La formule et le fait

*par C.P. BRUTER *, maître de conférences à l'Université de Bretagne Occidentale*

Nous nous proposons, dans ce texte, de redonner vigueur à quelques thèses classiques. Celles-ci paraissent tellement évidentes qu'elles échappent parfois à l'attention. Par cette négligence, le progrès de la connaissance peut venir à marquer le pas. Aussi, encouragésdans cette voie par quelques-uns de nos collègues biologistes, nous a-t-il paru opportun de rappeler ces thèses, en donnant la parole, le plus souvent possible, à nos grands anciens qui sont aussi nos guides.

Du fait vers la formule

Nous savons que la connaissance joue un rôle essentiel dans la survie et dans le développement de l'espèce. Et que la connaissance est en premier lieu le fruit de l'observation.

N'est pas bon observateur qui veut ; certains ont la vue courte, d'autres ont le regard perçant, c'est là un fait évident de nature auquel nul n'échappe. L'exercice de l'observation, la familiarité avec l'objet à étudier, l'intérêt qu'on lui porte, sont quelques-uns des facteurs qui permettent d'accroître la qualité de cette observation : les Esquimaux en arrivent à former plusieurs dizaines de mots pour caractériser les différents états de la neige ; la langue arabe possède plus de 400 termes pour décrire le chameau et exprimer les rapports du nomade avec cet animal familier.

Les artifices que nous devons à l'ingéniosité humaine peuvent nous permettre de suppléer à nos déficiences naturelles, voire de décupler nos facultés sensitives. L'étendue du savoir, l'agilité combinatoire de l'esprit conduisent à faire des rapprochements, à saisir les analogies, à procéder à des expériences qui justifient les intuitions ou mettent en évidence des propriétés nouvelles.

---

* Nous voudrions remercier le Professeur L. Baillaud (physiologie végétale) qui nous a incités à écrire ce texte. Nous remercions également vivement le Professeur A. Kastler qui a mis entre nos mains les quatre volumes pesants des traités britanniques ([15] [21]).

N.D.L.R. Cet article paraît également dans le *Bulletin du Groupe d'Etude des Rythmes Biologiques*, T.8, n° 6 (1975) 185-200 et dans la revue *Economies et Sociétés*, n° 2, 1977.

Les qualités de l'observateur sont donc fonction de faits de nature sur lesquels le sujet peut difficilement agir, et de faits de culture : ces qualités dépendent de la formation reçue, et de la volonté que l'observateur déploie à en développer les aspects positifs.

Après avoir rassemblé les faits qui lui paraissent présenter des propriétés de stabilité, soit dans leur état, soit dans leurs rapports de causalité, le savant tente d'exprimer les relations qu'il remarque entre phénomènes, non plus seulement par le verbe, mais aussi par le nombre. Il tente de quantifier ses observations, de les relier entre elles par des relations fonctionnelles. Il essaie de trouver des chaînes causales qui justifient les apparitions successives ou concomitantes de ces propriétés. Pendant cette phase de recherche, libre cours est laissé à l'imagination. "Les rêveurs scientifiques qui semblent perdus dans leurs spéculations sont à leur manière des hommes pratiques : l'application vient quelquefois de surcroît. La source tarirait promptement, si un esprit exclusivement utilitaire venait à dominer dans nos sociétés trop préoccupées de jouissances positives" [17]. L'esprit est en droit d'exprimer les pensées les plus hardies, les plus folles selon l'apparence. Les réponses incorrectes s'évanouiront dans les vapeurs de l'oubli, les solutions justes, au contraire, s'enracineront, et finiront petit à petit par s'imposer.

Au terme de cette période de rêve, la pensée *réduit*, résume en sentences et en formules l'essentiel de ses observations et de ses déductions. La réalité est donc *tronquée* au cours d'un processus qui comporte deux étapes principales : la première se situe au niveau de l'observation, la pensée ne retient que certains traits pertinents de l'objet en cours d'examen ; la seconde apparaît au niveau de l'expression de la pensée, qui peut se laisser aller à la facilité, en ne choisissant pas le terme exact, en écourtant son discours.

