

4

INTERDISCIPLINARITE

Technique matricielle en analyse de fabrication*

par Serge POIRIER, Professeur de Mathématique, ENNA -
Villeurbanne

Dans le domaine de la fabrication mécanique, en analyse de fabrication (ou analyse d'usinage), on utilise une technique dite "matricielle" pour la détermination du processus de fabrication (ou processus d'usinage), lequel permet ensuite de choisir une gamme d'usinage.

Il ne s'agit pas d'exposer ici ce qu'est l'analyse de fabrication proprement dite, mais, à son sujet, de faire part de remarques ou poser des questions se rattachant à la technique matricielle qu'elle utilise.

Afin d'illustrer au mieux notre propos, nous exploiterons deux exemples, partiellement traités d'ailleurs avec une section de professeurs stagiaires de mécanique générale à l'ENNA de Villeurbanne. Notre étude n'étant absolument pas synthétique, nous mêlerons, au gré de la fantaisie, les remarques d'ordre méthodologique ou fondamental, les illustrations pouvant éclairer le texte, les traitements des exemples aux différents niveaux accessibles au fur et à mesure que la réflexion progressera.

Exemple 1 :

Fabrication d'une chape de pompe hydraulique manuelle dans le cadre d'une petite série de quinze pièces.

Dessin de définition joint (Annexe 1).

* Document de l'IREM de Lyon.

Exemple 2 :

La nature de la pièce à réaliser n'est pas précisée ; seul est fourni un diagramme sagittal (Annexe 2).

La première tâche du technicien consiste à lire le dessin de définition de la pièce et à dresser le répertoire des surfaces à usiner (référentiel E_1).

Dans un deuxième temps, compte tenu de la cotation fonctionnelle (ainsi appelée parce qu'elle est conçue en tenant compte de la fonction que doit remplir l'objet à fabriquer), compte tenu également des machines et des outils dont il dispose, obéissant à des impératifs proprement technologiques, le technicien décèle sur le dessin les antériorités jugées nécessaires dans l'usinage de telle et telle surfaces et les affiche dans une première matrice M_1 .

Ainsi il envisage une première relation R_1 dans E_1 définie par :

$\forall (x,y) \in E_1 \times E_1 / x R_1 y \Rightarrow$ "x ne peut être réalisé qu'après y"
autrement dit, $x R_1 y$ signifie :

"pour réaliser x, il faut avoir réalisé y"

ou encore, selon la terminologie usuelle en analyse de fabrication :
"x a pour antériorité y".

Cela étant, quelles que soient les espérances du technicien, rien ne prouve que cette première relation R_1 de matrice M_1 rende compte de façon *complète* (1) et *cohérente* (2) de l'ordre chronologique dans l'ensemble des tâches à effectuer. Il faut donc s'assurer que R_1 est bien une relation d'ordre \star ; éventuellement il y aura lieu de modifier son graphe de façon à transformer R_1 en relation d'ordre R . (3).

★ Remarque

On a conservé cette appellation "ordre" ; en fait il faudrait dire "ordre strict" puisque la relation envisagée est, à l'évidence, antiréflexive. Le purisme aidant, l'"ordre strict" ne tient pas ! Aussi bien, s'il s'agissait d'ordre total, devrions-nous dire "la relation \bar{R}_1 , contraire de R_1 , doit être d'ordre". Mais cela serait faux dans le cas d'un ordre partiel ; or c'est précisément d'ordre partiel dont on parle. En conséquence... nous conserverons l'appellation "ordre" (au sens strict !).

Exemple 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
8	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0

Dorénavant, sauf cas d'espèce, les zéros seront notés par des points.

Exemple 2

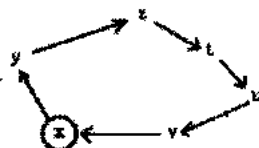
	1E	1F/	1F	3F	4F	5E	5F
1E	1	.	.
1F/	1	.	.	1	1	.	.
1F	.	1	.	1	1	.	.
3F	.	1
4F	1	.
5E	.	1	.	1	.	.	.
5F	.	.	1	1	1	1	.

Précisons que

- (1) signifie transitivité de R,
- (2) signifie aucun chemin fermé en p flèches successives (sur le diagramme sagittal complété par (1)).
- (3) consiste en ce qui est appelé la fermeture transitive d'un graphe. En outre (3) permettra de déceler les chemins fermés (cycles) éventuels, ce qui s'interprétera aussitôt en termes d'erreur d'analyse dite "incompatibilité ou impossibilité de pième espèce".

Ainsi le traitement de la matrice M_1 de R_1 selon (3) doit permettre d'atteindre un double objectif :

- (31) déceler l'existence éventuelle de cycles en p flèches successives — impossibilité de pième espèce de réaliser la pièce.



“x ne peut être réalisé qu'après.... x” IMPOSSIBLE !

- (32) les impossibilités étant dénoncées et les “vices” correspondants corrigés, étendre la relation initiale à la relation R dont le graphe comporte le moins possible de couples (autre ceux du graphe de R_1), R devant être transitive.

Remarques :

- (31) permet de savoir s'il y a antisymétrie de

$$\underbrace{R \circ R \circ R \circ R \circ \dots \circ R \circ R}_p \text{ basée sur l'antiréflexivité de}$$

$$\underbrace{R \circ R \circ R \circ R \circ \dots \circ R \circ R \circ R}_{p+1}$$

C'est en fait la recherche de l'antiréflexivité à tous les degrés.

- (32) rejoint le problème classique qui consiste à rajouter le minimum de flèches à un schéma sagittal pour obtenir le schéma d'une relation transitive.

Ce traitement de la matrice M_1 de la relation R_1 consiste en l'établissement de la suite des matrices M_1^p , $1 \leq p \leq n$, ($n = \text{card } E_1$). On utilisera la multiplication matricielle dite booléenne (où $1 + 1 = 1$) puisqu'il s'agit de rechercher l'existence de chemins en p flèches successives et non par leur nombre. On notera \oplus l'addition booléenne des matrices et $M_1^{(p)}$ la matrice d'existence des chemins en p flèches successives de x à y .

