur $4 - \alpha$, sans converger, ni croître indéfiniment.

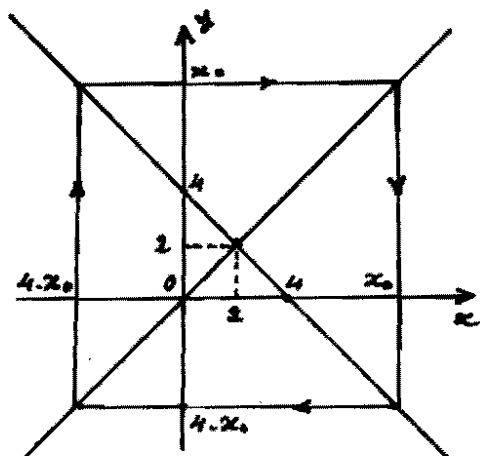
Ici encore une construction géométrique est intéressante.

Les droites d'équations

$$y = 4 - x \quad \text{et} \quad y = x$$

se coupent au point $(2, 2)$.

En partant d'une valeur quelconque x_0 (différente de 2), nous obtenons un *carré* qui conduit aux deux valeurs de la suite: x_0 et $4 - x_0$.



Posons alors

$$\begin{aligned} d_0 &= |x_0 - 2| \\ d_1 &= |x_1 - 2| = |4 - x_0 - 2| \\ &= |2 - x_0| = |x_0 - 2| \end{aligned}$$

donc $d_1 = d_0$

Il est facile de voir que, plus généralement,

$$d_n = d_{n-1} = \dots = d_1 = d_0$$

ainsi d_n est différent de zéro (sauf pour $x_0 = 2$). La suite (d_n) est constante, ce qui prouve que la suite (x_n) diverge et pourtant la suite est bornée.

6. Où nous sommes enfin en mesure de présenter au lecteur une généralisation.

a et b sont deux réels et f l'application de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$:

$$f : x \longmapsto a + bx$$

Associions à cette application une suite (x_n) telle que

$$x_{n+1} = a + b x_n$$

Bien que nous sachions déjà que l'existence d'un point fixe n'entraîne pas la convergence de la suite (x_n) , commençons quand même par étudier dans quels cas l'application admet un point fixe. Dans ce but, nous sommes conduits à résoudre l'équation

$$x = a + bx$$

ou encore

$$x(1 - b) = a$$

Supposons d'abord $b \neq 1$. Dans ce cas, l'application admet un point fixe d'abscisse

$$c = \frac{a}{1 - b}$$

En particulier, pour $b = 0$, l'application est constante :

$$f : x \longmapsto a$$

et la suite est elle-même constante : $x_n = a$.

Il n'est pas surprenant que le point fixe ait pour abscisse $c = a$.

Supposons alors $b = 1$. Dans ce cas l'application s'écrit

$$f : x \longmapsto a + x$$

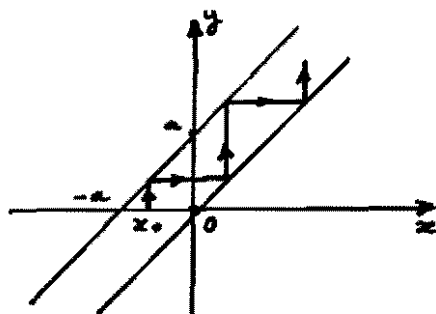
elle n'admet pas de point fixe et la suite associée diverge ; en effet, quelle que soit la valeur initiale x_0 ,

$$\begin{aligned}
 x_1 &= a + x_0 \\
 x_2 &= a + x_1 = 2a + x_0 \\
 x_3 &= a + x_2 = 3a + x_0 \\
 &\dots\dots\dots \\
 x_n &= a + x_{n-1} = na + x_0
 \end{aligned}$$

Posons
$$d_n = |x_n - x_0| = n|a|$$

Ce résultat montre que la suite (d_n) diverge; il en est de même de la suite (x_n) .

Il est aisé de comprendre cette situation sur un graphique: la droite d'équation $y = a + x$ est *parallèle* à la droite d'équation $y = x$



Notons que dans le cas particulier où $a = 0$

$$f : x \longmapsto x$$

est l'application *identique* et

$$x_n = x_{n-1}$$

Tous les points sont fixes et quelle que soit la valeur initiale x_0

$$x_n = x_0$$

la suite (x_n) "converge" vers x_0 .

Plaçons-nous désormais dans le cas $b \neq 1$.

Nous venons de voir que l'application admet un point fixe d'abs-

cisse
$$c = \frac{a}{1-b}$$

Nous pouvons encore écrire:

$$(1) \quad c = a + bc$$

Partons alors de la valeur initiale x_0 :

$$(2) \quad x_1 = a + b x_0$$

De (1) et de (2), on déduit

$$(3) \quad x_1 - c = b(x_0 - c)$$

Posons ici encore

$$d_0 = |x_0 - c|$$

$$d_1 = |x_1 - c|$$

$$(3) \text{ conduit à } d_1 = |b| d_0$$

et plus généralement

$$(4) \quad x_n = a + b x_{n-1}$$

$$\text{conduit à } d_n = |b| d_{n-1}$$

il en résulte que

$$d_n = |b|^n d_0$$

Il nous faut alors envisager deux cas:

1. $|b| > 1$: la suite (d_n) *diverge* et il en est de même de la suite (x_n) .

2. $|b| < 1$: la suite (d_n) *converge* vers 0 et la suite (x_n) converge vers l'abscisse c du point fixe.

Notons au passage que si

$0 < b < 1$ la suite (x_n) est *monotone*

$-1 < b < 0$ la suite (x_n) est *oscillante*.

Nous avons déjà étudié le cas particulier $b = 1$. Il nous reste à examiner le cas particulier $b = -1$:

$$f : x \longmapsto a - x$$

Cette application admet un point fixe d'abscisse $\frac{a}{2}$.

Partons de la valeur initiale x_0 et utilisons

$$x_n = a - x_{n-1}$$

que nous écrivons sous la forme

$$x_n - \frac{a}{2} = \frac{a}{2} - x_{n-1}$$

ou encore $|x_n - \frac{a}{2}| = |x_{n-1} - \frac{a}{2}|$

il en résulte que

$$d_n = d_{n-1} = \dots = d_1 = d_0$$

Ainsi, la distance d'un *élément quelconque* de la suite (x_n) à $\frac{a}{2}$ est *constante*. La suite (x_n) ne converge pas. En dehors de la valeur $x_0 = \frac{a}{2}$, la suite prend deux valeurs : x_0 et $a - x_0$.

En résumé:

- $b < -1$ la suite *diverge*
- $b = -1$ la suite *diverge en prenant deux valeurs seulement*
- $-1 < b < 0$ la suite *converge en oscillant*
- $b = 0$ la suite est *constante*
- $0 < b < 1$ la suite est *monotone convergente*
- $b \geq 1$ la suite *diverge*

7. Où la fin n'est qu'un début

Revenons à l'application

$$f : x \longmapsto a + bx$$

avec $b \neq 1$.

Cette application admet un point fixe dont l'abscisse vérifie

$$c = a + bc$$

On peut écrire $f(x) = a + bx$

avec $f(c) = a + bc$

Nous en déduisons que, quel que soit le réel x ,

$$f(x) - f(c) = b(x - c)$$

ou encore $|f(x) - f(c)| = |b| |x - c|$

Nous venons de voir que la suite

$$x_n = a + b x_{n-1}$$

converge si et seulement si $|b| < 1$.

La suite (x_n) converge donc si et seulement si

$$\forall x, x \in \mathbb{R}, |f(x) - f(c)| < |x - c|.$$

Envisageons alors une application quelconque de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$.

Voici une *définition* :

L'application f est *contractante* sur l'intervalle $I = [\alpha, \beta]$ s'il existe un réel k , tel que $0 < k < 1$ et que

$$\forall x_1, \forall x_2, x_1 \in I, x_2 \in I,$$

$$|f(x_1) - f(x_2)| \leq k |x_1 - x_2|$$

Il est clair que l'application

$$f : x \longmapsto a + bx$$

est contractante sur $\mathbb{R}$ si $|b| < 1$.

Revenons alors au cas général et supposons que l'application

$$f : x \longmapsto f(x)$$

admette un *point fixe* d'abscisse c :

$$f(c) = c.$$

Voici un *théorème* :

Si l'application f est *contractante* sur l'intervalle $I = [\alpha, \beta]$ et admet un point fixe dont l'abscisse appartient à cet intervalle, alors la suite

$$x_n = f(x_{n-1})$$

est convergente.

Voici une *démonstration* de ce théorème :

$$\text{Posons } d_n = |x_n - c| = |f(x_{n-1}) - f(c)|$$

Comme f est contractante sur I et que c est élément de I :

$$|f(x_{n-1}) - f(c)| \leq k |x_{n-1} - c|$$

donc

$$d_n < k d_{n-1}$$

Il en résulte

$$d_n < k^n d_0$$

Comme par définition $0 < k < 1$, la suite (d_n) converge vers 0 et la suite (x_n) converge vers c .

Le lecteur est en droit de se demander quels sont les types d'applications contractantes et peut souhaiter avoir un critère simple pour déterminer si une application donnée entre ou non dans cette catégorie.

Nous connaissons déjà des applications contractables :

$$f : x \longmapsto a + bx \quad \text{avec} \quad |b| < 1$$

Considérons alors une application f que l'on suppose *dérivable* sur l'intervalle $[\alpha, \beta]$.

Utilisons le théorème des accroissements finis sur I :

$$\forall x_1, \forall x_2, \quad x_1 \in I, \quad x_2 \in I, \quad \exists \theta, \quad \theta \in]0, 1[$$

$$(1) \quad f(x_2) = f(x_1) + (x_2 - x_1) f' [x_1 + \theta (x_2 - x_1)]$$

Si en outre f' est *bornée* sur I :

$$\forall x, x \in I, \quad \exists M, M > 0 \quad \text{tel que} \quad |f'(x)| \leq M$$

(1) conduit à

$$|f(x_2) - f(x_1)| \leq M |x_2 - x_1|$$

Il en résulte que si $0 < M < 1$, alors l'application f est contractante sur l'intervalle I .

Donnons pour terminer un exemple :

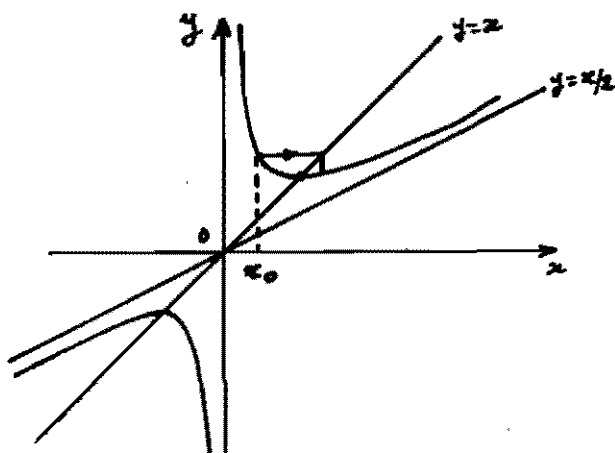
$$\begin{aligned} f : x &\longmapsto \frac{1}{2} \left(x + \frac{a}{x} \right) && \text{avec } a > 0 \\ f' : x &\longmapsto \frac{1}{2} \left(1 - \frac{a}{x^2} \right) \end{aligned}$$

f est contractante pour

$$\left| \frac{1}{2} \left(1 - \frac{a}{x^2} \right) \right| < 1$$

$$\text{soit} \quad -2 < 1 - \frac{a}{x^2} < 2$$

$$\text{donc à l'extérieur de l'intervalle} \quad \left[-\frac{\sqrt{3a}}{3}, \frac{\sqrt{3a}}{3} \right]$$



En fait, le lecteur pourra vérifier que le procédé itératif

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(x_n + \frac{a}{x_n} \right)$$

converge en partant d'une valeur x_0 *non nulle*: la *contraction* n'est pas une condition *nécessaire* pour entraîner la convergence.

L'application $f : x \longmapsto \frac{1}{2} \left(x + \frac{a}{x} \right)$ admet un point fixe:

$$x = \frac{1}{2} \left(x + \frac{a}{x} \right)$$

ou $x^2 = a$

donc pour $x_0 > 0$ la suite

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(x_n + \frac{a}{x_n} \right)$$

converge vers $\sqrt{a}$.

Voici une question pour terminer :

Une application f contractante sur un intervalle admet-elle sur cet intervalle, un point fixe ?

RIO DE JANEIRO, 1er novembre 1976

Analyse de comportements heuristique. Quelles méthodes

par N. BALACHEFF, IRMA, GRENOBLE.

Depuis toujours l'homme désire mettre en lumière les mécanismes propres à la découverte, de l'invention, les lois qui guident l'esprit dans une recherche. De tous les problèmes soulevés par cette activité, il nous semble que le plus important aujourd'hui est celui du choix d'une méthode.

L'introspection

Parmi toutes les réponses, la première que nous devons examiner est celle de l'histoire. La plus célèbre : "Le discours de la méthode", nous éclaire dans sa première partie sur le choix de DESCARTES : "Mon dessin n'est pas d'envisager ici la méthode que chacun doit suivre pour bien conduire sa raison, mais seulement de faire voir en quelle sorte j'ai tâché de conduire la mienne".

C'est par l'introspection qu'est donc abordée cette recherche. HADAMARD recourt lui aussi à ce moyen dans son "Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique" et il s'en explique :

"Dans cet ouvrage, j'utiliserai les résultats de l'introspection, les seuls dont je me sente qualifié pour en parler. Dans notre cas ces résultats sont assez clairs pour mériter, me semble-t-il, un certain degré de confiance... Les méthodes objectives [...] sont celles où l'expérimentateur est différent du penseur. Observation et pensée n'interfèrent pas ; mais d'autre part, on n'obtient ainsi que des renseignements indirects dont on ne déchiffre pas facilement la signification".

Remarquons cependant que dans son ouvrage, outre les références à sa propre existence, HADAMARD s'appuie largement sur les renseignements issus d'autres introspections, particulièrement POINCARÉ (1), et celles provoquées par les résultats de l'"Enquête sur les méthodes de travail des mathématiciens" (2). Dans la conférence d'Henri POINCARÉ, on relève la phrase suivante sur le choix de la méthode : "Il est temps de pénétrer plus avant et de voir ce qui se passe dans l'âme même du

(1) Bulletin de l'Institut général psychologique — 8ème Année N° 3 (1908).

(2) L'enseignement mathématique — Tome IV (1902) et Tome V (1904).

mathématicien. Pour cela, je crois que ce que j'ai de mieux à faire, c'est de rappeler mes souvenirs personnels".

Nous laisserons à PIAGET (3) la critique de l'introspection : "Chacun croit posséder une introspection adéquate de ses propres opérations intellectuelles. Or, cette introspection, étant liée aux habitudes verbales et aux notions socialement acquises, a naturellement conduit à considérer comme suffisantes les descriptions des mécanismes de la pensée dûes aux philosophes et à la logique classique".

Nous remarquerons que les auteurs de telles études étaient conscients des critiques possibles pour le choix de cette méthode et soit comme HADAMARD ils justifient ce choix, le montrant meilleur, soit comme POINCARÉ ils ne le trouvent pas si mauvais puisque "J'avais arrêté les principaux traits de ma conférence, quand les résultats de cette enquête [sur les méthodes de travail des mathématiciens] ont été publiés ; ... je me bornerai à dire que la majorité des témoignages confirment mes conclusions".

L'introspection a cependant à son actif les débuts de l'école du Problem solving. C'est effectivement par cette méthode que POLYA analyse la résolution de problèmes. La rédaction de "Comment poser et résoudre un problème" résulte "d'une longue et sérieuse étude des méthodes de résolution" et POLYA ajoute plus loin qu'il se "permet toutefois de faire remarquer qu'il possède une certaine expérience de la solution des problèmes et de l'enseignement des mathématiques à des stades divers". POLYA ne nous éclaire pas autrement sur son étude des méthodes de résolution, mais la seconde phrase nous permet de la rattacher à l'introspection. Il est remarquable que ses résultats sont les plus directement utilisables par le pédagogue. Cependant de nombreux points sur les comportements heuristiques restent sombres ; POLYA apporte une méthode, des éléments pour une démarche, il n'éclaire pas la réalité de l'élève. La raison me semble être le fait que les comportements de l'élève sont étudiés dans un champ d'interprétation qui est la réalité — ou l'expérience — du maître.

Les méthodes expérimentales

Notons, comme introduction, cette remarque d'OLERON (3) : "Les recherches expérimentales se placent bien en face des

(3) Traité de Psychologie Expérimentale VII — 1969

comportements, au moins de nos jours, où l'on a renoncé à tenter de fonder les expériences,....., sur l'introspection".

Le but recherché est de trouver des lois générales du comportement ; pour cela on élabore des hypothèses spécifiques au phénomène étudié et on met sur pied des expériences afin de les tester. L'expérimentateur doit s'attacher à l'objectivité du dispositif. Si les hypothèses ne sont pas confirmées, il faudra les modifier et les tester à nouveau. Il y a donc un aller et retour entre la phase "Construction des hypothèses" et celle d'expérimentation vérificatrice". De plus, les hypothèses ne pourront être acceptées que si les résultats et les expériences sont reproductibles.

La pratique expérimentale peut prendre diverses formes :

Expérimentation classique

Mise au point d'un matériel expérimental dans le but de mesurer ou faire apparaître un phénomène bien précis. L'expérimentateur n'intervient pas pendant le déroulement.

Par exemple :

Expérimentation de l'IBHOP Marseille : Un dispositif permet d'allumer devant le sujet une lampe rouge, ou une lampe verte. L'expérience consiste à lui demander quelle sera la lampe allumée à l'étape suivante. Le résultat est la suite des échecs ou réussites.

La méthode piagetienne

"J'engageais avec mes sujets des conversations du type des interrogatoires cliniques, dans le but de découvrir quelque chose sur les processus de raisonnement qui se trouvaient derrière leurs réponses justes, avec un intérêt particulier pour ceux que cachaient les réponses fausses" (4). On trouvera des exemples de cette technique dans plusieurs ouvrages de PIAGET, particulièrement "La genèse des structures logiques élémentaires".

L'observation clinique

Cette technique est souvent citée dans les procédures actuelles de recherche sur les comportements heuristiques. Un bon exemple est celui des travaux de l'équipe de l'IREM de MONTPELLIER (5). Un problème est proposé à un chercheur, on enregistre le son et les images pendant la recherche et on récupère tous les documents produits. On analyse ensuite le corpus obtenu. La difficulté de

(4) PIAGET p. 7 par Guy Cellerier, Collection Sup.

(5) HEURISTIQUE — IREM de MONTPELLIER — Avril 1973

l'analyse est assez grande à cause de la richesse des informations obtenues ; il est nécessaire de prévoir une grille d'observation, comme le conseille GLAESER (6) ; dans tous les cas il apparaît comme indispensable d'établir un vocabulaire permettant une description du corpus obtenu (ce qui ne signifie pas : posséder une taxonomie des comportements).

La nécessité d'un modèle

GLAESER souligne (6) que "L'observation devient plus fructueuse lorsqu'on dispose de modèles provisoires destinés à formuler des conjectures que l'observateur va pouvoir confirmer ou infirmer". En effet la compréhension des comportements heuristiques ne suppose pas seulement qu'on saura les décrire (existence d'une taxonomie), mais qu'on reliera entre eux les divers comportements. Autrement dit que l'on pourra avoir un modèle du chercheur. Certes on ne peut imaginer posséder dès maintenant un modèle complet ; cependant il est bon d'en posséder un en acceptant qu'il évoluera avec la recherche. C'est l'absence de ce modèle extérieur qui a empêché les tenants de l'introspection de dépasser une description des comportements. Le choix de ce modèle est important et nous en citerons trois cas particuliers.

Le modèle est le chercheur lui-même

Dans la recherche par introspection, le modèle est le chercheur lui-même qui se trouve ainsi : observateur, objet de l'observation, champ d'interprétation. Ce type de référence est fréquent dans les recherches sauvages où l'on n'a pas pris la précaution de réflexions préalables pour dégager le cadre de l'investigation.

PIAGET

Nous relevons dans (3) qu'une "bonne expérience n'est jamais instituée que pour répondre à une question, et pour qu'une question soit bien posée, il faut pouvoir la situer dans un ensemble de problèmes". PIAGET souligne ainsi l'importance de l'élaboration d'une problématique de la recherche. CELLERIER nous décrit (4) sa démarche :

"Généralement, lorsqu'il aborde l'étude d'une notion, ..., PIAGET utilise la méthode historico-critique pour établir son état

(3) *Traité de Psychologie Expérimentale* VII — 1969

(4) PIAGET p. 7 par Guy Cellerier, Collection Sup.

(6) L'observation clinique des comportements heuristiques — GLAESER, Bulletin Inter IREM du Colloque d'Albi 1975.

actuel dans la pensée scientifique adulte ; cet état va constituer le système de référence, nécessairement mobile puisque la science évolue, dans lequel se déroulera à son tour l'analyse psychogénétique". On trouvera un exemple de cette pratique dans le plan de l'article de PIAGET dans (3) : "Les opérations intellectuelles et leur développement".

L'intelligence artificielle

Je préfère cette désignation à "Problem Solving" pour les travaux de NEWELL et SIMON sur la résolution de problèmes, en souhaitant réserver "Problem Solving" aux tentatives d'énumération des procédés et méthodes semblables à celles de POLYA. Je pense qu'ils vont plus loin lorsqu'ils élaborent dans leur livre "Human Problem Solving" une théorie de la résolution de problèmes. Ils proposent un modèle qui doit permettre une meilleure compréhension des comportements du chercheur (Solver) et qui fournit un cadre précis pour la description et l'interprétation des phénomènes. L'idée fondamentale de NEWELL et SIMON est de considérer que le chercheur est un système de traitement de l'information. Outre la pertinence du modèle qu'ils vont ainsi construire, il a l'avantage de se trouver dans le cadre de l'informatique qui fournit un langage bien déterminé et peut être bien approprié. Le choix du langage pour élaborer une théorie est très important :

"..... Certains malentendus peuvent provenir du langage, à lui seul, que l'on est amené à employer. Lorsqu'on décrit les résultats d'une expérience quelconque, [...] le langage mathématique utilisé ne prête guère à confusion, en ce sens qu'il est relativement aisé de dissocier la forme mathématique des expressions et leur contenu psychologique" PIAGET (3).

La théorie proposée par NEWELL et SIMON peut dans ses grandes lignes se résumer, d'après les auteurs, dans les propositions suivantes :

1 — Une partie, seulement une petite partie, des caractéristiques évidentes du STI* humain sont invariantes dans les différentes tâches (problèmes) et chercheurs.

2 — Ces caractéristiques sont suffisantes pour déterminer que l'environnement de la tâche est représenté (dans le STI) comme un espace-problème, et que la résolution a lieu dans cet espace problème.

(3) Traité de Psychologie Expérimentale VII — 1969

* Système de Traitement de l'Information

3 — La structure de l'environnement de la tâche détermine les structures possibles de l'espace-problème.

4 — La structure de l'espace-problème détermine les programmes qui peuvent être utilisés pour la résolution.

NEWELL et SIMON reconnaissent un certain nombre d'omissions dans l'élaboration de leur théorie de la résolution, par exemple les variables de personnalité et motivation du chercheur : "We omit them by reason of convictions, not about the importance or unimportance of the phenomena, but about the order in which theory should develop... A plausible scientific strategy is to put our cognitive models in order before moving these other phenomena". (7) p. 8) ...

D'autre part, cette théorie est la généralisation des résultats acquis par l'observation clinique de comportements de recherche de problèmes appartenant à trois grands groupes : cryptarithmétique, logique, jeu d'échecs. La poursuite des recherches de NEWELL et SIMON se fait dans le cadre théorique évoqué ci-dessus, suivant un processus de validation expérimentale ; vers aussi l'amélioration du modèle.

Conclusion

Quelles méthodes ? Il faut renoncer à l'introspection ; de même il faut renoncer à une analyse fondée sur l'expérience personnelle, même si elle est le fait d'un groupe. La somme de plusieurs individus ne peut prétendre être un modèle objectif. La recherche sur les comportements heuristiques doit commencer par une réflexion sur le modèle théorique, ou au moins une réflexion historico-critique ainsi que l'indique PIAGET. Cette réflexion conduira à la définition d'une problématique précise qui seule permet la mise en place d'une étude expérimentale efficace. Pour ce qui est de l'étude en milieu scolaire, il faut prendre garde, car aucune expérience n'est faite impunément. Elle ne doit être entreprise qu'après s'être assuré qu'on en contrôlera les conséquences. Pour cela on choisira des expériences ponctuelles, dont les retombées sur les enfants seront maîtrisables. Dans le même esprit, il ne faut pas négliger la phase d'observation de la classe ; la connaissance du sujet permet la préparation d'expériences en connaissance de cause. Cette observation peut dégager des informations qui seront indispensables lors de l'analyse, puis

(7) Human Problem Solving — Newell et Simon — 1972.

l'interprétation des résultats (composition sociale de la classe, tranches d'âge des élèves, élèves ayant des difficultés psychologiques, familiales ou matérielles, etc...). Dans la dernière phase, si des résultats sont obtenus, avant de les accepter, on s'assurera :

— si ce sont des résultats expérimentaux, qu'ils sont reproductibles ainsi que l'expérience et que les paramètres relatifs au sujet et aux dispositifs sont bien contrôlés ;

— s'ils résultent d'autres analyses, par exemple statistiques, que l'on a pris les précautions propres à l'outil utilisé.

Enfin il n'est pas inutile de réfléchir à la façon dont sa propre recherche est ses résultats s'insèrent dans les théories existantes, ou comment elles s'en écartent.

BIBLIOGRAPHIE

CELLERIER G. : *PIAGET* — Coll. SUP, P.U.F. 1973

DESCARTES : *Discours de la méthode*.

FRAISSE - PIAGET : *Traité de psychologie expérimentale*.
T. VII — *L'intelligence* P.U.F. 1969.

GLAESER G. : *Cours d'heuristique générale*. Université L. Pasteur
D.E.A. de didactique, Strasbourg 1975-1976.

L'observation clinique des comportements heuristiques.
Bull. Inter IREM, Mars 1975.

HADAMARD J. : *Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique*. Coll. "Discours de la méthode",
Gauthier-Villars, 1975.

IREM de MONTPELLIER : *Heuristique*, Avril 1975.

NEWELL — SIMON : *Human problem solving*. Prentice-Hall
inc., 1972.

PIAGET — INHELDER : *La genèse des structures logiques élémentaires*. Delachaux et Niestlé, 1967.

POINCARÉ H. : *L'invention mathématique*. Bull. de l'Institut
Général Psychologique, 8ème année, n° 3, Mai-Juin 1908.

POLYA G. : *La découverte des mathématiques*. Dunod 1967.
Comment poser et résoudre un problème. Dunod 1965.

Pédagogie par objectifs

par Philippe JACQUEMIER, Grenoble

Comportera-t-elle, parmi ses objectifs, celui-ci : savoir évoluer en marge des mathématiques et savoir utiliser la mathématique qui convient à la situation rencontrée ?

Fera-t-elle par exemple que l'élève (de Seconde ? de Quatrième ? de Terminale ?) sache résoudre le problème suivant, ou mieux sache se le poser, l'énoncer, et le résoudre, et aussi sache donner à sa solution une rédaction claire, capable de convaincre un camarade qui n'aurait rien trouvé ?

"Le temps s'est soudain refroidi et des flocons, mi-grêle, mi-neige, se sont mis à tomber. Ils font, sur l'herbe rase de la montagne, comme des pâquerettes blanches, mais qui durent peu, car le sol, en ce temps de printemps, n'est pas froid.

Les flocons tombent bien régulièrement ; il en tombe mille par minute et par mètre-carré. Ils ont tous, sur le sol, la même durée de vie : deux minutes. C'est-à-dire que chaque flocon, deux minutes après son arrivée sur le sol, est complètement devenu eau ou vapeur et cesse d'être fleur blanche dans l'herbe. Puisque les flocons tombent régulièrement, il en disparaît constamment autant qu'il en arrive, et le nombre de flocons visibles sur un mètre carré du sol reste constant. Quel est ce nombre ?".

Publications A.P.M.E.P.

Les CARRES MAGIQUES

Brochure de 48 pages sur un "thème vertical"

Prix : 4 F par la poste : 5,50 F

Télé (picto) grammes (notes de télélecture)

par Bernard PARZYSZ, IREM de Paris-Sud, Groupe Français -
Mathématiques

“Nabuchodonosor, roi de
Babylone. Ecrivez cela en quatre
lettres.”

(Devinette classique)

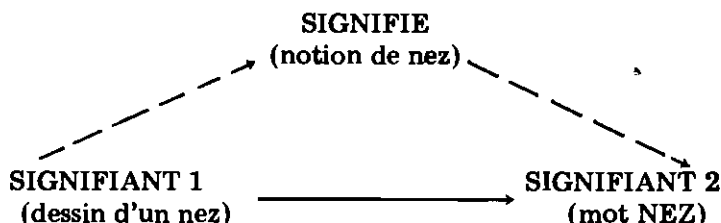
Un récent mercredi après-midi, le hasard me fit passer à proximité d'un récepteur de télévision en fonctionnement, à l'heure des émissions destinées aux jeunes. Une charmante animatrice était en train de faire jouer des enfants à un jeu intitulé “la chasse aux intrus” ; commençant par tracer quelques dessins sur un tableau, elle leur demanda lequel, parmi ces dessins, n'allait pas avec les autres. Elle signala — cela n'était pas inutile — que ces dessins représentaient :

un pain
un vase
une main
un pied
un nez

et, personne n'ayant donné de réponse, déclara (je cite) : “l'intrus, c'est le nez, parce qu'il n'a que trois lettres, alors que les autres en ont quatre”.

Cette phrase me plongea dans un abîme de réflexion. Comment ? Un nez aurait donc des lettres ? Je savais bien qu'il avait deux narines, deux ailes et une racine, mais des lettres ! Qu'était-ce donc qui n'allait pas, dans cette phrase ? C'était bien sûr le “il”, c'est-à-dire le fait d'assimiler un objet à son écriture en français, de confondre le *signifié* (d'après le Petit Robert : partie saillante du visage, située dans son axe, entre le front et la lèvre supérieure ...) et le *signifiant* (le mot NEZ). La solution du jeu n'était donc pas évidente, puisqu'il fallait opérer ce glissement. En fait, elle l'était encore moins que cela, car il fallait auparavant faire un autre passage, mais cette fois en sens inverse : du *signifiant* (le dessin d'un nez) au *signifié* (le même que plus haut). Il fallait donc

finalement passer d'un signifiant à un autre, ces signifiants étant situés dans deux systèmes différents (dessin, écriture) :



Le problème aurait été tout autre si la demoiselle avait *écrit* les cinq noms au lieu de dessiner les objets, car les enfants n'auraient plus eu sous les yeux que les mots, c'est-à-dire ici les n-uplets de lettres à propos desquels on voulait qu'ils remarquent quelque chose.

Je m'avisai alors que cette pratique de confondre signifiés et signifiants est également assez courante en mathématiques : combien de fois n'entend-on pas dire, par exemple, que telle fonction possède un axe de symétrie ; il s'agit là du même glissement que celui qui consiste à passer de la notion de nez au mot NEZ (la courbe n'étant qu'une représentation de la fonction, dans un système donné). Mais cet exemple est somme toute bénin, car il n'y a généralement pas de véritable confusion entre "courbe" et "fonction" (il s'agirait plutôt d'un abus de langage).

Autre exemple, plus sérieux à mon avis : lorsqu'on parle d'une équation où l'inconnue est x , qu'est-ce que " x " ? Une lettre de l'alphabet latin, un nombre, ou autre chose ? On comprend que ceci puisse gêner un certain nombre d'élèves. Sur ce sujet, qui ne connaît la fameuse boutade :

$$(x-a)(x-b)(x-c)\dots(x-z)$$

est égal à zéro, car on trouve dans ce produit le facteur $(x-x)$?

On pourrait ainsi multiplier les exemples (*), mais l'idée essentielle est que distinguer — et surtout faire distinguer par les élèves — le niveau du signifiant et celui du signifié ne relève pas de la "manie de prof", ou d'un purisme outrancier, mais que c'est une condition nécessaire pour arriver à une compréhension vraie des concepts mathématiques (et autres).

(*) J. Adda a bien montré (L'incompréhension en Mathématiques et les malentendus, in *Educational Studies in Mathematics* 6 (1975) pp. 311-326) les risques de la confusion entre signifiants et signifiés, en particulier dans l'étude de la numération et dans l'utilisation des diagrammes de Venn. Je ne saurais mieux faire que d'y renvoyer.

Cependant mon histoire ne s'arrête pas là : après cette première "chasse à l'intrus", la — toujours charmante — animatrice en proposa une seconde en dessinant, toujours selon le même principe :

un arbre
un avion
une armoire
un lapin.

Je jubilai : cette fois, je ne me laisserais plus prendre au piège : je savais qu'il ne fallait pas considérer les dessins, ni les notions, mais les mots. Comptant les lettres de ces mots, je m'exclamai in petto : Eurêka ! l'intruse est l'armoire, car le mot ARMOIRE est le seul à n'avoir pas cinq lettres. Cruelle fut ma déception ; la bonne réponse était : "l'intrus est le lapin, car tous les autres commencent par la lettre A". Je me plongeai derechef dans un abîme de réflexion : et pourquoi pas, me dis-je, l'arbre ? le mot ARBRE est le seul à ne pas contenir la lettre I. Autrement dit, le problème admettait au moins trois solutions, ce qui en soi n'était pas un mal (au contraire, dirais-je même). Mais ce qui me tracassait, c'est que ce genre de question pourrait figurer dans des tests censés mesurer l'intelligence des enfants et/ou les orienter. Et comme assez souvent on demande uniquement de choisir une réponse parmi plusieurs proposées (QCM), sans justifier cette réponse, ne risque-t-on pas de pénaliser les enfants qui auront répondu autre chose que ce que l'on attendait d'eux, même si leurs raisons étaient tout à fait bonnes ? A cette pensée, un frisson me parcourut l'échine.

... Et qu'on ne vienne plus me dire après cela que la télévision abêtit et empêche de penser.

Le Robinson de la mathématique : Vendredi se lance dans l'invention (4^{ème} épisode)

par P. MAHAUT, CEG St-Martin-de-Fontenay

Robinson était parti à sa maison de campagne ; c'était en fait un enclos où il élevait quelques animaux. Pendant ce temps Vendredi jouait tout seul avec le dernier jeu qu'il avait découvert *. L'élève aimait manipuler, réfléchir, sans que son maître soit là, l'oeil critique. Il jouait successivement à la place de deux joueurs imaginaires.

Une heure plus tard, Robinson était de retour :

R. : Alors, tu joues tout seul maintenant ?

V. : Oui, pourquoi pas ! Je viens de trouver une nouvelle règle d'enchaînement pour les pions.

R. : Ah bon, je peux voir ?

V. : Deux pions peuvent se suivre en respectant les conditions suivantes :

— s'ils sont de la même couleur, la somme des nombres qu'ils portent doit être paire ;

— s'ils sont de couleurs différentes, la différence des nombres qu'ils portent doit être impaire. Je devrais pouvoir jouer avec cette règle, mais les parties ne finissent jamais et je ne vois pas pourquoi.

R. : Montre voir une file de pions construite en respectant ta règle d'enchaînement.

Vendredi montre la table.

2	8	4	3	7	0	6	5	2	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Fig. I

R. : Tu ne remarques rien quant à la parité des pions ?

V. : (après réflexion). En effet, si la file commence par un "2 noir" comme c'est le cas ici, je ne peux poser derrière que des "pairs noirs" ou des "impairs blancs". Par contre, si la file commence par un "3 noir" je ne peux placer derrière que des "pairs blancs" ou des "impairs noirs".

* Voir Bulletin 300.

R. : C'est tout à fait cela ; tu devines pourquoi tu ne peux pas jouer maintenant ?

V. : Parfaitement, je vais même faire un schéma pour te le montrer mais cela commence à m'énerver !

R. : Mais pourquoi ?

V. : Parce que c'est toujours la même chose, je trouve à nouveau une relation d'équivalence et c'est la partition du jeu en deux sous-ensembles qui bloque le jeu.

Après avoir pioché sept pions au hasard, Vendredi fait le schéma annoncé.

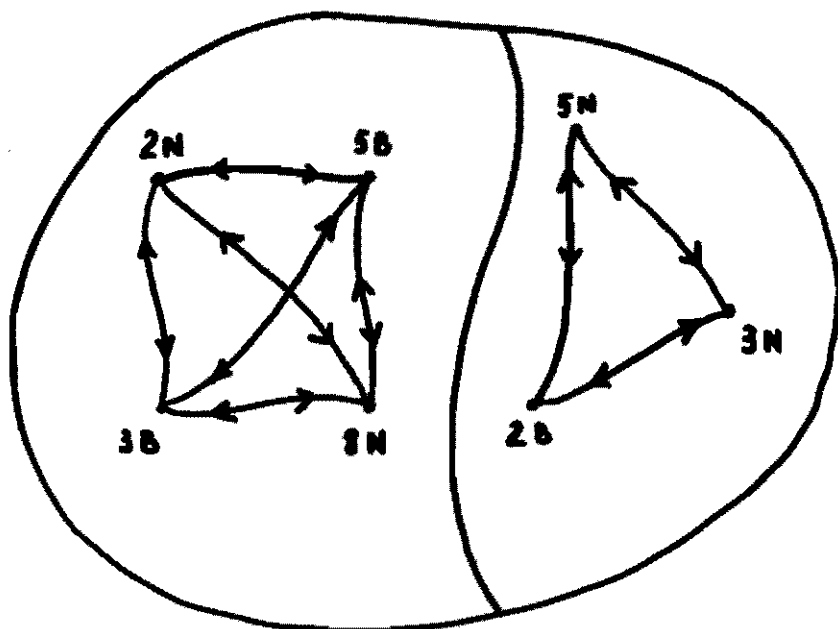


Fig. II

V. : Lorsque je joue les pions d'une classe, je suis enfermé dans cette classe et condamné à y rester. Il faudrait donc pour en sortir trouver une autre règle d'enchaînement modifiant très légèrement les règles précédentes.