Dans certains cas simples, la réalité apparente peut être décrite au moyen du seul langage mathématique. Celui-ci, par son vocabulaire et par sa syntaxe, est d'apparence très pauvre ; mais il contient en lui des potentialités d'une richesse exceptionnelle [5]. Son déchiffrage, qui est l'oeuvre des mathématiciens, se révèle très difficile. Immense dans son étendue, ardu à apprendre, il décourage souvent les bonnes volontés du public qui s'en tient malgré lui à la connaissance de la signification de quelques symboles et de quelques termes. Il est souvent difficile d'exprimer l'idée vraie dans sa langue maternelle ; à plus forte raison dans ce langage ésotérique.

La formule contre le fait

"C'est la première liaison du concret et de l'abstrait qui a toujours été la difficulté la plus grande dans l'application des mathématiques à l'étude des réalités ; une fois cette liaison établie sur un point, le développement relativement aisé des théories abstraites fournit rapidement de nouveaux sujets d'études et de recherches, de nouvelles analogies".

A ces remarques d'Emile Borel [2], font écho aujourd'hui celles de Pierre Delattre [8] : "La rigueur que possède la mathématique, dans son propre domaine, ne se transmet pas automatiquement aux disciplines qui en font usage. La mathématique est en fait une syntaxe, qui ne garde sa valeur que lorsqu'elle est appliquée à une sémantique précise et cohérente. De là résulte la nécessité de procéder à une analyse conceptuelle très soignée avant toute mathématisation, si l'on veut éviter d'aboutir à des propositions illusoirement précises, voire à de véritables calembours logiques".

Voici un exemple classique [14] de calembour logique qui permet de "montrer que -1 est égal à $+1$:

$$(-1) = i^2 = ((-1)^{1/2})^2 = ((-1)^2)^{1/2} = 1^{1/2} = +1".$$

Même en mathématiques, le symbole est enrobé de signification. Il importe, au moment où l'on jette les bases du modèle, puis lorsqu'on en développe les propriétés, de bien être assuré, à chaque pas, de la pertinence sémantique des symboles, des expressions, de leurs enchaînements.

Il est probable que l'attention portée à ces questions linguistiques est insuffisante. On ne peut qu'être étonné en effet du nombre de modèles mathématiques proposés dans toutes les disciplines, et du peu d'usage qu'en retiennent les praticiens. Les modèles ne sont le plus souvent que des feux de paille éteints aussitôt qu'allumés. Mais ils permettent à leurs auteurs de faire mention de publications, ils entretiennent et développent l'art de construire les modèles, ils contribuent à la diffusion des concepts nouveaux à travers toutes les disciplines, et par là ils annoncent l'apparition future de modèles signifiants.

Nous ne devons pas protester trop fort contre le faible pouvoir opératoire des modèles existant à l'heure actuelle. Non seulement parce qu'on peut objecter "faites mieux puisque vous êtes si savant", mais davantage, parce que nous savons que le prix imposé par la Nature pour aboutir à une création de qualité est toujours extraordinairement élevé. La communauté scientifique, ceux qui la dirigent, doivent accepter cette donnée avec philosophie, faire preuve d'indulgence, de patience, et de ténacité.

Les auteurs de modèles doivent également accepter la critique avec non moins de sagesse, et savoir tirer les leçons des échecs et des erreurs de direction. Nous avons, dans d'autres textes [3] [4], indiqué et justifié nos réticences à l'égard des modèles probabilistes, ou des modèles inspirés par la théorie des automates. Entre le hasard pur auquel on pourrait rattacher les premiers modèles, et la conception sans souplesse qui caractérise les seconds, les modèles plus flexibles de la géométrie paraissent mieux adaptés pour évoquer la plénitude de la vie. Nous avons exprimé nos doutes les plus sévères sur la valeur des modèles économiques actuels, même et peut-être surtout sur les plus savants d'entre eux [6]. Comment peut-on faire des modèles approfondis quand les concepts de base, comme celui de la valeur, ne sont pas encore formalisés ? Et que dire des problèmes de stabilité quantitative ? Les économistes, tel François Perroux, savent, eux, que l'économie n'est encore qu'une discipline à "intention scientifique" [17]. Le fait que quelques excellents mathématiciens s'attellent à l'économique théorique telle qu'on la pratique de nos jours n'est nullement un gage de la pertinence de ces théories.

Mais le langage mathématique exerce une sorte de fascination sur la majorité des chercheurs de toute discipline. L'emploi de ce langage fait savant ; il a permis à la science et à la technique d'accomplir d'incontestables progrès ; et nous croyons tous qu'il faudra en venir à une expression plus géométrique de la réalité sensible. Pourtant, l'emploi magique de la formule peut en fait servir de masque à la facilité et à la compréhension véritable.