[Voir l'article de M. Motte “Initiation aux vectoriels en classe de seconde”, Bulletin n° 290, septembre 1973, pages 509 à 511. M. Motte justifie l'usage de la multiplication matricielle pour dénombrer les chemins en p flèches successives ; ici, on se contente de mettre en évidence l'existence de tels chemins.]

Au cours de ce travail, dès qu'il apparaît un 1 sur la diagonale, cela signifie que la première relation envisagée R, cache un "vice" ; il appartient au technicien de le corriger en revenant à la première phase de l'analyse. Se fondant sur des arguments technologiques, il pourra "briser" le cycle en supprimant l'une des flèches ou, éventuellement, en modifiant le référentiel.

Exemple 1

$M_1^{(1)}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1
2
3
4	1	1
5	.	1	1
6	.	.	.	1
7	1	1	.	1
8	1	.	.	.	1
9	1
10	1
11	.	1	1	.	1	1
12	1

$M_1^{(2)}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1
2
3
4	1
5	1	1
6	.	1	1
7	1	1	.	1
8	1	.	.	.	1
9	1
10	1
11	1	1	.	1	1
12	1

$M_1^{(3)}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1
2
3
4
5	1
6	1	1
7	1	1
8	.	1	1
9	.	1	1
10	.	.	1	1
11	1	1	1	1
12	.	1	1

$M_1^{(4)}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1
2
3
4
5
6	1
7	1
8	1	1
9	.	1
10	1	1
11	1	1	1
12	1	1

$M_1^{(5)}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1
2
3
4
5
6
7
8	1
9
10	1
11	1	1
12	1

$M_1^{(6)}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11	1
12

$$M_1^{(1)} = M_1^{(2)} = \dots = M_1^{(12)} = 0$$

Dans l'exemple 1, l'objectif (31) est atteint : l'antiréflexivité à tous les degrés est vérifiée. Pour atteindre l'objectif (32) il suffit d'effectuer l'addition (booléenne) des matrices de la suite :

$$M = \left(\sum_{p=1}^{p=n} (M_1)^{\odot p} \right) \quad (a)$$

On obtient ainsi la matrice de la relation R cherchée, transitive, antisymétrique et antiréflexive. On reconnaît là l'ordre "strict" qui traduit bien la réalité de la fabrication de la pièce.

Remarque

Dans l'exemple 1 la matrice M_1 présente une diagonale nulle et le demi-carré au-dessus de cette diagonale est couvert de zéros ; la multiplication matricielle s'effectuant selon la formule

$$[a_{mn}] \cdot [b_{np}] = \left[\sum_k a_{mk} \cdot b_{kp} \right]$$

dans ces conditions on est assuré a priori de l'antiréflexivité à tous les degrés. Il est possible alors de réduire le nombre de multiplications matricielles en utilisant la formule :

$$(I \oplus M_1)^{\odot n} = \left(\sum_{p=1}^{p=n} (M_1)^{\odot p} \right) \oplus I$$

la matrice cherchée est

$$M = (I \oplus M_1)^{\odot n} - I$$

1	1	1
1 1	1 1	1 1
1 1 1	1 1 1	1 1 1
1 1 1 1 . . .	1 1 1 1 . . .	1 1 1 1 . . .
. . . 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 . . .
. 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 . . .
1 1 1 1 1 . . .	1 1 1 1 1 . . .	1 1 1 1 1 . . .
1 1 . . . 1 1 . . .	1 1 . . . 1 1 . . .	1 1 . . . 1 1 . . .
. . . 1 1 . . . 1 1 1 . . . 1 1 1 . . . 1 . . .
. 1 1 . . . 1 1 1 . . . 1 1 1 . . . 1 . . .
. . . 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 . . .
. 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 . . .
1 1 1 1 1 1 . . .	1 1 1 1 1 1 . . .	1 1 1 1 1 1 . . .
1 1 . . . 1 1 1 . . .	1 1 . . . 1 1 1 . . .	1 1 . . . 1 1 1 . . .
. . . 1 1 1 . . . 1 1 1 1 . . . 1 1 1 1 . . . 1 . . .
. 1 1 1 . . . 1 1 1 1 . . . 1 1 1 1 . . . 1 . . .
. . . 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 . . .
. 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 . . .

$$(I + M_1)^{\odot 1}$$

$$(I + M_1)^{\odot 2}$$

$$(I + M_1)^{\odot 3}$$

$$\dots (I + M_1)^{\odot n}$$

Pour cet exemple 1, le résultat obtenu (M) est relativement simple ; cela est dû au fait que le technicien, lorsqu'il a établi le numérotage des surfaces à usiner, a pressenti empiriquement un certain ordre chronologique dans la réalisation des tâches. Cette simplicité n'apparaîtrait plus dans le cas d'un numérotage arbitraire donné avec le dessin. (Voir Exemple 1 bis, annexe 3). (A traiter pour vérification....)

Exemple 2

Ici la matrice M_1 ^② présente deux 1 sur sa diagonale ; c'est la preuve de l'existence de cycles en deux flèches successives.

Remarque 1

La non antiréflexivité de $R_1 \circ R_1$ est la preuve de la non antisymétrie de R_1 , propriété qui apparaît d'emblée, et sur le diagramme sagittal, et sur la matrice M_1 .

Remarque 2

Dans le cas simple (et pratiquement le plus fréquent) où la matrice M_1 ^② présente p "1" sur sa diagonale, on connaît immédiatement les p sommets engendrant les p cycles décelés.

Dans cette situation, le technicien prend la décision suivante :

$$1F/ \rightleftarrows 3F \quad \text{devient} \quad 1F/ \longleftarrow 3F$$

Ce faisant, la relation R_1 dans E_1 est transformée en la relation R_2 dans E_2 (ici $E_2 = E_1$) dont la matrice est M_2 :

	1E	1F/	1F	3F	4F	5E	5F
1E	1	.	.
1F/	1	.	.	.	1	.	.
1F	.	1	.	1	1	.	.
3F	.	.	1
4F	1	.
5E	.	1	.	1	.	.	.
5F	.	.	1	1	1	1	.

On reprend le traitement de M_2 comme on l'a fait précédemment pour M_1 .

Le processus devra être repris à chaque fois qu'un cycle apparaîtra. Au bout du compte la relation R_1 dans E_1 (matrice M_1) devient R_k dans E_k (matrice M_k).