R. : Tu raisones bien aujourd'hui ; alors que nous proposes-tu ?

V. : Puisque le nombre le plus grand porté par les pions est dix, je vais ajouter la règle suivante :

— Deux pions peuvent toujours se suivre si la somme des nombres qu'ils portent est dix. Regarde : je peux maintenant compléter mon schéma.

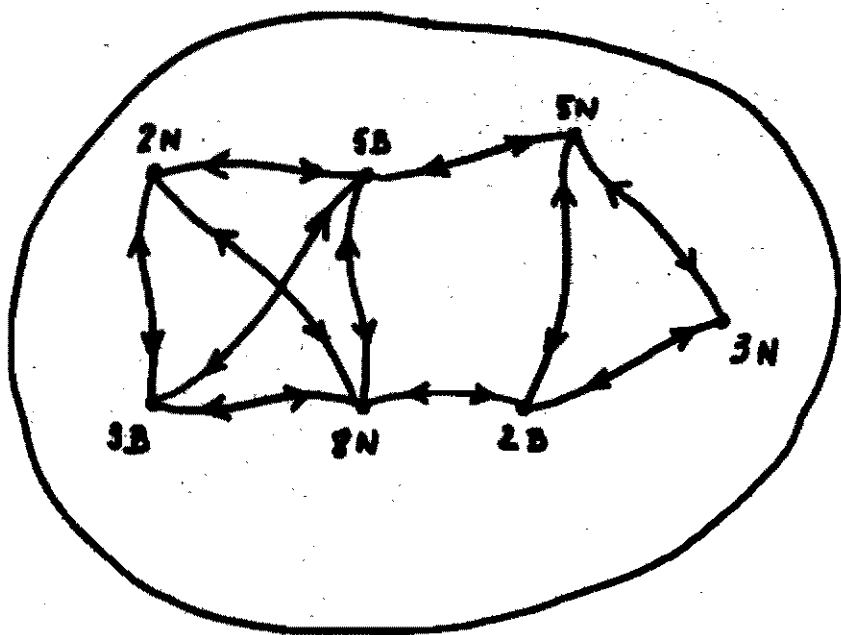


Fig. III

V. (satisfait) : Maintenant nous devons pouvoir jouer. Tu joues ?

C'est ainsi que ce jour-là se termina la soirée ; et c'est seulement le lendemain que Vendredi dessina le diagramme qui est reproduit ci-après.

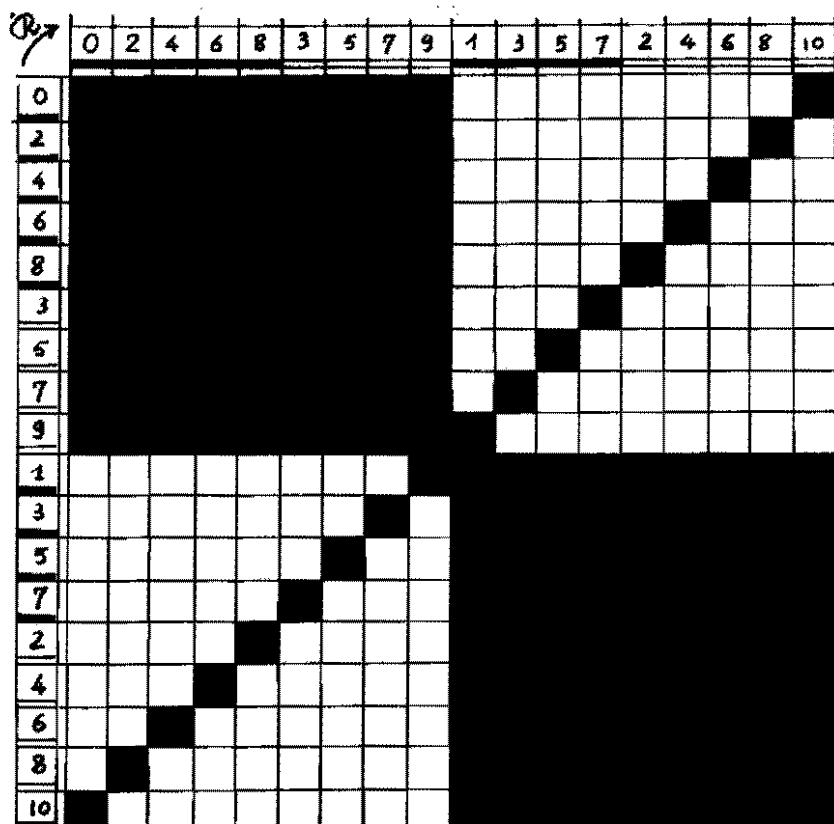


Fig. IV

Errata du Bulletin 307

Page 183 : Lire d'abord les six dernières lignes (de "Douze candidats" à "Peyrache").

Page 43 : Supprimer les lignes 18, 19 20.

INTERDISCIPLINARITE

Technique matricielle en analyse de fabrication*

*par Serge POIRIER, Professeur de Mathématique, ENNA -
Villeurbanne*

Dans le domaine de la fabrication mécanique, en analyse de fabrication (ou analyse d'usinage), on utilise une technique dite "matricielle" pour la détermination du processus de fabrication (ou processus d'usinage), lequel permet ensuite de choisir une gamme d'usinage.

Il ne s'agit pas d'exposer ici ce qu'est l'analyse de fabrication proprement dite, mais, à son sujet, de faire part de remarques ou poser des questions se rattachant à la technique matricielle qu'elle utilise.

Afin d'illustrer au mieux notre propos, nous exploiterons deux exemples, partiellement traités d'ailleurs avec une section de professeurs stagiaires de mécanique générale à l'ENNA de Villeurbanne. Notre étude n'étant absolument pas synthétique, nous mêlerons, au gré de la fantaisie, les remarques d'ordre méthodologique ou fondamental, les illustrations pouvant éclairer le texte, les traitements des exemples aux différents niveaux accessibles au fur et à mesure que la réflexion progressera.

Exemple 1 :

Fabrication d'une chape de pompe hydraulique manuelle dans le cadre d'une petite série de quinze pièces.

Dessin de définition joint (Annexe 1).

* Document de l'IREM de Lyon.

Exemple 2 :

La nature de la pièce à réaliser n'est pas précisée ; seul est fourni un diagramme sagittal (Annexe 2).

La première tâche du technicien consiste à lire le dessin de définition de la pièce et à dresser le répertoire des surfaces à usiner (référentiel E_1).

Dans un deuxième temps, compte tenu de la cotation fonctionnelle (ainsi appelée parce qu'elle est conçue en tenant compte de la fonction que doit remplir l'objet à fabriquer), compte tenu également des machines et des outils dont il dispose, obéissant à des impératifs proprement technologiques, le technicien *décèle sur le dessin les antériorités jugées nécessaires dans l'usinage de telle et telle surfaces* et les affiche dans une première matrice M_1 .

Ainsi il envisage une première relation R_1 dans E_1 définie par :

$\forall (x,y) \in E_1 \times E_1 / x R_1 y \Rightarrow$ "x ne peut être réalisé qu'après y"
autrement dit, $x R_1 y$ signifie :

"pour réaliser x, il faut avoir réalisé y"

ou encore, selon la terminologie usuelle en analyse de fabrication :
"x a pour antériorité y".

Cela étant, quelles que soient les espérances du technicien, rien ne prouve que cette première relation R_1 de matrice M_1 rende compte de façon *complète* (1) et *cohérente* (2) de l'ordre chronologique dans l'ensemble des tâches à effectuer. Il faut donc s'assurer que R_1 est bien une relation d'ordre $\star$; éventuellement il y aura lieu de modifier son graphe de façon à *transformer R_1 en relation d'ordre R*. (3).

★ Remarque

On a conservé cette appellation "ordre" ; en fait il faudrait dire "ordre strict" puisque la relation envisagée est, à l'évidence, antiréflexive. Le purisme aidant, l'"ordre strict" ne tient pas ! Aussi bien, s'il s'agissait d'ordre total, devrions-nous dire "la relation $\overline{R}_1$, contraire de R_1 , doit être d'ordre". Mais cela serait faux dans le cas d'un ordre partiel ; or c'est précisément d'ordre partiel dont on parle. En conséquence... nous conserverons l'appellation "ordre" (au sens strict !).

Exemple 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
8	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0

Dorénavant, sauf cas d'espèce, les zéros seront notés par des points.

Exemple 2

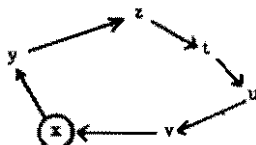
	1E	1F/	1F	3F	4F	5E	5F
1E	.	.	.	.	1	.	.
1F/	1	.	.	1	1	.	.
1F	.	1	.	1	1	.	.
3F	.	1	.	.	.	.	.
4F	.	.	.	.	.	1	.
5E	.	1	.	1	.	.	.
5F	.	.	1	1	1	1	.

Précisons que

- (1) signifie transitivité de R_i
- (2) signifie aucun chemin fermé en p flèches successives (sur le diagramme sagittal complété par (1)).
- (3) consiste en ce qui est appelé la fermeture transitive d'un graphe. En outre (3) permettra de déceler les chemins fermés (cycles) éventuels, ce qui s'interprétera aussitôt en termes d'erreur d'analyse dite "incompatibilité ou impossibilité de p ème espèce".

Ainsi le traitement de la matrice M_1 de R_1 selon (3) doit permettre d'atteindre un double objectif :

- (31) déceler l'existence éventuelle de cycles en p flèches successives — impossibilité de pième espèce de réaliser la pièce.



“x ne peut être réalisé qu'après.... x” IMPOSSIBLE !

- (32) les impossibilités étant dénoncées et les “vices” correspondants corrigés, étendre la relation initiale à la relation R dont le graphe comporte le moins possible de couples (autre ceux du graphe de R_1), R devant être transitive.

Remarques :

- (31) permet de savoir s'il y a antisymétrie de

$\underbrace{R \circ R \circ R \circ R \circ \dots \circ R \circ R}_p$ basée sur l'antiréflexivité de

$\underbrace{R \circ R \circ R \circ R \circ \dots \circ R \circ R \circ R}_p + 1$

C'est en fait la recherche de l'antiréflexivité à tous les degrés.

- (32) rejoint le problème classique qui consiste à rajouter le minimum de flèches à un schéma sagittal pour obtenir le schéma d'une relation transitive.

Ce traitement de la matrice M_1 de la relation R_1 consiste en l'établissement de la suite des matrices M_1^p , $1 \leq p \leq n$, ($n = \text{card } E_1$). On utilisera la multiplication matricielle dite booléenne (où $1 + 1 = 1$) puisqu'il s'agit de rechercher l'existence de chemins en p flèches successives et non par leur nombre. On notera $\oplus$ l'addition booléenne des matrices et $M_1^{(9)}$ la matrice d'existence des chemins en p flèches successives de x à y .

[Voir l'article de M. Motte “Initiation aux vectoriels en classe de seconde”, Bulletin n° 290, septembre 1973, pages 509 à 511. M. Motte justifie l'usage de la multiplication matricielle pour dénombrer les chemins en p flèches successives ; ici, on se contente de mettre en évidence l'existence de tels chemins.]

Au cours de ce travail, dès qu'il apparaît un 1 sur la diagonale, cela signifie que la première relation envisagée R_1 cache un "vice" ; il appartient au technicien de le corriger en revenant à la première phase de l'analyse. Se fondant sur des arguments technologiques, il pourra "briser" le cycle en supprimant l'une des flèches ou, éventuellement, en modifiant le référentiel.

Exemple 1

$M_1^{(1)}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
2	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
3	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
4	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
5	.	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.
6	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.
7	1	1	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.
8	1	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.
9	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.
10	.	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.
11	.	1	1	.	1	1	.	.	.	.	.	.
12	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.

$M_1^{(2)}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
2	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
3	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
4	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
5	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
6	.	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.
7	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.
8	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.
9	.	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.
10	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.
11	1	1	.	1	1	.	.	.	.	.	.	.
12	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.

$M_1^{(3)}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
2	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
3	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
4	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
5	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
6	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
7	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
8	.	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.
9	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
10	.	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.
11	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.
12	.	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.

$M_1^{(4)}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
2	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
3	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
4	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
5	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
6	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
7	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
8	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
9	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
10	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
11	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.
12	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

$M_1^{(5)}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
2	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
3	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
4	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
5	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
6	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
7	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
8	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
9	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
10	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
11	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
12	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

$M_1^{(6)}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
2	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
3	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
4	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
5	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
6	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
7	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
8	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
9	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
10	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
11	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
12	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

$$M_1^{(1)} = M_1^{(2)} = \dots = M_1^{(12)} = 0$$

Dans l'exemple 1, l'objectif (31) est atteint : l'antiréflexivité à tous les degrés est vérifiée. Pour atteindre l'objectif (32) il suffit d'effectuer l'addition (booléenne) des matrices de la suite :

$$M = \left(\sum_{p=1}^{p=n} (M_1)^{\odot p} \right) \quad (a)$$

On obtient ainsi la matrice de la relation R, cherchée, transitive, antisymétrique et antiréflexive. On reconnaît là l'ordre "strict" qui traduit bien la réalité de la fabrication de la pièce.

Remarque

Dans l'exemple 1 la matrice M_1 présente une diagonale nulle et le demi-carré au-dessus de cette diagonale est couvert de zéros ; la multiplication matricielle s'effectuant selon la formule

$$[a_{mn}] \cdot [b_{np}] = \left[\sum_k a_{mk} \cdot b_{kp} \right]$$

dans ces conditions on est assuré a priori de l'antiréflexivité à tous les degrés. Il est possible alors de réduire le nombre de multiplications matricielles en utilisant la formule :

$$(I \oplus M_1)^{\odot n} = \left(\sum_{p=1}^{p=n} (M_1)^{\odot p} \right) \oplus I$$

la matrice cherchée est

$$M = (I \oplus M_1)^{\odot n} - I$$

1	1	1
1 1	1 1	1 1
1 1 1	1 1 1	1 1 1
1 1 1 1 . . .	1 1 1 1 . . .	1 1 1 1 . . .
. 1 1 1 1 . .	1 1 1 1 1 . .	1 1 1 1 1 . .
. . . 1 1 1 .	1 1 1 1 1 1 .	1 1 1 1 1 1 .
1 1 1 1 1 .	1 1 1 1 1 1 1 .	1 1 1 1 1 1 1 .
1 1 . . 1 1 .	1 1 1 1 1 1 1 1 .	1 1 1 1 1 1 1 1 .
. . . 1 1 . .	1 1 1 1 1 1 . . 1 .	1 1 1 1 1 1 . . 1 .
. . . . 1 1 .	. 1 1 1 1 . . 1 . .	. 1 1 1 1 1 . . 1 . .
. 1 1	. 1 1 1 1 1 . . 1 .	. 1 1 1 1 1 1 . . 1 .
. 1 1 1 1 1 1 .	. 1 1 1 1 1 1 . . 1 .	. 1 1 1 1 1 1 1 . . 1 .
. 1 1 1 1 1 1 1 .	. 1 1 1 1 1 1 1 . . 1 .	. 1 1 1 1 1 1 1 1 . . 1 .
. 1 1 1 1 1 1 1 1 .	. 1 1 1 1 1 1 1 1 . . 1 .	. 1 1 1 1 1 1 1 1 1 . . 1 .
. 1 1 1 1 1 1 1 1 1 .	. 1 1 1 1 1 1 1 1 1 . . 1 .	. 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 . . 1 .

$$(I + M_1)^{\odot 1}$$

$$(I + M_1)^{\odot 2}$$

$$(I + M_1)^{\odot 3}$$

$$(I + M_1)^{\odot 4}$$

Pour cet exemple 1, le résultat obtenu (M) est relativement simple ; cela est dû au fait que le technicien, lorsqu'il a établi le numérotage des surfaces à usiner, a pressenti empiriquement un certain ordre chronologique dans la réalisation des tâches. Cette simplicité n'apparaîtrait plus dans le cas d'un numérotage arbitraire donné avec le dessin. (Voir Exemple 1 bis, annexe 3). (A traiter pour vérification....)

Exemple 2

Ici la matrice M_1 ^② présente deux 1 sur sa diagonale ; c'est la preuve de l'existence de cycles en deux flèches successives.

Remarque 1

La non antiréflexivité de $R_1 \circ R_1$ est la preuve de la non antisymétrie de R_1 , propriété qui apparaît d'emblée, et sur le diagramme sagittal, et sur la matrice M_1 .

	1E	1F/	1F	3F	4F	5E	5F
1E	.	.	.	.	.	.	.
1F/	.	1	.	.	1	1	.
1F	1	.	.	1	1	1	.
3F	1	.	.	1	1	.	.
4F	.	.	.	1	.	.	.
5E	1	1	.	1	1	.	.
5F	.	1	.	1	1	1	.

M_1 ^③

Remarque 2

Dans le cas simple (et pratiquement le plus fréquent) où la matrice M_1 ^③ présente p "1" sur sa diagonale, on connaît immédiatement les p sommets engendrant les p cycles décelés.

Dans cette situation, le technicien prend la décision suivante :

$$1F/ \rightleftarrows 3F \quad \text{devient} \quad 1F/ \longleftarrow 3F$$

Ce faisant, la relation R_1 dans E_1 est transformée en la relation R_2 dans E_2 (ici $E_2 = E_1$) dont la matrice est M_2 :

	1E	1F/	1F	3F	4F	5E	5F
1E	.	.	.	.	1	.	.
1F/	1	.	.	.	1	.	.
1F	.	1	.	1	1	.	.
3F	.	1	.	.	.	.	.
4F	.	.	.	.	.	1	.
5E	.	1	.	1	.	.	.
5F	.	.	1	1	1	1	.

On reprend le traitement de M_2 comme on l'a fait précédemment pour M_1 .

Le processus devra être repris à chaque fois qu'un cycle apparaîtra. Au bout du compte la relation R_1 dans E_1 (matrice M_1) devient R_k dans E_k (matrice M_k).

Pour cette dernière relation, plus aucun cycle n'apparaissant, l'objectif (31) est atteint ; pour atteindre (32), idem exemple 1. (Cf. ci-dessus (a)).

	1E	1F/	1F	3F	4F	5E	5F
1E	.	.	.	.	1	.	.
1F/	1	.	.	.	1	.	.
1F	.	1	.	1	1	.	.
3F	.	1	.	.	.	.	.
4F	.	.	.	.	.	1	.
5E	.	1	.	1	.	.	.
5F	.	.	1	1	1	1	.

M_2

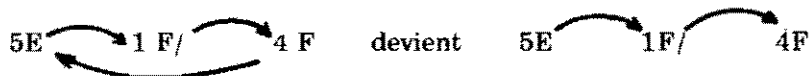
	1E	1F/	1F	3F	4F	5E	5F
1E	.	.	.	.	.	1	.
1F/	.	.	.	.	1	1	.
1F	1	1	.	.	1	1	.
3F	1	.	.	.	1	.	.
4F	.	1	.	1	.	.	.
5E	1	1	.	.	1	.	.
5F	.	1	.	1	1	1	.

$(M_2)^{(1)}$

	1E	1F/	1F	3F	4F	5E	5F
1E	.	1	.	.	1	.	.
1F/	.	1	.	1	.	1	.
1F	1	1	.	1	1	1	.
3F	.	.	.	.	.	1	.
4F	1	1	.	.	1	.	.
5E	1	.	.	.	.	1	.
5F	1	1	.	1	1	1	.

$(M_2)^{(3)}$

Ici, la matrice $M_2^{(3)}$ présente trois "1" sur sa diagonale ; compte tenu de la remarque 2 précédente, le technicien connaît le cycle et décide :



Ce faisant, la relation R_2 dans E_2 est transformée en la relation R_3 dans E_3 (ici $E_3 = E_1$) dont la matrice est M_3 ; M_2 est traitée à son tour :

$$M_3$$

	1E	1F/	1F	3F	4F	5E	6F
1E	.	.	.	.	1	.	.
1F/	1	.	.	.	1	.	.
1F	.	1	.	1	1	.	.
3F	.	1	.	.	.	.	.
4F	.	.	.	.	.	.	.
5E	.	1	.	1	.	.	.
6F	.	.	1	1	1	1	.

$$(M_3)^{(3)}$$

	1E	1F/	1F	3F	4F	5E	6F
1E	.	.	.	.	.	.	.
1F/	.	.	.	.	1	.	.
1F	1	1	.	.	1	.	.
3F	1	.	.	.	1	.	.
4F	.	.	.	.	.	.	.
5E	1	1	.	.	1	.	.
6F	.	1	.	1	1	.	.

$$(M_3)^{(5)}$$

	1E	1F/	1F	3F	4F	5E	6F
1E	.	.	.	.	.	.	.
1F/	.	.	.	.	.	.	.
1F	1	.	.	.	1	.	.
3F	.	.	.	.	1	.	.
4F	.	.	.	.	.	.	.
5E	1	.	.	.	1	.	.
6F	1	1	.	.	1	.	.

$$(M_3)^{(7)}$$

	1E	1F/	1F	3F	4F	5E	6F
1E	.	.	.	.	.	.	.
1F/	.	.	.	.	.	.	.
1F	.	.	.	.	1	.	.
3F	.	.	.	.	.	.	.
4F	.	.	.	.	.	.	.
5E	.	.	.	.	1	.	.
6F	1	.	.	.	1	.	.

	1E	1F/	1F	3F	4F	5E	6F
1E	.	.	.	.	.	.	.
1F/	.	.	.	.	.	.	.
1F	.	.	.	.	.	.	.
3F	.	.	.	.	.	.	.
4F	.	.	.	.	.	.	.
5E	.	.	.	.	.	.	.
6F	.	.	.	.	1	.	.

 $(M_3)^{(6)}$

et $(M_3)^{(6)} = (M_3)^{(7)} = 0$

L'antiréflexivité à tous les degrés est acquise pour R_3 . Il reste à construire la matrice M de R :

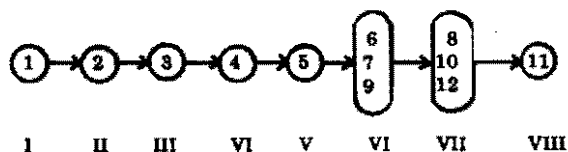
$$(b) M = \sum_{p=1}^{p=6} (M_3)^{(p)}$$

	1E	1F/	1F	3F	4F	5E	6F
1E	.	.	.	.	1	.	.
1F/	1	.	.	.	1	.	.
1F	1	1	.	1	1	.	.
3F	1	1	.	.	1	.	.
4F	.	.	.	.	.	.	.
5E	1	1	.	1	1	.	.
6F	1	1	1	1	1	1	.

A ce stade, aussi bien dans l'exemple 1 que dans l'exemple 2, le technicien dispose d'un outil matriciel (M) qui lui permet de passer à la phase suivante de l'analyse de fabrication qui est de déterminer le processus d'usinage c'est-à-dire d'établir la liste des niveaux d'antériorités dans l'ordre croissant. Pour ce faire, il suffit de sommer en ligne :

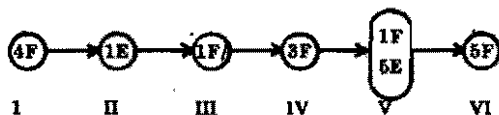
Exemple 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		niveaux
1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	0	I
2	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	II
3	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	2	III
4	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	3	IV
5	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	4	V
6	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.	5	VI
7	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.	5	VI
8	1	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.	6	VII
9	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.	5	VI
10	1	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.	6	VII
11	1	1	1	1	1	1	1	1	.	.	.	.	8	VIII
12	1	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.	6	VII



Exemple 2

	1E	1F/	1F	3F	4F	5E	5F		niveaux
1E	..	.	.	.	1	.	.	1	II
1F/	1	..	.	.	1	.	.	2	III
1F	1	1	.	1	1	.	.	4	V
3F	1	1	.	.	1	.	.	3	IV
4F	.	.	.	.	.	.	.	0	I
5E	1	1	.	1	1	.	.	4	V
5F	1	1	1	1	1	1	.	6	VI



Le processus d'usinage obtenu après sommations en lignes n'est pas tout à fait complet. En effet, dans l'état où il est, il ne permet pas au technicien de choisir valablement une gamme d'usinage c'est-à-dire un chemin passant par tous les éléments de E sans omission ni répétition, (et respectant l'ordre chronologique).

Par ailleurs, le schéma sagittal de la relation R est très chargé du fait, notamment de la présence des "flèches de transitivité". Il est difficile d'y "voir clair" dans un tel fouillis !

Question : Ne pourrait-on pas trouver un moyen de dégager l'"ossature" ou la "mature" (l'arbre hiérarchique ?) de ce diagramme ?

Réponse proposée : Supprimer les flèches de transitivité.

Pour ce faire, calculons la matrice $\mathcal{M} = M \ominus (M)^{(2)}$:

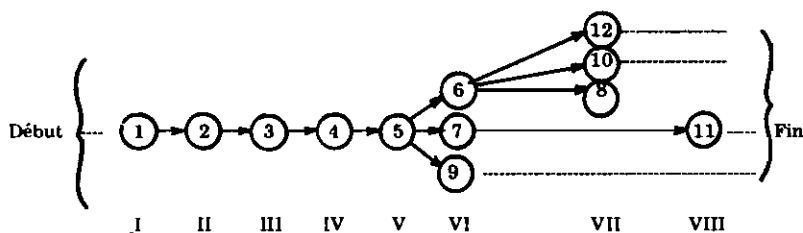
Exemple 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
2	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
3	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
4	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.
5	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.
6	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.
7	.	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.
8	.	.	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.
9	.	.	.	.	.	.	.	1	.	.	.	.
10	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	.	.
11	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	1	.
12	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1

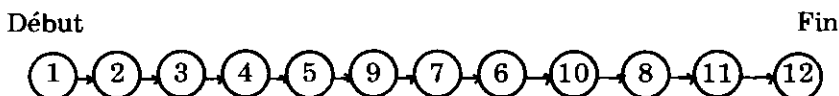
$M \ominus M^{(2)}$ est la matrice associée à $G_R - G_{R \circ R}$ ($= G_R \cap \overline{G_{R \circ R}}$). L'opération s'effectue en superposant les matrices M et $M^{(2)}$: par transparence, on voit apparaître dans chaque case l'un des couples (0 ; 0), (0 ; 1), (1 ; 0), (1 ; 1). Seul le dernier cas fait l'objet d'une intervention portant sur M : on soustrait 1 au nombre 1 contenu dans toute case de M où cette situation est réalisée.

En respectant ce mode opératoire, M est transformée en $\mathcal{M}$.

C'est la matrice d'une relation antiréflexive antisymétrique antitransitive dont le graphe représenté ci-dessous simplifie dans le sens souhaité le diagramme sagittal de R. En réalité, c'est du graphe de la relation réciproque dont on a besoin pour le processus d'usinage ; et c'est ce dernier qui est représenté. (c)



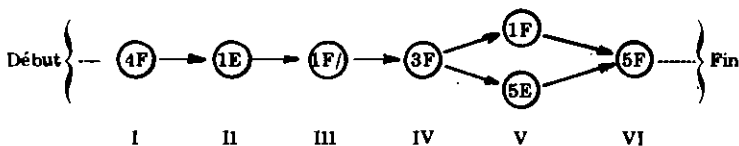
A ce stade on est en mesure de construire toutes les gammes d'usinage possibles parmi lesquelles le technicien, en connaissance de cause technologique, choisira celle qui lui convient le mieux. Par exemple :



Exemple 2 : Détermination de la matrice $M \ominus M^{(2)} = \mathcal{M}$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline 1 & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline 1 & 1 & \cdot & 1 & 1 & \cdot & \cdot \\ \hline 1 & 1 & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline 1 & 1 & \cdot & 1 & 1 & \cdot & \cdot \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \cdot \\ \hline \end{array} \ominus \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot \\ \hline 1 & 1 & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot \\ \hline 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline 1 & 1 & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot \\ \hline 1 & 1 & \cdot & 1 & 1 & \cdot & \cdot \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 1E & 1F & 1F & 3F & 4F & 5E & 5F \\ \hline 1E & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot \\ \hline 1F & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline 1F & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline 3F & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline 4F & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline 5E & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot \\ \hline 5F & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & 1 \\ \hline \end{array}$$

C'est la matrice de la relation dont la réciproque a pour diagramme sagittal le processus d'usinage cherché :



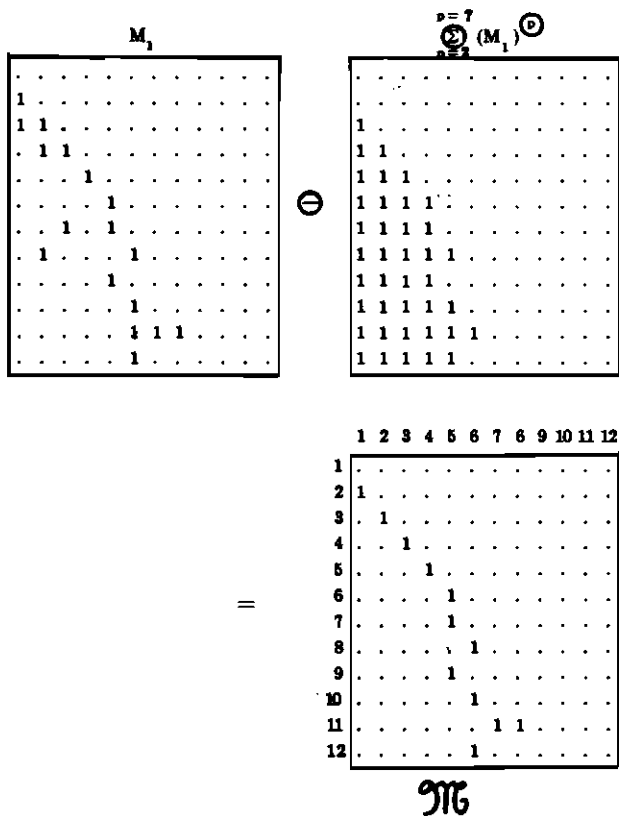
Remarque :

Dans cet exemple, il n'y a que deux gammes possibles pour l'usinage des surfaces répertoriées.

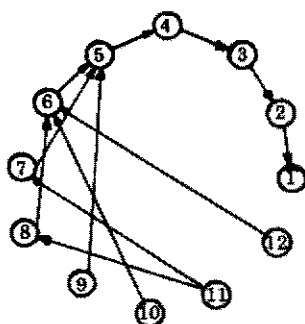
Observations

1) Il est assez crispant de rechercher l'antitransitivité après avoir obtenu (non sans peine !) la transitivité. On pourrait éventuellement se passer de la matrice M (cf. (a) ou (b)). En effet, à partir du

$$M_k \ominus \bigoplus_{p=2}^{p=n} (M_k)^{\oplus p} = \mathcal{M}$$



$$M_1^{(p)} = 0 \quad \text{pour } p \geq 8$$



Il reste à "désenchevêtrer" et à inverser le sens des flèches pour obtenir le processus d'usinage (c) (voir ci-dessus).

Exemple 2 :

On a vu précédemment que $R_k = R_3$ c'est-à-dire $M_k = M_3$;

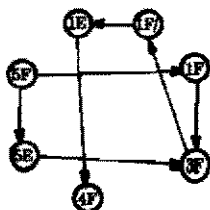
en outre $(M_3)^{(6)} = 0$

$$\text{Calculons } M_3 \ominus \sum_{p=2}^{p=5} (M_3)^{(p)} = \mathcal{M}$$

(Rappel : $M_3^{(p)} = 0$ pour $p \geq 6$)

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccccc}
 & & & 1 & & \\
 1 & & & 1 & & \\
 & 1 & & 1 & 1 & \\
 & 1 & & & & \\
 & & & & & \\
 & 1 & & 1 & & \\
 & 1 & 1 & 1 & 1 &
 \end{array} \\
 M_3
 \end{array}
 \ominus
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{cccccc}
 & & & & & \\
 & & & 1 & & \\
 1 & 1 & & 1 & & \\
 1 & & & 1 & & \\
 & & & & & \\
 1 & 1 & & 1 & & \\
 1 & 1 & 1 & 1 & &
 \end{array} \\
 \sum_{p=2}^{p=5} (M_3)^{(p)}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{cccccc}
 1E & 1F & 1F & 3F & 4F & 5E & 5F \\
 1E & & & & 1 & & \\
 1F & 1 & & & & & \\
 1F & & & 1 & & & \\
 3F & & 1 & & & & \\
 4F & & & & & & \\
 5E & & & & 1 & & \\
 5F & & & 1 & & & 1
 \end{array} \\
 \mathcal{M}
 \end{array}$$

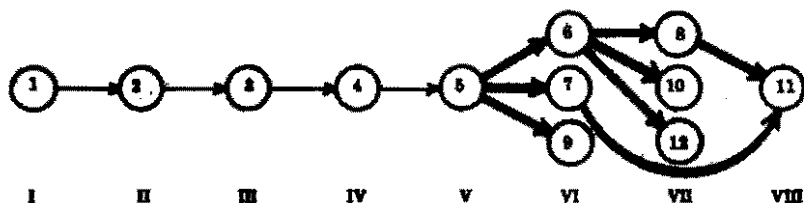
Diagramme sagittal de la relation antiréflexive, antisymétrique et antitransitive ; puis processus d'usinage :



Idem exemple 1, on "désenchevêtrer" puis on inverse le sens des flèches pour obtenir le processus d'usinage vu précédemment.

2) Le gain de travail ou de temps obtenu en se dispensant du calcul de M est assez illusoire. D'autant que le diagramme sagittal obtenu risque d'être notablement enchevêtré de sorte que le "fil d'Ariane" n'apparaît pas toujours de façon immédiate. Bien sûr, on peut avoir recours aux techniques proprement "graphiques" (voir "Applications pratiques des graphes à la recherche d'un optimum" par Yves MULLER chez Eyrolles, par exemple) mais elles sont relativement lourdes et sortent de notre sujet ... quoique, pratiquement, le technicien les mêle volontiers à la technique matricielle en analyse de fabrication. En ce qui nous concerne, pour en rester à la seule technique matricielle, nous conserverons les trois séquences :

- (S₁) recherche de l'antiréflexivité à tous les degrés ;
 - (S₂) recherche de la transitivité pour élaboration d'une première suite des différents niveaux ;
 - (S₃) recherche de l'antitransitivité pour compléter le résultat de (S₂) par l'introduction, en toute simplicité, des flèches manquantes entre les niveaux à surfaces multiples.
- Pour l'exemple 1 :



Eventuellement, pour le plaisir, séquence subsidiaire (S₄) : à partir du processus d'usinage construit à l'issue de (S₃), détermination de toutes les gammes possibles.

3) L'intérêt, nous semble-t-il, de s'attacher à la seule technique matricielle réside dans le fait qu'elle peut être prise en charge par l'ordinateur. A cet effet, nous pouvons dresser une ébauche d'organigramme : annexe 4.

Une étude a été menée sur IBM 1130 au Centre Pédagogique d'Informatique de Lyon par un collègue du Lycée Technique de Roanne, il y a deux ans environ ; il serait intéressant sans doute de connaître les résultats auxquels elle a abouti, notamment pour ce qui concerne la séquence (S₄) ?

Conclusions (provisoires)

Ce document n'a aucune prétention sinon, peut-être, de faire le point à propos d'une technique qui semble devoir faire autorité en analyse de fabrication ; le lecteur exigeant n'y trouvera certes pas son compte, tant mieux ! Ce sera pour lui l'occasion d'apporter corrections ou compléments qui permettront à tout un chacun de mieux cerner la question. A propos, une correction ne s'impose-t-elle pas déjà au sujet du mot "cycle" ? Ne vaut-il pas mieux le remplacer par le mot "circuit" ? Indépendamment des questions de langage, toute remarque fondamentale serait, évidemment, la bienvenue.

Additif

Exploitation de la matrice M de la relation R (transitive, antisymétrique et antiréflexive) pour élaboration d'un planning.

Exemple 1 bis (matrice M_1 en annexe 3).

Le calcul de M selon la technique vue précédemment pour l'exemple 1 donne :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	6
2	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	3
3	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	2
4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
5	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	6
6	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	5
7	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	5
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	5
10	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	6
11	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	4
12	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	6
	1	8	9	10	0	1	4	11	0	0	7	0	(51)

Sommation en ligne : la somme X des termes de la ligne de x est le nombre d'antériorités "supportées" pour la réalisation de x.

Sommation en colonne : la somme X' des termes de la colonne de x est le nombre d'antériorités "libérées" par la réalisation de x.