Pour cette dernière relation, plus aucun cycle n'apparaissant, l'objectif (31) est atteint ; pour atteindre (32), idem exemple 1. (Cf. ci-dessus (a)).

	1E	1F/	1F	3F	4F	5E	5F
1E	1	.	.
1F/	1	.	.	.	1	.	.
1F	.	1	.	1	1	.	.
3F	.	1
4F	1	.
5E	.	1	.	1	.	.	.
5F	.	.	1	1	1	1	.

M_2

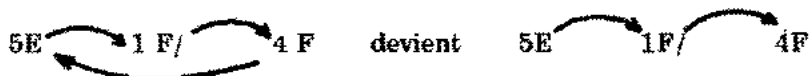
	1E	1F/	1F	3F	4F	5E	5F
1E	1	.
1F/	1	1	.
1F	1	1	.	.	1	1	.
3F	1	.	.	.	1	.	.
4F	.	1	.	1	.	.	.
5E	1	1	.	.	1	.	.
5F	.	1	.	1	1	1	.

$(M_2)^{(1)}$

	1E	1F/	1F	3F	4F	5E	5F
1E	.	1	.	1	.	.	.
1F/	.	1	.	1	.	1	.
1F	1	.	.	1	1	1	.
3F	1	.
4F	1	1	.	.	1	.	.
5E	1	1	.
5F	1	1	.	1	1	1	.

$(M_2)^{(2)}$

Ici, la matrice $M_2^{(3)}$ présente trois "1" sur sa diagonale ; compte tenu de la remarque 2 précédente, le technicien connaît le cycle et décide :



Ce faisant, la relation R_2 dans E_2 est transformée en la relation R_3 dans E_3 (ici $E_3 = E_1$) dont la matrice est M_3 ; M_2 est traitée à son tour :

$$M_1 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1E & 1F/ & 1F & 3F & 4F & 5E & 5F \\ 1E & . & . & . & 1 & . & . \\ 1F/ & 1 & . & . & 1 & . & . \\ 1F & . & 1 & . & 1 & . & . \\ 3F & . & 1 & . & . & . & . \\ 4F & . & . & . & . & . & . \\ 5E & . & 1 & . & 1 & . & . \\ 5F & . & . & 1 & 1 & 1 & . \end{array} \end{array}$$

$$(M_1)^{\textcircled{1}} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1E & 1F/ & 1F & 3F & 4F & 5E & 5F \\ 1E & . & . & . & . & . & . \\ 1F/ & . & . & . & 1 & . & . \\ 1F & 1 & 1 & . & 1 & . & . \\ 3F & 1 & . & . & 1 & . & . \\ 4F & . & . & . & . & . & . \\ 5E & 1 & 1 & . & 1 & . & . \\ 5F & . & 1 & . & 1 & 1 & . \end{array} \end{array}$$

$$(M_1)^{\textcircled{2}} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1E & 1F/ & 1F & 3F & 4F & 5E & 5F \\ 1E & . & . & . & . & . & . \\ 1F/ & 1 & . & . & 1 & . & . \\ 1F & . & . & . & 1 & . & . \\ 3F & . & . & . & 1 & . & . \\ 4F & . & . & . & . & . & . \\ 5E & 1 & . & . & 1 & . & . \\ 5F & 1 & 1 & . & 1 & . & . \end{array} \end{array}$$

$$(M_1)^{\textcircled{3}} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1E & 1F/ & 1F & 3F & 4F & 5E & 5F \\ 1E & . & . & . & . & . & . \\ 1F/ & . & . & . & . & . & . \\ 1F & . & . & . & 1 & . & . \\ 3F & . & . & . & . & . & . \\ 4F & . & . & . & . & . & . \\ 5E & . & . & . & 1 & . & . \\ 5F & 1 & . & . & 1 & . & . \end{array} \end{array}$$

$$(M_1)^{\textcircled{4}} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1E & 1F/ & 1F & 3F & 4F & 5E & 5F \\ 1E & . & . & . & . & . & . \\ 1F/ & . & . & . & . & . & . \\ 1F & . & . & . & . & . & . \\ 3F & . & . & . & . & . & . \\ 4F & . & . & . & . & . & . \\ 5E & . & . & . & . & . & . \\ 5F & . & . & . & 1 & . & . \end{array} \end{array}$$

et $(M_3)^{\textcircled{6}} = (M_3)^{\textcircled{7}} = 0$

L'antiréflexivité à tous les degrés est acquise pour R_3 . Il reste à construire la matrice M de R :

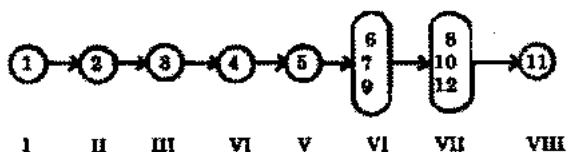
(b) $M = \sum_{p=1}^{p=6} (M_1)^{\textcircled{p}}$

$$M = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1E & 1F/ & 1F & 3F & 4F & 5E & 5F \\ 1E & . & . & . & 1 & . & . \\ 1F/ & 1 & . & . & 1 & . & . \\ 1F & 1 & 1 & . & 1 & . & . \\ 3F & 1 & 1 & . & 1 & . & . \\ 4F & . & . & . & . & . & . \\ 5E & 1 & 1 & . & 1 & 1 & . \\ 5F & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & . \end{array} \end{array}$$

A ce stade, aussi bien dans l'exemple 1 que dans l'exemple 2, le technicien dispose d'un outil matriciel (M) qui lui permet de passer à la phase suivante de l'analyse de fabrication qui est de déterminer le processus d'usinage c'est-à-dire d'établir la liste des niveaux d'antériorités dans l'ordre croissant. Pour ce faire, il suffit de sommer en ligne :

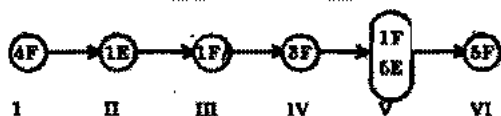
Exemple 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		niveaux
1	0	I
2	1	1	II
3	1	1	2	III
4	1	1	1	3	IV
5	1	1	1	1	4	V
6	1	1	1	1	1	5	VI
7	1	1	1	1	1	5	VI
8	1	1	1	1	1	1	6	VII
9	1	1	1	1	1	1	5	VI
10	1	1	1	1	1	1	6	VII
11	1	1	1	1	1	1	1	1	8	VIII
12	1	1	1	1	1	1	6	VII



Exemple 2

	1E	1F/	1F	3F	4F	5E	5F		niveaux
1E	1	.	.	1	II
1F/	1	.	.	.	1	.	.	2	III
1F	1	1	.	1	1	.	.	4	V
3F	1	1	.	.	1	.	.	3	IV
4F	0	I
5E	1	1	.	1	1	.	.	4	V
5F	1	1	1	1	1	1	.	6	VI



Le processus d'usinage obtenu après sommations en lignes n'est pas tout à fait complet. En effet, dans l'état où il est, il ne permet pas au technicien de choisir valablement une gamme d'usinage c'est-à-dire un chemin passant par tous les éléments de E sans omission ni répétition, (et respectant l'ordre chronologique).

Par ailleurs, le schéma sagittal de la relation R est très chargé du fait, notamment de la présence des "flèches de transitivité". Il est difficile d'y "voir clair" dans un tel fouillis !

Question : Ne pourrait-on pas trouver un moyen de dégager l'"ossature" ou la "mature" (l'arbre hiérarchique ?) de ce diagramme ?

Réponse proposée : Supprimer les flèches de transitivité.

Pour ce faire, calculons la matrice $\mathcal{M} = M \ominus (M)^{\textcircled{2}}$:

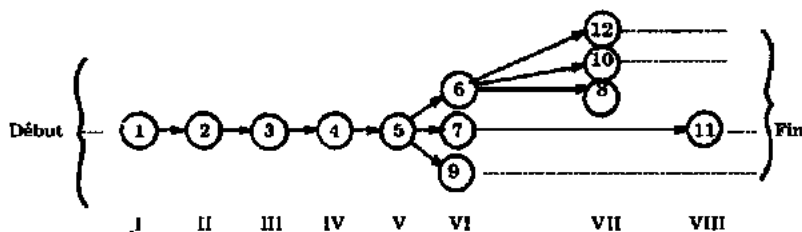
Exemple 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1
2	1
3	.	1
4	.	.	1
5	.	.	.	1
6	1
7	1
8	1
9	1
10	1	.	.	.
11	1	1	.
12	1

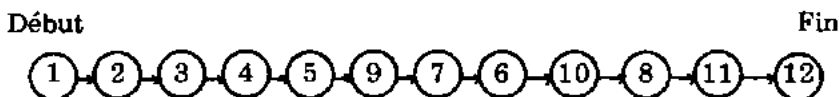
$M \ominus (M)^{\textcircled{2}}$ est la matrice associée à $G_R - G_{R \circ R}$ ($= G_R \cap \overline{G_{R \circ R}}$). L'opération s'effectue en superposant les matrices M et $M^{\textcircled{2}}$: par transparence, on voit apparaître dans chaque case l'un des couples (0 ; 0), (0 ; 1), (1 ; 0), (1 ; 1). Seul le dernier cas fait l'objet d'une intervention portant sur M : on soustrait 1 au nombre 1 contenu dans toute case de M où cette situation est réalisée.

En respectant ce mode opératoire, M est transformée en \mathcal{M} .

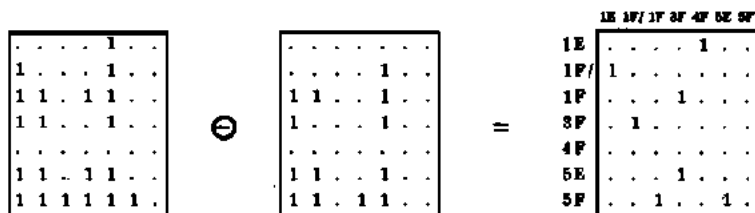
C'est la matrice d'une relation antiréflexive antisymétrique antitransitive dont le graphe représenté ci-dessous simplifié dans le sens souhaité le diagramme sagittal de R. En réalité, c'est du graphe de la relation réciproque dont on a besoin pour le processus d'usinage ; et c'est ce dernier qui est représenté. (c)



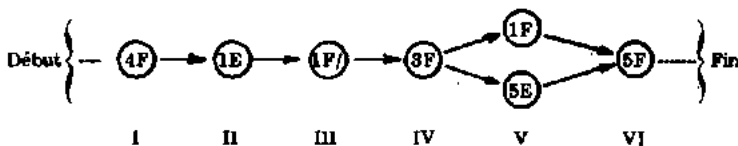
A ce stade on est en mesure de construire toutes les gammes d'usinage possibles parmi lesquelles le technicien, en connaissance de cause technologique, choisira celle qui lui convient le mieux. Par exemple :



Exemple 2 : Détermination de la matrice $M \ominus M \textcircled{2} = \mathcal{M}$



C'est la matrice de la relation dont la réciproque a pour diagramme sagittal le processus d'usinage cherché :



Remarque :

Dans cet exemple, il n'y a que deux gammes possibles pour l'usinage des surfaces répertoriées.

Observations

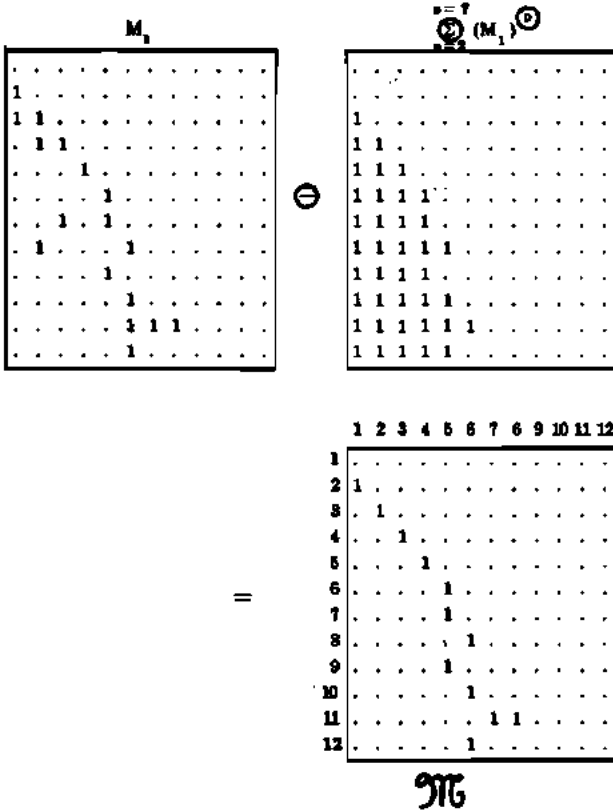
1) Il est assez crispant de rechercher l'antitransitivité après avoir obtenu (non sans peine !) la transitivité. On pourrait éventuellement se passer de la matrice M (cf. (a) ou (b)). En effet, à partir du

moment où l'on est certain de l'antiréflexivité à tous les degrés de la relation R_k de matrice M_k , on obtient immédiatement la propriété d'antitransitivité avec la relation de matrice

$$M_k \ominus \left(\bigoplus_{p=2}^{p=n} (M_k)^{\oplus p} \right) = \mathcal{M}$$