Premier processus : établi selon l'ordre croissant des antériorités "supportées" ; il indique pour toute surface le niveau auquel elle doit être réalisée AU PLUS TOT.

Deuxième processus : établi selon l'ordre décroissant des antériorités "libérées" ; il indique pour toute surface le niveau auquel elle doit être réalisée AU PLUS TARD.

De ces deux processus, on déduit immédiatement le PLANING (ANNEXE 5).

Un tel planning ne constitue pas à proprement parler un processus d'usinage. Cependant, il représente un moyen aussi performant que le processus d'usinage pour établir toute gamme d'usinage possible. Par ailleurs, il est obtenu dès la fin de la séquence S_2 (Cf organigramme ; annexe 4). En ce sens, ne serait-il pas plus avantageux à utiliser que le processus d'usinage ?

Récréation mathématique

Une ville comporte 23 rues reliant 8 places.

Le maire de cette ville, conseiller général de surcroît, a réussi à limiter à 8 le nombre de voies à sens unique :

$(A \rightarrow B)$, $(A \rightarrow C)$, $(A \rightarrow D)$, $(B \rightarrow F)$, $(D \rightarrow E)$, $(D \rightarrow G)$, $(D \rightarrow H)$, $(E \rightarrow F)$.

En outre, fait peu banal, hors des places il n'y a aucun carrefour (mais 21 ponts).

Un arrêté municipal précise qu'on ne peut entrer dans la ville que par la place Abel. Il est possible d'en sortir par toute autre place périphérique sauf la place Dupin.

Un automobiliste se propose de traverser cette ville, au volant de sa voiture, en passant par toutes les places sans omission ni répétition ; tout naturellement, il entrera par l'entrée et sortira par l'une des quatre sorties possibles. Il s'impose de respecter les sens uniques et les interpréter, en outre, comme des sens chronologiques (pour quelque chemin que ce soit). Ainsi $A B D C F G E H$ n'est pas un chemin acceptable puisque le sens unique $E F$ n'est pas interprété en tant que sens chronologique.

Question 1

Quels sont les chemins que peut emprunter l'automobiliste ?

Question 2

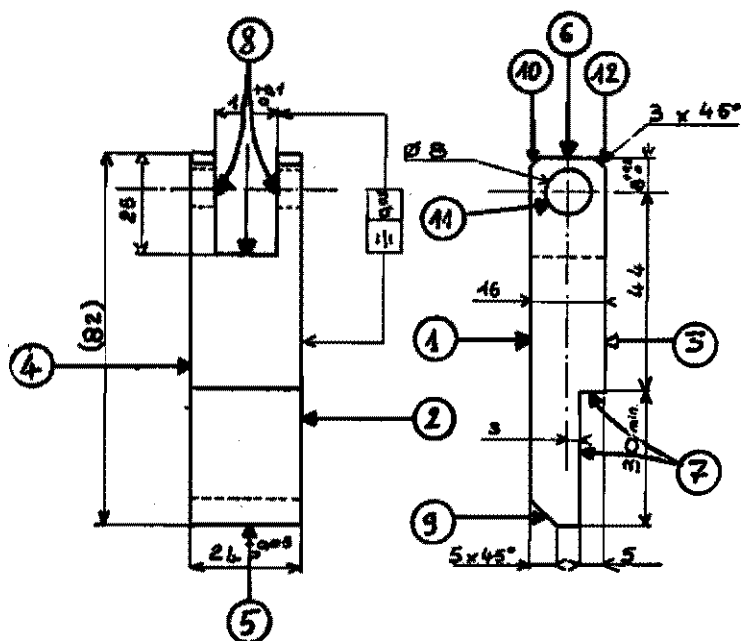
Comparer le nombre de ces chemins au nombre de gammes d'usinage possibles dans l'exemple 1 (ou 1 bis) exposé dans le document relatif à la technique matricielle en analyse de fabrication !

N.B. — Le plan de circulation de la ville est fourni en annexe 6.

CHAPE

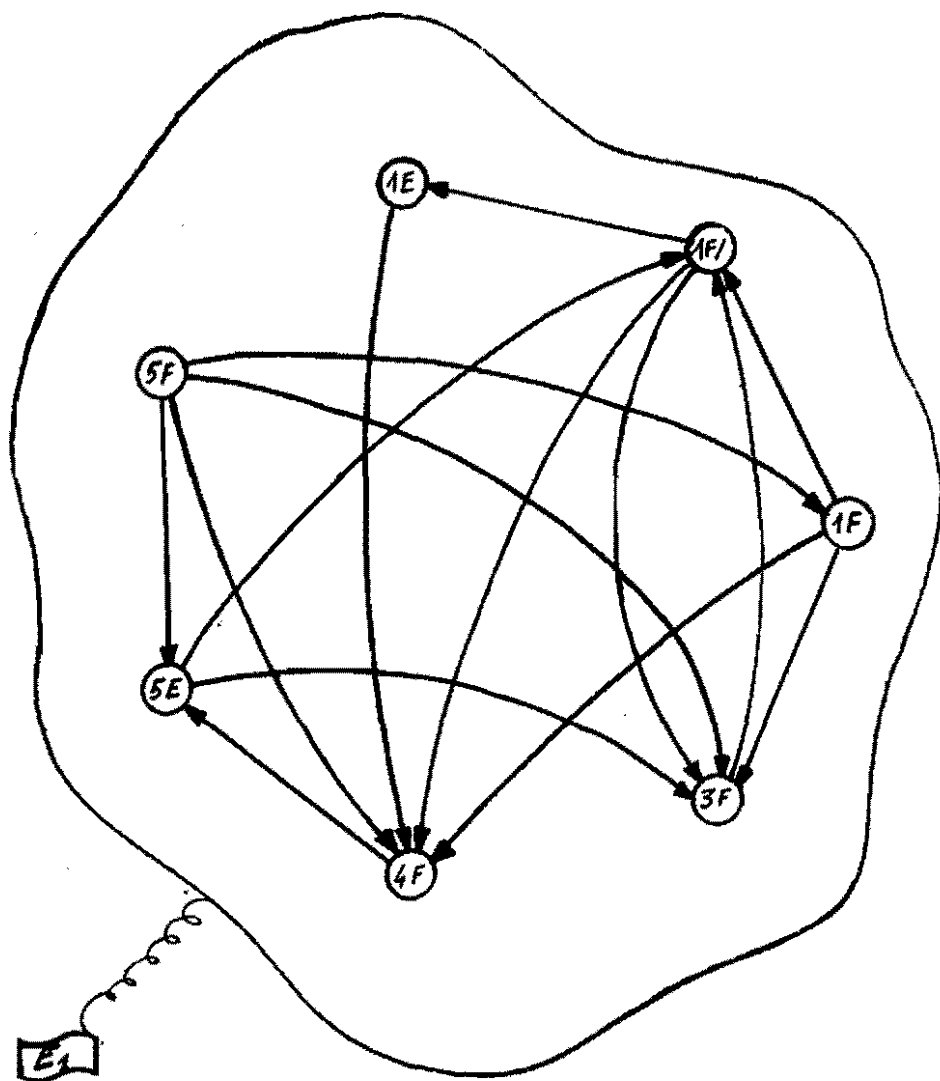


Ech: 1

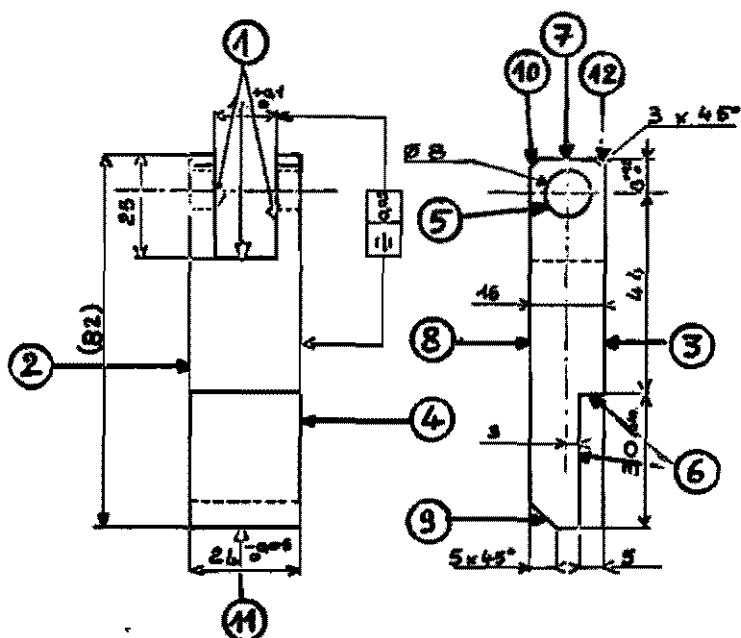


matière C 42

ETUDE 1		Tol. générale: Jjs 13
	POMPE HYDRAULIQUE MANUELLE	



CHAPE ○ Ech: 1


 matrice de R_A

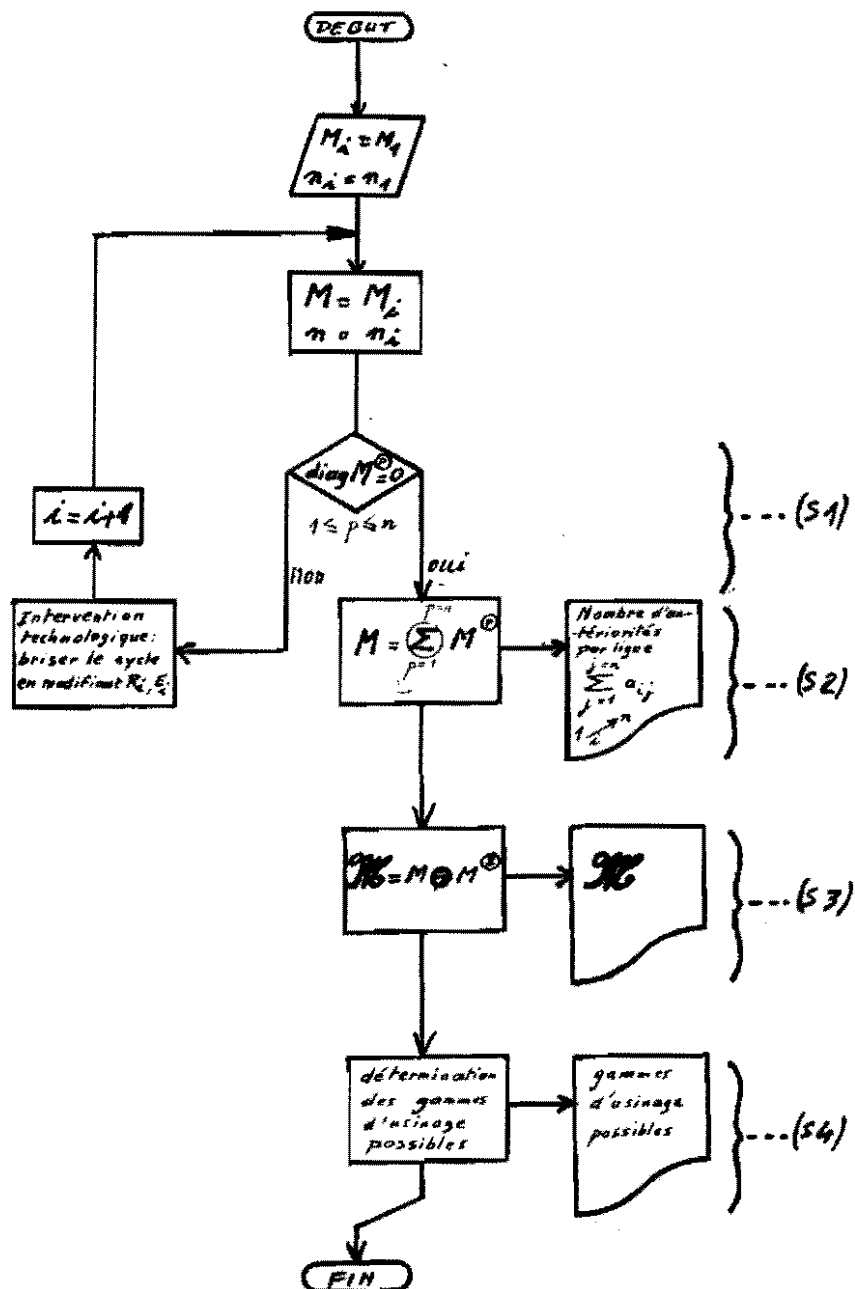
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
2	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
3	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
4	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
5	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
6	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
7	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
8	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
9	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
10	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
11	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
12	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

matière C 42

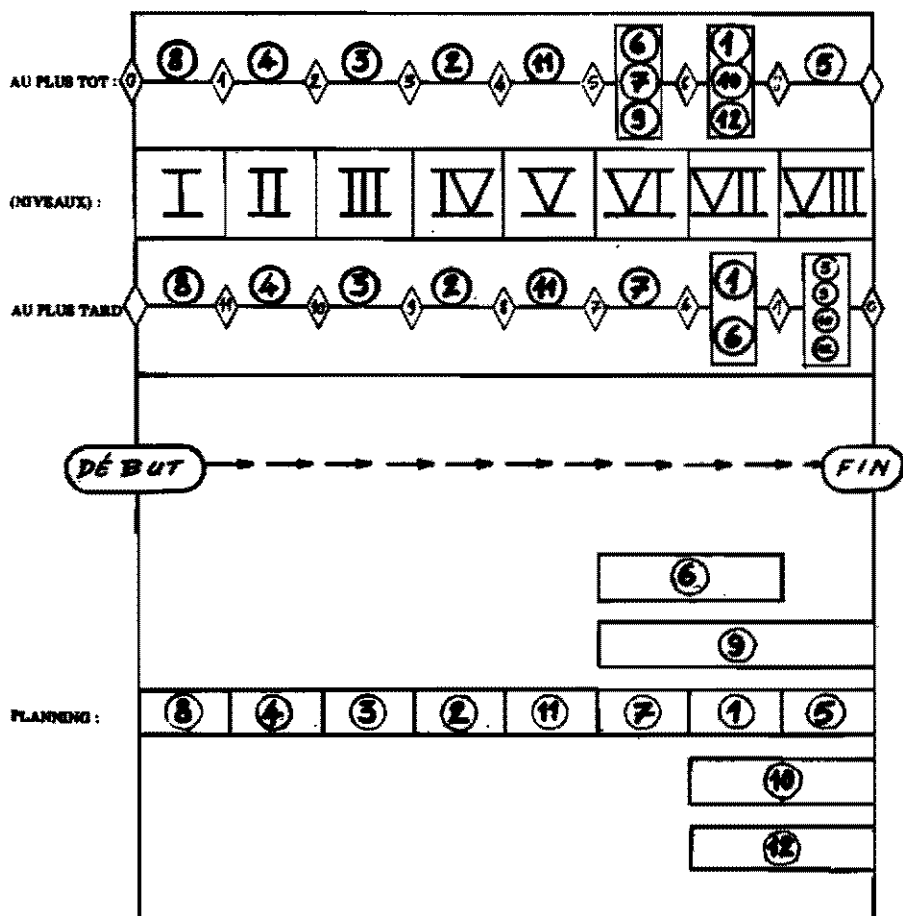


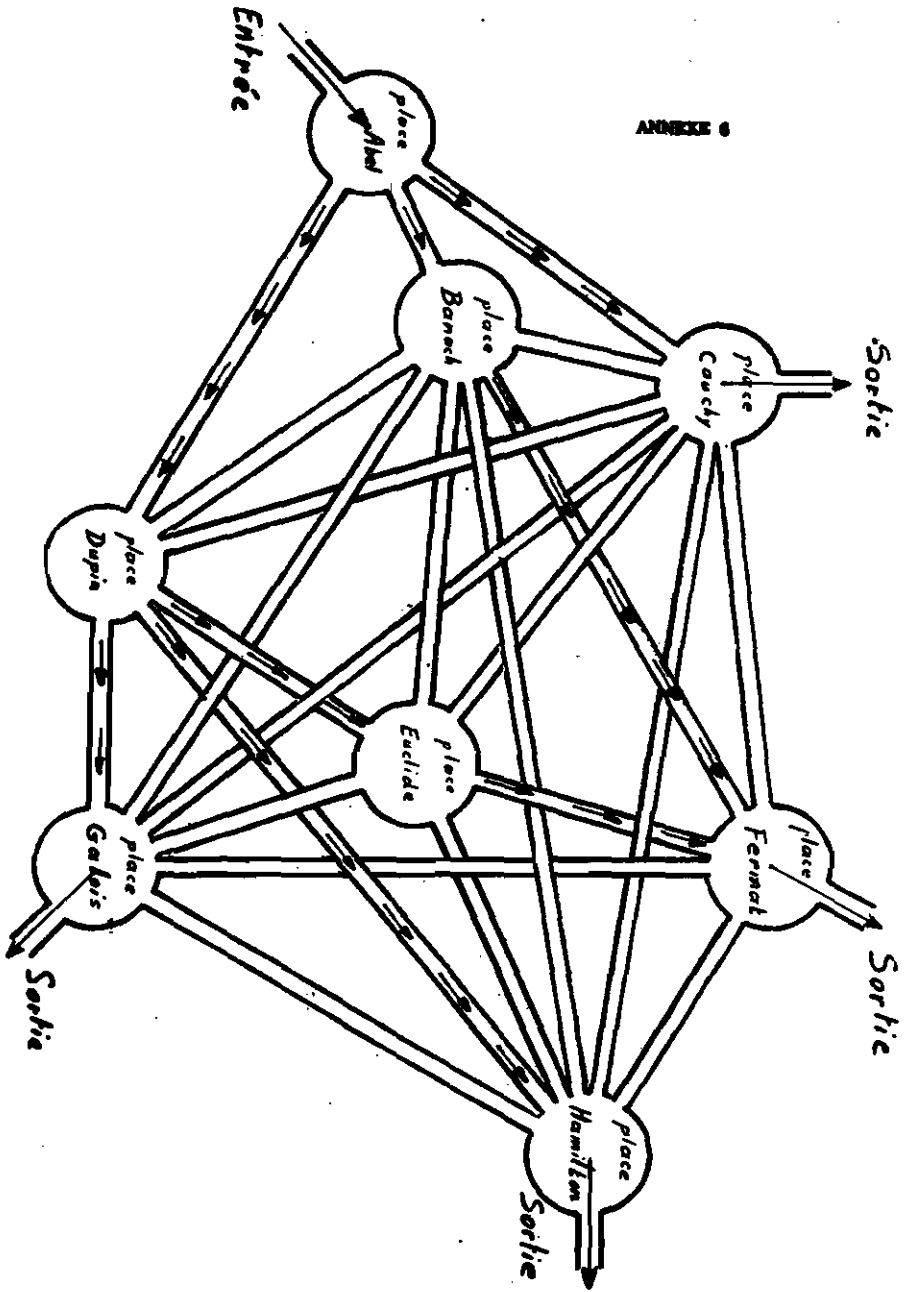
Tol. gén: Jjs 13

 POMPE HYDRAULIQUE
MANUELLE



Processus AU PLUS TOT - Processus AU PLUS TARD - PLANNING

Exemple 1 bis (dessin de définition et matrice M_1 en annexe 3)



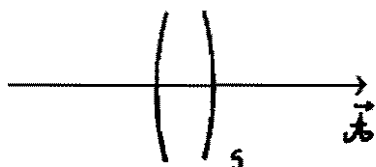
Optique matricielle

par Lucienne et Jean CHIARUTTINI, Nevers.

Que devient l'enseignement de l'optique géométrique de nos jours ? Doit-on, pour démontrer les formules des lentilles minces, utiliser les triangles semblables alors que cette notion a disparu de l'enseignement du premier cycle ? Non, bien sûr ; l'algèbre linéaire fournit une réponse élégante à ce problème. Plus généralement, l'algèbre linéaire trouve dans l'optique géométrique un champ d'application tout indiqué et l'optique géométrique y gagne en clarté et simplicité.

L'exposé suivant, loin d'être complet, insiste sur quelques points importants de l'optique géométrique en relation avec les méthodes d'algèbre linéaire enseignées dans le deuxième cycle.

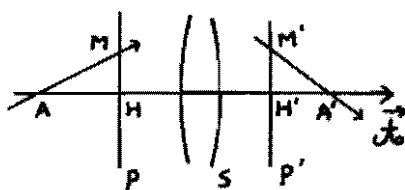
I Conditions de Gauss



Un système optique centré S possède un axe de révolution $\vec{A}$.

Chaque rayon lumineux considéré coupe l'axe $\vec{A}$ et fait un petit angle avec lui.

Deux plans de référence fixes P et P' , distincts ou confondus, permettent de repérer les rayons incidents et sortants.



rayon incident :

$$\overline{HM} = y \quad \text{mes}(\vec{A}, \vec{AM}) = u \bmod \pi \quad \begin{pmatrix} y \\ u \end{pmatrix}$$

rayon sortant :

$$\overline{H'M'} = y' \quad \text{mes}(\vec{A}, \vec{A'M'}) = u' \bmod \pi \quad \begin{pmatrix} y' \\ u' \end{pmatrix}$$

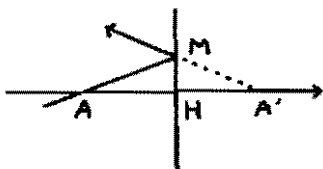
Les conditions d'approximation de Gauss font que l'application $\begin{pmatrix} y \\ u \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} y' \\ u' \end{pmatrix}$ est linéaire, de telle sorte que :

$$\begin{pmatrix} y' \\ u' \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} y \\ u \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad T = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

T est la matrice de transfert du système S .

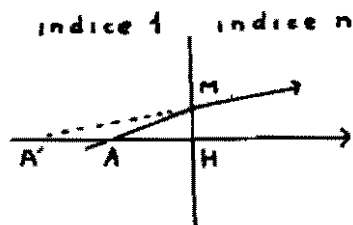
II Quelques exemples

1. Miroir plan $P \equiv P'$



$$\begin{aligned} y &= y' \\ u &= -u' \end{aligned} \quad T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Dioptre plan $P = P'$



Les conditions d'approximations linéaires sont telles que l'on confond la mesure de l'angle et son sinus.

La loi de la réfraction s'écrit :

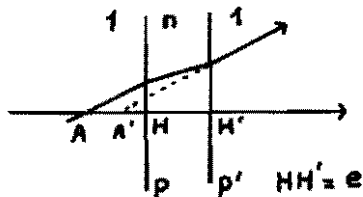
$$u \times 1 = u' \times n$$

D'autre part :

$$y = y'$$

$$\text{d'où } T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{pmatrix}$$

3. Lame à faces parallèles $P \neq P'$



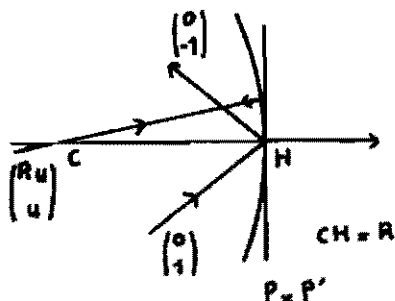
$$u' = u$$

$$y' = y + \frac{e}{n} u$$

$$T = \begin{pmatrix} 1 & \frac{e}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

III Principe et méthode

1. Exercice



Trouver la matrice de transfert d'un miroir sphérique.

Pour déterminer une matrice (2,2), il suffit de connaître l'image de deux vecteurs bien choisis, par exemple :

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{T} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} Ru \\ u \end{pmatrix} \xrightarrow{T} \begin{pmatrix} Ru \\ u \end{pmatrix}$$

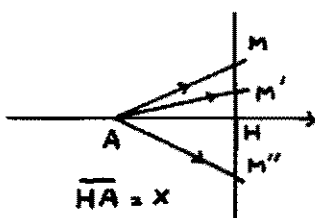
La matrice est donc :

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{2}{R} & -1 \end{pmatrix}$$

2. Remarque

Un rayon lumineux est un vecteur $\begin{pmatrix} y \\ u \end{pmatrix}$. Si u ou y sont trop grands, la méthode linéaire subsiste, seulement elle ne correspond plus à la réalité physique. L'utilisation de la méthode linéaire détermine sa propre limite. Elle correspond à la réalité physique dans le cadre de l'approximation de Gauss.

3. Image d'un point lumineux



Comment est défini l'ensemble des rayons issus d'un point source A d'abscisse x ?

C'est l'ensemble des vecteurs $\begin{pmatrix} y \\ u \end{pmatrix}$ tels que :

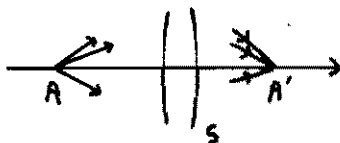
$$y = -xu$$

C'est donc une droite vectorielle (cf. point projectif).

Une application linéaire conservant les droites vectorielles,

l'image d'un point source A par le système s de matrice T est un point lumineux A' .

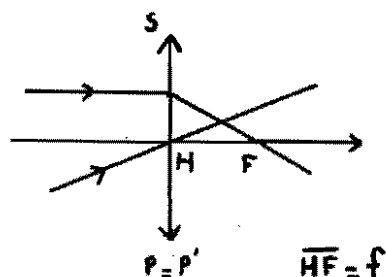
Les points A et A' sont dits conjugués.



IV Lentilles minces

1. Matrice de transfert

Une lentille mince est un assemblage de deux dioptries généralement sphériques. Pour déterminer la matrice de transfert, on peut déterminer la matrice de transfert de chaque dioptrie puis faire le produit matriciel. Il est aussi instructif de procéder expérimentalement.



Un rayon passant par le centre n'est pas dévié :

$$\begin{pmatrix} 0 \\ u \end{pmatrix} \xrightarrow{T} \begin{pmatrix} 0 \\ u \end{pmatrix}$$

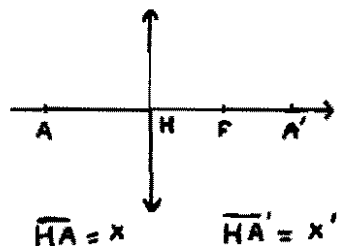
Tout rayon parallèle à l'axe passe par le point F appelé *foyer image* :

$$\begin{pmatrix} y \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{T} \begin{pmatrix} y \\ -\frac{y}{f} \end{pmatrix}$$

D'où la matrice :

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$$

2. Relation de conjugaison



Le point lumineux A est le plan vectoriel défini par :

$$y = -ux$$

Son image par S est le point A' tel que :

$$y' = -u'x'$$

D'autre part la matrice T donne :

$$y' = y$$

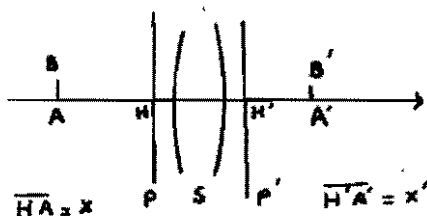
$$u' = u - \frac{y}{f}$$

On déduit la relation de conjugaison :

$$\frac{1}{x'} = \frac{1}{x} + \frac{1}{f}$$

V Aplanétisme

Bien entendu, un système optique ne se contente pas de donner l'image d'un point lumineux situé sur l'axe mais plus généralement d'objets, de petites dimensions, centrés sur l'axe et perpendiculaires à lui. On obtient des images convenables si le système est aplanétique. Pour déterminer ces images, il suffit alors d'appliquer les méthodes linéaires aux points situés en dehors de l'axe.



Le point lumineux B est déduit du point A par la translation de vecteur $\begin{pmatrix} \delta \\ 0 \end{pmatrix}$.

Mathématiquement, le point B est une variété linéaire.

L'image par une application linéaire d'une variété linéaire est une variété linéaire. On peut trouver une translation de vecteur colinéaire à $\begin{pmatrix} \delta \\ 0 \end{pmatrix}$ qui fait passer de $A' = T(A)$ à $B' = T(B)$.

Si $T = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, et si A est l'ensemble des rayons $\begin{pmatrix} ux \\ -u \end{pmatrix}$, l'image de B est donnée par :

$$T \begin{pmatrix} ux + \delta \\ -u \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} ux \\ -u \end{pmatrix} + T \begin{pmatrix} \delta \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u'x' \\ -u' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta a \\ \delta c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (u' - \delta c)x' \\ -(u' - \delta c) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (a + cx')\delta \\ 0 \end{pmatrix}$$

On déduit que l'image de l'objet AB par le système S est A'B'. Le grandissement est donc :

$$G = \frac{(a + cx')\delta}{\delta} = a + cx'$$

Dans le cas d'une lentille mince où $a = 1$ et $c = -\frac{1}{f}$, on a $G = \frac{x'}{x}$.

Soulignons, encore une fois, pour terminer, que tout ceci correspond à la réalité physique si le système S et l'objet AB ont les qualités voulues (aplanétisme, conditions de Gauss, petites dimensions).

Références :

Bulletin de l'Union des Physiciens, n° 444 et n° 531.
Optique, Annequin et Boutigny (Vuibert).

**DEBOUCHES RESERVES AUX ELEVES DE TERMINALE E
LES MATH.SUP. ET MATH. SPECIALES TECHNIQUES***

*Alain GOURET, Professeur de Spéciales Techniques à la
Martinière (Lyon)*

Depuis 1960 fonctionnent au Lycée Technique d'Etat La Martinière (Lyon)** des classes de Mathématiques Supérieures Techniques et Mathématiques Spéciales Techniques (Math. Sup. T' et Math. Spé. T').

- Elles s'adressent *uniquement* aux élèves pourvus du Bac E.
- Le programme équivaut à celui des Math. Sup et Math Spéciales traditionnelles mais présente quelques spécificités :
 - physique et chimie : programme des classes M et M'
 - mathématiques : programme intermédiaire entre M et M' avec renforcement des math. appliquées.
 - dessin technique : plus développé que dans les classes traditionnelles.
 - langue vivante et français : même programme que dans toutes les classes préparatoires scientifiques

* Il ne faut pas confondre les classes de Mathématiques Supérieures et Math. Spéciales Techniques avec les classes de Math. Supérieure et Math. Spéciales technologiques créées depuis peu pour préparer notamment à l'ENSAM et l'ENSET B. Ces dernières classes s'adressent aussi bien aux bacheliers E qu'aux bacheliers C et leur finalité est différente.

** Des classes de Math. Sup et Math. Spéciales Techniques existent également au lycée technique d'état de Reims.

Les Sup et Spéciales Techniques sont un prolongement naturel du second cycle technique E.

A l'issue de l'année de Spéciales Techniques, les élèves se présentent au "Concours Spécial d'accès aux grandes écoles d'ingénieurs" qui leur est *réserve*. Ce concours ouvre les portes de la quasi-totalité des grandes écoles d'ingénieurs (Polytechnique, Mines, Ecoles Centrales, Télécom, Sup Aéro, Techniques avancées, Sup Optique, Ponts, Ensi,...). L'affectation dans l'une de ces écoles dépend du rang au concours du candidat et de ses vœux.

[Les élèves de ces classes peuvent se présenter aux concours normaux des écoles recrutant sur le même programme à condition soit qu'elles ne figurent pas sur la liste du concours spécial (ex. TPE, IPES...), soit de renoncer à se présenter au Concours Spécial]

. Voici ce que sont devenus la totalité des élèves ayant fait leur scolarité en Spéciales Techniques à Lyon entre octobre 72 et juin 76 :

admis à Polytechnique : 8,2 % ; dans une école centrale (Paris-Lyon) : 22 % ; aux Mines (Paris-St-Etienne) : 5,1 % ; Ponts-Télécom : 8,3 % ; Sup Optique de Paris : 11 % ; Sup Aéro : 6,8 % ; ENSI : 9,6 % ; autres grandes écoles d'ingénieurs : 26,2 % ; IPES : 2,8 % .

· La plupart des grandes écoles, satisfaites par ce mode de recrutement, envisagent d'augmenter le nombre de places offertes aux candidats du concours spécial.

— Le lycée La Martinière accueille dans ces classes des élèves venant de toutes les régions. Le régime est celui des étudiants des autres classes préparatoires. Un internat (avec chambre individuelle pour les élèves de Spéciales Techniques), installé dans des locaux de moins de 10 ans, permet un travail efficace. Les élèves peuvent également, s'ils le souhaitent, demander à être hébergés dans une cité universitaire située à 10 mn à pied du lycée.

— Pour toute information complémentaire (liste des 39 écoles ouvertes par le concours spécial, statistiques sur les affectations dans les écoles...) et pour les demandes de dossier d'inscription (courant avril) s'adresser :

Lycée Technique d'Etat La Martinière, groupe Monplaisir
(Secrétariat) 41, rue Antoine Lumière, 69008 LYON

5

LES RUBRIQUES DE L'A.P.M.E.P.

D'autres rectifications au dictionnaire APM

par Michel ARNOULD

La correction des épreuves du fascicule "Notice et Index 1976" m'a donné l'occasion de feuilleter d'anciennes notices. J'y ai découvert deux oublis importants que nous avons omis de signaler dans les errata mais que le lecteur avait certainement corrigés de lui-même :

Dans la notice AUTO-, on lit, sous le titre AUTOMORPHISME : "Nom que prend un isomorphisme quand son ensemble de départ et son ensemble d'arrivée sont identiques." ; il faut préciser : "et que les structures (lois de composition, relations, ...) qui interviennent sont également identiques."

Dans la notice CORPS (fiche 2, recto, § 1.4. , second alinéa), on lit : "Un corps ordonné est un quadruplet $(K, +, ., <)$ tel que d'une part $(K, +, <)$ soit un groupe ordonné [GROUPE] et d'autre part, ..." ; il faut évidemment lire : "Un corps ordonné est un quadruplet $(K, +, ., <)$ tel que $(K, +, .)$ soit un corps et que, d'une part, $(K, +, <)$ soit un groupe ordonné [GROUPE] et, d'autre part, ...".

Dans la brochure "Notice et Index 1976" elle-même, une coraille est passée au travers des corrections successives : à la

dernière ligne de la page 40, il faut lire : "...telles que $\{x; x \in E/f(x) \neq 0\}$ soit fini.". D'autre part, nous y avons utilisé (pages 38 et 39) des virgules dans l'écriture en extension d'une paire $\{a; b\}$ et dans la notation des intervalles de $\mathbb{R}$; le point-virgule est certainement préférable, la virgule risquant d'engendrer des confusions dans le cas où interviennent des nombres écrits sous forme décimale.

Matériaux pour une bibliographie

par Gilbert WALUSINSKI

Lectures à deux voix

On peut jouer du piano à quatre mains, on ne peut pas lire deux livres à la fois, même si l'on dispose de ses deux yeux. C'est bien dommage, on lirait deux fois plus en ne lisant que d'un oeil. A condition que, dans la tête, les deux textes lus simultanément ne se mélangent pas.

Ces divagations pour introduire deux livres qui me semblent dignes de retenir notre attention : *La mystification pédagogique* (1) par Bernard Charlot et *Philosophie et calcul de l'infini* (2) par C. Houzel, J.L. Ovaert, P. Raymond et J.J. Sansuc. Les titres suffisent à affirmer que les sujets ne se recoupent pas. Mais ils représentent bien les deux thèmes qui se retrouvent dans toutes nos réflexions d'enseignants des mathématiques : la pédagogie, la mathématique elle-même. À privilégier l'un en négligeant l'autre, on s'oriente dans une impasse ; à vouloir équilibrer l'une des tendances par l'autre on se voue à l'inquiétude, à une tension souvent pénible mais qu'il faut bien dominer puisque c'est un des caractères de notre métier.

B. Charlot pose dès l'abord une définition marxiste du mot "idéologie" : un système théorique fondé sur des réalités mais développé de façon autonome, ce qui donne une représentation illusoire donc mystificatrice. Pour lui "la pédagogie occulte la signification politique de l'éducation derrière son sens culturel", en quoi elle est idéologie.

(1) Edition Payot, 288 p., collection "Traces" dirigée par Roger Dadoun.

(2) Edition F. Maspero, 240 p., collection "Algorithme" dirigée par Pierre Raymond.

Que l'on adopte ou que l'on rejette la terminologie de l'auteur, on suit avec intérêt sa critique des pédagogies, la traditionnelle comme "les nouvelles". Dans la mesure où ces dernières prennent appui sur une idée de la nature de l'enfant (en lui attribuant souvent toutes les vertus), elles sont encore mystificatrices. Peut-être même conviennent-elles mieux au capitalisme moderne fondé sur la mobilité sociale que la pédagogie traditionnelle attachée à une société figée. Charlot a bien raison de mettre en garde les pédagogues, gens animés le plus souvent des meilleures intentions libératrices, contre la récupération de leurs efforts par la classe dominante.

Exemple, l'utilisation du savoir dans les différentes pédagogies : "La traditionnelle qui accorde beaucoup d'importance au contenu du savoir tend à donner la même valeur à toutes les connaissances transmises par le maître. La nouvelle, pour laquelle l'essentiel est l'appropriation du savoir par l'enfant, tend à refuser toute transmission systématique par le maître et à oublier le statut scientifique de certaines connaissances."

L'école est-elle faite pour la conquête des diplômes ou pour réaliser une société en miniature ? Dans les deux cas, elle se constitue en monde clos, étranger aux réalités sociales.