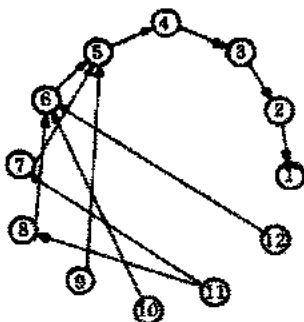
Le schéma sagittal de sa réciproque est le processus d'usinage.

Exemple 1



$M_1^{\oplus p} = 0$ pour $p > 8$

Diagramme de la relation antiréflexive, antisymétrique, anti-transitive de matrice \mathcal{M} :



Il reste à "désenchevêtrer" et à inverser le sens des flèches pour obtenir le processus d'usinage (c) (voir ci-dessus).

Exemple 2 :

On a vu précédemment que $R_k = R_d$ c'est-à-dire $M_k = M_d$;

en outre $(M_3)^{\odot 6} = 0$

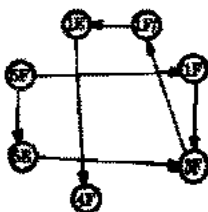
$$\text{Calculons } M_3 \ominus \sum_{p=2}^{p=5} (M_3)^{\odot p} = \mathcal{M}$$

(Rappel : $M_3^{\odot p} = 0$ pour $p \geq 6$)

<table style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">.</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">1</td></tr> </table>	.	.	.	1	.	.	1	.	.	1	.	.	.	1	.	1	1	1	1	.	1	1	1	\ominus	<table style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">.</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">.</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">.</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">.</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">.</td></tr> </table>	1	.	1	1	.	.	1	.	1	.	.	1	1	1	.	.	1	.	1	1	.	1	1	.	$=$	<table style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr> <td style="font-size: small; padding-right: 5px;">1E</td> <td style="text-align: center;">.</td> <td style="text-align: center;">.</td> <td style="text-align: center;">.</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">.</td> </tr> <tr> <td style="font-size: small; padding-right: 5px;">1F</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">.</td> <td style="text-align: center;">.</td> <td style="text-align: center;">.</td> <td style="text-align: center;">.</td> </tr> <tr> <td style="font-size: small; padding-right: 5px;">1P</td> <td style="text-align: center;">.</td> <td style="text-align: center;">.</td> <td style="text-align: center;">.</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">.</td> </tr> <tr> <td style="font-size: small; padding-right: 5px;">3F</td> <td style="text-align: center;">.</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">.</td> <td style="text-align: center;">.</td> <td style="text-align: center;">.</td> </tr> <tr> <td style="font-size: small; padding-right: 5px;">4F</td> <td style="text-align: center;">.</td> <td style="text-align: center;">.</td> <td style="text-align: center;">.</td> <td style="text-align: center;">.</td> <td style="text-align: center;">.</td> </tr> <tr> <td style="font-size: small; padding-right: 5px;">5E</td> <td style="text-align: center;">.</td> <td style="text-align: center;">.</td> <td style="text-align: center;">.</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">.</td> </tr> <tr> <td style="font-size: small; padding-right: 5px;">8F</td> <td style="text-align: center;">.</td> <td style="text-align: center;">.</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">.</td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> </table>	1E	.	.	.	1	.	1F	1	1P	.	.	.	1	.	3F	.	1	.	.	.	4F	5E	.	.	.	1	.	8F	.	.	1	.	1
.	.	.	1	.	.																																																																																																																													
1	.	.	1	.	.																																																																																																																													
.	1	.	1	1	.																																																																																																																													
.																																																																																																																													
.	1																																																																																																																													
.																																																																																																																													
.	1	.	1	1	1																																																																																																																													
.																																																																																																																													
.	.	.	.	1	.																																																																																																																													
1	1	.	.	1	.																																																																																																																													
1	.	.	1	.	.																																																																																																																													
.																																																																																																																													
1	1	.	.	1	.																																																																																																																													
1	1	.	1	1	.																																																																																																																													
1E	.	.	.	1	.																																																																																																																													
1F	1																																																																																																																													
1P	.	.	.	1	.																																																																																																																													
3F	.	1	.	.	.																																																																																																																													
4F																																																																																																																													
5E	.	.	.	1	.																																																																																																																													
8F	.	.	1	.	1																																																																																																																													

M_3 $\sum_{p=2}^{p=5} (M_3)^{\odot p}$ \mathcal{M}

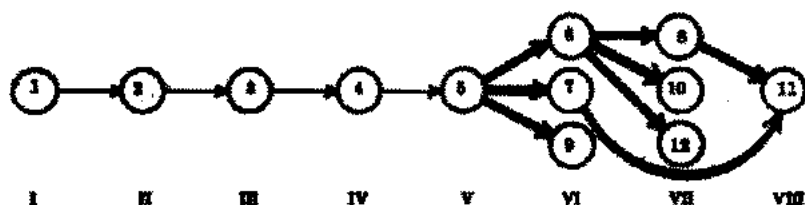
Diagramme sagittal de la relation antiréflexive, antisymétrique et antitransitive ; puis processus d'usinage :



Idem exemple 1, on "désenchevêtrer" puis on inverse le sens des flèches pour obtenir le processus d'usinage vu précédemment.

2) Le gain de travail ou de temps obtenu en se dispensant du calcul de M est assez illusoire. D'autant que le diagramme sagittal obtenu risque d'être notablement enchevêtré de sorte que le "fil d'Ariane" n'apparaît pas toujours de façon immédiate. Bien sûr, on peut avoir recours aux techniques proprement "graphiques" (voir "Applications pratiques des graphes à la recherche d'un optimum" par Yves MULLER chez Eyrolles, par exemple) mais elles sont relativement lourdes et sortent de notre sujet ... quoique, pratiquement, le technicien les mêle volontiers à la technique matricielle en analyse de fabrication. En ce qui nous concerne, pour en rester à la seule technique matricielle, nous conserverons les trois séquences :

- (S₁) recherche de l'antiréflexivité à tous les degrés ;
 - (S₂) recherche de la transitivité pour élaboration d'une première suite des différents niveaux ;
 - (S₃) recherche de l'antitransitivité pour compléter le résultat de (S₂) par l'introduction, en toute simplicité, des flèches manquantes entre les niveaux à surfaces multiples.
- Pour l'exemple 1 :



Eventuellement, pour le plaisir, séquence subsidiaire (S₄) : à partir du processus d'usinage construit à l'issue de (S₃), détermination de toutes les gammes possibles.

3) L'intérêt, nous semble-t-il, de s'attacher à la seule technique matricielle réside dans le fait qu'elle peut être prise en charge par l'ordinateur. A cet effet, nous pouvons dresser une ébauche d'organigramme : annexe 4.

Une étude a été menée sur IBM 1130 au Centre Pédagogique d'Informatique de Lyon par un collègue du Lycée Technique de Roanne, il y a deux ans environ ; il serait intéressant sans doute de connaître les résultats auxquels elle a abouti, notamment pour ce qui concerne la séquence (S₄) ?

Conclusions (provisoires)

Ce document n'a aucune prétention sinon, peut-être, de faire le point à propos d'une technique qui semble devoir faire autorité en analyse de fabrication ; le lecteur exigeant n'y trouvera certes pas son compte, tant mieux ! Ce sera pour lui l'occasion d'apporter corrections ou compléments qui permettront à tout un chacun de mieux cerner la question. A propos, une correction ne s'impose-t-elle pas déjà au sujet du mot "cycle" ? Ne vaut-il pas mieux le remplacer par le mot "circuit" ? Indépendamment des questions de langage, toute remarque fondamentale serait, évidemment, la bienvenue.

Additif

Exploitation de la matrice M de la relation R (transitive, antisymétrique et antiréflexive) pour élaboration d'un planning.

Exemple 1 bis (matrice M₁ en annexe 3).

Le calcul de M selon la technique vue précédemment pour l'exemple 1 donne :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	6
2	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	3
3	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	2
4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
5	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	6
6	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	5
7	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	5
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	5
10	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	4
11	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	4
12	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	6
	1	8	9	10	0	1	4	11	0	0	7	0	(51)

Sommation en ligne : la somme X des termes de la ligne de x est le nombre d'antériorités "supportées" pour la réalisation de x.

Sommation en colonne : la somme X' des termes de la colonne de x est le nombre d'antériorités "libérées" par la réalisation de x.

Premier processus : établi selon l'ordre croissant des antériorités "supportées" ; il indique pour toute surface le niveau auquel elle doit être réalisée AU PLUS TOT.

Deuxième processus : établi selon l'ordre décroissant des antériorités "libérées" ; il indique pour toute surface le niveau auquel elle doit être réalisée **AU PLUS TARD**.

De ces deux processus, on déduit immédiatement le **PLANNING** (ANNEXE 5).

Un tel planning ne constitue pas à proprement parler un processus d'usinage. Cependant, il représente un moyen aussi performant que le processus d'usinage pour établir toute gamme d'usinage possible. Par ailleurs, il est obtenu dès la fin de la séquence S_2 (Cf organigramme ; annexe 4). En ce sens, ne serait-il pas plus avantageux à utiliser que le processus d'usinage ?

Récréation mathématique

Une ville comporte 23 rues reliant 8 places.

Le maire de cette ville, conseiller général de surcroît, a réussi à limiter à 8 le nombre de voies à sens unique :

$(A \rightarrow B)$, $(A \rightarrow C)$, $(A \rightarrow D)$, $(B \rightarrow F)$, $(D \rightarrow E)$, $(D \rightarrow G)$, $(D \rightarrow H)$, $(E \rightarrow F)$.

En outre, fait peu banal, hors des places il n'y a aucun carrefour (mais 21 ponts).

Un arrêté municipal précise qu'on ne peut entrer dans la ville que par la place Abel. Il est possible d'en sortir par toute autre place périphérique sauf la place Dupin.

Un automobiliste se propose de traverser cette ville, au volant de sa voiture, en passant par toutes les places sans omission ni répétition ; tout naturellement, il entrera par l'entrée et sortira par l'une des quatre sorties possibles. Il s'impose de respecter les sens uniques et les interpréter, en outre, comme des sens chronologiques (pour quelque chemin que ce soit). Ainsi $A B D C F G E H$ n'est pas un chemin acceptable puisque le sens unique $E F$ n'est pas interprété en tant que sens chronologique.

Question 1

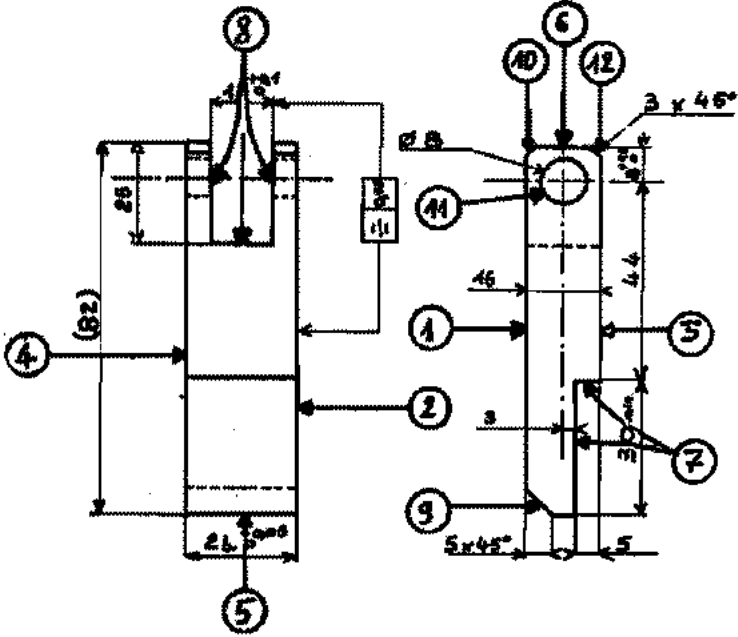
Quels sont les chemins que peut emprunter l'automobiliste ?