Les conclusions de B. Charlot ne sont pourtant pas négatives. Il écarte l'idée de supprimer l'école : si elle est un instrument au service des forces d'oppression sociale, elle n'est pas la *source* de cette oppression. Définir un projet de société, c'est aussi élaborer un système pédagogique : les fins de l'éducation sont alors des fins sociales, l'enfant se définit comme un partenaire social de l'adulte et la culture comme un système humain social de vie, d'organisation et de pensée qui contribue à l'édification d'une personnalité sociale par assimilation des réalités sociales. Dans un tel cadre, l'école est nécessaire : elle transmet des savoirs investis dans la vie sociale, elle donne à chacun la possibilité de s'ouvrir à tel ou tel aspect de la culture. Il faudra bien former des spécialistes mais on n'enseignera à tous que ce qui, dans les spécialités, peut éclairer les problèmes sociaux. Et là, je me demande si ce n'est pas plus facile à dire qu'à réaliser. De même, si j'approuve Charlot quand il déclare que "la hiérarchisation du savoir ne doit plus servir d'alibi à l'inégalité sociale", je m'interroge : en prend-on le chemin ?

Laissé, par Charlot, devant ces sujets d'inquiétude qui ne datent pas d'hier et dont l'apaisement n'est pas en vue, le livre

collectif *Philosophie et calcul de l'infini* me plonge dans un autre gouffre, celui de mon ignorance en philosophie et en histoire des mathématiques. Mais c'est bon d'être ainsi plongé si on trouve le temps (il faudrait que chacun le puisse) d'escalader les pentes vers la lumière. Tout notre enseignement, même le plus humble, gagnera à être ouvert sur une perspective historique.

Je n'ai pas l'ambition et assurément pas la compétence de résumer le livre. Mais j'aimerais donner l'envie à beaucoup de collègues de le lire. La première partie, *La Philosophie dans tous ses états*, est écrite par un philosophe, Pierre Raymond. Avec lui nous revoyons les conceptions de l'infini chez Platon et Aristote, puis Euclide et sa théorie des grandeurs, Archimède et ses quadratures. Ensuite la naissance du calcul infinitésimal, en distinguant justement avant Newton — l'apport de Fermat par exemple — et après. Enfin "la rupture épistémologique du XVIII^e siècle" qui conduit aux conceptions de Hegel.

Les autres parties du livre sont des relectures de mathématiciens nourris de réflexion philosophique. *Introduction aux travaux d'Euler et de Lagrange* par Jean-Louis Ovaert et Jean-Jacques Sansuc : les succès et difficultés du calcul infinitésimal, les réactions de Mac Laurin, Euler, d'Alembert et Lagrange.

Euler et l'apparition du formalisme par Christian Houzel permet de revoir la naissance d'un concept de fonction plus proche de nos idées actuelles puis traite des séries et des manipulations sur les séries.

Enfin, Jean-Louis Ovaert nous donne un exposé très complet sur *la thèse de Lagrange et la transformation de l'analyse* (les intentions de Lagrange, la mise en oeuvre et les effets produits).

En annexe, quelques documents, une bibliographie suggestive, On regrette l'absence d'index dans un ouvrage de cette qualité qu'on ouvrira souvent après l'avoir lu.

Je vous le disais en commençant, il faudrait lire double, tout retenir et savoir, ayant lu, en faire profiter les amis qui n'en ont pas eu le temps.

Pour un inventaire

Adresses des éditeurs cités

DELAGRAVE, 15 rue Soufflot, 75005 Paris.
DUNOD, GAUTHIER-VILLARS, 17 rue Rémy Dumoncel, 75014 Paris.
HERMANN, 293 rue Lecourbe, 75015 Paris.
MASPERO, 1 place Paul Painlevé, 75005 Paris.
OCDL, 65 rue Claude Bernard, 75005 Paris.
PAYOT, 106 boulevard St-Germain, 75006 Paris.
LABOR-Nathan, 9 rue Méchain, 75014 Paris.

Rappel du code : □ manuels ; ○ pédagogie générale ; ▽ pédagogie pour la mathématique ; △ culture générale ; * formation permanente des maîtres (éventuellement ** ou *** pour des ouvrages de niveau élevé ou très élevé) ; □ articles publiés dans des revues.

Renée POLLE

- 1 □ *La mathématique par la pratique des exercices résolus*, classe de Terminale C, Analyse, 156 p., édition Delagrave.

F.J. BUDDEN

- 2 * *La fascination des groupes*, traduit de l'anglais par J.M. Braemer et D. Richard. 622 p., édition OCDL. [Un livre qui n'hésite pas à développer à loisir des exemples... pour donner le goût d'étudier. Livre destiné à un vaste public mais surtout aux professeurs curieux — ne le sont-ils pas tous ?]

A. ACHACHE et Denis RICHARD

- 3 * *Mathématiques du CAPES*, 2ème édition, 292 p., collection "Formation des enseignants", édition Hermann. [Quatorze exercices supplémentaires par rapport à la 1ère édition]

S. Mac LANE et G. BIRKHOFF

- 4** *Algèbre - Solutions développées des exercices* par Ch. Delorme, Ch. Lavit, A. Mézard et J.C. Raoult - 3ème partie : Les grands théorèmes, 192 p., 48 F., édition Gauthier-Villars. [Ce troisième volume de solutions développées des exercices du traité d'Algèbre de Mac Lane et Birkhoff complète l'oeuvre entreprise par notre regretté collègue Jacques Weil et saluée par Mac Lane qui y renvoyait ses étudiants américains]

H. LUMBROSO

- 5 □ *Problèmes résolus de mécanique du point*, classes préparatoires et premier cycle universitaire, 416 p., éd. Dunod.

Maurice GARRIC

- 6 △ *Chimie générale*, 2ème éd., 400 p., 79 F., éd. Dunod [Pour que les professeurs de mathématiques rajeunissent leurs connaissances... estompées].

Gérard A. POIRIER

- 7 ○ *L'étude en équipes*, collection "Education 2000", 208 p., éd. Labor et F. Nathan. [Pour réaliser un équilibre fructueux entre la compétition et l'entraide].

Jean TRIGNAN

- 8 □ *L'épreuve de mathématiques corrigée et commentée*, baccalauréats C et E ; 192 p., 36 F. ; éd. Vuibert.

Pierre RAYMOND

- 9 △ *Matérialisme dialectique et logique*, collection "Algorithme", 182 p., éd. Maspero [Ouvrage écrit par le philosophe qui a collaboré au livre *Philosophie et calcul de l'infini* signalé plus haut. P. Raymond est directeur de la collection].

Chez les liserons

Horoscopes. Dans le *Bulletin* 306 (p. 967), j'avais signalé l'action judicieuse des astronomes contre la vogue de l'astrologie. Notre ami J.-C. Chevallier m'écrit : "... si la crédulité publique demeure immense (et dangereuse), l'enseignement a aussi sa part de responsabilité. Je ne sous-estime pas la complexité du problème, ni l'attrait de l'irrationnel sur certains esprits. Je ne prétendrai pas naïvement que le maintien de la vieille "Cosmographie" aurait suffi à jeter la lumière. Mais sa suppression, et son remplacement par le néant, ne pouvaient être que bénéfiques à l'obscurité !" Je me sens complètement d'accord avec Chevallier et lui promets de chercher à remplacer la vieille cosmo par autre chose que le néant.

Ephémérides 1977. L'Annuaire du Bureau des Longitudes se transforme (il est édité régulièrement depuis 1795). Un volume de 252 pages du format de l'*Astronomie*, la revue de la Société Astronomique de France, donne les éphémérides annuelles : données sur les calendriers, les définitions astronomiques, les positions du Soleil et de la Lune, des planètes et de leurs satellites, des éphémérides pour les observations physiques des surfaces du

Soleil, de la Lune et des planètes, les positions des étoiles, les éclipses et autres phénomènes astronomiques, la prédiction des marées et la déclinaison magnétique en France. Ajoutons qu'au prix d'un relèvement de la cotisation, les membres de la Société Astronomique de France (3 rue Beethoven, 75016 Paris) ont reçu ces éphémérides indispensables pour tous les amateurs.

Le Bureau des Longitudes édite d'autre part et réédite périodiquement une *Encyclopédie* dont le premier volume, en 1977, est consacré à *la Terre, les Eaux, l'Atmosphère* (Gauthier-Villars éditeur) ; les deux autres volumes, édités en cours de 1977 et 78, seront consacrés à l'astronomie.

Olympiades. Une phrase impertinente et maladroite écrite à propos des olympiades (Bulletin 306, p. 964) a été mal interprétée. Mes excuses aux auteurs du recueil, nos collègues D. Geril et G. Girard. Il est vrai que je n'apprécie ni le principe des olympiades, ni la manière dont elles sont organisées, mais ce qui m'avait amusé, dans la préface de M. Magnier, c'était sa référence au Concours Général dont le principe et l'organisation me paraissent encore plus critiquables. Loin de moi en tout cas l'intention de dénigrer le travail des collègues.

Courant. En 1969, Richard Courant avait préfacé le livre de Constance Reid sur *Hilbert* (Springer Verlag, 1970), en anglais, admirant qu'un biographe non mathématicien spécialiste ait pu écrire un livre aussi attachant (d'ailleurs complété par un exposé sur l'oeuvre mathématique de Hilbert par Hermann Weyl). Le même éditeur annonce un nouveau livre de Constance Reid : *Courant, the story of an Improbable Mathematician* (350 pages, prix 31,30 DM) que je suis impatient de lire. Ça m'étonnerait que je ne vous en reparle pas.

6

VIE DE L'ASSOCIATION

6.1. La réforme Haby

6.1.1. Les nouveaux programmes de 6^e et 5^e et les avant-projets de programmes de 4^e et 3^e

Lettre de M. MAGNIER au Président de l'APMEP (12.2.77)

Cher Monsieur,

Voici, d'une part, les textes des programmes de Sixième et Cinquième — peu différents des projets que je vous avais communiqués en mai dernier — tels qu'ils ont été fixés lors de leur examen par le Conseil de l'Enseignement Général et Technique. L'arrêté les concernant n'est pas paru, mais devrait paraître d'ici un mois ou deux ; il semble très peu probable qu'ils subissent d'ici là des modifications.

Voici, d'autre part, des *avant-projets* de programmes de Quatrième et Troisième. Ils seront, je le présume, soumis à concertation dans les mois qui viennent.

Je vous prie d'agréer l'expression de mes sentiments distingués.

*
* *
*

PROGRAMME DE SIXIEME

Le langage des ensembles et les symboles, $\in$, $\subset$, $\cap$, $\cup$, ϕ seront utilisés dans l'étude des différentes parties du programme ; ils n'ont pas à faire l'objet d'un apprentissage pour eux-mêmes.

I. — Nombres décimaux

Contrôle de l'acquisition du sens des opérations sur les nombres décimaux : addition, soustraction, multiplication, division (exacte ou approchée) ; techniques d'exécution de ces opérations, vérifications.

Pratique des symboles $<$, $\leq$, $>$, $\geq$.

Ordre de grandeur d'un résultat ; calcul mental, exercices simples sur des suites d'additions et de multiplications ; usage de parenthèses.

Suites finies proportionnelles* ; calculs de pourcentages, exercices de changements d'unité.

II. — Nombres décimaux relatifs

Exemples introduisant les nombres relatifs ; somme de deux ou plusieurs nombres ; différence de deux nombres. Exercices concernant le repérage d'un point sur une droite orientée, munie d'une origine et régulièrement graduée.

III. — Observations d'objets géométriques et physiques

Premières observations sur des solides, des surfaces, des lignes. Segment de droite, morceau de surface plane.

Instruments du dessin dans le plan : double décimètre, équerre, parallélogramme articulé, compas, rapporteur, papier calque.

Vocabulaire de la géométrie plane : droite, plan, demi-plan, demi-droite ; cercle (longueur), arc de cercle, secteur angulaire. Unités usuelles de longueur, d'aire, d'angle. Droites parallèles, perpendiculaires (ou orthogonales) ; tangente à un cercle en l'un de ses points.

Observation et tracé de figures usuelles, par exemple : triangle, trapèze, parallélogramme, rectangle, losange, carré.

Quadrillage, repérage d'un point dans un plan quadrillé.

Aires du rectangle, du trapèze, du triangle, du disque, du secteur circulaire.

*

* *

* Deux suites sont proportionnelles si on passe de l'une à l'autre par une multiplication ou par une division, ou par une succession de telles opérations.

PROGRAMME DE CINQUIEME

I. — Relations

On se bornera à étudier :

- 1) Application d'un ensemble dans un ensemble ; bijection.
- 2) Exemples de partition d'un ensemble et de relation d'équivalence.

II. — Arithmétique

Ensemble des multiples d'un entier naturel ; division euclidienne d'un entier naturel par un entier naturel.

Diviseurs d'un entier naturel ; nombres premiers.

Sur des exemples : pratique de la décomposition d'un entier naturel en un produit de nombres premiers et exercices sur les multiples communs et sur les diviseurs communs à deux ou plusieurs entiers naturels.

III. — Nombre relatifs

1) Ensemble $\mathbb{Z}$ des entiers relatifs : définition, addition, ordre, valeur absolue, multiplication (les propriétés des opérations et de l'ordre seront présentées progressivement et sans démonstration).

2) Nombres décimaux relatifs, pratique opératoire :
Somme, différence, ordre, valeur absolue.

Produit d'un nombre relatif par un entier naturel ; produit par un entier naturel d'une somme, d'une différence.

Produit de deux nombres relatifs ; puissances entières d'exposant positif (et nul). Produit d'une somme par un nombre relatif ; mise en facteur.

IV. — Observation d'objets géométriques et physiques

1) Révision du vocabulaire relatif aux figures planes.

2) Exercices de dessin dans le plan ; tracés usuels faits avec les instruments. Reproduction d'un dessin fait sur fond quadrillé ; agrandissement et réduction d'un dessin.

3) Observation d'objets physiques de l'espace. Plans horizontaux ; droites verticales ; droites horizontales, plans verticaux. Droites parallèles de l'espace, plans parallèles ; droite et plan perpendiculaires.

Observation d'objets tels que cubes, prismes droits, cylindres droits, cylindres de révolution, pyramides, cônes de révolution.

Calcul de volumes.

Observations d'une sphère ; plan tangent en un point ; aire de la sphère ; volume de la boule.

Observation de surfaces coniques et cylindriques ; plan tangent en un point.

4) (En liaison avec la physique) Masse ; masse volumique. Durées ; unités de temps et de vitesse. Débits.

*

* *

AVANT-PROJET DE PROGRAMME POUR LA QUATRIEME

I. — Relations

Applications. Composition des applications.

Bijection : bijection réciproque.

Partition d'un ensemble et relation d'équivalence.

Exemples de relations d'ordre.

II. — Calcul numérique

Introduction de la notion de fraction par l'étude d'exemples concrets.

Acquisition des techniques opératoires sur les rationnels (multiplication, division, addition, relation d'ordre) ; les propriétés de ces opérations et de la relation d'ordre seront présentées progressivement, sans démonstration.

Exercices de calcul sur des sommes, produits, quotients ; usage des parenthèses. Produits $(a+b)^2$, $(a+b)(a-b)$; leur utilisation.

Relation de proportionnalité.

Nombres décimaux. Exemples d'encadrement d'un rationnel par des décimaux. Calculs approchés.

III. — Géométrie plane

L'étude de la géométrie est nécessairement alimentée par l'observation et l'expérimentation ; celles-ci requièrent, en particulier, l'usage des instruments de dessin.

Les notions et propriétés que les élèves doivent connaître et savoir utiliser sont énumérées ci-dessous. Certaines propriétés, au choix du professeur, seront admises. D'autres seront obtenues par voie déductive.

Le regroupement de ces notions et propriétés ne vise qu'à la commodité de la présentation.

Propriétés d'incidence. Droites du plan.

- I_1 — Le plan est un ensemble de points. Il contient au moins trois points.
- I_2 — Toute droite est une partie propre du plan et contient au moins deux points. Toute paire de points est incluse dans une droite unique.
- I_3 — Pour toute droite D et tout point A non situé sur D , il existe une droite unique disjointe de D et contenant A .
Relation de parallélisme dans l'ensemble des droites. Directions de droites. Projection de direction donnée.
Milieu d'un bipoint.
- M_1 — Tout bipoint (A,B) admet un milieu unique $m(A,B)$; le bipoint (B,A) a le même milieu.
- M_2 — Toute droite contenant A et B contient $m(A,B)$. En particulier $m(A,A) = A$.
- M_3 — Pour tout bipoint (A,I) il existe un unique point B tel que soit vérifiée l'égalité $m(A,B) = I$
- M_4 — Pour toute projection p et tout bipoint (A,B) on a :
$$m[p(A), p(B)] = p[m(A,B)]$$

Parallélogramme, propre ou aplati. Le quadruplet (A,B,C,D) est un parallélogramme si et seulement si $m(A,C) = m(B,D)$.

Vecteurs. Equipollence de bipoints. Addition des vecteurs. Multiplication d'un vecteur par un entier relatif, par un rationnel.

Repérages.

Repères d'une droite; abscisse dans un repère; notation $\overline{MN}$; relation de Chasles. Changement du repère.

Repères du plan. Coordonnées d'un vecteur dans un repère. Coordonnées d'un point.

Enoncé de Thalès.

*

* *

AVANT-PROJET DE PROGRAMME POUR LA TROISIEME

L — Compléments de géométrie et d'algèbre

1. Introduction succincte des réels au moyen de suites décimales. Interprétation géométrique.

Cette introduction de l'ensemble $\mathbb{R}$ des réels pourra être justifiée par l'insuffisance de l'ensemble $\mathbb{Q}$ des rationnels notamment pour la résolution d'équations telles que $x^2 = 2$. On admettra que $\mathbb{R}$ contient $\mathbb{Q}$ et que ses propriétés prolongent celles de $\mathbb{Q}$ (opérations ; relation d'ordre ; repérage des points d'une droite ou d'un plan). Aucune démonstration ne sera donnée.

Pratique du calcul numérique et littéral. Exercices de factorisation.

2. Racine carrée ; notation $\sqrt{a}$ ou $a^{\frac{1}{2}}$ ($a \geq 0$). On admettra que l'application $x \mapsto x^2$ de $\mathbb{R}^+$ dans $\mathbb{R}^+$ est bijective. Usage des tables pour le calcul des carrés et des racines carrées. Racine carrée d'un produit ou d'un quotient de réels.

3. Fonction linéaire ; fonction affine ; représentation graphique. Equation cartésienne de la droite.

4. Equations, inéquations du premier degré à une ou deux inconnues, à coefficients numériques ; système de deux équations, du premier degré à deux inconnues à coefficients numériques. Interprétation géométrique ; représentation graphique.

Exemples variés de problèmes du premier degré.

II. — Propriétés euclidiennes du plan

Les notions et propriétés que les élèves doivent connaître et savoir utiliser sont énumérées ci-dessous. Certaines propriétés, au choix du professeur, seront admises. D'autres seront obtenues par voie déductive. Le regroupement en alinéas de ces notions et propriétés ne vise qu'à la commodité de la présentation.

Propriétés fondamentales :

- Distance de deux points (conservés par équipollence) ; norme d'un vecteur.
- Médiatrice de l'ensemble de deux points distincts.
- Relation d'orthogonalité dans l'ensemble des directions de droites.
- Rapport de projection orthogonale et symétrie de celui-ci
- Propriétés de Pythagore : pour tout triangle propre, la condition $d^2(A,B) + d^2(A,C) = d^2(B,C)$ équivaut à l'orthogonalité des directions AB et AC.

- Orthogonalité de deux vecteurs rapportés à un repère ortho-normé.
- Symétrie orthogonale (conservation de la distance).

Applications :

- Distance d'un point à une droite. Perpendiculaires et obliques.
- Expression analytique de la distance de deux points.
- Cercle et disque. Intersection avec une droite. Tangente en un point. Par trois points non alignés passe un cercle et un seul.
- Exercices sur les triangles isocèle et équilatéral, le losange, le rectangle, le carré ...
- Symétries laissant globalement invariant : un cercle, la réunion de deux demi-droites de même origine, la réunion de deux droites.

Notions pratiques de trigonométrie :

On admettra l'existence et l'unicité de la mesure des arcs de cercle, la mesure du demi-cercle étant fixée.

Angle de deux demi-droites de même origine ; sa mesure. Cosinus, sinus d'un angle ; tangente. Usage des tables trigonométriques en degrés (décimaux) et en radians.

Relations trigonométriques dans le triangle rectangle.

6.1.2. Communiqué du 6 Mars 1977 sur ces avant-projets de programmes de 4^e et de 3^e

L'A.P.M.E.P. a pris connaissance des avant-projets de programmes de quatrième et troisième.

Elle considère que, sauf exceptions (ainsi, en quatrième : "usage des instruments de dessin", possibilité d'admettre des propriétés "au choix du professeur"), ces avant-projets contreviennent aux principes énoncés par l'A.P.M.E.P. (voir ci-dessous la note du 12.12.76).

L'A.P.M.E.P. ne peut donc qu'inviter les divers intéressés à ne pas donner suite à ces avant-projets ou à s'y opposer. Comme par le passé, l'A.P.M.E.P. se propose d'expliquer plus avant ses prises de position à l'aide de documents de travail appropriés (1).

(1) (Voir calendrier de travail de la Commission APMEP du premier cycle, adopté le 6 mars 1977, page 343).

NOTE DE L'A.P.M.E.P. DU 12.12.76

L'A.P.M.E.P., lecture faite d'un compte rendu et d'une note de MM. les Inspecteurs Généraux Magnier et Semah du 30.11.76, leur a présenté les observations suivantes, sous la signature de son Président :

Le compte rendu de la réunion, pas plus que la note, ne font état d'une diminution d'horaires dans le Premier Cycle. Si effectivement les horaires actuels de Mathématiques de 4 heures devaient être ramenés à 3 heures, ceci exigerait un *allègement* considérable que la note ne mentionne pas explicitement.

Ce document n'évoque pas la nécessité de définir des objectifs précis puis d'expérimenter ou d'évaluer si ceux-ci sont atteints. Il en appelle toujours à des choix "en chambre" ou au jugé.

Nous rappelons au contraire qu'une réforme actuelle des programmes :

- ne peut être qu'à court terme, faute d'expérimentations, ou d'expérimentations déjà conduites jusqu'à une évaluation,*
- doit laisser la porte ouverte au plus grand nombre possible d'options et prévoir la poursuite ou la mise en place là-dessus d'expérimentations nombreuses et dignes de ce nom.*

C'est pourquoi tout projet actuel de réforme des programmes préparé par le Ministère ou l'Inspection Générale devrait s'accompagner d'un dialogue avec la CO.P.R.E.M. et prévoir avec elle les moyens propres à continuer ou à susciter les expérimentations nécessaires (IREMS et I.N.R.P.).

Au surplus, nous répétons qu'il est regrettable que les programmes n'existent qu'en termes de contenus, et que les objectifs "mis en chapeau" soient généraux et vagues, sans que l'on sache bien comment on compte les traduire au mieux dans les faits.

La "Note" parle des "programmes actuels"... Que faut-il entendre par là, alors que le programme de quatrième — troisième a été précisé par son "Annexe" (la seule officiellement publiée), renforcé par les commentaires de cette annexe, hypertrophié par les manuels qu'ils ont inspirés et par les sujets d'examen ? Un programme s'interprète. Pourquoi, dès lors, ignorer délibérément la circulaire ministérielle du 19 Février 1973 ?

Cette circulaire traduisait la nécessité de donner aux maîtres la possibilité d'adapter leur enseignement aux élèves. C'EST SON

INTERPRETATION DU PROGRAMME PAR SON "TABLEAU DEUX COLONNES" ET SES "REFLEXIONS PRELIMINAIRES" QUI DEVRAIT ETRE LA REFERENCE POUR L'ETAT DE CHOSES ACTUEL.

En tout cas, ce sera la référence de l'A.P.M. pour juger les éventuels allègements et changements réels ou dérisoires. Nous affirmons avec force que, si l'on doit "partir du programme actuel", ce doit être de son interprétation par cette circulaire, et de ses méthodes de clarification et d'allègement. Nous reprenons en annexe ses "Réflexions préliminaires" actualisées à la lumière de plus récents travaux.

Mais, quel que soit le point de départ d'une rédaction de nouveaux programmes, il importera plus que jamais :

— DE PRECISER EN DETAIL LES OBJECTIFS ET FINALITES JUSQU'ICI ENONCES EN TERMES TROP GENERAUX.

— DE SUSCITER OU DE CONFORTER LA LIBERTE DES MAITRES DANS LE CHOIX DE LEURS METHODES, DE LEUR PROGRESSION, DE LA DOCUMENTATION QU'ILS PROPOSENT A LEURS ELEVES, DANS L'ADEQUATION DU PROGRAMME AUX ELEVES, DANS LA PRATIQUE D'UN LANGAGE SIMPLE ET PRECIS.

POUR CELA :

1 Le contenu exigible (vocabulaire, degrés de difficulté, techniques opératoires) devra être précisé :

— par un "tableau deux colonnes" (cf. circulaire du 19 février 1973)

— par une étude détaillée (cf. brochure APM-IREM de Toulouse : "A la recherche du noyau des programmes du premier cycle". Il s'agit de mener le même effort à propos des programmes proposés).

2 Tous les textes officiels devront être rédigés en termes simples et clairs.

3 Aucune construction théorique des ensembles de nombres, aucune axiomatique globale de la géométrie ne sont à exiger, ni à préconiser, serait-ce indirectement.

4 Les programmes du premier cycle doivent former un tout, qui importe d'abord, plus que le découpage entre les classes.

Cependant les habitudes actuelles conduisent à préciser une certaine répartition entre classes.

Dès lors il faut prévoir un découpage permettant un libre choix du maître :

- entre l'ordre de présentation de Q et R
- entre un ordre où l'affine est présenté avant le métrique et un ordre où certaines notions métriques sont introduites d'emblée.

5 Le contenu mathématique du programme de quatrième devra partir de l'acquis des classes antérieures (par exemple pour le parallélisme, l'orthogonalité, la distance, le cercle ...) et maintenir l'usage des instruments déjà connus par la pratique des dessins et des transformations de dessins.

6 Les contenus mathématiques des programmes sont à harmoniser avec ceux des autres disciplines scientifiques ou technologiques.

7 Le choix des contenus mathématiques doit permettre un enseignement personnalisé et une activité propre des élèves, individuelle ou par groupes.

8 Si les programmes définissent un noyau ils doivent laisser la plus grande liberté au maître de l'enrichir des thèmes de son choix.

*

* *

Pour terminer, l'A.P.M. s'insurge contre une diminution d'horaire qui ne peut que :

- empêcher la conception — que nous préconisons — d'un programme en termes d'activités
- aggraver la tendance au dogmatisme
- accentuer les écarts entre les élèves.

LA DIMINUTION D'HORAIRE NE PEUT QU'ETRE GÉNÉRATRICE DE RÉGRESSION S'IL N'Y A PAS, CORRELATIVEMENT, UN SUBSTANTIEL ALLEGEMENT DES PROGRAMMES QUANT AUX CONTENUS.

Nous demandons, au minimum, que, conformément aux assurances que le Ministère nous a données en Juin 1976 à l'issue de notre pétition nationale,

CHAQUE ELEVE BENEFICIE CHAQUE SEMAINE, EN PLUS DES TROIS HEURES HEBDOMADAIRES DE LA CLASSE,

D'UNE QUATRIEME HEURE DE SOUTIEN PAR PETITS GROUPES.

La Commission d'Enseignement des Mathématiques a été unanimement réclamée. Si elle était enfin créée, elle devrait s'employer à susciter et à diffuser :

- toutes démarches et activités capables de concourir à l'acquisition et à l'utilisation des notions-clés des programmes
- toute interprétation visant à simplifier les programmes et à en dégager l'essentiel
- toute réflexion sur les méthodes d'enseignement et leur adéquation à la formation des élèves
- toutes enquêtes sur les acquis des élèves (méthodes et connaissances)
- toutes recherches de didactique touchant à la formation des concepts.

A DEFAUT DE CETTE COMMISSION, L'A.P.M. DEMANDE QUE LA CO.P.R.E.M. SOIT CHARGÉE DE COORDONNER CE TRAVAIL QUI SERAIT CONFIE AUX IREMS ET A L'INRP.

*

* *

ANNEXE A LA NOTE DU 12.12.76

Projet d'actualisation des
"Réflexions sur l'enseignement en quatrième et en troisième"
de la circulaire du 19 Février 1973

(Les passages nouvellement rédigés sont en italique)

Un enseignement adapté aux élèves doit considérer les possibilités concrètes de la classe, tenir compte de la diversité probable des orientations ultérieures et promouvoir le goût des élèves pour les activités mathématiques. Une mauvaise assimilation des concepts et des démarches de base risque de provoquer des blocages irréversibles, qui n'apparaîtraient que plus tard. Il importe donc de progresser avec beaucoup de prudence, de patience, d'attention aux élèves.

On pourra s'inspirer des considérations suivantes :

1 — Il convient de consacrer suffisamment de temps à l'introduction d'une notion nouvelle, souvent par des approches successives dont certaines peuvent se référer à des points distincts du

programme. En géométrie, une expérimentation préalable se révèle nécessaire.

2 — *Faire "fonctionner" un concept est une occasion de le mieux maîtriser. C'est parfois la meilleure.*

3 — *Les diverses étapes dans la perception d'un concept (stade descriptif, formalisation, usage et réinvestissement) seront précisées.*

4 — *Il ne sert à rien de définir une notion dont l'usage n'apparaît pas au cours du premier cycle.*

— On se gardera le plus souvent d'épuiser un sujet au moment où on le rencontre pour la première fois.

— La formation à l'observation, à l'analyse, à la recherche puis à l'abstraction et au raisonnement importe plus qu'une acquisition plus ou moins mécanique de connaissances. Il est plus difficile de former ainsi des esprits que de se borner à transmettre un contenu mathématique ; il convient donc de subordonner cette transmission à la tâche essentielle de formation ; mais, bien entendu, toute formation suppose un minimum de connaissances solides.

C'est pourquoi le professeur n'hésitera pas à admettre, chaque fois que cela est utile, des énoncés qui pourraient, en fait, être démontrés ; il en fera comprendre le sens à partir de considérations intuitives ou inductives. Il ménagera d'autre part, dans l'étude du programme, des séquences de déductions bien construites, à partir d'énoncés explicitement admis.

5 — Il importe :

— de maintenir et d'enrichir la pratique du calcul numérique (*y compris du calcul mental*), de familiariser avec l'usage des tables

— de préparer aux techniques utiles aux autres disciplines

— de savoir poser et résoudre des problèmes (l'usage d'un théorème peut être plus formateur que sa démonstration explicite)

— d'utiliser, pour l'analyse d'une situation, des dessins géométriques

— d'user d'un langage mathématique aussi précis et simple que possible.

Rappel du principe du "Tableau deux colonnes"

— la colonne de droite contient, sous le titre "acquisitions nécessaires", les notions du programme de chaque classe (et éventuellement des classes antérieures) que tout professeur de la

classe suivante devrait, au début de l'année scolaire, voir connues de ses élèves

— la colonne de *gauche* indique certaines activités importantes et certains points de méthode, en regard des diverses rubriques de la colonne de droite.

Ces deux colonnes, destinées à être confrontées par les professeurs, ne sauraient être dissociées.

6. 1.3. Rappel sur les manuels

Le Bureau National de l'A.P.M.E.P., traduisant une prise de position unanime du Comité national :

INSISTE POUR LE REFUS DE CHOIX D'UN NOUVEAU MANUEL DE MATHÉMATIQUES DE SIXIÈME POUR LA RENTRÉE 1977.

(cf. Bulletin n° 305).

Tout choix sera en effet très difficile et lourd de conséquences :

- Il sera fait pour 4 ans au minimum.
- Les manuels seront de volume réduit. Comment les "coupes" auront-elles été effectuées ?
- Les conclusions de l'expérience des programmes de 1969 auront-elles été tirées ? Comment ?

Il est impossible de juger des points 2 et 3 en un laps de temps réduit, alors que notre enseignement est à remettre fortement en question, ne serait-ce que par les changements à propos des horaires, des T.D. supprimés, du soutien ...

Par contre en repoussant le choix d'un an,

- il s'agit d'une mesure conservatoire vis-à-vis d'une réforme que nous voudrions voir remettre en chantier,
- des analyses sérieuses des manuels pourront être faites et diffusées en temps opportun. I.R.E.M.(S) et A.P.M.E.P. s'y emploieront.

Il serait souhaitable que, par notre détermination, nous fassions ainsi triompher notre vœu de voir toujours s'écouler au

moins un an franc entre la publication des décrets et arrêtés d'application et des documents de travail, d'une part, et le démarrage d'une réforme, d'autre part.

Hors de ce délai, tout est laissé à l'improvisation et permet de fortes erreurs d'aiguillage au départ.

Refusez donc et faites refuser tout choix de manuel de mathématiques de sixième pour la rentrée 1977.

Conseillez de *continuer avec les livres actuels qu'il suffira d'aménager* (en utilisant pour cela en 1977-78 les spécimens que vous allez recevoir ..., ce qui permettra de les mieux connaître).

6.1.4. Rapport de la Commission

"Premier Cycle"

Le Comité National du 16 janvier 1977 a été l'occasion d'un long échange de vues sur le rôle de la commission du premier cycle.

Les objectifs et les méthodes de travail de cette commission pourraient être inspirés des considérations suivantes :

1 — La Réforme de l'enseignement des mathématiques reste à faire et dans des conditions rendues plus difficiles.

2 — Les IREM n'ont pas encore à ce jour traduit dans les faits une conception nouvelle et concertée de notre enseignement.

3 — Il s'agit d'étudier la possibilité de préciser de grandes orientations pour l'enseignement des mathématiques dans le premier cycle (apporter textes ou références à des textes).

4 — Simultanément, à partir de travaux existants (circulaire du 19.02.1973, brochure "A la Recherche du Noyau des programmes de mathématiques du Premier cycle"), élaborer un tableau permettant de faire apparaître clairement et aisément aux collègues des connaissances exigibles, des aptitudes requises et une liste d'activités possibles pour les atteindre. L'étape suivante serait l'édition de brochures APMEP par thèmes qui donneraient un exemple de "programmes" non linéaires et qui permettraient à nos collègues de comprendre nos intentions.

*

* *

Dans sa réunion du 29.01.77 et au Séminaire National de l'A.P.M.E.P. des 5 et 6 mars 1977, la Commission Nationale du Premier Cycle a estimé qu'il était opportun de porter à la connaissance de ses adhérents un texte complétant la motion votée par le Comité National du 16.1.77 (voir Bulletin 307, page 167) sur la situation à la rentrée scolaire 1977 dans les classes de Sixième, en particulier sur les horaires, sur les conséquences de la suppression de l'heure hebdomadaire de Travaux Dirigés et sur les actions de soutien.

Ce texte, qui corrobore et précise certains alinéas de la "Lettre aux Parents d'Elèves" (voir page 323), doit faire l'objet d'une large diffusion de la part des Régionales et Départementales ; une discussion au niveau des établissements scolaires et des IREM est souhaitable.

1 — A propos de l'horaire

a) Que représente la quatrième heure ?

— *Actuellement* tous les élèves en bénéficient de façon démocratique, ils ont tous droit, sous forme de travaux dirigés par demi-classe, à un soutien ou un approfondissement aussi individualisé que possible.

— *Dans le système prévu pour la rentrée 1977*, chaque élève a droit au moins à trois heures mais certainement pas à quatre heures. Voici quelques exemples de répartitions possibles pour une classe de 24 élèves (des situations intermédiaires peuvent être envisagées).

S : soutien A : approfondissement

Cas horaires	1er cas	2ème cas	3ème cas	4ème cas	5ème cas	6ème cas
3 h	16 ni S ni A	16 ni S ni A	12 ni S ni A	12 ni S ni A	8 ni S ni A	8 ni S ni A
3 h 20 mn						8 parmi 12 S 8 parmi 12 A
3 h 30 mn					8 A 8 S	
3 h 40 mn			8 choisis parmi 12 S	8 choisis parmi 12 A		
4 h	8 S	8 A				

Le tableau montre qu'il est facile d'organiser une sélection. Plutôt que cette sélection, le Comité vous propose :

— “de prendre la responsabilité de maintenir en lieu et place d’“actions de soutien” et “d’activités d’approfondissement”, si vous le jugez préférable, les enseignements de travaux dirigés par demi-classe”.

Quelles sont vos possibilités de réalisation ? La quatrième heure n'est pas attribuée aux élèves mais aux professeurs de la classe. A vous de choisir :

— Pour une classe de 24 élèves au maximum :

- * travaux dirigés pour la classe complète, auquel cas tous vos élèves bénéficieront de 4 h comme actuellement, c'est-à-dire 10 mn professeur par élève et par semaine,
- * travaux dirigés par demi-classe et par quinzaine ; pour deux semaines, tous vos élèves bénéficieront de (10 mn $\times$ 2) professeur par élève.

— Si vous avez plus de 24 élèves, demandez l'attribution d'une heure en plus pour votre classe sur le contingent d'heures attribué au chef d'établissement, ce qui vous permettra une heure de travaux dirigés par demi-classe.

Exemple : Pour une classe de 30 élèves, tous vos élèves bénéficieront de 8 mn professeur par élève par semaine.

b) Combien de postes seront supprimés ?

Exemple : 120 élèves entrent en sixième. Actuellement, plusieurs répartitions sont possibles en 5 ou 6 classes. Avec le projet Haby, les 120 élèves sont répartis en 5 sections. Voici les horaires-professeurs nécessaires et les conséquences quant aux suppressions de postes (voir tableau page 321).

effectifs par sections

	23	31	31	20	15	Tot.
			P.A.	T.R.		
Français	6	9	9	6	6	38
Math	4	5	5	4	5	23
LV 1	4	5	5	4	3	21
H. - G.	3,5	3,5	3,5	3,5	2	16
Sciences - Biologie	2	4	4	2	2	14
Desin	1	2	2	1	1	7
Musique	1	2	2	1	1	7
A.M.E.	1	2	2	1	1	7
TOTAL	32,5	32,5	32,5	22,5	23	133

Actuellement avec 5 classes

P.A. : classe à programme allégé

T.R. : classe de transition

effectifs par sections

24	24	24	24	24	Tot.
5	6	6	6	6	30
4	4	4	4	4	20
4	4	4	4	4	20
3	3	3	3	3	15
3	3	3	3	3	15
1	1	1	1	1	5
1	1	1	1	1	5
2	2	2	2	2	10
24	24	24	24	24	120

Projet HABY

-13

-34,5

Actuellement avec 6 classes

effectifs par sections

20	29	29	15	15	12	Tot.
			P.A.	P.A.	T.R.	
6	9	9	6	6	6	44
4	5	5	4	4	4	28
4	5	5	4	4	4	28
3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	2	19,5
2	4	4	2	2	2	16
1	2	2	1	1	1	8
1	2	2	1	1	1	8
1	2	2	1	1	1	8
22,5	32,5	32,5	22,5	22,5	22	164,5

2 — A propos des “programmes et manuels”

L'A.P.M.E.P. continue ses recherches sur une pédagogie par noyaux-thèmes et pense que l'organisation de “programmes par objectifs”, qui ne seraient pas seulement des objectifs de connaissances, et dont le contenu ne se déroulerait pas d'une manière linéaire comme dans un manuel, est possible.

Cette conception du programme par noyaux-thèmes (ou par objectifs) semble incompatible avec l'achat, dès la rentrée 1977, d'un manuel dont le contenu n'a même pas été expérimenté.

La publication des programmes précédents du premier cycle avait été précédée d'expérimentation.

Il avait été tenu compte des avis des expérimentateurs pour la sixième et la cinquième.

Par contre, en quatrième et troisième, l'avis des expérimentateurs avait été peu suivi et l'on sait ce qu'il en est advenu !

La commission estime que l'A.P.M.E.P. ne peut adhérer aux nouveaux programmes car elle craint que la publication de ceux-ci, sans expérimentation préalable, ne reproduise une situation semblable à celle qui est vécue actuellement en quatrième et troisième.

L'élaboration des programmes de 1968 avait été l'occasion d'une concertation faisant intervenir des professeurs enseignant effectivement dans les classes aussi bien que des professeurs de tous les ordres d'enseignement. De 1967 à 1973, cette concertation existait au sein d'une Commission Ministérielle (dite Commission Lichnérowicz). Quelle que soit l'imperfection de son travail, elle avait le mérite de permettre le débat et d'avoir commencé une réflexion approfondie sur la place de l'enseignement mathématique pour une éducation globale de l'enfant. Elle laissait la porte ouverte sur l'avenir en prévoyant une actualisation des programmes tous les quatre ans.

Les informations que l'A.P.M.E.P. possède permettent de constater que les professeurs n'étaient pas mécontents de ces programmes qui leur laissaient une certaine liberté d'action dans le déroulement de la classe et les méthodes employées (en sixième et cinquième).

Par exemple :

- Celles de ne pas cultiver le calcul numérique pour le mécanisme mais de l'intégrer aux structures mathématiques.

- Celles d'apprendre aux élèves à s'exprimer de diverses manières (phrases, tableaux, dessins, symbolismes ...) et donc de faire des choix.
- Celles de réinvestir dans les autres disciplines et dans la vie courante les notions acquises (analyse de situations, lectures de tableaux et de cartes, décodages divers).

Le programme actuel risque d'être une fermeture qui permettra de reprendre le ronronnement interrompu et réinstallera le dogmatisme qui avait été égratigné, ne serait-ce que par le travail sur fiches.

Envoyer toute correspondance à :

René METREGISTE
22, rue Georges Le Comte
45400 FLEURY LES AUBRAY

6.1.5. Lettre aux parents d'élèves

Annoncée dans le Bulletin 307 (page 167), elle a été envoyée à 1 500 exemplaires, pour diffusion, à chaque Régionale.

PARENTS D'ELEVES !

La Réforme de l'enseignement doit entrer en application en classe de sixième dès la rentrée de septembre 1977.

Vous êtes directement concernés !

Les Associations des professeurs des différentes disciplines constatent :

- qu'à la date du 25 janvier 1977 les textes d'application permettant d'organiser la rentrée pour la sixième en septembre prochain ne sont pas parus ;

- que, dans ces conditions, la préparation sérieuse de cette rentrée, par les chefs d'établissement et les professeurs est remise en cause ;

- que des transformations importantes sont envisagées, tant dans l'organisation administrative et pédagogique des établissements que dans les programmes et les méthodes, dont voici l'essentiel :

Actuellement, chaque classe de sixième a un effectif maximal de 35 élèves, mais est divisée en deux groupes pour : 3 heures de français, 2 heures de biologie, 1 heure de mathématique, 1 heure de langue vivante, ainsi que pour les séances d'éducation plastique, de musique et de travaux manuels éducatifs.

A la rentrée prochaine, chaque classe de sixième comptera de 24 à 30 élèves, mais ne sera plus divisée en deux groupes. Comme on ne peut pas faire avec 24 élèves ce que l'on faisait avec 15, le professeur ne pourra plus faire progresser chacun d'eux selon son rythme, ce qui risque de provoquer des orientations hâtives, dont pâtiront surtout les enfants socialement défavorisés. Des "activités de soutien" (une heure en français, une en mathématique, une en langue vivante) sont bien prévues dans les horaires, mais seulement pour au plus un tiers des élèves de la classe, désignés chaque semaine. La non fixité de l'emploi du temps, la surveillance des élèves libérés, leur sécurité seront un souci constant pour les familles.

*
* *
*

Le projet déclare qu'apparaîtront des disciplines nouvelles : "sciences expérimentales" et "éducation manuelle et technique".

1) Actuellement, l'horaire des sciences naturelles est de deux heures pour chacun des deux groupes.

A la rentrée prochaine, sous l'appellation de "sciences expérimentales" viendront s'ajouter des sciences physiques

- sans formation préalable sérieuse des maîtres ;
- sans horaires suffisants (3 heures pour l'ensemble) ;
- sans crédits nécessaires au fonctionnement de ce double enseignement ;
- sans locaux aménagés à cet effet, ce qui met en cause la sécurité des élèves ;
- sans prévision de travaux de groupes, suffisamment réduits pour faire pratiquer aux élèves les manipulations, expériences, etc. dans les conditions de sécurité nécessaires.

2) La transformation des actuels "travaux manuels éducatifs" en "éducation manuelle et technique" voire préprofessionnelle, semble bien indiquer que l'on veut rapidement aiguiller hors du second degré les enfants considérés comme "manuels", qui seront définitivement coupés de toute culture, celle-ci étant réservée aux

prétendus "intellectuels", comme si savoir bien se servir de ses mains impliquait qu'on soit incapable d'utiliser son cerveau, et réciproquement ...!

*

* *

Faute de subventions décentes, le matériel nécessaire par exemple en sciences physiques, en éducation plastique, en éducation manuelle et technique ne devra-t-il pas pour une grande part être acquis par les familles ? Où est la gratuité dans tout cela ?

Et où en est l'égalité des chances, tant prônée cependant, dans ce système qui n'amènera qu'un nombre restreint d'élèves dans les lycées, c'est-à-dire en seconde ? Il n'est pas difficile de deviner à quelle origine sociale ils appartiendront.

Dans ces conditions, les Associations des professeurs des différentes disciplines ne peuvent qu'exprimer leur profond désaccord sur la nouvelle sixième, leur inquiétude sur l'organisation des classes qui doivent suivre, ainsi que sur l'avenir de l'enseignement public du second degré.

Elles demandent donc que l'on sursoie à l'application de cette réforme, ce délai pouvant être utilisé pour revoir les dispositions les plus controversées.

PARENTS !

Il vous appartient d'intervenir soit directement, soit par l'intermédiaire de vos associations, auprès

- des chefs d'établissement,
- des élus locaux, départementaux et nationaux,
- des candidats aux différentes fonctions.

Ainsi, vous aurez contribué à la construction d'une réelle démocratisation de l'enseignement !

Association des Professeurs de Biologie et Géologie
Association des Professeurs d'Education Manuelle et d'Economie Familiale
Association des Professeurs d'Education Musicale
Association des Professeurs d'Initiation Technologique
Association des Professeurs de Langues Vivantes
Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public
Association des Professeurs de Philosophie
Association des Professeurs de Sciences Economiques et Sociales
Association des Professeurs de Travaux manuels et d'Enseignement ménager
Association des Professeurs d'Histoire et de Géographie
Société des Professeurs de Français et de Langues anciennes
Société des Professeurs de Dessin et d'Arts Plastiques
Union des Physiciens

6. 1.6. Communiqué de l'équipe E.S.E. **(Enseignement Scientifique et Expérimental)**

Nous avons reçu de l'équipe E.S.E. le texte suivant :

Les programmes de sixième ont été définis ou précisés dans les disciplines scientifiques par l'Inspection Générale.

Le nouvel enseignement de sciences physiques sera, pour l'essentiel, assuré par les enseignants actuels des établissements de Premier cycle qui n'ont pas, sauf exception, de formation suffisante en physique et chimie.

Pour les préparer à leur tâche, chacun des 4 700 collèges déléguera un seul représentant à quatre séances de travail d'une journée animées et organisées sur le plan départemental par l'Inspection Générale de Physique en février, mars, avril et mai 1977. Neuf documents, en préparation, seront distribués à cette occasion, quatre portant sur les problèmes généraux, cinq sur le programme de sixième.

D'autre part, il semble que le crédit total d'équipement attribué pour le nouvel enseignement de sciences physiques correspondra à une somme moyenne de 500 francs par établissement, soit moins de 5 francs par élève.

L'Inspection Générale de Physique se heurte à de grandes difficultés et fait appel aux collègues ayant une certaine expérience, en particulier aux physiciens des équipes E.S.E.

De bonnes relations se maintiennent, à titre personnel, entre les animateurs de l'E.S.E. et les responsables désignés par le Ministre (Inspection Générale, Inspection Pédagogique Régionale) chargés de la mise en place de la réforme ; mais il n'est pas fait appel au groupe de travail E.S.E. en tant que tel. Dans le même sens la Commission Lagarrigue a disparu discrètement en septembre 1976, remerciée par le Ministre, et ne joue donc plus aucun rôle dans cette mise en place *.

* N.D.L.R. Lors d'une conférence de presse tenue le 4 février 1977 à l'initiative de R. OMNES, Président de la "Commission Lagarrigue", l'Union des Physiciens a proposé qu'un contact soit maintenu avec la Société Française de Physique au sein d'une commission non officielle.

Ces informations mettent en évidence la distance de plus en plus grande qui sépare notre expérience E.S.E., ses objectifs et ses acquis de l'application de la réforme dans le domaine des sciences. Aussi paraît-il indispensable de souligner aujourd'hui que le succès de l'E.S.E. auprès des enfants, des parents et des équipes d'enseignants repose sur un certain nombre de conditions dont aucune ne semble devoir être remplie en septembre 1977 :

E.S.E.

REFORME

HORAIRE

Un horaire de 2 h de sciences physiques par demi-section complète un horaire de même durée en sciences naturelles. Ces 4 h sont entièrement consacrées à un enseignement à base expérimentale.

INTERDISCIPLINARITE

La coopération entre les quatre professeurs révèle aux enfants l'interdépendance des mathématiques, des sciences expérimentales et des activités pratiques ainsi que l'originalité de chaque discipline.

QUALIFICATION DES MAITRES

Toutes les expériences françaises et étrangères montrent qu'aucune réforme n'est fructueuse sans une formation solide des maîtres ; l'E.S.E. confirme l'importance majeure d'une grande compétence des enseignants scientifiques au moment où s'amorce, chez l'enfant de 11 ans, la formation d'un véritable esprit scientifique.

MOYENS

Un matériel moderne complète et valorise les dispositifs conçus et réalisés par les élèves. Le souci d'économie et l'esprit d'invention sont encouragés par la possibilité d'utilisation d'un appareillage de base et de produits courants.

L'horaire est réduit, pour l'ensemble des deux disciplines, à 2 h par demi-section et une heure par section. Pas de dédoublement de la section pour les classes de 24 élèves. Diminution de l'horaire de mathématiques (*)

Les "activités manuelles et techniques" sont isolées ; les sciences expérimentales sont vouées à une fusion appauvrissante ou à une coupure tranchée ; la cloison qui les sépare des mathématiques est maintenue.

Les maîtres à qui sera confié le nouvel enseignement de sciences physiques n'auront pas reçu cette année une formation particulière. Un seul d'entre eux par établissement aura seulement bénéficié de 4 journées d'information. Les délais de préparation des documents ne permettront pas d'exploiter l'acquis des expériences antérieures et de la pré-application.

Elèves et enseignants sont invités, faute de crédits d'équipement et de fonctionnement, à recourir au bricolage et à la récupération pour les sciences physiques. En période de réduction du budget des établissements de sérieuses difficultés sont prévisibles qui se répercuteront sur d'autres disciplines.

(*) Le décret récemment soumis au Conseil de l'Enseignement Général et Technique ne prévoit aucun dédoublement pour des classes de 24 à 30 élèves.

PROGRAMME

L'approche expérimentale est privilégiée, s'inspirant de la curiosité et de l'expérience des enfants. Le travail par thème favorise l'invention des enseignants. Le programme rassemble ces thèmes qui s'inscrivent dans une progression précise contrôlée par des réunions périodiques des équipes d'enseignants en liaison avec l'Université.

Les conditions prévues (horaires, matériel, impréparation pédagogique...) risquent de conduire à la présentation dogmatique d'un programme directif. La disparition de la Commission Lagarrigue prive les enseignants de sciences physiques d'un organe de réflexion collective que rien ne remplace au niveau académique ou départemental. En particulier les possibilités de coopération avec l'Université sont ignorées.

A travers l'E.S.E. nous avons recherché les conditions d'un enseignement scientifique adapté aux besoins des enfants de sixième et cinquième et aux réalités de notre système éducatif ; nous avons cherché à répondre à un problème posé à l'enseignement français, celui de son adaptation aux sciences et techniques contemporaines.

Le contraste est très marqué entre l'enseignement que nous cherchons à promouvoir et celui qui se prépare. Aussi avons-nous décidé d'alerter nos collègues et l'opinion publique.

Pour le groupe de travail

P. JULLIEN

A. KAHANE

*Professeurs à l'université Scientifique
et Médicale de Grenoble*

6. 1.7. Projet de programme pour le cycle préparatoire (adopté par le C.E.G.T. le 14-12-1976)

I — Objectifs

A tous les niveaux de l'école primaire, il importe de partir de situations tirées du vécu de l'enfant, liées à ses intérêts spontanés ou provoqués, et de les exploiter collectivement et individuellement dans le cadre de la vie de la classe.

L'observation et l'analyse de ces situations multiples et variées auront pour objectifs généraux :

a) De faire apparaître les éléments et structures communs afin de dégager les notions essentielles que l'enfant doit acquérir.

b) De représenter les modèles correspondants à l'aide de signes, de symboles ou sous forme schématique (diagrammes,

tableaux...), et ainsi, à la fois de préciser ces notions et de les rendre conceptuellement utilisables.

c) De répondre aux questions, de donner une solution aux problèmes qui peuvent se poser en mettant en oeuvre les techniques acquises ce qui permet à l'enfant de confirmer ses connaissances.

Ainsi se développeront le goût de l'investigation et une certaine imagination ; ainsi s'acquerront des techniques indispensables et l'habitude de la précision de langage et de pensée dans la communication des résultats. Toutes qualités nécessaires aussi bien aux besoins de la vie courante à la formation de l'esprit ainsi qu'à la prolongation ultérieure des études.

Dans cet esprit sont proposés à la réflexion des maîtres quelques objectifs particuliers au cycle préparatoire de l'école primaire.

1 — Manipuler et connaître les objets et les collections d'objets

- Reconnaître des propriétés
- Classer et ranger
- Mettre en correspondance.

2 — Connaître le nombre

a) *Dégager la notion de nombre*

- Mettre en correspondance terme à terme : "autant que" "plus que", "moins que".
- Classer les collection d'objets.
- Associer un nombre à une classe de collections d'objets.

b) *Présenter la numération décimale écrite et parlée.*

- Ecrire, nommer les nombres
- Présenter la numération décimale écrite et parlée
- Etudier des nombres de un et deux chiffres
- Ecrire et utiliser des égalités du type $27 = 20 + 7$

c) *Comparer les nombres.*

- Utiliser les si
- Utiliser les signes $=$, $\neq$, $<$, $>$
- Ecrire une suite de nombres dans l'ordre croissant ou décroissant.

3 — Calculer sur les nombres.

a) *Somme, Addition*

— Analyser, reconnaître et représenter les situations faisant intervenir la somme de deux nombres, puis de plus de deux nombres. Utilisation du signe + . Addition.

— Elaborer la table d'addition : l'utiliser et se familiariser avec les résultats en vue de leur mémorisation. Calcul mental. Signification et utilisation des parenthèses.

— Elaborer une technique opératoire de l'addition.

— Reconnaître, analyser, représenter les situations pouvant s'exprimer sous la forme $a + b = c$

b) *Etudier et traiter quelques problèmes simples.*

4 — Se situer dans l'espace et l'organiser

a) *Se situer*

— Positions relatives d'objets par rapport à soi-même, par rapport à un ou plusieurs repères ou les uns par rapport aux autres.

— Déplacements, itinéraires, parcours selon les conventions.

— Utilisation de quadrillages et tableaux : repérage.

b) *Reconnaître des formes et figures simples.*

— Courbes et domaines : intérieur, extérieur

— Pavages, mosaïques, puzzles.

c) *Organiser*

— Pliages, découpages

— Successions régulières, frises...

— Jeux de construction, d'emboîtement.

II — Principales étapes et types d'activités

1. Remarques générales.

Les objectifs classés pour les besoins de l'exposition n'apparaissent jamais isolés les uns des autres. La liste des exercices est loin d'être exhaustive et suivant le parti pédagogique adopté ils peuvent s'organiser de façons différentes. Ce choix appartient à l'équipe pédagogique et si des progressions sont présentées elles le sont seulement à titre d'exemple, non de modèle.

Habituer les enfants au raisonnement n'est pas le fait des seules activités mathématiques. Cela relève aussi de la façon dont

sont conçues et conduites bon nombre d'autres activités (exercices corporels, réalisation manuelles ou plastiques, exploration de l'environnement...) dans tous les cas il s'agit alors moins d'apporter, ni surtout d'imposer des solutions que de guider et stimuler les recherches, les essais, de valoriser et exploiter les trouvailles, au niveau et avec les moyens auxquels les enfants se montrent capables d'accéder. Un aspect à privilégier consiste, à propos soit d'une situation vécue qui s'y prête, soit d'une situation proposée à dessein, à inviter les élèves à y découvrir et formuler un problème et à exprimer, dans le langage mathématique à leur portée, ce problème, les démarches que requièrent sa solution et leurs résultats.

2. Les nombres.

a) *Activités prénumériques*

Elles sont le prolongement d'activités et la consolidation de compétences amorcées avant la période considérée.

Exercices sur la reconnaissance de propriétés d'objets (forme, couleur, taille...) classement d'objets selon un critère. Organisation d'une collection d'objets suivant plusieurs critères. Rangements et sériations diverses par l'application d'une, puis de plusieurs règles.

Exercices de mise en relation des éléments de deux collections puis des éléments d'une même collection par l'application de règles simples (changement de forme, de couleur ...).

Ces activités sont souvent un des aspects d'autres activités s'intégrant à la vie de la classe (façon de se grouper, distribution ou rangement de jouets, d'outils, élevages et cultures, exercices corporels, activités manuelles et d'expression plastique ou musicale...). Elles peuvent être pratiquées comme telles ou donner lieu, à l'occasion, à quelques jeux et exercices plus spécifiques et aboutir à des figurations plus ou moins schématisées.

b) *Approche de la notion de nombre.*

Exercices de mise en correspondance terme à terme, notions de "autant que", "moins que", "plus que" à partir des situations les plus diverses.

Classement de collections d'objets en utilisant la correspondance terme à terme. On attachera la propriété "nombre" aux classes ainsi obtenues.

Présentation des premiers nombres et écriture au moyen des chiffres. Partition de collections d'objets, réunion de collections distinctes permettant par l'introduction du signe + l'obtention de diverses écritures pour un même nombre. Utilisation des signes = , $\neq$.

Rangement de collections d'objets par les relations "moins que", "plus que". Comparaison des nombres correspondants et introduction des signes < et > . Ecriture d'une suite de nombres dans un ordre déterminé.

Il est souhaitable que les enfants puissent évaluer le nombre des éléments de petites collections sans passer par le dénombrement unité par unité.

c) *Découverte du système de numération.*

Présentation du problème qui consiste à écrire et nommer tous les nombres avec un jeu de chiffres et un vocabulaire réduits.

Le fonctionnement d'un système de numération de position dont la base est petite se découvre et se pratique plus aisément car avec un nombre d'éléments réduit on peut atteindre des nombres de 3 ou 4 chiffres. Il n'est cependant pas nécessaire d'envisager de nombreuses bases, deux peuvent suffire (quatre et cinq par exemple). De plus, il ne s'agit là, à ce niveau, que d'un moyen pédagogique. Les exercices de groupement, d'échange, de codage et décodage doivent familiariser l'enfant avec le fonctionnement du système, avec les règles d'écriture des nombres, avant d'aborder, puis de privilégier et en définitive d'utiliser exclusivement la base dix.

On abordera aussitôt que possible l'étude des nombres et l'acquisition sera relativement lente jusqu'à 20.

Dans une deuxième étape on poussera l'étude jusqu'à 70. Au cours de la dernière étape qui mènera à 99 on sera attentif aux difficultés d'ordre lexical qui se présentent.

3. Calcul sur les nombres.

Cette phase est menée conjointement avec la précédente. Toute acquisition de nombre nouveau doit être prétexte à son introduction dans les calculs.

a) *Addition : nature de l'opération*

Par l'analyse de situations variées, la manipulation, la représentation schématique, on s'attachera à bien reconnaître la nature

de l'opération mise en jeu et les divers aspects qu'elle peut revêtir dans la vie courante.

Bien que l'addition puisse être présentée en liaison avec la réunion de deux ensembles disjoints, il est bien entendu que l'étude formelle de la réunion n'est pas à faire. Par contre il semble souhaitable de faire observer que, quelles que soient les collections appartenant respectivement, par exemple, aux classes 3 et 5 leur réunion donne toujours une collection appartenant à la classe 8 ce qui permet d'écrire $3 + 5 = 8$.

Pour une meilleure connaissance de la nature de l'addition les élèves seront entraînés à poser eux-mêmes et à résoudre des problèmes en impliquant les différents aspects à partir de situations vécues ou inventées, en s'aidant de manipulations ou de schémas, oralement ou par écrit.

On opérera de même à propos de situation conduisant à la forme $a + \cdot = c$ ou $\cdot + b = c$.

La découverte des instruments monétaires et les différentes manipulations auxquelles ils peuvent donner lieu dans le cadre d'activités d'éveil pourront fournir occasionnellement un support concret et servir de prétexte à la recherche de quelques problèmes pratiques.

b) *Calcul mental*

La progression relativement lente préconisée pour la découverte et l'étude des vingt premiers nombres se justifie en partie par le souci d'y associer des exercices visant sous les formes les plus variées à familiariser les élèves avec les différentes façon d'écrire ces nombres. Ceci permet aussi d'élaborer la table d'addition et de favoriser sa mémorisation.

Les calculs du type $a + \cdot = c$ offrent l'occasion de renforcer la connaissance de cette table en l'exploitant sous une forme différente.

Des exercices quotidiens de calcul mental doivent ensuite entretenir et consolider la connaissance de la table d'addition et permettre de mieux prendre conscience des propriétés de l'addition. La traduction symbolique des opérations mentales effectuées familiarisera les élèves avec l'utilisation des parenthèses.

Au cours d'une séance de calcul mental on évitera de multiplier les exercices de même type. Enfin toutes les situations de caractère numérique doivent être prétexte à calcul mental.

c) *Techniques opératoires.*

Même si l'approche de la technique de l'addition peut s'appuyer éventuellement sur des manipulations dans des systèmes de numération de base inférieure à dix, la maîtrise et la pratique de la technique opératoire à travers les diverses étapes qu'elles impliquent ne doivent concerner que des calculs en base dix. Cette étude est à aborder en liaison avec celle des nombres de 20 à 99.

Il est indispensable que des exercices entretiennent constamment la maîtrise et de ces techniques au-delà de la phase de découverte et de première assimilation.

4. Présentation de l'espace.

Dans ce domaine de nombreuses activités ne relèvent pas directement des mathématiques. Ce sont par exemple les exercices relatifs au schéma corporel, les jeux concernant la situation relative d'objets, les jeux de déplacements et de parcours, la détermination d'itinéraires, les activités de découpage et de pliage, la réalisation de paysages, puzzles, mosaïques, les jeux de construction dans l'espace, par superposition, emboîtement, assemblage, etc...

Ces activités contribuent cependant toutes à la formation de la pensée logique et préparent de façon intuitive et empirique la prise de conscience de propriétés géométriques qui seront dégagées par la suite (orthogonalité, parallélisme, symétries, translation...), étant bien entendu que ces propriétés ne doivent faire l'objet d'aucune étude à ce niveau.

On insistera tout particulièrement sur les exercices utilisant la notion de repérage très utile dans l'immédiat pour la confection et l'exploitation de tableaux, et indispensable pour la suite des études.

Certains de ces exercices pourront servir de point de départ à des activités numériques ou servir d'application à celles-ci.

6. 1.8. Communiqué du Bureau National sur le cycle préparatoire (5 mars 1977)

Nous apprenons que les Directeurs d'Ecole Primaire viennent de recevoir en provenance du "Ministère de l'Education Nationale" et sous franchise postale un texte intitulé "Qu'est-ce qui va changer dans l'Education à la rentrée prochaine ?". Ce texte, daté du 28 février 1977, non signé, sans référence du service d'origine, ne nous apparaît donc ni comme une lettre du Ministre, ni comme une circulaire ministérielle, de sorte que nous sommes en droit de nous interroger sur le but de ce texte.

L'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public s'insurge contre la rédaction de la première partie du paragraphe d : "Au CP, on redonnera la priorité au calcul (connaître les nombres de 1 à 100, additionner, soustraire) ...". Nous notons dans cette phrase :

1°) une contre-vérité puisque le programme 70 du CP ne parle que de calcul ;

2°) la réapparition du mot "soustraire" qui ne figure ni dans le programme du CP actuel, ni dans le projet de programme voté par le CEGT du 14.12.76 ;

3°) une entreprise de dénigrement à l'égard des maîtres du CP soupçonnés de négliger le calcul.

Par ailleurs, les Instituteurs de notre Association condamnent avec autant de vigueur la deuxième partie de ce paragraphe relative à la "lecture-orthographe".

Nous sommes surpris de constater que les paragraphes a, b, c relatifs à "la première année primaire (C.P.)" n'apportent aucun changement par rapport aux textes et au fonctionnement actuels. Quant au paragraphe c, il n'introduit que suspicion à l'égard des maîtres en laissant entendre qu'à l'heure actuelle ils ne jugent pas utiles de faire bénéficier leurs élèves en difficulté d'une action de soutien quotidienne.

La mise en place de la réforme du système éducatif au niveau de "la première année primaire" se réduit-elle à l'affirmation de changements qui n'existent pas, accompagnée d'une campagne de dénigrement des maîtres qui y travaillent et de mesures autoritaires concernant les méthodes ?

6.2. Le travail du Comité National et du Bureau National

6.2.1. Rapport d'activité 1976-77

Ce rapport, ainsi que le compte rendu financier 1976 (voir 6.2.2), figurent déjà dans la brochure du "matériel de vote" que les adhérents à l'A.P.M.E.P. ont reçue par ailleurs. Nous les publions ici à l'intention de tous les lecteurs du Bulletin.

Par suite de circonstances indépendantes de sa volonté, le nouveau Bureau National n'a pris ses fonctions que le 19 septembre. Comme, en fait, s'y sont retrouvés presque tous les membres de l'ancien Bureau dont le mandat n'était pas expiré, son action a continué celle de l'ancien, conformément aux vœux du Comité National, et s'est développée sur deux plans : celui de la conjoncture immédiate et celui de la politique à plus long terme. Le Bulletin National en a rendu compte régulièrement dans la Vie de l'Association et nous y renvoyons tous ceux qui trouveraient trop bref ce rapport.

Rappelons une fois de plus que les commissions nationales sont les organismes de travail de l'A.P.M.E.P. C'est là que sont étudiés les problèmes spécifiques et c'est après cette étude que le Comité National peut décider et que le Bureau peut agir et répondre aux questions. Une commission nationale devrait avoir son équivalent dans chaque Régionale, l'animateur régional étant naturellement membre de la Commission Nationale. Certes, il n'a pas été possible de mettre en place partout cette structure à deux niveaux mais les progrès sont encourageants.

1. L'action conjoncturelle

La Commission Élémentaire et Maternelle a travaillé sur les projets ministériels de programme des premières années de l'enseignement élémentaire et a réussi, en collaboration avec la COPIRELEM, commission étudiant dans les I.R.E.M. les problèmes de l'Enseignement Élémentaire, à obtenir une seconde rédaction plus proche de nos objectifs.

La commission du premier cycle s'est trouvée confrontée à la mise en place de la réforme Haby et a éprouvé des difficultés à faire la synthèse de ses différentes tendances : fallait-il refuser radicalement toute consultation sur les programmes ou indiquer clairement, sans l'engager davantage, les conceptions de l'A.P.M.E.P. sur les objectifs de l'enseignement du premier cycle et la rédaction par "noyaux-thèmes" des programmes ? Le Bureau National a échangé plusieurs lettres avec le Ministère et le Doyen de l'Inspection Générale et a réaffirmé chaque fois les principes de la Charte de Caen. La commission a élaboré un texte sur le problème délicat des horaires : alors que le Cabinet du Ministre nous avait promis, à la suite du succès de la pétition nationale, en mai 1976, un horaire de 4 heures pour chaque élève dans le premier cycle, la Direction des Collèges revient à un horaire de 4 heures pour le professeur de mathématiques, du moins dans les classes de 24 élèves.

Notre Association ne peut prétendre à elle seule mener la lutte contre une réforme aussi néfaste ; le Bureau National a donc développé les relations tant avec les Syndicats qu'avec les autres Associations de spécialistes. Celles-ci ont décidé de concrétiser leurs positions communes dans un texte et de le diffuser largement dans l'opinion publique.

La commission du *second cycle* souhaite définir et charpenter un enseignement moins contraignant que celui qu'imposent les actuels programmes. Une conception par "noyaux-thèmes" exige que tous les adhérents de l'Association participent à sa mise en oeuvre ; elle permet d'ailleurs à tous de le faire en apportant leur idées. Le Bureau souhaite aider les Régionales à impulser en ce sens le travail des I.R.E.M. La commission souhaite aussi avoir une position de critique positive vis-à-vis du baccalauréat et en particulier des épreuves actuelles. Il appartient aux Régionales ou même à de petits groupes locaux de faire une analyse critique des énoncés, de dénoncer les acrobaties de barème qui tendent parfois à cacher le volume excessif de certains textes, de rappeler que les épreuves doivent être à la portée des candidats et ne pas tomber dans la fausse prétention.

Le Bureau a entrepris plusieurs démarches auprès de l'Inspection Générale, tant sur ce problème des sujets d'examen que sur les abus signalés par les collègues lors d'inspections.

La commission *Enseignements Techniques courts* prépare une brochure pour faire connaître les problèmes que posent ces enseignements. Une campagne de recrutement est indispensable dans ce secteur où de nombreux collègues peuvent nous apporter leur expérience de la pluridisciplinarité, source de nombreux thèmes.

La commission *Formation des Maîtres* prend acte de l'incapacité du Ministère à mettre en place une réelle formation initiale des maîtres pourtant annoncée depuis dix ans. Elle a fait une enquête sur la situation de la formation à l'Université et précisé ses objectifs à long terme en développant en particulier les relations avec les spécialistes des Sciences de l'Education. A sa demande, le Bureau National est intervenu pour demander une formation effective pour les maîtres de la voie III recrutés comme PEGC et pour les adjoints d'enseignement recrutés comme certifiés. Le Bureau s'est aussi indigné de la nouvelle réduction du nombre de postes au C.A.P.E.S. et à l'agrégation.

La commission *Formation Permanente* a entrepris un important travail d'information au sein de l'Association. Elle participe activement à la préparation des Journées de Limoges.

La commission des *Manuels scolaires* a poursuivi son travail d'analyse et cherche encore des bonnes volontés car la tâche à accomplir est immense. Elle a attiré l'attention des adhérents sur les dangers de la circulaire ministérielle du 9 juillet 1976. Le Bureau a nettement fait savoir au Ministère que nous invitons nos adhérents à exclure tout choix de manuels scolaires nouveaux pour la rentrée 1977.

Aux Journées de Rennes, plusieurs collègues avaient souhaité ranimer la commission *Informatique*. Celle-ci s'est donc réunie et a élaboré, en plusieurs séances de travail, une brochure qui rassemblera une série d'articles consacrés

à l'utilisation de petites machines ou de mini-ordinateurs dans les classes et aux apports de l'Informatique à l'enseignement des mathématiques.

La commission des *publications* a effectué un travail considérable en publiant 6 brochures nouvelles en 1976 et 3 en 1977. D'ores et déjà, deux sont en chantier pour 1978. La nouvelle politique adoptée l'année dernière nous permet de mieux nous adapter à la demande justement diversifiée de nos adhérents, en particulier ceux du premier degré dont nous ne nous préoccupions qu'épisodiquement jusqu'à présent, mais aussi tous ceux qui désirent approfondir tel ou tel point mathématique ou développer tel ou tel thème avec leurs élèves.

La commission du *dictionnaire* a poursuivi son travail et nous disposons maintenant grâce à elle d'un fichier étendu (148 notices).

Le Bureau a apporté une attention particulière cette année au recrutement de nouveaux membres ou au retour à l'Association de ceux qui, souvent par négligence, l'ont quittée. En participant massivement, par la diffusion de la brochure éditée à cet effet, à la campagne d'adhésion de Février-Mars, nos adhérents ont montré l'importance qu'ils attachaient à être nombreux pour être forts.

2. La politique à long terme

Notre Association existe depuis plus de soixante ans et a vu défiler Ministres et Réformes ; la plupart de ses membres sont jeunes et ont encore une longue carrière devant eux. Il est donc important que nous poursuivions une réflexion sur l'évolution nécessaire de notre enseignement mathématique face au développement rapide des sciences et des techniques et aux mutations de notre Société.

Devant le refus du Ministère de faire revivre une commission chargée d'étudier l'enseignement des mathématiques, l'A.P.M.E.P. a invité les I.R.E.M., la Société Mathématique de France, le Comité National des Mathématiciens, l'Union des Professeurs de Spéciales à créer la "COmmission Permanente de Réflexion sur l'Enseignement des Mathématiques". La CO.P.R.E.M. a consacré sa première année d'existence à définir sa mission, ses objectifs, ses méthodes de travail, et la Vie de l'Association en a rendu compte. Elle a un rôle important de coordination à jouer et l'A.P.M.E.P. veillera à ce qu'elle prenne en compte le travail de tous ceux qui participent à une recherche didactique.

Chaque année, nos Journées Nationales approfondissent un thème nouveau avec l'aide de spécialistes compétents, et les graines alors semées peuvent germer au sein des Régionales, des séminaires et colloques nationaux, des I.R.E.M., pour finalement porter des fruits dans nos classes.

Cette année, en outre, le Congrès International de Karlsruhe, où 150 membres représentaient notre Association après une très sérieuse préparation, nous a permis de nous enrichir de nombreuses expériences étrangères.

Les Journées de Rennes ont développé un thème déjà effleuré aux Journées d'Orléans et nous permettent de fonder notre réflexion sur les derniers acquis de la psychopédagogie et de la psychosociologie.

Les Journées de Limoges nous ouvriront au monde du travail. Nous avons encore un effort considérable à accomplir afin de faire cesser la toute puissance du diplôme initial.

Mais la réflexion ne suffit pas ; il est nécessaire d'en faire le point, à la fois pour dégager un consensus majoritaire au sein de l'Association, puis pour faire connaître nos positions sous une forme condensée et maniable à tous ceux qu'elles peuvent intéresser : responsables d'autres Associations, de syndicats, de parents d'élèves, administrateurs, parlementaires ou élus locaux, journalistes.

La Charte de Caen date de cinq ans. Il semble raisonnable au Bureau de publier fin 1977 une "charte de l'A.P.M." faisant suite à celles de Chambéry et de Caen qui guident encore notre politique.

L'élaboration d'une telle charte est l'affaire de tous. Un premier colloque national réunit, avec le Comité National, les représentants des Régionales les 5 et 6 Mars 77 et c'est sur une première rédaction que doivent se mettre au travail, par petits groupes, tous nos adhérents. Une seconde réunion, au cours des Journées de Limoges, permettra d'élaborer un texte définitif qui sera ensuite soumis au vote de tous les adhérents.