Question 2

Comparer le nombre de ces chemins au nombre de gammes d'usinage possibles dans l'exemple 1 (ou 1 bis) exposé dans le document relatif à la technique matricielle en analyse de fabrication !

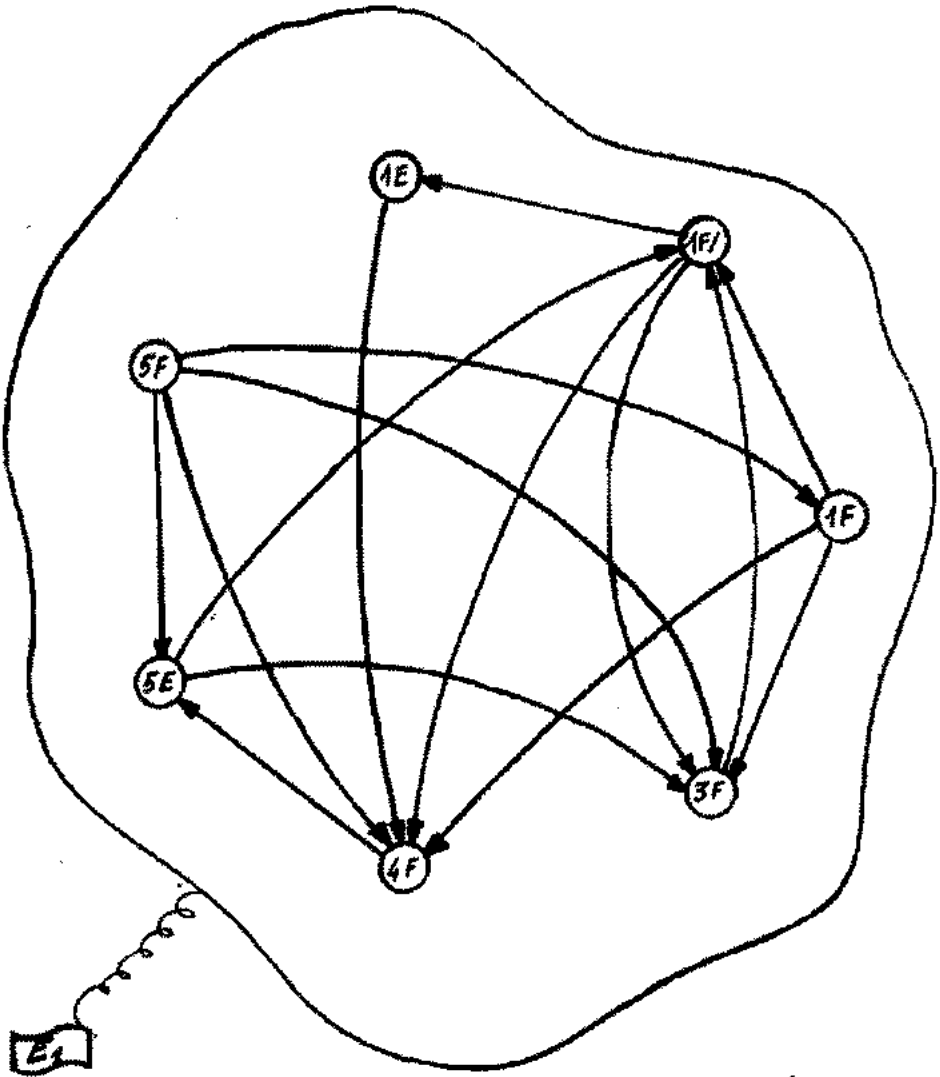
N.B. — Le plan de circulation de la ville est fourni en annexe 6.

CHAPE  Ech: 1



matériau C 42

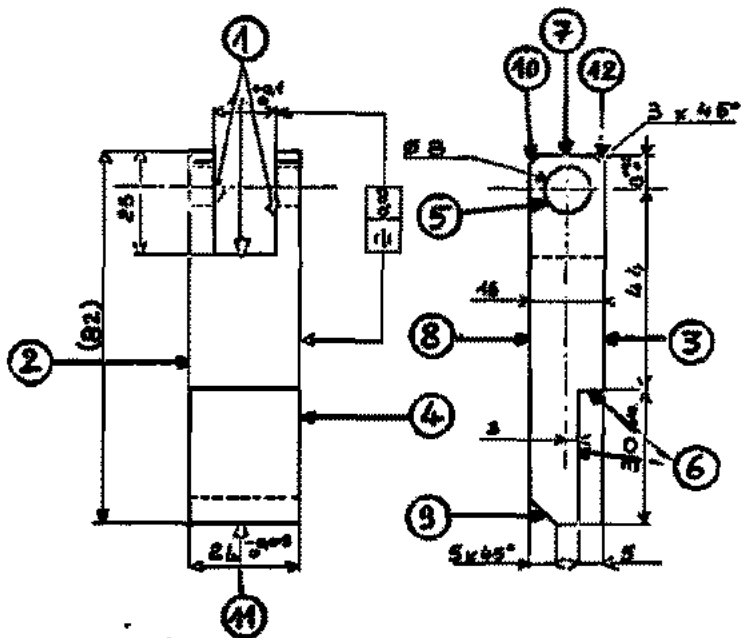
ETUDE 1		Tol. génér: Jjs 13
POMPE HYDRAULIQUE MANUELLE		



TECHNIQUE MATRICIELLE EN ANALYSE DE FABRICATION

ANNEXE 3

CHAPE ○ Ech: 1



matrice de R_1

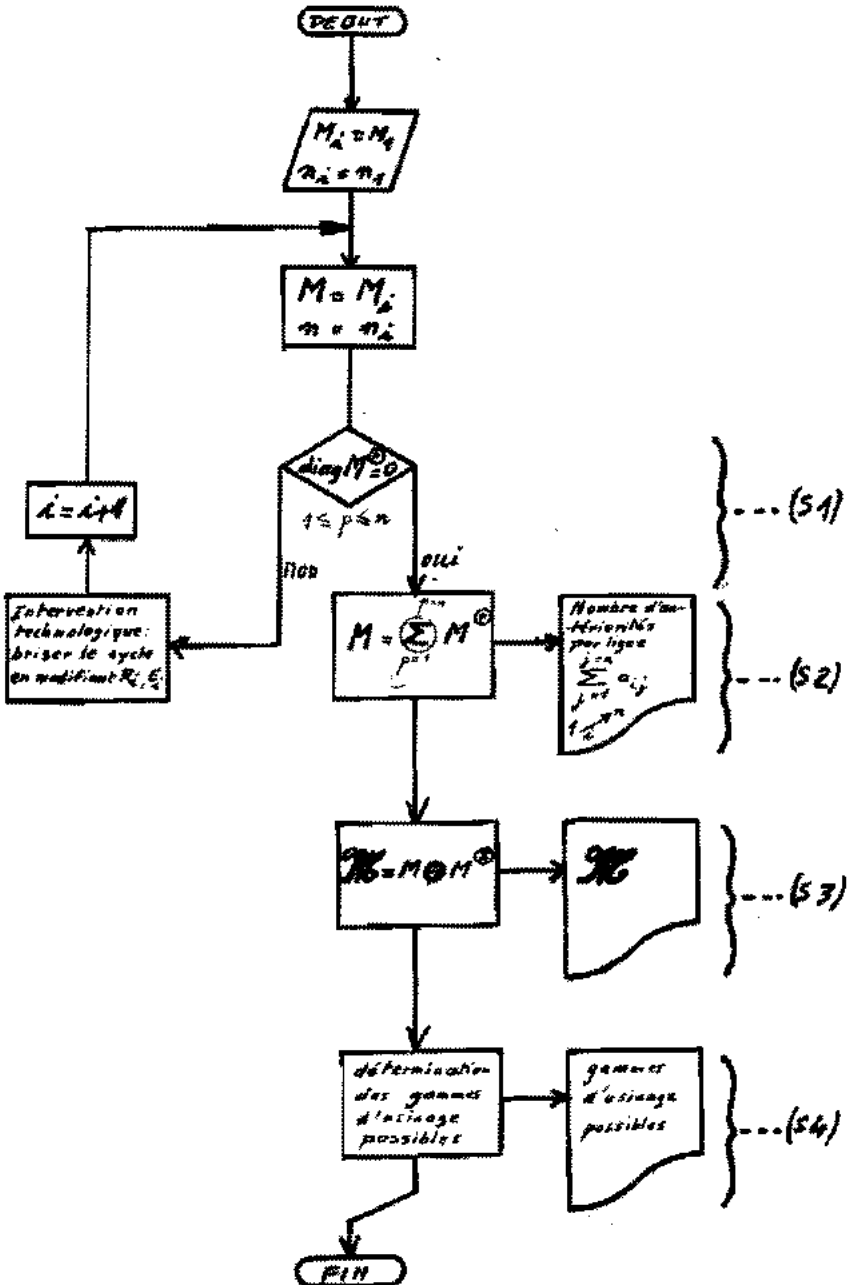
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12

matrice C 42



Tol. gén: Jjs 13

POMPE HYDRAULIQUE
MANUELLE

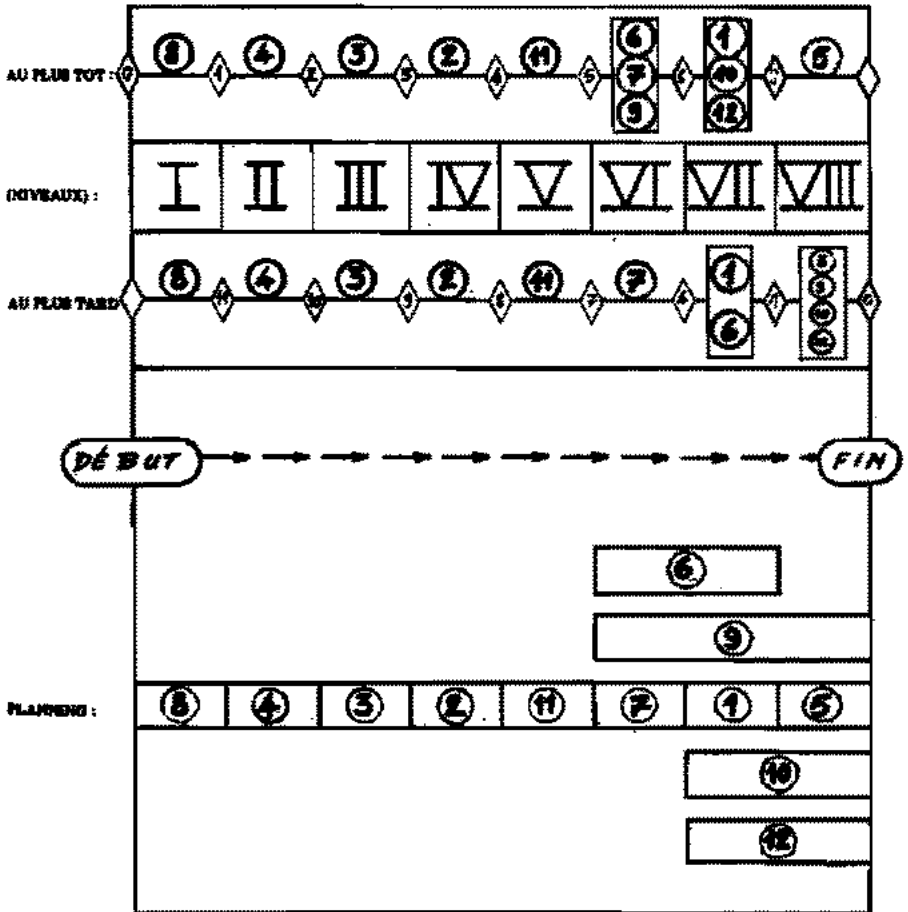


TECHNIQUE MATRICIELLE EN ANALYSE DE FABRICATION

ANNEXE 5

Programme AU PLUS TOT - Programme AU PLUS TARD - PLANNING

Exemple 1 bis (donnée de définition et matrice M_i en annexe 2)



ANNEXE 6