*
* *

Il ne m'a pas été possible de citer dans ce rapport tout le travail qui a pu être accompli à tel ou tel échelon. Notre Association est très vivante et sa vie résulte de la participation de tous. Arrivant au terme de mon mandat, je tiens à exprimer ma reconnaissance à tous ceux qui ont oeuvré avec nous. Je ne l'aurais pas accepté si je n'avais su l'aide sympathique et chaleureuse que chacun voulait bien m'apporter. Je dois dire que je n'ai pas été déçu et que je sors enrichi de cette expérience.

Le 15 Février 1977
P.L. HENNEQUIN

6. 2.2. Compte rendu financier pour l'année 1976

par Gilbert GRIBONVAL

Recettes		Dépenses	
● Cotisations et abonnements	774 007,26	● Frais d'impression :	
● Ventes de Bulletins et Math-Annales	2 152,25	5 Bulletins	322 001,23
● Recettes brutes de publicité	42 480,00	Millésime 75	7 640,00
● Ventes de brochures :		CUEEP	15 150,00
Hasardons-nous	26 620,90	Substitutions ...	5 500,00
Savoir minimum fin 3e	43 010,00	Savoir minimum fin de 3e	38 850,00
CUEEP	12 213,10	Hasardons-nous	20 850,00
Substitutions et groupes symétriques	2 508,85	Elem-Math II	10 000,00
Mots I	15 047,00	Mots III	31 385,75
Mots II	17 923,00	Extraits : Bulletin 295	5 218,75
Mots III	6 227,00	Index 76 du dictionnaire	15 450,00
Elem-Math 1	2 878,00	Maths-Annales 76	12 000,00
Elem-Math II	3 314,00	● Frais de port, routage, timbrage, encartage	162 024,98
Dictionnaire	4 582,00	● Frais de papeterie, formulaires Journées de Rennes, matériel de vote, bulletins d'adhésion, cartes d'appel de cotisations	38 906,61
Cours APM Topologie	2 374,00	● Frais de gestion	29 359,26
Probabilités	1 315,00	● T.V.A.	17 770,00
Carrés magiques	2 658,00	● Traitements employés	18 390,70
Musique ...	612,00	● Sécurité Sociale	6 861,00
Maths à l'école élémentaire	1 663,00	● Ristournes aux Régionales	30 891,00
Angles } Logique }	835,00	● Frais de réunions de Bureau, Comité, Commissions, séminaire, inter-régionales	69 337,42
Brochures diverses	2 979,65		
Total	965 400,01	Total	857 586,70
Report du 1er Janvier 1976	128 714,99	A reporter au 1er Janvier 1977	236 528,30
	1 094 115,00		1 094 115,00

Quelques commentaires :

Recettes

La cotisation est modulée, depuis le 1er janvier 1976, selon trois catégories. Cela s'est traduit par une augmentation moyenne du montant de la cotisation. L'abonnement a été porté, à la même date, de 60 F à 80 F (pour les non-membres de l'APMEP). Il en résulte une augmentation des recettes de cotisations et abonnements.

Comme il était prévu dans le rapport financier de 1975, les recettes brutes de publicité ont été réduites, revenant à leur niveau de 1974, et devraient se stabiliser à ce niveau.

Les recettes sur les ventes de brochures sont en nette progression. Cette progression est en liaison directe avec l'augmentation du nombre de brochures réalisées. Ces recettes sont bien sûr compensées en grande partie par les frais d'impression et d'expédition de ces brochures.

Dépenses

L'augmentation globale des frais d'impression est la conséquence normale de la politique de publications plus nombreuses : l'A.P.M.E.P. a publié, en 1976, six brochures nouvelles.

Les frais d'expédition ont subi la hausse de 30 % des tarifs postaux, depuis le 1er août 1976. De gros frais d'envois sont dus à la diffusion des brochures parues en 1976, ce qui traduit le succès de ces brochures. De plus, les frais d'expédition du dernier Bulletin de 1975 n'ont été réglés qu'en 1976.

Bilan

L'excédent de recettes permet donc de poursuivre la politique, déjà appliquée, de publications de brochures nombreuses.

6.2.3. Synthèse d'informations ressortant des réunions du Comité et du Bureau (janvier et mars 1977)

par Michèle CHOCHAN

Rectification du calendrier

Les prochaines réunions de Bureau et Comité auront lieu :

le 22 avril, à Tours	(minibureau)
le 14 mai	(minibureau)
le 25 juin	(bureau sortant)
le 26 juin	(nouveau comité)
le 26 juin après-midi	(nouveau bureau)

Participation de l'APMEP aux colloques inter-IREM

En janvier l'APMEP a été représentée par P.L. Hennequin et M. Chouchan au colloque de Pont-à-Mousson sur l'orientation des IREM. Elle participera également es-qualités au colloque de Tours sur la formation continue des maîtres.

Les commissions APMEP

1 La Commission sur l'Elémentaire a examiné au cours du séminaire de mars une lettre du Ministre, diffusée dans toutes les écoles, contre laquelle elle a rédigé un texte de protestation qui sera diffusé aux divers syndicats (voir page 335).

2 La Commission "Premier Cycle" a exprimé au dernier Comité un malaise interne bloquant la progression du travail : la question de fond étant le choix de l'attitude à adopter par rapport à, malgré ou contre la mise en place des projets Haby — Deux réunions de la commission ont eu lieu depuis ce Comité de janvier. Celle du séminaire a porté entre autres sur l'étude des futurs programmes de Premier Cycle envoyés par Magnier.

La prochaine réunion aura lieu le 24 avril, à partir de 9 h, au local, 13 rue du Jura (réunions désormais le dimanche pour permettre aux non-Parisiens d'y participer plus aisément).

3 A la commission "Second Cycle", D. Reisz a fait part de son échange de lettres avec l'Inspection générale concernant l'organisation des examens et en particulier du Baccalauréat. Les membres de la commission se sont montrés peu satisfaits de la réponse qu'il a reçue.

4 La commission CET a achevé le manuscrit d'une brochure qui sera diffusée gratuitement dans les CET. Cette publication est destinée entre autres à sensibiliser des collègues à l'existence de l'APMEP.

5 La commission "Formation des Maîtres" s'est réunie en janvier, puis pendant le séminaire. Elle a tenté, en préparant une nouvelle rédaction de la Charte, de structurer par écrit des principes qui lui paraissent essentiels. Plusieurs sujets précis ont servi de base de réflexion, tel celui de la notion de stage.

6 La commission "Formation permanente" a rédigé, au cours de réunions précédentes, un projet pour la nouvelle charte, permettant de faire la synthèse des travaux et expériences précédentes.

La prochaine réunion aura lieu le 8 Mai au local, 13 rue du Jura, à partir de 9 h.

Relation avec les autres associations, avec les syndicats

1 L'APMEP a participé activement à la rédaction d'une lettre aux parents d'élèves (voir page 323), cosignée par les diverses

associations de spécialistes, destinée à sensibiliser plus nettement les parents à la situation qui doit se créer à la rentrée prochaine. 1 500 exemplaires ont été envoyés à chaque Régionale, à charge pour celle-ci de les ventiler le plus largement et le plus rapidement possible.

2 Diverses rencontres ont eu lieu et doivent encore avoir lieu avec le SNI-PEGC, le SNES. Contact doit être pris avec le SGEN pour faire le point des actions et options actuelles, contre la réforme Haby en particulier. La lettre aux parents a été diffusée à tous les syndicats.

Relations avec l'Inspection générale, avec le Ministère

1 L'APEMP a refusé de rédiger des projets de nouveaux programmes de Premier Cycle. Son représentant, René Mètréliste, aux réunions organisées par Magnier sur ce sujet avait pour charge d'y participer en tant qu'observateur. Actuellement, viennent d'être communiqués par Magnier les projets de futurs programmes du Premier Cycle (voir page 305).

2 M. Couturier a accusé réception des diverses lettres envoyées par P.L. Hennequin au Ministère.

Les bulletins d'adhésion 1977

Ils sont joints aux plaquettes, diffusées à tous les adhérents, de présentation de l'APMEP. Ces plaquettes, envoyées avec le Bulletin 307, sont destinées à faire connaître à d'autres collègues l'existence et les activités de l'APMEP.

6.2.4. Calendrier de travail de l'A.P.M.E.P.

Attention : Ce qui suit modifie le calendrier figurant dans le Bulletin 307.

	Bureau National		Comité National	Commis. Publicat.	Autres réunions
	complet	mini			
Avril		22 (à Tours)			
Mai		14 à 9 h		14 à 16 h	
Juin	25 à 9 h		26 à 9 h		

6.3. Communiqué sur la réduction du nombre de postes

L'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public a insisté, à plusieurs reprises, auprès du Ministre de l'Education, sur la nécessité de créer de nouveaux postes de professeurs de Mathématiques dans l'Enseignement Public.

Il convient en effet :

- 1°) de réduire le plus rapidement possible l'effectif maximum d'une classe à 25 élèves ;
- 2°) de permettre aux enseignants de bénéficier d'heures de décharge effectives pour leur formation permanente ;
- 3°) de satisfaire les nouveaux besoins nés de la formation continue de tous les salariés, de façon que celle-ci fasse partie du service normal des enseignants au même titre que la formation initiale ;
- 4°) de promouvoir puis de multiplier les expériences effectives d'enseignement pluridisciplinaire en confiant les élèves non plus à un seul professeur mais à une équipe réunissant les connaissances de ses spécialistes pour traiter globalement un sujet.
- 5°) de mettre à la disposition des pays étrangers qui le souhaitent, pour des contrats de coopération, un ensemble de professeurs de haut niveau.

Par lettre du 15 janvier 1976, Monsieur le Doyen de l'Inspection Générale de Mathématiques a reconnu que la satisfaction de ces divers besoins nécessiterait la création de plusieurs milliers de postes de professeurs de mathématiques.

Faute d'une telle politique,

- la surcharge des effectifs accentue les inégalités aux dépens des plus défavorisés ;
- la multiplication des heures supplémentaires accroît le surmenage des enseignants et sclérose l'enseignement ;
- la formation continue des salariés est confiée à des organismes privés plus préoccupés de rentabilité que d'efficacité pédagogique ;
- le cloisonnement étanche en discipline déroute et désoriente les élèves qui souhaitent une étude synthétique des problèmes de notre Société.

Le Bureau National de l'A.P.M.E.P., qui s'était étonné en 1975 et 1976 de la forte réduction du nombre de postes offerts aux concours d'agrégation et du CAPES, s'indigne que le Ministère, ne tenant aucun compte de sa position, réduise de nouveau ce nombre de 20 % en 1977.

Si le Ministère de l'Education doit poursuivre encore plusieurs années cette réduction, cela conduira inéluctablement à une diminution du potentiel scientifique et du niveau intellectuel de la Nation.

6.4. Réunion du 14-1-77

SNI - APMEP - IREM

Etaient présents :

pour le SNI :

A. CARPENTIER :	Secrétaire académique
CLAVELOU :	Secrétaire académique
M. GEVREY :	Responsable du secteur éducation
J. LEGRAND :	Responsable national pour l'élémentaire
J.M. ROUILLE :	Responsable national pour le 1er cycle

APMEP :

P.L. HENNEQUIN :	Président
C. HENNECART :	Formation des maîtres
J. LECOQ :	Elémentaire

IREM :

F. COLMEZ :	COPIRELEM
E. LEHMAN :	Assemblée des directeurs d'IREM
R. MAURIN :	COPIRELEM
F. MARCHIVIE :	Bureau de l'assemblée des directeurs d'IREM

M. DESQ, Président de l'assemblée des directeurs d'IREM, retenu à Toulouse, s'était fait excuser.

M. GEVREY s'est excusé de devoir quitter la réunion pour assister à une entrevue avec le Ministre de l'Education ; il a fait part avant et après cette entrevue d'informations rassemblées à la fin du compte rendu.

Il a été rappelé que cette réunion avait paru nécessaire après les réunions SNI-COPIRELEM (mars 76) et SNI-APMEP (nov. 76) pour procéder à un échange de vues sur le thème général de la formation des maîtres. Ce compte rendu essaie de faire la synthèse de la discussion qui a été volontairement informelle.

1) Rappel sur les actions des IREM concernant l'enseignement élémentaire (cf texte d'orientation et commentaire de la COPIRELEM)

— Les recherches sur l'enseignement des mathématiques sont très importantes dès le début de celui-ci à l'école élémentaire.

— Il est nécessaire pour une équipe de recherche de partager la responsabilité pédagogique avec les institutions ad hoc à tous les niveaux sur un secteur limité afin d'assurer la pertinence des recherches.

— Les IREM ne se substituent pas aux organismes chargés de la formation mais collaborent avec ceux-ci, en particulier pour la formation des formateurs.

— Les IREM doivent pouvoir engager dans ces activités des instituteurs aussi bien que des enseignants d'autres catégories.

2) Recherches didactiques

Les écoles d'observation (cf document de la COPIRELEM) permettent de faire des recherches impossibles dans les écoles d'application ou les écoles annexes ; mais elles posent des problèmes administratifs et syndicaux pour le recrutement des maîtres (éviter la création de nouvelles catégories de personnels et la sclérose de l'équipe).

Les nouvelles dispositions sur les maîtres remplaçants titulaires (ZIL* et brigade) offrent des possibilités pour le travail des instituteurs dans le cadre de l'IREM.

La dernière circulaire (13/12/76) sur les maîtres formateurs permet dans le cadre d'équipes de 3 maîtres sur deux classes parallèles d'étudier la communication des informations didactiques.

Cette circulaire prévoit le travail en binôme (PEN - Maître d'application) dans les E.N. Des difficultés sont à prévoir pour la mise en oeuvre en l'absence d'expérimentation sur les conditions de cette coopération.

* Zone d'intervention localisée.

Conclusion des deux premiers points.

Il y aura lieu de reprendre la discussion pour préciser certaines questions. Le SNI pourrait soutenir les demandes des IREM concernant le travail des PEN dans les équipes irémiques.

3) Formation des maîtres

Actuellement la formation professionnelle se fait après la formation scientifique.

Quelques essais sont faits pour associer ces deux formations, par exemple dans les universités pour le CAPES ; mais les conditions actuelles biaisent les expériences car la formation professionnelle proposée n'est pas sanctionnée administrativement.

Le SNI pose le problème du niveau scientifique du recrutement et souhaite que les deux formations soient menées de front dès le début des études.

Les IREM et l'APMEP sont en mesure de formuler des propositions allant dans ce sens mais souhaitent qu'elles soient soumises à expérimentation pour éviter une systématisation prématurée (cf Charte de Caen).

Les conclusions du colloque de Pont-à-Mousson seront envoyées le plus rapidement possible au SNI pour étude.

4) Intégration des maîtres de la voie III *

Les IREM n'ont pas à assurer la formation de ces maîtres dans l'état actuel des choses.

a) Ils ne le peuvent pas (car cela absorberait tous leurs moyens actuels).

b) Ils ne le veulent pas (car la formule actuelle des stages de 3 heures hebdomadaires serait insuffisante, voire néfaste).

Ils ont posé en vain le problème au ministère depuis bientôt deux ans et sont en fait amenés à faire des accroc à ces positions de principe.

Le SNI demande des stages pour les PEGC à plein temps de trois mois (comme pour les instituteurs).

Les IREM souhaitent plutôt des stages à mi-temps avec travail dans de très petits groupes tout à fait décentralisés, à partir des

* NDLR. Voir à ce sujet le Bulletin 302, page 174, et l'annexe ci-après.

problèmes de la classe (les difficultés pédagogiques guidant le travail mathématique).

Les deux positions sont différentes ; le SNI est prêt à étudier plus attentivement des propositions des IREM qui conduiraient (exceptionnellement pour les mathématiques) à une utilisation différente des moyens qu'il demande, du moins en ce qui concerne les maîtres de la voie III.

Ce point doit être étudié d'une façon précise au colloque de Pont-à-Mousson et les conclusions seront envoyées rapidement au SNI.

5) Enseignement scientifique dans le premier cycle

Pour répondre à la question du SNI sur ce sujet, il a été rappelé que tant les expériences ESE (Biologie, Math, Physique, Travaux manuels) que les expériences du groupe Delacote et que les différentes recherches interdisciplinaires dans les IREM et les échanges de vues des journées APMEP d'Orléans (sept. 75) ont abouti à la conclusion que cette manière d'enseigner nécessite une grande compétence de chaque enseignant dans sa discipline et une ouverture aux autres disciplines. Ceci va dans le sens des demandes de l'APMEP dans sa charte de Caen et guide l'élaboration de la nouvelle charte.

M. GEVREY a donné les informations suivantes :

Les textes rejetés par le CEGT du 15/12 seront publiés par arrêté (avec quelques modifications) sans passer devant le Conseil supérieur.

DEYGOUT a précisé au SNI qu'il n'était pas hostile aux demandes des IREM mais qu'il manque de moyens. Le SNI est prêt à appuyer plus fortement certaines demandes des IREM après accord précis.

Il a été souhaité de reprendre contact :

- 1°) Sur la question de la formation des maîtres après le colloque de Pont-à-Mousson et étude de ses conclusions par le SNI.
- 2°) Sur le problème de l'enseignement élémentaire.

ANNEXE

I.R.E.M. de CAEN : PROJET DE FORMATION CONCERNANT LES MAÎTRES DE LA VOIE III INTEGRES DANS LE CADRE DES P.E.G.C. MATHÉMATIQUES APRÈS LEUR INTÉGRATION

Seul un travail soutenu, très décentralisé et en rapport direct avec des classes peut donner une formation réelle à ces maîtres. En outre, cette méthode tient compte de l'intérêt immédiat des élèves.

Activités

Durée de la formation : 2 ans.

Groupes *très décentralisés* de 8 à 10 maîtres environ, avec un animateur par groupe.

L'animateur devrait être un enseignant PEGC ou Certifié enseignant ou ayant enseigné dans le Premier cycle.

Emploi du temps hebdomadaire :

Lundi après-midi : 2 h	} Travail avec un animateur pour préparer le travail en classe et pour étudier les problèmes théoriques que cela pose. Participation à un groupe I.R.E.M.
Mardi après-midi : 2 h	
Jeudi après-midi : 2 h	
Vendredi après-midi : 3 h	

Participation à 2 stages par trimestre de 2 jours 1/2 (Jeudi 9 h - 17 h, vendredi 9 h - 17 h et samedi 9 h - 12 h). Ces stages auraient lieu au centre CEG à Caen et seraient animés par un professeur du centre CEG. Chaque stage pourrait être centré sur un thème précis correspondant à une partie du programme de mathématiques du Premier cycle et comporterait :

- une mise au point théorique
- une mise en commun des activités pédagogiques correspondantes proposées aux élèves des divers groupes.

Les animateurs participeraient à ces stages ainsi qu'un enseignant de l'enseignement supérieur ayant travaillé à l'I.R.E.M.

Animation

1 animateur par groupe :

- animation du groupe les lundi, mardi et jeudi après-midis;
- participation aux stages au centre CEG,
- participation à une concertation hebdomadaire le vendredi après-midi au centre CEG.

1 professeur du centre CEG :

- animation des réunions de concertation
- animation d'un groupe à Caen
- animation des stages au centre CEG.

1 enseignant de l'enseignement supérieur :

- participation à l'animation des stages au centre CEG
- à la disposition des divers groupes pour des apports théoriques et pédagogiques à la demande de ces groupes.

Moyens nécessaires

— Pour chaque maître : 11 heures de décharge *effective* hebdomadaires (9 h pour le travail hebdomadaire + 2 h pour la participation aux stages).

— Pour chaque animateur de groupe : 11 heures de décharge effective.

— Un service entier au centre CEG pour le professeur du centre CEG.

— 4 heures supplémentaires pour l'enseignant de l'enseignement supérieur.

— Moyens matériels : ils concernent essentiellement les besoins en reprographie (dactylographie, papier, matériel offset...) et les frais de déplacements. Une possibilité serait que l'I.R.E.M. mette ses moyens à la disposition de ce travail, en échange d'un poste de dactylographie.

H. LEHMAN

Directeur de l'I.R.E.M.

6.5. Présentation des journées nationales de l'APMEP, Limoges, les 23, 24 et 25 septembre 1977

I. Présentation

Les Journées Nationales de l'APMEP, au cours desquelles se tiendra l'Assemblée Générale annuelle, sont organisées cette année par la Régionale de Limoges. Elles se dérouleront dans les locaux de l'UER de Droit et de l'UER de Lettres et Sciences Humaines, rue Alexis Carrel, les vendredi 23, samedi 24 et dimanche 25 septembre 1977.

Le thème retenu cette année est

EDUCATION PERMANENTE ET MATHEMATIQUES

Par suite de l'évolution des sociétés industrielles, nous assistons depuis quelques années à un développement rapide des activités de formation professionnelle continue des adultes. Un système éducatif nouveau est ainsi en train de se mettre en place. Avec ou contre nous ? Nous ne pouvons pas nous en désintéresser. En effet, l'éducation est une dimension *permanente* de la vie, et les enseignants de la formation initiale ne doivent ni être exclus de la formation des adultes, ni l'ignorer.

D'autre part, nous sommes tous concernés en tant qu'adultes par les problèmes de notre propre formation continue.

De plus, les adultes en formation posent des problèmes pédagogiques dont la résolution devrait avoir des répercussions profondes sur notre pratique quotidienne en formation initiale.

Vous serez donc sûrement très nombreux aux Journées qui comprendront :

- une conférence générale sur la formation continue des enseignants par J. L. OVAERT (IREM de Marseille, D.E.A. de didactique à Bordeaux)

- une table-ronde réunissant des psychologues, des spécialistes de sciences de l'éducation, des praticiens de la formation des adultes avec pour sujet :

“Existe-t-il une pédagogie des adultes ? Quelles sont les conséquences des réponses à cette question sur la formation des enseignants ? sur la formation initiale ?

- des groupes de travail
- des réunions des commissions de l'APMEP
- l'Assemblée Générale de l'APMEP.

En outre, des expositions seront organisées sur les lieux des travaux :

- éditeurs et fabricants de matériel informatique..

Mais aussi

- exposition ARP de Sauvy : "L'espace, les formes et les enfants"

— exposition italienne du congrès international de Karlsruhe (août 1976) réalisée par Emma Castelnovo

— Philippe Rogerie, doyen de l'APMEP, 94 ans, présentera les divers matériels qu'il a conçus pour aider les enfants en difficulté à résoudre des problèmes de mathématiques.

II. Horaire des Journées

Jeudi 22 septembre

à partir de 17 h : accueil des participants.

Vendredi 23 septembre

9 h - 10 h : ouverture officielle des Journées par M. le Recteur de l'Académie de Limoges

10 h 30 - 12 h : groupes de travail

14 h - 15 h 30 : table-ronde sur la "pédagogie des adultes"

16 h - 18 h 30 : réunion des commissions APMEP

20 h : buffet campagnard.

Samedi 24 septembre

8 h 30 - 10 h : groupes de travail

10 h 30 - 12 h : conférence générale de J.L. Ovaert sur la formation des enseignants

14 h - 15 h 30 : groupes de travail

16 h - 18 h 30 : Assemblée générale

Dimanche 25 septembre

8 h - 10 h : groupes libres (consulter le tableau d'affichage)

10 h 30 - 12 h : réunion des animateurs, rapporteurs, membres du Bureau national pour une synthèse des Journées.

III. Groupes de travail

Les participants peuvent choisir trois groupes dans la liste ci-dessous. Mais ils ne seront inscrits qu'à *un seul* en fonction de

l'ordre d'arrivée des inscriptions. Les groupes sont rangés d'après l'ordre alphabétique des animateurs.

Groupe 01. ALLEMAN - ANOURU - SALESSE (professeurs de mathématiques et sciences appliquées à l'Ecole de rééducation professionnelle des mutilés "Ferret du Longbois" de Limoges) et J.C. ROBERT (professeur de math. au Lycée de St-Yrieix 87) :

Essai d'adaptation d'un programme officiel à une classe d'adultes peu ou mal scolarisés.

Groupe 02. BAR - TOURAIN (INP, Enseignants des Télécommunications) et FANNECHERE (professeur de math. au Lycée Turgot de Limoges) :

Notions de logique appliquée aux systèmes modernes de commutation téléphonique : E10 et concentrateur TELIC...

Groupe 03. BOUVIER-PICHOD (animateurs à l'IREM de Lyon) :

Expériences de formation de formateurs.

Dans ce groupe, nous souhaitons présenter une expérience de formation de formateurs mise en place à l'IREM de Lyon pendant l'année 1976-77 et permettre à ceux qui ont organisé ou vécu des expériences analogues de les présenter également.

Groupe 04. BROUSSEAU (IREM de Bordeaux) :

Formation des maîtres et enseignement des décimaux.

Groupe 05. BUISSON (Ecole de Sécurité de Limoges : rattachée à la Chambre de Commerce et d'Industrie) et DECONCHAT (professeur de math. au CES Léon Blum de Limoges).

Mathématiques et sécurité dans l'implantation d'un nouvel atelier.

Les besoins précis en mathématiques en fonction des techniques employées en matière de sécurité, l'approche mathématique de l'ingénieur-enseignant, la perception par le stagiaire des liens entre les mathématiques théoriques et les problèmes de sécurité.

Groupe 06. CHASTENET DE GERY (professeur au département "Mathématiques et informatique" du CNAM de Paris) :

Formation permanente et enseignement des mathématiques assisté par ordinateur et autres machines.

Présentation d'expériences réalisées dans ce domaine, et échanges de vues sur l'intérêt de telles recherches et les difficultés rencontrées.

Groupe 07. CHIRIVELLA - SULTRA (psychopédagogue et professeur de math. IREM de Toulouse) :

Séquences de formation d'adultes (niveau CEP, CAP, BEPC)

Echanges d'informations, comptes rendus d'expériences et inventaire de quelques problèmes fondamentaux rencontrés dans cette formation — élaboration, par sous-groupes, de projets pour les séquences de formation — présentation à tout le groupe du matériel didactique ainsi conçu — discussion.

Groupe 08. CHUSTE (professeur de math. au Lycée François Perrin, Limoges) et **P. CONOT, R. DUMAS, J. IMBERT** (INP, Enseignants des Télécommunications) :

Logarithmes, nombres imaginaires et circuits téléphoniques.

Utilisation concrète des outils mathématiques en formation professionnelle aux Télécommunications dans les problèmes de transmission téléphonique.

Groupe 09. DELEDICQ (Directeur U.E.R. de didactique Paris VII) :

Jeux.

Les mathématiques sont-elles des jeux ? Les jeux sont-ils des mathématiques ? Où, quand, comment et pourquoi le jeu et la mathématique se rencontrent-ils ?

Groupe 10. DEMONGET - PELE (professeurs de math. au Centre National de Documentation Pédagogique : ex OFRATEME) :

Audio-visuel et formation continue des enseignants : productions du CNDP.

Visionnement, discussion et analyse de films courts, de films de reportage en classe (Ateliers Pédagogiques), de dossier de diapositives.

Groupe 11. DEREURE - ZAMMIT (Ecole Normale de Moulins) et **MAURIN - SEGAUD** (Instituteurs IREM de Clermont).

A propos des articulations dans la formation des instituteurs.

Toute personne désirant faire un apport sur ces problèmes peut, par avance, prendre contact avec ZAMMIT.

Groupe 12. Marcel DUMONT (professeur au Lycée International de St-Germain-en-Laye).

Formation, déformation, conformation continues.

Recherche des incohérences dans les usages de l'enseignement des mathématiques et des mathématiques elles-mêmes ; attitudes et comportement de ceux qui savent et de ceux qui ne savent pas ; recherche des facteurs de sclérose et de dissuasion qui font disparaître les autodidactes dans les domaines scientifiques ; conformation des formateurs et réformation des déformés.

Groupe 13. DUMOULIN - M. ROBERT. [Marc Robert, ancien secrétaire de la Régionale de Limoges, est brusquement décédé le 21 février. Le groupe Astronomie des Journées est maintenu ; les participants seront mis au courant des travaux de notre regretté collègue. Nous ressentirons son absence, mais son souvenir restera présent parmi nous.] (professeurs de mathématiques, groupe Astronomie à l'IREM de Limoges) :

Une expérience de l'enseignement de l'astronomie à la Société d'Astronomie Populaire de Limoges.

Une occasion offerte à tous de mieux connaître l'univers... et de rencontrer un des rares exemples de réalité rigoureusement mathématisable.

"L'étude de l'astronomie, au moins élémentaire, est indispensable à toute instruction qui veut être sérieuse" (Camille Flammarion).

Groupe 14. Equipe OPC de Limoges (Offre Publique de Collaboration) :

Travail de groupe et géométrie du Premier Cycle.

Comment une réflexion collective sur un programme donné (géométrie du Premier cycle) peut-elle déboucher sur la formation permanente des membres du groupe ?

Groupe 15. D. FREDON (IREM de Limoges) :

La méthode PERT.

A travers un sujet pris comme exemple, il s'agira de vivre puis d'analyser une stratégie de formation d'adultes : travail par petits groupes d'autoformation à partir de documents écrits.

Groupe 16. J. FRICKER (CAFOC de Nancy-Metz) :

Adultes et mathématiques face à l'audio-visuel outil de formation.

Le point sur les documents existants — analyse de leurs utilisations et des conditions d'utilisation — réactions des formateurs et des formés — quels média complémentaires faut-il concevoir et réaliser ?

Groupe 17. R. GRAS (Université de Rennes) :

Textes d'examen au Premier Cycle.

Une évaluation par objectifs permet-elle : d'améliorer les performances et les attitudes des élèves ? De diminuer la distorsion au niveau de la correction ? De changer le climat pédagogique dans la (ou les) classe(s) précédant l'examen ?

Groupe 18. Commission APMEP "Informatique" :

L'informatique dans la formation initiale et continue des professeurs de mathématiques.

Utilisation des calculateurs programmables et de l'informatique.

Groupe 19. P.L. HENNEQUIN (professeur à l'UER de Clermont, Président de l'APMEP) :

Probabilité et statistique dans le Second cycle du 2ème degré et formation permanente.

Conception, production et utilisation de documents filmés.

Groupe 20. D. LACOMBE (UER de didactique Paris VII) :

Logique et formation des maîtres.

Groupe 21. J. LAPORTE (professeur de math. Antony 92) :

Maths niveau 0, physique niveau 0 ; interactions.

Espace physique, modèle mathématique correspondant, représentation sensible ; habillages mathématiques divers d'un même phénomène physique ; identification, définition d'un modèle mathématique et d'un phénomène physique, source d'erreurs et d'incompréhensions.

Groupe 22. G. LOPATA (professeur au Centre National de Télé-Enseignement : CNTE) :

Société, informatique et éducation mathématique.

L'ordinateur détermine déjà, par l'usage généralisé qu'on en fait, l'environnement et l'existence individuelle ou collective au sein des sociétés humaines. Pour assumer nos responsabilités dans cette "aventure culturelle", nous devons préciser ensemble les moyens d'apporter et d'exiger le scrupule, la clarté, l'élégance mathématiques dans les raisonnements informatiques, la modélisation des situations, la saisie des données, et la critique des résultats.

Groupe 23. J. MARIAUX et une équipe d'animateurs à l'Association pour la Formation Professionnelle des Adultes (AFPA) de Limoges :

Les mathématiques et la formation professionnelle des adultes.

Les besoins minimaux sont-ils couverts ? Pour une meilleure adaptation de l'homme à son travail ; formation, conversion, perfectionnement sur le plan professionnel de jeunes et de moins jeunes : de l'utilité des mathématiques ; souhaits et constats.

La sélection par les maths a-t-elle joué ? Les jeunes sortis de l'Education Nationale "sans profession" face à la formation professionnelle des adultes : souhaits... constats.

Groupe 24. D. POISSON (animateur au CUEEP de Lille : Centre Universitaire Economie - Education Permanente) :

La formation d'adulte (sans s) moyen de décroissements et de rénovations des formations initiales (avec s).

Analyse des apports de chaque ordre d'enseignement à la formation d'adulte et des conséquences sur les formations initiales.

Groupe 25. D. ROBIN (I.N.D.R.P. - U.E.R. de didactique Paris VII) :

Recherche pédagogique et formation des maîtres.

Au cours de ce groupe de réflexion, seront abordés certains rapports existant entre la pratique de la recherche en éducation et la formation initiale et continue du maître aux niveaux des enseignements du Premier et du Second degrés.

Groupe 26. J. SAUVY (équipe ARP "Activités et Recherches Pédagogiques" Meudon 92) :

Exercices pratiques de formation d'adultes en mathématiques.

Concevoir, réaliser, présenter, évaluer une exposition active de mathématique destinée à la formation continue.

Groupe 27. J. LECOQ et J. FROMENTIN :

Clubs mathématiques.

Groupe 28. J. C. HERZ :

"Le Petit Archimède", une revue ... pour tous.

IV. Renseignements pratiques

1) Notre adresse :

Régionale A.P.M.E.P. de LIMOGES
U.E.R. des Sciences
123, rue Albert Thomas
87060 LIMOGES CEDEX
Tél. à l'IREM : (55) 79.24.12.

2) Pour s'inscrire aux Journées Nationales, utiliser le bulletin d'inscription encarté dans ce Bulletin.

Date limite des inscriptions : **1er juin 1977**
Après cette date, le logement ne sera assuré que dans la mesure du possible.

3) L'hébergement est prévu :

- soit en Résidence Universitaire sur les lieux des Journées (24 F la nuit, petit déjeuner compris) ;
- soit en hôtel.

Les repas seront pris au Restaurant Universitaire sur les lieux des Journées (10 F, boisson comprise), et le dimanche midi dans un foyer de Jeunes Travailleurs (20 F, boisson comprise).

4) Loisirs

Nous vous proposons :

- le vendredi soir, un buffet campagnard avec la participation d'un groupe folklorique limousin : spectacle et initiation de tous aux danses limousines (prix : 50 F)

— le samedi soir, la Régionale de Limoges vous offre gratuitement au choix :

- un concert de musique du 18ème siècle à nos jours, par les solistes de l'orchestre de Chambre du Limousin (avec une présentation des oeuvres et une discussion)
- une soirée occitane.

5) Accompagnateurs

Nous proposons un programme d'activités pour les accompagnateurs :

vendredi matin :

- visite d'une usine de porcelaine
- ou visite d'une usine de chaussures

vendredi après-midi :

- visite de Limoges et d'ateliers d'émailleurs

samedi

- excursion en Limousin (30 F, repas froid fourni).

Une garderie d'enfants pourrait être organisée pendant les visites si vous êtes plusieurs à la demander. Ecrivez-nous en précisant le nombre d'enfants et leurs âges.

6) Règlement

— Frais d'inscription de 50 F (secrétariat, matériel, transports...) dont sont dispensés les animateurs de groupes.

— Les repas et les chambres en Résidence Universitaire doivent être réglés à l'inscription.

— Pour les participants désirant loger en hôtel, nous indiquons, dans le dossier communiqué à tous les participants courant juin, l'hôtel retenu. Vous devrez alors nous faire parvenir 50 F d'arrhes. La réservation sera supprimée si les arrhes ne nous sont pas parvenues au plus tard le 15 septembre.

7) Autorisation d'absence : la demander avant les grandes vacances. En cas de difficultés, s'adresser à Michèle CHOUCHAN, 16, rue du Bailliage 76000 ROUEN - Tél. (35) 98.00.25.

6.6. Textes préparatoires à la "Charte de Limoges"

Les textes qui suivent ont été, pour la plupart, rédigés par les participants au séminaire des 5 et 6 mars 1977, répartis en commissions. A ce séminaire était représentée la presque totalité des Régionales.

Les participants disposaient de quelques documents préparatoires : une première rédaction effectuée par les responsables des rubriques et un certain nombre de critiques et suggestions écrites qui étaient parvenues à ceux-ci à la suite de la diffusion dans les Régionales et Départementales de l'ensemble des textes.

Il faut insister sur le fait que les textes ci-dessous ne sont encore que des propositions qui devront à nouveau être discutées en commissions régionales.

Les Régionales doivent entreprendre ce travail dès la rentrée de Pâques afin d'adresser début juin à chacun des responsables de rubrique le nouveau texte qu'elles proposent. Ceux-ci mettront au point une nouvelle rédaction à l'issue du Comité du 26 juin. Cette nouvelle rédaction sera distribuée à tous les participants aux Journées de Limoges et, après amendements éventuels, soumise au vote de tous les adhérents en janvier 1978.

Cette charte doit être un travail collectif si elle veut représenter la majorité des adhérents. Il est important que telle "personnalité" ne remette pas seule en cause le travail de groupes de collègues, mais que tout intervenant le fasse par l'intermédiaire de sa Régionale.

Michèle CHOUCHAN

6. 6.1. Introduction historique

(Responsable : P. L. HENNEQUIN)

Il n'a pas été possible au séminaire des 5 et 6 mars de former une commission pour rédiger la partie "historique" ci-dessous. Je propose donc seul ce texte à la réflexion de tous les adhérents. Il mérite d'être repris et complété en de nombreux points.

P.L. H.

1968 — 1978

En ce début 1978, l'APMEP propose la "Charte de Limoges", texte de base destiné à guider son action, à tous les enseignants de mathématiques, à tous les maîtres et aussi à tous ceux qu'intéressent l'école, l'éducation, les enfants, la formation permanente.

Mais d'abord qu'est-ce que l'APMEP ?

Créée en 1909, l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public a peu à peu étendu son recrutement dans tous les ordres de l'enseignement, "de la Maternelle à l'Université".

Les maîtres qui enseignent la mathématique à tous les niveaux y mettent en commun leurs expériences pédagogiques, se réunissent dans des sections locales, départementales ou régionales, en journées ou séminaires nationaux pour en discuter, perfectionner leur culture et leurs méthodes, actualiser le contenu et la forme de leur enseignement, en accroître le rayonnement. Le Bureau, mandaté par le Comité National à la suite de l'Assemblée Générale annuelle, intervient auprès des pouvoirs publics pour faire connaître les positions de l'Association.

L'objectif essentiel est toujours de susciter l'intérêt des élèves et de donner à tous une formation, initiale ou continuée, de mieux en mieux adaptée à leurs goûts et à leurs besoins.

Un Bulletin assure cinq fois par an la liaison entre les membres de l'association qui publie en outre des collections de brochures centrées autour d'un thème ou d'un problème d'enseignement et un dictionnaire par fiches, "La mathématique parlée par ceux qui l'enseignent", complété depuis trois ans par une "collection MOTS" à l'intention des maîtres du premier degré et du premier cycle. (Cf. p. la liste complète des publications).

Examinons rapidement quels ont été les traits marquants de la vie de notre Association durant ces dix dernières années.

1. Les Chartes de Chambéry et de Caen

En janvier 1968, un colloque se réunissait à Chambéry pour présenter un plan de rénovation de l'enseignement mathématique. Des collègues de toute la France et de tous les ordres d'enseignement rédigèrent un premier projet qui, amendé par l'Assemblée Générale d'avril 1968, est devenu la "Charte de Chambéry".

Rappelons-en l'essentiel :

Une réforme de l'enseignement mathématique est indispensable et possible. La réalisation des réformes commence

- par une expérimentation pédagogique sérieuse et sans idée préconçue,
- par un effort toujours accru pour la formation des maîtres, formation initiale et formation permanente.

L'APMEP insiste pour la création d'IREM (Instituts de Recherche sur l'Enseignement Mathématique) engageant notre enseignement sur la voie de la réforme continue en lui en donnant les moyens, dans un esprit de coopération entre maîtres de tous les niveaux d'enseignement.

Des annexes à la Charte précisent la vocation des IREM : assurer la formation continue des maîtres de tous les niveaux et organiser les expériences désirables sur l'enseignement des mathématiques, faciliter ou provoquer le travail en équipe ... ; leur organisation souhaitable, les modalités de généralisation des expériences, du travail d'équipe et de la recherche fondamentale ; enfin la formation des formateurs.

Ce texte a guidé l'action de l'APMEP de 1968 à 1971 et lui a permis d'obtenir des aménagements et des réformes, en particulier la création des IREM.

En 1971, il est apparu que parmi ces réformes, certaines étaient des succès mais que d'autres exigeaient des critiques et que toutes pouvaient et devaient être améliorées. Des polémiques de presse, des remarques d'éminentes personnalités, tout autant que le goût accru de la jeunesse pour une action et une réflexion plus vite autonomes, mettaient en évidence des insuffisances et des lacunes et suscitaient des incompréhensions.

Dès la rentrée 1971, les Régionales, à l'appel du Comité National, entreprenaient une nouvelle réflexion qui, étalée sur quatre mois, permettaient la mise au point à Dijon d'un texte de synthèse soumis ensuite à la critique des adhérents. Enfin, approuvé après amendements par l'Assemblée Générale de Caen en mai 1972, il devenait la "Charte de Caen" que nous avons largement utilisée jusqu'à aujourd'hui pour faire connaître nos positions.

Rappelons ici les points fondamentaux de cette Charte :

Une étude des finalités de l'enseignement mathématique distinguant la phase de formation générale, commune à tous les enfants, des phases ultérieures plus spécialisées, conduit à préconiser une modification des structures des programmes qui consisterait, au lieu de la liste exhaustive des matières qu'il faut enseigner coûte que coûte, à distinguer :

- un *noyau* de notions fondamentales qu'au terme de l'année tout élève de la classe doit avoir acquises ;
- une liste de *thèmes* parmi lesquels les élèves et le maître pourront choisir ceux qu'ils étudieront, soit pour motiver l'introduction des notions fondamentales, soit pour illustrer des utilisations de ces notions, soit encore pour nourrir des recherches supplémentaires dont l'apparente gratuité donnerait aux élèves un avant-goût des études libres que, devenus adultes, ils entreprendront peut-être.

La deuxième partie de la Charte, consacrée à l'organisation scolaire, préconise l'affectation de certains établissements à la recherche fondamentale et d'autres à la recherche appliquée, et la généralisation d'un double secteur pédagogique : à côté d'un secteur "traditionnel" serait développé un secteur "innovation" largement ouvert au travail des maîtres en équipes et à l'interdisciplinarité.

La troisième partie donne les principes de la formation initiale et de la formation permanente des maîtres et précise quelle pourrait être leur mise en oeuvre, l'institution d'un corps unique mettant fin aux cloisonnements actuels.

2. Les IREM

De 1968 à 1974, 25 IREM ont été créés à raison d'un par académie (sauf dans la Région Parisienne, qui en compte deux). Leur mise en place a posé de nombreux problèmes car tout était à inventer pour assurer aux maîtres une formation permanente

conforme à leurs besoins et à leurs désirs puis pour développer la recherche en didactique, mais elle a aussi suscité un grand dynamisme, à l'initiative en général de militants de l'APMEP qui faisaient bien souvent fonctionner un premier embryon avant la création officielle.

Celle-ci une fois assurée, les IREM ont développé peu à peu, chacun avec sa personnalité propre, un programme de recherche, associant étroitement expérimentation et formation dans un travail d'équipes rassemblant des maîtres de différents niveaux et parfois de différentes disciplines.

Une vingtaine de séminaires nationaux, organisés souvent conjointement avec l'APMEP, permettent chaque année aux chercheurs des différents IREM de confronter leurs expériences et d'informer leurs collègues sur l'avancement de leurs travaux.

Un "Bulletin Inter-IREM" établit le bilan de ces rencontres et signale les plus importantes parmi les nombreuses publications de chaque IREM.

Il reste encore beaucoup à faire pour que les IREM soient ouverts à tous les maîtres, en particulier du premier degré et du technique, et pour qu'ils soient associés à la formation initiale des maîtres.

3. Les "noyaux-thèmes"

En proposant dans la Charte de Caen une nouvelle rédaction des programmes par noyau-thèmes, l'APMEP ne se faisait pas beaucoup d'illusions quant à son application immédiate malgré ses démarches répétées auprès des autorités responsables. Un approfondissement de la réflexion aux séminaires de Melun (septembre 1973), Lyon (septembre 1974) et Chamerolles (avril 1975) conduisait à la publication d'une brochure sur "les carrés magiques", exemple de thème vertical, du Bulletin n° 300 entièrement consacré à des thèmes variés, de la brochure "A la recherche du noyau des programmes de mathématiques du premier cycle, savoir minimum en fin de troisième".

En outre, des articles du Bulletin, des comptes rendus de groupes de travail des Journées nationales, les Bulletins des régionales et la plupart des brochures développent des thèmes variés à tous les niveaux.

Les commissions du premier et du second cycles assurent la coordination de ce travail.

4. L'action conjoncturelle

L'APMEP ne peut se contenter d'énoncer des principes. Elle doit aussi se soucier de leur mise en oeuvre et analyser les projets de réforme proposés par les ministères successifs.

La commission ministérielle sur l'enseignement des mathématiques, dite "Commission Lichnérowicz", proposait en 1968 de nouveaux programmes pour les classes de sixième, cinquième et du second cycle. Ces programmes, étudiés avec des collègues enseignant effectivement dans les classes concernées, puis longuement et soigneusement expérimentés, pouvaient entrer en application sans trop de graves difficultés.

Il n'en fut pas de même pour la classe de quatrième en 1971 et pour la classe de troisième en 1972. Non seulement l'expérimentation avait été insuffisante, mais surtout la rédaction finale ne tenait aucun compte de l'avis des expérimentateurs.

Devant les difficultés soulevées aussitôt par la mise en application de ces programmes, l'APMEP prenait, en décembre 1972, l'initiative d'une pétition nationale qui aboutissait à la rédaction de la circulaire du 19 février 1973 et de son tableau "2 colonnes" qui distinguait pour la première fois dans un texte officiel le fondamental de l'accessoire.

En 1973, le Ministre Fontanet projetait une nouvelle réforme dont l'APMEP soulignait à plusieurs reprises le caractère nocif, en particulier en matière de formation des maîtres.

Son successeur M. Haby reprenait en juillet 1974 le problème dans son ensemble et dans un premier temps, jusqu'en mai 1975, consultait dans de grandes commissions les associations de spécialistes. L'APMEP avait la satisfaction de voir retenues la plupart de ses interventions dans les conclusions du groupe de travail n° 6. Malheureusement, à peine la loi promulguée le 11 juillet 1975, le Ministre cessait toute consultation et confiait aux directions la rédaction des décrets, circulaires et arrêtés et à la seule Inspection Générale l'établissement de nouveaux programmes.

Treize associations regroupées dans la "Conférence des Présidents des Associations de spécialistes" décidaient en février 1977 d'alerter l'ensemble des parents d'élèves rentrant en sixième en 1977 sur la gravité des problèmes que posait cette rentrée.

La mise en place des "réformes" n'est pas le seul sujet des préoccupations de l'APMEP.

Si la période de 1960-1970 a été caractérisée par la pénurie de maîtres bien formés, le gros effort effectué par les universités pour la formation mathématique initiale avait permis de porter progressivement à 1500 le nombre de postes offerts aux épreuves théoriques du CAPES en 1974. On assiste depuis à une nouvelle réduction draconienne de 20 % chaque année alors que

- les effectifs des classes dépassent encore largement 24 élèves ;
- les enseignants bénéficient rarement de décharges effectives pour leur formation permanente ;
- la formation continue de tous les salariés est assurée en heures supplémentaires ou par des officines privées soucieuses avant tout de rentabilité commerciale.

L'APMEP s'alarme vivement de cette situation, qui désespère de nombreux jeunes attirés par l'enseignement, et affirme à nouveau l'importance de la formation des maîtres dans toute véritable réforme.

La Commission Lichnérowicz a cessé de fonctionner en 1974. Le groupe de travail n° 6 avait, en mai 1975, demandé la création d'une commission chargée de réfléchir en permanence sur l'enseignement mathématique. Devant le refus du ministère de mettre sur pied cette commission, l'APMEP a suggéré aux IREM, à l'Union des Professeurs de Spéciales, à la Société Mathématique de France, au Comité National des mathématiciens, de créer avec eux la Commission Permanente de Réflexion sur l'Enseignement des mathématiques. Cette commission n'a aucun lien institutionnel avec le ministère et elle ne saurait se transformer en commission ministérielle.

5. Les Journées Nationales

Organisées chaque année par une Régionale, les Journées Nationales sont l'occasion pour tous les membres de l'Association de se retrouver. Elles ont ces dernières années regroupé de 500 à 800 participants. Si une partie de ces Journées est consacrée à l'Assemblée Générale, à une ou deux conférences plénières et à une réunion des Commissions Nationales qui s'enrichissent de nouveaux membres à cette occasion, leur plus grande partie consiste en ateliers où, sous la conduite d'un animateur, une trentaine de participants étudie et examine en détail un sujet précis lié à la matière, à l'élève ou à la classe. Le Bulletin publie ensuite l'ensemble de ces travaux qui sont alors repris et approfondis dans chaque Régionale ou dans des groupes locaux.

Souvent un thème est évoqué une année, abordé la suivante avant de faire l'objet central des Journées. Ainsi la pluridisciplinarité, abordée à Clermont (1970) et Nancy (1973), constituait le thème principal des Journées d'Orléans (1975) ; les problèmes de comportement évoqués à Toulouse (1971) étaient traités en détail, à la fois dans des conférences et des groupes de travail, à Rennes (1976) ; enfin, la formation permanente, après avoir été le sujet de tables rondes à Caen (1972), Nancy (1973), Dijon (1974) et Orléans (1975), nous réunit à nouveau à Limoges, cette année.

6. L'APMEP et la vie internationale

Depuis longtemps les mathématiciens de tous les pays se réunissent tous les quatre ans pour faire le point de leurs recherches ; mais il a fallu attendre 1969 pour que soit organisé, avec la même périodicité, un Congrès International de l'Enseignement des Mathématiques d'où résulte un ouvrage de l'U.N.E.S.C.O. sur "les nouvelles tendances de l'enseignement mathématique".

L'APMEP est pour beaucoup dans cette décision puisque c'est à Lyon que se tint le premier congrès qu'elle contribua à organiser. Le second eut lieu à Exeter (G.B.) en 1972, et le troisième à Karlsruhe (R.F.A.) en 1976.

Préparés pendant toute une année par de nombreux colloques spécialisés, ces congrès sont l'occasion pour les enseignants français de présenter leurs observations et leurs innovations et de s'enrichir de nombreux contacts avec leurs collègues de tous les pays. Composée de plus de 150 membres de notre Association, la représentation française au Congrès de Karlsruhe a été particulièrement dynamique.

*
* *
*

Lors des Journées Nationales de septembre 1976 à Rennes, le Bureau National a jugé venu le temps d'une nouvelle réflexion d'ensemble sur l'action de l'Association. Dès octobre, avec l'appui unanime du Comité National, il a engagé les Régionales à se lancer dans ce travail. 60 collègues, membres du Comité ou représentants mandatés des Régionales, réunis à Paris les 5 et 6 mars 1977, ont mis au point un premier texte paru dans le Bulletin n° 308 et soumis à la consultation des Régionales durant le troisième trimestre.

Un deuxième texte issu de cette consultation a été soumis à tous les participants aux Journées Nationales de Limoges en septembre 1977 ; après amendements il est devenu la "Charte de Limoges" approuvée par un vote des adhérents en janvier 1978 et fait l'objet essentiel de la présente brochure.

Cette "Charte", qui complète et prolonge celles de Chambéry et de Caen, DANS LE MEME ESPRIT, est pour nous une nouvelle étape.

Reprenant les termes de présentation des chartes précédentes, nous disons :

"Ou bien la lecture de cette Charte vous convaincra qu'il faut aider l'APMEP afin que soient réalisés ses projets, ou bien nous n'aurons pas trouvé les arguments qui vous auraient convaincus : alors nous vous serons reconnaissants de nous dire vos objections et vos propositions".

Dans un cas comme dans l'autre, l'APMEP souhaite le dialogue ; mais sa CHARTE est un appel à l'action.

DEMAIN IL FAUDRA CONCRETISER LA CHARTE DE LIMOGES. A CHACUN D'EN PRENDRE SA PART DANS LA DIVERSITE QU'ELLE PERMET.

6.6.2. Finalités et objectifs de l'enseignement mathématique

1. Finalités et objectifs de l'enseignement en général.

Les finalités de l'enseignement des mathématiques ne peuvent être dégagées que dans le cadre des finalités générales de l'enseignement : à la fois pour déterminer quelle peut être la contribution de la discipline mathématique à l'oeuvre d'ensemble et pour savoir quelles exigences réciproques doivent être conciliées.

1.1. L'école est au coeur d'un conflit qui, au moins depuis le XIXème siècle, anime nos sociétés : celui des idées d'organisation et de liberté. La satisfaction des besoins vitaux de l'individu et des groupes sociaux assigne à l'enseignement des finalités plus ou moins contraignantes : assurer la formation des producteurs, justifier ou conforter l'ordre social existant, transmettre un ensemble de connaissances, de façons de s'exprimer, se comporter, sentir et penser, bref ce que certains appellent un mode de vie et d'autres

une culture. En même temps, la résistance à ces contraintes exige la formation intellectuelle, morale et physique de l'individu ; ce qui participe encore à la transmission d'une culture quand on sait la contribution à celle-ci de tous ceux qui, au cours de l'Histoire, ont su dire "non" aux idées reçues.

1.2. Le choix d'une politique de l'enseignement est toujours fondé sur la préférence, proclamée plus ou moins clairement, pour l'une ou l'autre de ces deux tendances ; le choix est aussi entre ceux qui veulent réserver la formation la plus libérale à une seule catégorie sociale et ceux pour qui cette sélection précoce est une action ségrégative. Il nous semble que la formation des producteurs étant une condition de survie de nos sociétés, il n'y a pas de risque qu'elle soit oubliée. La formation de l'esprit critique, qui peut paraître de moindre urgence, nous semble donc devoir être mise en premier plan. Sachant que *pour tous*, élèves de la scolarité obligatoire, étudiants, adultes, l'objectif fondamental est d'acquérir la maîtrise de soi dans un climat de liberté et de responsabilité qui devrait être celui de l'école et plus généralement celui de toutes les activités de formation.

1.3. La conception très ouverte de l'enseignement qui devrait en résulter donne sa place naturelle à la formation permanente ; la partie scolaire ou universitaire de celle-ci, qu'on pourrait appeler période de formation initiale, devient une sorte d'apprentissage à une forme de vie qui ferait de l'existence de chacun une meilleure réalisation de ses aspirations à produire, construire son propre bonheur, comprendre le monde et contribuer à son évolution.

2. Analyse critique de la situation actuelle.

Une analyse critique approfondie de la situation actuelle de l'enseignement des mathématiques révèle l'importance des questions qui se posent à tous.

Citons à titre d'exemples :

2.1. A tous les niveaux de la scolarité, sous une forme plus ou moins explicite, les mathématiques sont devenues et sont toujours davantage le principal instrument d'orientation et de sélection par l'échec. Pour les élèves, elles jouent donc souvent le rôle de l'obstacle qui bouche l'entrée dans une voie choisie. D'autant que la confusion entre compétence mathématique et hiérarchie sociale est indéfendable.

2.2. Le ministère persiste à imposer un enseignement construit sur la simple acquisition de contenus mathématiques, eux-mêmes choisis et présentés d'une façon souvent très contestable. Il méconnaît ainsi l'importance, dans la formation des élèves, des méthodes pédagogiques, de la liaison avec les autres disciplines, du travail de groupe, de la pratique de la recherche, ...

2.3. La réussite aux examens reste encore trop souvent la seule finalité de l'enseignement, au détriment de la formation de la personnalité. La forme des épreuves n'évolue guère et n'est qu'un contrôle, contestable, des connaissances.

2.4. Aux divers niveaux, les modalités administratives de la formation continue pour l'enseignement des mathématiques sont encore très insatisfaisantes : non intégration dans le service, D'autre part, la formation continue demande une réflexion permanente à mener avec les intéressés (cf chapitre sur la formation des maîtres).

3. Finalités et objectifs de l'enseignement mathématique.

3.1. Nos propositions pour la période de scolarité obligatoire.

Le cadre dans lequel nous nous plaçons ici peut paraître rattaché implicitement à une structure entérinant la ségrégation d'élèves poursuivant des études secondaires et éventuellement supérieures d'avec ceux qui, dès que possible, sont "orientés" vers des voies moins nobles. Nous avons essayé, en fait, refusant cette actuelle organisation, de définir des finalités communes et applicables à tous, pendant une période obligatoire de scolarisation.

3.1.1. Pendant cette période les mathématiques devraient essentiellement permettre :

- de favoriser une compréhension critique du monde technique, social, économique
- de développer quelques démarches fondamentales de l'esprit scientifique
- de percevoir à travers une pratique le rôle des mathématiques et leurs limites dans les autres activités, en particulier dans les autres sciences
- d'acquérir la maîtrise d'objets et de techniques mathématiques de base.

3.1.2. Plus précisément, on pourrait énoncer une série, parmi d'autres, d'attitudes qu'il serait particulièrement utile de développer :

— analyser les différentes composantes d'une situation ; reconnaître des analogies, choisir une stratégie de résolution, construire et enchaîner des déductions simples...

— prévoir un résultat et généraliser, évaluer les résultats obtenus par rapport au problème posé, adopter une attitude critique positive (par rapport à une démonstration, une information....)

... savoir écouter les autres, apprendre à se faire comprendre, participer à un travail collectif (recherche, organisation, réalisation concrète, analyse de documents, communication des résultats...)

— dans toute cette période, une éducation mathématique commune à tous les élèves devrait contribuer à développer les capacités de jugement, d'analyse, de création, de résistance à l'agrément d'autorité, elle devrait participer dans l'immédiat, c'est-à-dire dès l'âge scolaire à leur épanouissement dans des activités faisant également place au rêve, au jeu, à l'action, à la discussion.

3.2. Diversification après la scolarité obligatoire.

3.2.1. Au-delà de la scolarité obligatoire, les finalités de l'enseignement des mathématiques ne sont pas fondamentalement différentes de ce qui vient d'être dit. Il y a seulement adaptation à des situations différenciées.

3.2.2. Tant pour les besoins d'une formation professionnelle (formation initiale, perfectionnement, reconversion, etc..) que pour répondre à des besoins ou à des aspirations personnelles, de nouveaux problèmes se posent aux étudiants. Une certaine spécialisation devient inévitable ; il faudra en pallier les inconvénients par l'aménagement de structures d'échange et de dialogue entre spécialistes divers ; de cette façon, l'approfondissement que permet la spécialisation peut profiter à d'autres qu'au spécialiste lui-même et on peut tenter de concilier les exigences de la spécialisation et la nécessité du contact avec une formation plus globale.

3.2.3. Aux divers niveaux de l'enseignement technique, les buts de l'enseignement mathématique devront donc rester axés sur l'apprentissage des méthodes de préférence à l'accumulation de connaissances spécialisées. Encore trop souvent, une appréciation pas forcément correcte des besoins immédiats de la profession alourdit les programmes au détriment de ce qui préparerait les étudiants à s'adapter plus facilement aux conditions largement imprévisibles de l'avenir de leur métier.

3.2.4. Dans le cadre de la formation permanente des adultes, l'enseignement mathématique aura surtout pour but de donner

aux individus des moyens pour mieux analyser leur environnement, en particulier dans son développement scientifique, pour agir en fonction de leur intérêt bien compris et de leur plaisir. Un objectif particulièrement important de la formation permanente en mathématique est de faire prendre conscience de la portée des méthodes, des limites dans lesquelles les théories mathématiques restent valables ; ainsi devra être acquise une juste appréciation de la valeur de la science face aux autres modes d'appréhension du monde et de son évolution.

3.2.5. La formation initiale et permanente des enseignants devra être marquée par ce souci de l'enseignement des mathématiques de contribuer en priorité à la formation de l'esprit. Si les éducateurs doivent, à tous les niveaux et dans toutes les disciplines, avoir la préoccupation de favoriser l'autonomie, la liberté d'action et de pensée, le sens des responsabilités de leurs étudiants, à plus forte raison leur propre autonomie devra être l'objectif principal de leur formation. C'est dire quel devra être l'accroissement de leur responsabilité.

4. Comment relier nos finalités pour l'enseignement mathématique aux finalités générales ?

Nos propositions du paragraphe 3 sont compatibles avec les finalités générales que nous avons exprimées :

4.1. En refusant le rôle d'orientation, de formation de producteurs, la conception d'un enseignement mathématique comme outil de promotion sociale, et en trouvant des moyens de mettre en oeuvre ce refus.

4.2. Plus précisément, en ne sous-estimant pas l'enjeu social de l'enseignement mathématique : l'évolution technologique de nos sociétés conduit ceux qui les dirigent et certains de ceux qui y vivent à utiliser un langage et à pratiquer des activités de plus en plus scientifiques qu'il faut savoir démystifier le cas échéant.

4.3. En considérant que les mathématiques ont eu un rôle important dans l'histoire de la pensée humaine et qu'elles peuvent contribuer à une réflexion philosophique sur le présent.

4.4. En ne négligeant pas non plus le rôle psychologique joué par l'activité de recherche mathématique, tant du point de vue du développement individuel du sujet que du point de vue relationnel.

L'enseignement mathématiques s'intègre dans une conception globale de l'éducation qui développerait une prise de conscience de soi, des communications à l'intérieur et à l'extérieur d'un groupe, de l'influence du groupe sur l'individu, de la notion de pouvoir, des interactions affectives...

5. Quelques orientations de l'APMEP

En conséquence des idées exprimées ci-dessus, l'APMEP soutient les principes d'action suivants :

5.1. Le contenu de notre enseignement ayant une importance que tous reconnaissent, elle apporte son concours à une conception des programmes qui

— fixeraient des objectifs — généraux, mais aussi particuliers à chaque section ou classe — entrevues de comportements, d'attitudes, de capacités, de savoir-faire.

— distingueraient

* un noyau de notions fondamentales qu'au terme d'une année tout élève devrait avoir acquises.

* une liste de thèmes parmi lesquels les élèves et le maître pourraient choisir ceux qu'ils étudieraient, soit pour motiver l'introduction de notions fondamentales, soit pour illustrer des utilisations de ces notions, soit pour nourrir des recherches supplémentaires.

Ce noyau et ces thèmes, confrontés aux objectifs définis, seraient aussi des moyens de les viser, en même temps que ces objectifs fixeraient le niveau de complexité des connaissances exigées par le noyau ou abordés par les thèmes.

5.2. La mise en pratique de cette nouvelle conception de l'enseignement suppose qu'un vaste échange de documentation (résultats de recherches de toutes origines) soit pris en charge par l'Etat et mis à la disposition des maîtres. Un échange dialectique pourra ainsi être enfin établi avec toute recherches didactiques.

5.3. Enfin, si une nouvelle conception de l'organisation scolaire doit conduire à des activités plus ouvertes, par exemple interdisciplinaires, il est non moins important de reconsidérer le rôle de l'Inspection autrement que sous l'aspect de contrôle.

6. Conclusion

Les principes énoncés dans le texte qui précède peuvent être perçus diversement : certains penseront qu'il s'agit d'une façon détournée de marquer notre contestation d'un certain type de société ; d'autres au contraire conclueront que ces principes permettent de maintenir le statu quo actuel de l'enseignant, à l'intérieur d'un système qui lui convient, après quelques aménagements ponctuels. L'enseignant de mathématiques peut-il se défendre de faire partie de la hiérarchie sociale, d'un contexte politique ?

Annexe : Charte et Philosophie

par Maurice LOI

Un des défauts des deux Chartes précédentes (Chambéry 1968, Caen 1972) a été de se placer uniquement à un point de vue pédagogique sans aucun examen de la philosophie sous-jacente.

Il est vrai qu'en France, en 1977, la plupart des mathématiciens se refusent à discuter de leur spécialité, se cantonnent dans les questions purement techniques et méprisent tout ce qui, pensent-ils, risque de les en éloigner tant soit peu. Beaucoup écartent même tout ce qui n'est pas "la mathématique propre et rigoureuse" sous le fallacieux prétexte qu'autrement on ne serait plus d'accord, ce dont la preuve n'est jamais fournie puisque le débat sur les principes, les finalités et les méthodes n'a pas lieu. Position d'autant moins sensée que, sur bien des points, nous disposons déjà des explications théoriques réclamées. Les futurs professeurs sont donc formés en apprenant seulement à résoudre des exercices et à démontrer des théorèmes, ce qui est indispensable mais non suffisant pour créer cet enseignement vivant que tout le monde préconise désormais, et pour pratiquer la pluridisciplinarité tant proclamée mais non réalisée. Celle-ci ne saurait consister en un cours de mathématiques auquel assiste le professeur de lettres ou de philosophie ou vice-versa. Elle ne peut être la simple juxtaposition de disciplines différentes, ni une "mathématisation" d'un propos philosophique ou littéraire. Elle ne peut être que la recherche commune de l'intelligible, du compréhensible, auxquels tournent le dos l'empirisme et le technicisme contemporains, qui n'ont que mépris pour les idées.

Une telle doctrine, ou mieux : une telle absence de principes ne peut conduire qu'à des déboires et à des difficultés pédagogiques, inévitables quand on évacue toute pensée et toute raison, en oubliant qu'elles sont le véritable fondement des mathématiques qui sont avant tout une activité de l'esprit. Comment alors faire comprendre si on refuse de réfléchir, si l'aveuglement devient vertu ? si on se contente de constater, de montrer, de faire voir, de calculer, là où souvent l'essentiel doit être de rendre intelligible et non d'apprendre à manipuler mécaniquement des symboles sans signification et sans portée ? C'est pourquoi une bonne pratique pédagogique consiste à inquiéter la raison et à déranger les habitudes de la connaissance déjà acquise pour permettre d'accéder aux nouveautés scientifiques. Quand on présente un nouveau concept, il faut justement désancrer l'esprit de son attachement à des images privilégiées qui souvent l'infantilisent, l'engager dans les voies de l'abstraction, s'efforcer de lui en donner le goût, de lui éviter de confondre le concept avec le mot, l'image ou la figure, le symbole ou le signe. C'est toujours lui qui doit être visé à quelque niveau qu'on se place. Donner alors des idées fausses au nom de la pédagogie ne peut que provoquer des blocages pernicious. L'école doit avoir de tout autres buts et mener à des apprentissages véritablement conceptuels qui permettent les bonds en avant de la connaissance. C'est ainsi que l'enseignement joue son rôle original et spécifique que méconnaissent si facilement les continuistes de la culture. Du bon sens si bien partagé, ils veulent faire sortir tout doucement les rudiments de la science. Ils répugnent à heurter la force des habitudes, "la pire ennemie des révolutions" disait Lénine, et ne se rendent pas compte que mathématique sans pensée n'est que ruine de l'âme.

Suggestions bibliographiques

Platon : La République, livre VII.

Aristote : Organon.

Descartes : Les principes de la philosophie.

" Règles pour la direction de l'esprit.

Leibniz : Nouveaux essais sur l'entendement humain.

Spinoza : Traité de la réforme de l'entendement.

Kant : La critique de la raison pure.

" : Traité de pédagogie.

" : Réflexions sur l'éducation.

Hegel : Science de la logique.

Frege : Les fondements de l'arithmétique.

" : Ecrits logiques et philosophiques.

Husserl : Philosophie de l'arithmétique.

Bachelard : La formation de l'esprit scientifique.

" : Le nouvel esprit scientifique.

" : La philosophie du non.

" : L'engagement rationaliste.

Cavaillès : Méthode axiomatique et formalisme.

Herbrand : Ecrits logiques.

Lautman : Essai sur l'unité des mathématiques (10/18).

Couturat : De l'infini mathématique (Blanchard).

M. Loi : Le langage mathématique (l'Education n° 175 du 10 mai 1973).

" : Mathématique et philosophie (l'Education n° 214 du 30 mai 1974).

" : Couturat méconnu, à paraître dans le prochain numéro de la revue italienne "Scientia".

" : Couturat 1868-1914, à paraître dans le prochain numéro du "Nouveau Commerce".

6. 6.3. Organisation scolaire, expérimentation, recherche (Responsable : H. BAREIL)

1. Situation actuelle

Elle est caractérisée par l'absence de responsabilité des enseignants quant à l'essentiel (organisation et esprit des études et de leur sanction, définitions personnalisées des objectifs et des moyens mis en oeuvre).

Le système de notation et de promotion des enseignants semble relever d'une certaine infantilisation et ne peut que conforter leur individualisme.

La part faite à la recherche est de plus en plus limitée et contrôlée.

Les projets de réforme officiels prétendent d'une part régler tous les problèmes, d'autre part promouvoir une certaine autonomie des établissements.

Mais les problèmes les plus fondamentaux ne sont que la traduction en milieu scolaire de problèmes de société et l'autonomie des établissements n'est que façade : les rares délégations de responsabilité consenties le sont à des chefs d'établissement par ailleurs plus étroitement assujettis que jamais au pouvoir central. Et elles touchent à des questions de forme (emploi du temps hebdomadaire par exemple) mais non de fond.

L'analyse de cette situation motive notre vœu d'une action plus profonde.

2. Objectifs généraux de nos propositions

L'organisation scolaire, la recherche, l'expérimentation, doivent s'inspirer du désir de *promouvoir un nouveau style éducatif allant dans le sens d'une plus grande responsabilité des maîtres et des élèves et de leur épanouissement*. Il s'appuiera, autant que possible, sur des pédagogies plus scientifiquement élaborées et validées, et incitera à une créativité et à une auto-formation accrues.

Cela suppose le principe *du droit de tous les enseignants à la recherche dans le cadre de n'importe quel établissement et que ces travaux soient pris en compte dans leur temps de service*.

De là aussi la nécessité d'établissements, de secteurs et d'équipes, de recherche fondamentale ou appliquée, aussi nombreux et variés que possible, dont les résultats soient très vite diffusés.

L'instauration rapide de tels établissements, secteurs ou équipes nous paraît d'autant plus urgente qu'ils devraient être partie prenante, comme les U.E.R. des Universités, dans la constitution et le fonctionnement des instituts de formation des maîtres.

Elle ne saurait aller sans une *renovation profonde, tant pour la gestion de la classe et de ses activités, que pour celle de l'établissement ou de la fraction d'établissement concernée*. Ce qui nous paraît exiger *l'auto-gestion la plus large possible et le travail en équipe des maîtres*. Pas de recherche interdisciplinaire sans équipes, et sans elles pas de nouveau mode éducatif...

De même les maîtres devraient-ils être, en équipe, responsables de l'évaluation du travail des élèves, ce qui remet en cause les "examens", notamment pour le cycle élémentaire et le premier cycle, et plus encore pour tout le secteur de *renovation*.

Et qui, sinon l'équipe, facilite les débuts des jeunes collègues, la tâche des suppléants ou remplaçants (surtout non spécialistes) ? Le travail en équipe offre de meilleures garanties, provoque à l'autoformation et conduit à des méthodes nouvelles des maîtres jusqu'alors hésitants.

Mais le contrôle et l'animation des maîtres ? Ils devront être revus pour tenir compte du travail en équipe, des responsabilités nouvelles des enseignants et des possibilités des divers organismes d'animation (créés ou à créer). Ceux-ci auront à promouvoir les liaisons entre équipes, condition nécessaire d'un travail fructueux..

3. Etablissements de recherche

Des établissements entiers, avec des conditions spéciales pour les équipes, les services, les effectifs, les nominations... devraient être affectés à la *recherche fondamentale*, au moins un par académie pour le second cycle, un par département pour le premier cycle, deux ou trois par département pour les cycles élémentaire ou pré-élémentaire.

Ils seraient doublés d'établissements de *recherche appliquée*. Ceux-ci, dans des conditions plus "banalisées" et proches de la "normale", essaieraient les méthodes ou le contenu mathématique préconisés par les établissements de recherche fondamentale.

Dans ces deux types d'établissements, un soin tout particulier serait apporté à l'analyse des résultats.

La désignation de ces établissements, leur mode de fonctionnement, les nominations et conditions de travail des maîtres, le statut des élèves,... relèveraient de CONTRATS, donc avec des limitations dans le temps.

4. Secteurs "Innovation" :

Mais, tels quels, ces établissements nous paraissent insuffisants, d'une part quant à la mobilisation de tous les maîtres soucieux de rénovation, de l'autre quant à la diffusion des résultats et des recherches. Ils ne nous semblent pas capables à eux seuls de susciter la contagion novatrice sans laquelle ne sera pas débloqué le système actuel.

Il nous paraît urgent de fonder des structures qui permettent la mise en place du plus grand nombre possible, et en le plus d'endroits possibles, d'équipes de maîtres soucieux d'une rénovation pédagogique profonde...

Nous voyons pour cela un moyen privilégié : *Tout établissement à même de le créer avec des garanties minimales comporterait un secteur "Innovation" dérogeant, selon ses propres perspectives, à l'organisation traditionnelle.*

a) Présentation du secteur "innovation" et de ses buts.

Dans les établissements pourraient se constituer des équipes pédagogiques auto-gérées (voir 4 c) et 4 d)). (N'y figureraient que des maîtres volontaires)

Ces équipes seraient ouvertes. Si un choix se révélait nécessaire, il ne serait pas déterminé par les diplômes, mais par libre concertation prévoyant une rotation des maîtres dans ce secteur...

Ce secteur

- fournirait une structure d'accueil aux maîtres ayant reçu une nouvelle formation initiale et à tous ceux qui souhaitent une profonde rénovation ;

- éviterait un conflit aigu entre eux et les autres maîtres, ainsi que leur absorption finale probable par le "traditionnel" sans qu'il ait été possible d'essayer sérieusement autre chose ;

- n'obligerait pas les autres maîtres à changer mais pourrait éventuellement les convaincre — ou vice-versa ! — en offrant des moyens de comparaison ;

- apprendrait à ses maîtres l'usage réel de la liberté et de ses responsabilités ;

- associerait largement les élèves, les parents, grâce à la souplesse du régime, à l'action éducative et à la gestion de la classe et du secteur. Ce secteur "innovation", c'est un saut dans la responsabilité, et qui doit en fournir les moyens.

Le volontariat du secteur Innovation préserverait la "liberté" des maîtres qui ne souhaitent pas changer profondément le système actuel. Mais il délivrerait aux autres le plus de responsabilités possible.

Ainsi permettrait-il toutes les évolutions sans en imposer aucune.

b) Conditions minimales requises.

- Introduction d'heures de concertation dans l'emploi du temps.

- Intégration de la formation permanente dans le service.

- Crédits pédagogiques accrus permettant un secrétariat pédagogique et des achats de matériel pédagogique.

— Non augmentation du total du nombre d'heures de travail des maîtres et de celui des élèves, quitte à répartir ces heures autrement.

— Dans le second degré, création des équipes à partir d'au moins trois disciplines dont deux au moins représentées par deux professeurs chacune, au moins.

— Prise en charge des élèves sur au moins un demi-cycle pédagogique (sixième - cinquième, ou quatrième - troisième, par exemple).

— Définition des raccordements avec les étapes ultérieures.

— Non-distinction entre les catégories de maîtres, au moins d'abord quand au service dû.

— Liberté des parents, dûment informés par les maîtres, quant au choix du secteur innovation pour leurs enfants.

c) Possibilités du secteur innovation.

Elles résident dans la formule d'auto-gestion, permettant de remettre en cause toute l'organisation scolaire et selon des modèles très variés.

Dans ce secteur, les élèves pourraient avoir peu d'heures de cours (par exemple 15 dans le premier cycle, au total... chaque établissement ayant une forte marge de liberté), mais ils auraient des heures de soutien, d'options, d'activités dirigées et de clubs, à horaires souples et sans sanctions.

Cela suppose la définition d'*objectifs de programme très simples* "noyau", surtout pour "l'élémentaire" ou le "premier cycle", assorti d'une liste nationale de thèmes, liste non exhaustive, qui pourraient faire l'objet d'options en activités dirigées ou clubs.

Les unités pédagogiques des secteurs innovation auraient toute liberté pour *substituer la notion de "contrat" à celle de "service délimité en heures hebdomadaires"*, et établir des emplois du temps très souples.

Le temps de travail des maîtres pourrait être réparti tout autrement que dans le système actuel.

Mais le secteur innovation aurait aussi *toute latitude pour rompre classes ou niveaux*, répartir les élèves à son gré et provoquer des échanges interdisciplinaires.

Il permettrait d'expérimenter un nouveau type de participation des élèves et des parents quant à sa gestion.

Il bénéficierait de *nouvelles formes de contrôle et d'examen*.

d) Gestion du secteur

Un Conseil de membres élus (professeurs, élèves, parents, administration) assurerait la gestion du secteur.

Il choisirait son représentant auprès du chef d'établissement ou de l'I.R.E.M. et du Conseil Départemental d'animation pédagogique, mis en place par ailleurs et qui assurerait la "tutelle" pédagogique.

Les programmes de travail des différentes unités seraient fixés par contrat passé avec ce Conseil Départemental.

5. Conseil Départemental d'animation pédagogique

a) Conception

Il serait formé par :

— des représentants élus des différentes unités de recherche, d'expérimentation, d'innovation.

(Cette représentation, incluant les professeurs coordonnateurs des différentes unités d'innovation, aurait la majorité dans le Conseil.)

— et, par exemple, par :

- des coordinateurs académiques
- un représentant du Recteur
- un représentant du C.R.D.P.
- un représentant des I.R.E. (X).

b) Rôle

Le Conseil contribuerait à susciter des unités "d'innovation".

Il avaliserait les contrats proposés par les secteurs "innovation".

Enfin le Conseil recevrait les moyens d'assurer effectivement l'animation pédagogique. A cette fin, certains de ses membres élus seraient, pour une durée de 4 ans, nommés "coordonnateurs". Ou bien : les professeurs coordonnateurs seraient directement élus et feraient partie de droit du Conseil.

Le coordonnateur serait déchargé des deux tiers de son service d'enseignement. En revanche, il assurerait la liaison et la circulation de l'information entre une dizaine d'unités pédagogiques, en ce qui concernerait sa discipline. Il aiderait, encouragerait, conseillerait. On lui signalerait un obstacle, ou un succès, ou un procédé pédagogique nouveau... En outre, il assurerait la liaison avec les

autres organismes pédagogiques (I.R.E.M. ou I.R.E. (X), recherche pédagogique, ...) et les parents. Et il aurait l'initiative des réunions d'information et de concertation.

6. Coordination académique et nationale

"L'Inspection" sous sa forme actuelle ne saurait subsister.

- Il faudrait supprimer l'actuel système d'avancement au choix, à remplacer par un passage automatique d'un échelon à l'autre (dans l'attente d'une révision complète).
- Des coordonnateurs académiques et nationaux, à plein temps, seraient choisis parmi les membres élus des Conseils départementaux.

Ils seraient nommés pour un laps de temps déterminé, 4 ans par exemple, après 1 an à passer soit dans un IREM, soit dans un établissement de Recherche fondamentale ou appliquée.

Ils assureraient des tâches d'ordre académique ou national. Pour cela ils seraient à la disposition des "départements" de mathématiques des établissements (cf. § 8) et des équipes aussi bien que des Inspecteurs d'Académie, des Recteurs ou du ministre.

Ils s'accorderaient avec le responsable du département de mathématiques (voir paragraphe 8) et plus précisément des responsables d'équipes, s'il en existait, *sur la forme de leurs interventions et sur les points théoriques ou pédagogiques où eux-mêmes ou les maîtres souhaiteraient un échange.*

Ils assureraient la coordination générale de l'éducation mathématique et seraient associés aux C.A.P. d'affectations ou mutations.

7. Rôle des IREM

L'APMEP souscrit pleinement aux objectifs définis, pour les IREM, par leurs deux plaquettes :

- Missions des IREM
- Réflexion sur la formation des maîtres.

Elle leur demande d'être attentifs à ses préoccupations et d'organiser en liaison avec elle les concertations inter-IREM.

L'APMEP attend notamment des IREM :

— qu'ils organisent régulièrement enquêtes et débats sur l'enseignement des mathématiques et sur l'éducation en général ainsi que sur l'impact des diverses méthodes

— qu'ils s'efforcent de préciser des objectifs en termes de comportement qui dépassent le seul champ des connaissances

— qu'ils soient un lieu de rencontre et de sensibilisation et l'occasion de préciser les problèmes de l'enseignement

— qu'ils fournissent des moyens pour les recherches et leur validation, ainsi que pour permettre aux enseignants de mathématiques de se prendre eux-mêmes en charge face aux problèmes soulevés

— qu'ils "aèrent" et "ouvrent" la formation permanente et la pratique enseignante par une politique de Recherche très développée et dont les résultats soient largement diffusés.

L'APMEP demande que les dotations des IREM soient en rapport avec l'ampleur de ces tâches et que les heures IREM puissent être obtenues en décharge effective — faute de quoi elles perdent d'ailleurs en efficacité —.

L'APMEP ne souhaite pas qu'il y ait un monopole de la Recherche. Aussi, à côté des IREM, tient-elle à préserver le rôle de l'INRP, en le dotant à nouveau de la possibilité d'équipes sur le terrain.

De même est-il souhaitable que soit développée une recherche sur l'enseignement au sein des Universités, notamment dans les U.E.R. de didactique ou de Sciences de l'Education.

Les Conseils départementaux d'animation pédagogique doivent par ailleurs disposer de moyens propres. Ainsi la Recherche pourra-t-elle jaillir de diverses sources et ne pas être régentée par des labels.

Il restera à établir des liens organiques entre les Conseils départementaux, les IREM, l'INRP, et les autres sections de la Recherche d'Université, afin de promouvoir une convergence d'actions qui devraient s'épauler et s'appeler les unes les autres...

8. Création d'un département de mathématique par établissement

Le département recevrait des moyens matériels (local, ronéo, duplicateur... et un Secrétariat, à raison par exemple d'une heure hebdomadaire par professeur — dans le second degré — ou de deux heures par instituteur).

Ce département assurerait un rôle de coordination, de liaison avec l'I.R.E.M. et les autres établissements. Son responsable aurait un rôle éventuel d'animation (activités dirigées, clubs, équipes de

maîtres...). Dans les établissements à double secteur pédagogique, il faciliterait leur entente...

Il semble qu'il faudrait *un responsable élu, mais selon des règles à déterminer librement par établissement* : ou bien un mandat annuel renouvelable, pour 3 ou 4 ans au maximum, ou bien par rotation tous les 3 mois.... etc.

Une décharge correspondant au travail réel fourni, pour autant qu'il puisse s'évaluer, serait assurée. Dans un premier temps, elle pourrait aller de 1 heure à 4 heures hebdomadaires selon la taille des établissements et leurs activités pédagogiques.

9. Des structures pour l'exercice de responsabilités

Il y aurait lieu de promouvoir une plus grande démocratisation des établissements, tant au niveau des élèves et de leur participation que de celui des enseignants.

Des structures appropriées devraient renforcer la concertation entre professeurs ainsi qu'entre usagers et professeurs. Elles doivent aussi faciliter la constitution de "groupes de vie" où les élèves apprennent à se prendre en charge avec l'aide d'adultes responsables.

Le budget des établissements devrait porter la marque et fournir les moyens d'une réelle autonomie — que renforcerait le choix par élections du chef d'établissement... —

10. Locaux :

L'architecture des établissements, celle des salles et leur équipement sont à revoir afin de promouvoir le travail par groupes, le travail indépendant et la personnalisation de l'enseignement.

Ils doivent faciliter la prise en charge des élèves par eux-mêmes en "groupes de vie" et fournir à ceux-ci des locaux appropriés.

Les Centres de documentation doivent être plus nourris et capables d'essaimer....

11. Examens, et passage d'une classe à l'autre

On sait combien leur rôle est actuellement décisif pour freiner ou interdire les évolutions.

Ils doivent céder à l'apprentissage et à l'exercice de la responsabilité.

D'importants changements sont donc à susciter :

Voici quelques propositions (issues du Séminaire APMEP de Melun).

a) Un élève est dans la classe n . A la fin de l'année le conseil de classe donne un avis d'orientation. Cet avis est non autoritaire : l'élève peut donc passer dans la section $(n + 1)$ de son choix.

b) L'élève est passé dans la section $(n + 1)$ qui n'est pas celle proposée par le Conseil. S'il ne fait pas une année $(n + 1)$ suffisante, il a de nouveau un avis du conseil de classe de fin d'année qui risque d'entrer en contradiction avec ses propres souhaits. Il peut décider de ne pas suivre l'avis de ce conseil, et doit alors passer un examen prouvant son aptitude à entrer dans la section $(n + 2)$ de son choix. Les modalités de cet examen sont à fixer par les maîtres de la section $(n + 2)$.

De deux choses l'une : ou l'élève réussit cette épreuve, ou il échoue et recommence alors l'année $(n + 1)$.

Autrement dit, un élève ne peut entrer deux années consécutives en conflit avec le Conseil de classe sans subir une épreuve de contrôle.

Un élève de l'enseignement public entré en Terminale sans avis défavorable sera donc habilité à entrer en Faculté. Passeront alors un examen :

- les élèves de l'enseignement privé ;
- les personnes ayant travaillé seules (candidats libres) ;
- les élèves à qui on n'a pas conseillé l'orientation de leur choix.

L'examen clôture un cycle, mais il en ouvre surtout un autre.

Ce qui est valable pour le Baccalauréat l'est pour le BEPC, le DFEO, etc...

Il est bien sûr indispensable de maintenir des relations d'informations réciproques entre deux niveaux successifs par l'intermédiaire des élèves, des enseignants, des conseillers d'orientation, et des dossiers scolaires ou brochures diverses. Mais comment réaliser réellement cette circulation de l'information ? Quel doit précisément être le rôle des conseillers d'orientation ? Ces questions se posent d'autant plus qu'on ne peut se masquer l'insuffisance des structures d'accueil à tous les degrés.

Même en Faculté on ignore souvent quels sont les débouchés des élèves qu'on y envoie.

Pour choisir une orientation, l'élève doit avoir un certain éventail à sa disposition. Comment le lui fournir ?

Il appartient à l'organisation scolaire de le faire avec tous ses moyens.

12. *Quelques remarques en guise de conclusion*

Nous ne prétendons pas avoir tout traité : par exemple il faudrait peut-être pour l'avenir essayer de préciser les thèmes des recherches essentielles qu'il faudrait mener.

Rechercher ce qui est essentiel dans l'éducation mathématique, grâce à une réflexion interdisciplinaire essayant de dégager, avec l'aide de psychologues ou psychosociopédagogues, ce qui, à un moment donné, et compte tenu des possibilités d'ordre psychologique :

a) est spécifique de la mathématique dans la formation générale

b) sans être spécifique des mathématiques, en reçoit un éclairage différent

c) apparaît "utile" aux autres disciplines.

De même faudrait-il analyser sérieusement tout ce qui concerne l'introduction des concepts mathématiques fondamentaux et, à propos de toute expérimentation, préciser toutes les démarches permettant quelque analyse des résultats.

... Il y a sans doute maint thème de réflexion possible, à propos du sujet traité : "Organisation scolaire, recherche, expérimentation", ne serait-ce que pour faire passer les théories dans les faits

A chacun d'y songer ... et de nous faire part des projets qu'il souhaite voir étudier.

6. 6.4. Formation des Maîtres

(Responsable : G. HENNECART, IREM de Toulouse)

Par rapport à la rédaction du chapitre sur la formation des maîtres de la Charte de Caen, un certain nombre de choses nous semblent avoir changé dans l'APMEP et hors de l'APMEP. De nouvelles problématiques sont apparues, de nouvelles façons d'aborder certaines questions fondamentales touchant à la formation nous amènent à repousser l'idée de formuler des réponses précises à certaines questions. Pour citer un exemple, il est maintenant acquis pour nous tous qu'il n'existe aucune théorie satisfaisante des phénomènes de scolarisation mais simplement des théories incomplètes en permettant l'approche sous des angles différents (psychologie, psychanalyse, analyse institutionnelle, analyse économique, etc...). En conséquence, le travail de la commission a conduit à formuler un certain nombre de principes qui nous paraissent fondamentaux et à formuler certaines questions qui restent ouvertes à nos yeux ; en particulier nous avons refusé de décrire dans le détail les structures et les contenus de la formation, cette mise en oeuvre des principes dépendant étroitement du contexte social, culturel, économique et politique dans lequel les luttes pour les instaurer s'inscriront.

Principes préalables

- ① L'enseignement est un service public. Ceci implique :
 - ①a sa responsabilité en tant que service vis-à-vis de l'ensemble des usagers (enfants, adolescents, adultes) et la nécessité de la constitution d'équipes enseignantes disposant d'une totale autonomie par rapport à l'institution, et, en particulier, par rapport à son administration et sa hiérarchie tant qu'elles subsistent
 - ①b une indépendance totale par rapport à tout groupe de pression.
- ② Formation initiale et formation permanente sont une nécessité pour tous les enseignants et les moyens nécessaires à cet effet doivent être mis en place.
- ③ Formation initiale et formation permanente sont assurées à l'université.

- ④ Tous les enseignants, de la maternelle à l'université, forment un seul corps soumis au même statut. Cela se traduit en particulier par :
- ① mêmes obligations de service
 - ② même temps de travail
 - ③ mêmes grilles de salaire
 - ④ même rythme d'avancement.
- ⑤ La notion de service d'un enseignant s'inscrit dans le cadre d'un maximum de service. Ce maximum de service inclut à côté des heures d'enseignement proprement dites (effectuées éventuellement dans plusieurs secteurs si l'enseignant le souhaite) des activités liées : à sa formation professionnelle, aux recherches (au sein de l'IREM ou d'autres organismes, en équipes autonomes ou individuellement).
- ⑥ Tous les personnels en poste dans le service public d'enseignement doivent être titularisés. Cette titularisation doit précéder le complément de formation indispensable. C'est aux pouvoirs publics de dégager les moyens nécessaires pour rendre effectif ce complément de formation et ceci dans l'intérêt des formés et des usagers (enfants, adolescents, adultes).
- ⑦ Le principe actuel de fonctionnement : un maître pour une classe dans une salle, ou plusieurs maîtres se succédant dans le temps sans relation entre eux, ne nous semble pas immuable et d'autres formules sont à expérimenter (deux ou plusieurs maîtres par classe à l'élémentaire, co-intervention de maîtres dans une même classe, etc..)

I — Formation initiale

- 1.1. La formation initiale de tous les maîtres se fait en cinq ans au moins après le baccalauréat, à l'université.
- 1.2. Tout étudiant a droit à un système de rémunération (toutes les activités de formation de tout niveau sont prises en charge par l'état).
- 1.3. Des stages intervenant dès le début de la formation doivent permettre une sensibilisation des étudiants aux problèmes de scolarisation des enfants et des adolescents et à ceux de la formation permanente des adultes.
- 1.4. La formation initiale des enseignants comprend une partie de formation générale (mathématique, autres disciplines scientifiques, autres disciplines, etc...) commune avec celle de tous les autres étudiants et une partie de formation professionnelle obligatoire.

- 1.5. La formation initiale, tant générale que professionnelle, se doit de coordonner et d'intégrer dans un même processus formation théorique, méthodologique et pratique. Elle ne saurait en aucun cas consister en une juxtaposition de savoirs théoriques, empiriques et de savoir-faire.
- 1.6. Toute action de formation doit s'accompagner d'une interrogation et d'une analyse permanentes de la fonction socio-éducative des structures et des méthodes mises en place et des contenus abordés.

II — Formation permanente

- 2.1. La formation permanente se différencie de la formation continue existante qui reste, elle, de la totale initiative de l'institution.
- 2.2. La formation permanente est un droit pour tous les enseignants au même titre que pour les autres travailleurs, en application de l'accord patronat-salariés.
- 2.3. Tout enseignant peut bénéficier à sa demande de congés-formation (avec maintien du salaire) ou d'heures de décharge de service et d'indemnités de formation pour suivre des formations de son choix et ceci indépendamment de la formation continue.
- 2.4. Les actions de formation permanente peuvent revêtir plusieurs aspects :
 - satisfaction d'un désir personnel
 - complément de formation théorique ou professionnelle en vue d'un changement de secteur d'enseignement
 - reconversion professionnelle
 - etc...

QUELQUES QUESTIONS

1. La formation initiale des maîtres peut-elle se fixer pour objectif de former des enseignants pouvant intervenir indifféremment dans n'importe lequel des secteurs d'enseignement et devant n'importe quel public ou au contraire doit-on affirmer qu'une différenciation des formations doit intervenir au niveau de la formation initiale en fonction de ces secteurs et de ces publics ? Dans la seconde hypothèse, l'un des aspects de la formation permanente est-il de permettre le passage de l'un des secteurs à l'autre ?
2. Doit-on dans la charte faire explicitement référence à un type de recrutement des maîtres, et si oui lequel ?

3. Qu'est-ce qu'une situation de formation professionnelle pour un futur enseignant ? Comment parvenir à autre chose qu'une juxtaposition de savoirs dans la formation, à autre chose qu'une juxtaposition de la théorie et de la pratique professionnelle ?
4. Comment concevoir l'interdisciplinarité autrement que comme complémentarité des compétences, et comment la réfléchir en tant qu'acte de formation et acte pédagogique.
5. Quelles structures de contrôle et de décision pour la formation initiale des maîtres ? (Place des groupes en auto-formation. Décision du plan de formation).

Les problèmes de fond soulevés par ces questions nous semblent être du ressort d'un travail de réflexion indispensable de l'A.P.M. et de tous ses adhérents.

C'est en partie de la diversité des réponses apportées par le groupe de travail qu'est venue l'impossibilité d'aborder la mise en oeuvre des principes et qu'est née l'interrogation sur son opportunité.

Toute contribution au débat est à envoyer à
Michèle CHOUCHAN

6. 6.5. Formation permanente

(Responsable : D. POISSON)

I -- Principes

- 1.0. *
- 1.1. Droit à la formation pour l'individu de "2 à 102 ans" dans le cadre de l'Education permanente, donc droit à la formation initiale et à la formation continue.
- 1.2. La formation continue ne peut être efficace que si elle s'appuie sur une formation initiale de qualité.
- 1.3. Il ne doit pas exister, au sein de l'Education, une "Education bis", spécialisée dans la formation d'adultes : tout enseignant doit pouvoir intervenir aussi bien en formation initiale qu'en formation continue.
- 1.4. L'enseignant doit donc être préparé, dès sa formation initiale, à cette double mission pour pouvoir prendre en compte les spécificités de chacun des publics.

* Nous nous demandons si, dans la Charte, on doit parler de l'analyse institutionnelle, du rôle de l'Education en tant que service public dans la formation continue.

- 1.5. La formation continue s'adressant à des adultes possédant un vécu ne peut être la reproduction pure et simple de la formation initiale.
- 1.6. Attitudes du formateur :
 - prendre l'adulte là où il est et le mener là où il veut
 - prendre en compte la globalité de sa demande et y répondre éventuellement de manière "transdisciplinaire".

II — Formateurs : Statuts

- 2.1. Les formateurs ne constituent pas un corps spécialisé, mais sont des enseignants exerçant en formation initiale ou des intervenants compétents pris sous la responsabilité de l'Educateur.
- 2.2. L'enseignant, volontaire, désirant intervenir en formation continue doit être déchargé d'une partie de ses heures statutaires et détaché dans un centre spécialisé.
- 2.3. Des enseignants peuvent être détachés comme coordinateurs ou gestionnaires des actions de formation dans ces centres. Cette mission pourra durer quelques années (trois à cinq) et sera suivie d'un retour dans le poste d'origine.
- 2.4. Comme pour la formation initiale, l'enseignement en formation continue doit avoir une qualité comparable, indépendante du niveau du public auquel il s'adresse.

III — Formation des formateurs.

- 3.1. La formation initiale des formateurs d'adultes est prise en compte dans la formation des maîtres.
- 3.2. Nécessité de la mise en place pour les formateurs de groupes d'autoformation hétérogènes (de la maternelle à l'université), leur permettant :
 - de réfléchir sur leur pratique de formateur
 - à partir de leurs propres besoins, de définir leur propre formation
 - de faire appel à des intervenants extérieurs
 - de produire des médias, etc...

IV — Diplômes

Ouverture des diplômes nationaux aux adultes avec modalités d'obtention adaptées et SANS REFERENCE AUX MODES D'OBTENTION dans la délivrance du diplôme (contrôle continu, unités de valeurs, unités capitalisables, etc...)

6. 6.6. Les relations avec les autres organismes ou organisations

(Responsable : D. REISZ).

L'activité de l'APMEP ne peut pas être qu'interne. Sa représentativité d'une part, sa réflexion sur les problèmes de l'enseignement des mathématiques et de l'enseignement en général d'autre part, amènent l'APMEP à se faire entendre à l'extérieur, à jouer le rôle d'un groupe de pression, voire à participer de façon institutionnelle au fonctionnement de certains organismes. Il appartient au Bureau National, sous le contrôle du Comité, de préciser la nature des relations avec les différents organismes ou organisations ; mais, en fonction du caractère même de l'interlocuteur, un certain nombre de principes généraux doivent être posés.

Face au pouvoir politique légal (gouvernement, ministre, etc...) il ne peut en aucun cas être question de lien institutionnel. Dans ce cadre, l'APMEP ne peut se définir que par son *action*, action qui peut aller de la simple information à des formes d'action plus importantes telles que pétition, refus d'appliquer telle ou telle directive, etc.

Face au pouvoir administratif (directions ministérielles, inspection générale, recteurs, etc...) l'APMEP a plusieurs rôles à jouer, allant de la défense de ses adhérents dans la mesure où leur enseignement est mis en cause jusqu'à la participation à des commissions de travail, en passant par toutes les formes d'intervention permettant de recueillir des informations ou de défendre nos positions. Le Bureau et le Comité veilleront toujours à ce qu'une telle collaboration soit le fait de l'Association et non le fait d'individus, quelle que soit leur fonction, et à ce que l'indépendance de l'Association face à l'administration soit sauvegardée.

Vis-à-vis des partis politiques, des organisations syndicales, notre indépendance doit être claire et totale. L'APMEP se doit de faire connaître ses positions dans la mesure où toute réflexion sur l'enseignement est de nature politique, mais l'APMEP ne saurait en aucun cas soutenir tel ou tel parti ou groupement de partis. Il ne lui appartient pas non plus de se substituer aux organisations syndicales, chaque adhérent restant libre de ses opinions et de ses engagements politiques ou syndicaux.

Les relations avec d'autres groupes de pression, tels les associations de parents d'élèves, Défense de la Jeunesse Scolaire

(D.J.S.), les mouvements pédagogiques, les sociétés savantes, etc... doivent aussi, avant tout, sauvegarder l'indépendance de l'APMEP, mais lorsqu'il y aura des convergences de points de vue, des alliances conjoncturelles ne sont pas à exclure sur des objectifs précis. Ces relations sont évidemment privilégiées avec les autres associations de spécialistes et bénéficient de l'existence de la Conférence des Présidents, organisme de liaison au sein duquel une étroite collaboration avec les autres associations doit se développer afin d'éviter tout ostracisme.

Restent les organismes où l'APMEP est partie prenante. Il en est ainsi en particulier pour la Commission Permanente de Réflexion sur l'Enseignement des Mathématiques (CO.P.R.E.M.), l'Assemblée des Directeurs d'IREM (A.D.I.R.E.M.), la section française de la C.I.E.M. et au niveau des régionales pour les Conseils d'administration des IREM. L'APMEP, qui a souvent contribué très activement à la création de ces organismes, se doit d'y faire entendre sa voix et de participer à la définition de leur politique. Elle y siègera à titre d'association, mais sans que les décisions prises par ces organismes puissent aliéner son indépendance.

PUBLICATION A.P.M.E.P.

MATHEMATIQUES POUR FORMATION D'ADULTES

*par Philippe LOOSFELT et Daniel POISSON, C.U.E.E.P.
Centre Université Economie d'Education Permanente.
Université des Sciences et Techniques de Lille.*

192 pages. Prix : 18 F (sans port : 15 F).

Voir dans le Bulletin 302, pages 202 et 203, un extrait de la brochure.

“Depuis 7 ans, le C.U.E.E.P. assure exclusivement des formations d'adultes, dans la Région Nord-Pas-de-Calais ... Dans cet ouvrage, écrit d'abord pour aider les formateurs du C.U.E.E.P. dans leur tâche, nous essayons de montrer comment certains thèmes peuvent être utilisés, comment telle fiche s'est révélée passionnante, quels sont les échecs qui nous ont poussés à corriger certains points, etc...”

Cette brochure intéresse aussi les enseignants du premier et du second degrés ; elle peut les aider à renouveler leurs exercices, la présentation de certaines notions, etc.

6.7. Vie des Régionales

6.7.1. Régionale de Lille

COMPTE RENDU DE L'ASSEMBLEE GENERALE DU 8 DECEMBRE 1976

L'Assemblée générale statutaire de la Régionale de l'Académie de Lille de l'APMEP s'est tenue dans les locaux du CRDP de Lille le mercredi 8 décembre 1976 à 14 h 30.

André MAS, secrétaire de la régionale, fait le compte rendu d'activité. Il rappelle les conditions dans lesquelles a été créée la régionale en 1969 et quelles ont été les vicissitudes de son fonctionnement : forte participation aux assemblées lilloises au moment des changements de programmes, puis activité réduite due en partie aux limites de fait de l'investissement militant. La régionale a cependant participé activement à la diffusion des publications de l'APM, et a contribué à la popularisation des prises de position durant l'année scolaire passée, en particulier de la pétition sur les conditions où se déroulaient les changements de programmes liés à la réforme Haby et de la déclaration commune aux associations de spécialistes.

André Mas évoque ensuite l'évolution du nombre des adhérents au cours de ces dernières années :

1974	1975	1976
566	548	561 (au 1er octobre).

Ce nombre est stable, mais il peut être amélioré par un développement de la propagande, et des publications mieux orientées vers les maîtres exerçant dans le premier cycle et les CET.

Il fait ensuite le bilan financier, le solde en fin 76, brochures exclues, s'élevant à 3 819 F.

Le compte rendu d'activité et le bilan financier sont alors approuvés à l'unanimité.

Jean MERCIER, dans la perspective d'une relance de la Régionale, soumet à l'Assemblée générale le projet de résolution qui suit :

OBJECTIFS GENERAUX DE LA CONSTITUTION DE LA REGIONALE

1. Le premier rôle qu'a à jouer une régionale est d'assurer la défense corporative des enseignants en mathématiques, c'est-à-dire la défense des intérêts matériels et moraux de ses membres en tant qu'enseignants en mathématiques. Cette action se développe dans les domaines qui ne sont pas du ressort spécifique des syndicats : par exemple, position à prendre vis-à-vis du déroulement des examens, des horaires et des programmes de mathématiques ; position à prendre vis-à-vis du recrutement et de la formation initiale et continue des enseignants en mathématiques. La structure que représente l'A.P.M.E.P., qui regroupe des enseignants de tous niveaux (de la Maternelle à l'Université !), est bien adaptée à ce genre d'action.

2. En second lieu, la régionale doit permettre une liaison efficace avec les autres associations de spécialistes qui travaillent dans le même esprit. En particulier, l'A.F.E.F., l'Union des Physiciens ...

3. En troisième lieu, la régionale se doit de susciter et d'entretenir chez les enseignants une réflexion permanente sur les contenus d'enseignements et les méthodes pédagogiques. Cette réflexion n'a pas à se substituer à la formation initiale et permanente des maîtres, qui est du ressort de l'Institution Educative (l'Education Nationale). Il importe que le travail de la régionale soit libre de toute entrave administrative, ainsi que des contraintes liées aux programmes. C'est à cette condition que l'A.P.M.E.P. peut organiser son action pour l'évolution du système éducatif, tout en restant critique vis-à-vis des réalisations de l'administration de l'Education Nationale.

4. Enfin, la régionale doit être un des lieux d'acquisition d'un supplément de "culture" pour chacun de ceux qui la constituent. C'est ainsi que se justifient les réunions entre enseignants des mathématiques, la publication d'un Bulletin, la publication de monographies, de comptes rendus d'expériences pédagogiques, etc...

SITUATION ACTUELLE DE LA REGIONALE

1. Si l'activité spécifique de la Régionale de Lille a été assez réduite ces dernières années, les rencontres d'enseignants de mathématiques ont pu cependant avoir lieu grâce à l'I.R.E.M. Des

habitudes de discussions sur les contenus et le pédagogie des mathématiques ont pu être établies ; mais l'action de l'I.R.E.M. est par la force des choses temporaire et elle ne touche pas tous les enseignants de mathématiques (auxiliaires, jeunes ...). Elle a de plus été limitée, dans le cadre institutionnel qui est le sien, à la mise à jour des savoirs et des méthodes ainsi qu'à la recherche en pédagogie appliquée.

2. Il apparaît important que soit relancée l'activité de la régionale, en utilisant les habitudes de collaboration qui ont été acquises dans le travail de l'I.R.E.M. En particulier, il faut développer l'accueil, au sein de la régionale, des enseignants encore peu représentés au sein de l'A.P.M.E.P. ; en particulier les P.E.G.C., les P.E.G.C.E.T., les formateurs d'adultes ...

3. Dans le passé les actions de la régionale ont été centralisées sur Lille et Arras. Si l'on veut toucher le maximum d'enseignants en mathématiques, il faut que les actions soient très décentralisées. Ceci incite à penser une structure de fonctionnement où l'accent soit mis sur les sections locales, et où la régionale soit surtout coordinatrice de ces sections locales.

TACHES PRIORITAIRES A REALISER DURANT L'ANNEE 1977

1. Le Comité élu le 8 décembre aura tout d'abord à repenser l'organisation de la régionale : révision éventuelle des statuts ; coordination avec la section nationale et les différentes commissions nationales ; relations avec les sections syndicales de l'Académie ; avec le rectorat et l'IREM ; mise en place de "correspondants d'établissements".

2. Il aura pour tâche également de susciter la création de groupes locaux, susceptibles de tenir des réunions, de se faire l'écho des commissions nationales, des congrès, des positions prises dans les diverses instances statutaires, d'organiser des discussions sur les positions que l'APMEP sera amenée à prendre (en particulier préparation de la Charte 77 de l'APMEP).

3. Création éventuelle d'un Bulletin de liaison de la régionale.

4. Le Comité devra bien entendu assurer toutes les tâches naturellement dévolues à cette instance, et dont les grandes lignes ont été rappelées précédemment. Rappelons que le poids de l'APMEP est lié à la fois à l'originalité de ses positions et à la force

numérique qu'elle représente : c'est dire que le Comité aura également à oeuvrer dans le sens du développement "numérique" de l'association.

La discussion de la résolution porte plus particulièrement sur la constitution de sections locales et la responsabilité des "correspondants locaux". Il apparaît dans la discussion que la régionale devrait avoir une action aussi décentralisée que possible, en particulier pour pouvoir toucher massivement le secteur de la côte, de l'Avesnois ... L'animation des groupes locaux serait du ressort des "correspondants locaux" qui, avec l'aide du Comité, pourraient organiser des réunions et représenter l'APMEP sur le plan local (relation avec la presse, liaison inter-établissements, etc...).

Après discussion, la liste des candidats au Comité, volontaires pour travailler dans cette perspective, est arrêtée et l'élection de 12 membres (le renouvellement du Comité se fait annuellement par moitié, mais l'élection de 1976 n'a pu avoir lieu) peut se dérouler.

La fin de la réunion est consacrée à un échange sur les projets de programmes qui seront soumis au CEGT du 14 décembre. Il apparaît qu'un gros effort d'information et de réflexion doit être suscité au sein même des établissements, portant non seulement sur les problèmes d'horaires et de programmes, mais également sur le rôle de l'enseignement des mathématiques dans le premier et le second cycles plus particulièrement, sur la nature du savoir qui y est transmis et les implications sociales, scientifiques et épistémologiques qui sont liées à ces contenus et à leur mode de transmission.

Une bonne partie du temps imparti à cette discussion est consacrée à une communication sur la façon dont les programmes ont été élaborés ; ainsi apparaissent clairement certains enjeux de l'enseignement mathématique. L'Assemblée Générale demande de mettre à l'ordre du jour de la prochaine réunion du Comité le démarrage d'une réflexion sur ces sujets au niveau des groupes locaux et d'établissement.

La séance est levée à 18 heures.

A la suite de l'Assemblée Générale Statutaire qui s'est réunie à Lille le 8 décembre 1976 dans les locaux du CRDP, la constitution définitive du Comité de la Régionale de l'Académie de Lille de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP) a été arrêtée lors de la réunion du Comité du 12 janvier :

Président : André MAS, professeur au Lycée Faidherbe, Lille ;

Secrétaire : Jean MERCIER, professeur à l'Ecole Normale de Garçons de Douai ;

Trésorier : André BERTELOOT, professeur au Lycée de Filles d'Arras ;

Autres membres du Comité :

Francis BRASSART, professeur au Lycée de Filles d'Arras ;

Alfréda HINNEMAN, professeur de C.E.S., Lille ;

Mme LECHEVALIER, professeur au Lycée de Filles de Douai ;

Cécile LEKIEFFRE, professeur au C.E.S. de Pont à Marcq ;

Yves MARTIN, professeur au Lycée de Flandres de Hazebrouck ;

J.-Claude MOURONVALLE, principal du C.E.S. J. Deconninck, St Pol/Mer ;

Daniel POISSON, enseignant au C.U.E.E.P., Lille 1 ;

F. SAMIER, inspecteur d'Académie, directeur du C.R.D.P. ;

Jeanne VAN ISEGHEN, assistante à l'UER de Math, Lille 1.

Une brochure A.P.M.E.P. sur le calcul des probabilités et son enseignement :

HASARDONS-NOUS ...

220 pages. Prix : 25 F (port compris : 29 F).

Cette brochure est un ouvrage collectif.

S'adressant aux membres de l'A.P.M.E.P., elle se propose d'apporter un outil de réflexion et une aide pour l'enseignement des probabilités, de l'école élémentaire où de nombreuses expériences ont été poursuivies, à l'Université où il faut former de nombreux utilisateurs.

Elle doit donc intéresser à la fois les maîtres du premier degré qui y trouveront des relations d'expériences qui peuvent d'ailleurs être entreprises tout au long du premier cycle, les maîtres du second degré qui pourront approfondir leur réflexion dans une perspective différente de celle des manuels, les universitaires responsables d'un enseignement de probabilités et de statistiques, en particulier à des non-mathématiciens, les candidats aux concours de recrutement, C.A.P.E.S. et Agrégation.

6.7.2. Régionale de Reims

Cette régionale dont l'activité était en veilleuse depuis quelques années fonctionne à nouveau.

Elle a organisé une journée régionale le 9 mars 1977.

Au programme : conférence de NIMIER : "Mathématique et affectivité"

Exposé de TURCO : "L'expérience OPC, Géométrie en quatrième et troisième".

Débat animé par CREPIN : "Mathématique dans l'enseignement élémentaire, nouveaux programmes".

Cette journée s'est terminée par l'Assemblée générale de l'Association à l'issue de laquelle fut élu le nouveau comité. Celui-ci procéda immédiatement à l'élection de son bureau :

Président : PILLET ; Vice-Président : DAVID ; Trésorier : FONTUGNE ; Secrétaire : Mme GARNIER ; Secrétaire adjoint : Mlle VOISARD.

Projets : Le bureau souhaite que le travail de réflexion entrepris au niveau national pour la rédaction d'une nouvelle charte de l'Association reflète l'opinion de la majorité des adhérents. C'est pourquoi il invite les adhérents de la régionale à participer activement à ce travail dans leurs établissements, dans leur département, ou au niveau académique. Voici quelques directions de travail possibles :

- Critiques et suggestions concernant le projet de charte
- Travail au sein des commissions :
 - Élémentaire (Mme Béguin - Mme Garnier)
 - Premier cycle (Pillet - Turco)
 - Second Cycle (Melet)
 - Technique (Haubry)
 - Informatique (Jurion)
 - Formation des maîtres (Daniel)

Pour tous renseignements, contacter :

PILLET Michel
4 avenue de l'Europe
51100 REIMS (Tél. 07.08.80)
ou les responsables départementaux