Dans la préface de l'ouvrage qu'ils ont publié en commun [22], W. Thomson, physicien plus connu sous le nom de Lord Kelvin, et P. G. Tait, mathématicien célèbre, ont mis en garde leurs lecteurs et le monde universitaire* : "Nothing can be more fatal to progress than a too confident reliance on mathematical symbols ; for the student is only too apt to take the easier course, and consider the *formula* and not the *fact* as the physical reality" (a).

* On trouve dans l'annexe une traduction de toutes les citations écrites en anglais.

Sans doute convient-il d'insister sur cette facilité, qui tourne aisément à la légèreté. Selon la loi du moindre effort, d'une part on s'en tient à la surface de l'observation, et,d'autre part,on tente de ramener la description à un trait unique, codifié en une formule élémentaire. Dans le meilleur des cas, deux ou trois propriétés sont posées en axiomes, à partir desquels on raisonne en isolant en général l'objet de son contexte. Or, il faut le dire, on peut toujours établir une tour de Babel de conséquences de ces quelques données initiales. L'esprit des mathématiciens est particulièrement *habile* à ce genre d'exercice. Mais, en dehors du champ des mathématiques, les déductions qu'on nous propose sont trop souvent des affirmations sans destin. Le mathématicien n'en a cure.

Virtuose du langage abstrait, il subjugue les foules comme un concertiste. L'admiration du public pour la facilité et l'habileté peut finir par nuire au mathématicien lui-même et à la science toute entière. L'orgueil naturel, que nous rapprocherions plutôt du sentiment noble de la dignité de soi, est perverti. Trop conscient de ses dons, parfois limités à une parcelle de l'activité intellectuelle, le mathématicien estime appartenir à une société supérieure, dont les membres cultivent l'élitisme : certains éléments de cette corporation souffrent alors de complexes d'infériorité à l'égard des représentants les plus actifs et les plus brillants de leur caste, et peuvent finir par acquérir une mentalité de petit blanc.

Peut-être Montesquieu a-t-il essuyé leurs sarcasmes ? Pensée 678 * : "Je n'estime pas plus un homme qui s'est appliqué à une science, que celui qui s'est appliqué à une autre, si tous deux y ont apporté de l'esprit et du bon sens. Toutes les sciences sont bonnes et s'aident les unes les autres. Je ne sache que le maître à danser et le maître d'armes de Molière qui disputent sur la dignité et la préférence de leur art. Je dis tout cela contre les géomètres ...". La suite du texte de Montesquieu n'est pas moins mordante ni moins pertinente **.

Deux siècles plus tard, c'est toute l'activité scientifique qui est rongée par le mal. Au temps des Grecs, et même au Moyen-Age, le barbare en somme était l'habitant de la cité voisine. Aujourd'hui, l'agressivité humaine se transpose à un autre niveau, plus spirituel si l'on veut. Le sauvage, qui n'est pas forcément bon, est celui qui n'a pas l'honneur de pratiquer la même discipline

* Montesqieu — Mes pensées (voir Oeuvres Complètes), Editions du Seuil, Paris, 1964.

** Platon - La République (Livre VII) : "dans l'état présent des choses, ceux qui sont doués pour ces recherches ont trop de présomption pour l'écouter".

intellectuelle que le véritable apôtre du savoir. A. Giard [10] dénonce déjà la "spécialisation nécessaire et avantageuse à beaucoup d'égards, mais dont la conséquence la plus fâcheuse est que chaque spécialiste arrive trop vite à considérer comme seuls dignes d'intérêt les objets dont il s'occupe et la manière dont il s'en occupe". Le texte suivant d'Henry O. Pollack [19] aurait tendance à nous plonger dans l'humour : "Look at the same undergraduate four years later, and all too often there is just one little branch of mathematics which is interesting, and everything else is bunk. It is true that the process of getting a research degree requires you to become an approximate world expert in some particular topic. But that does not imply that you therefore have to believe that all other topics are worthless and uninteresting. I am afraid that sometimes this attitude is even adopted in imitation of more senior mathematicians" (b). L'auteur aurait pu également rappeler la concurrence sévère qui existe au sein du monde scientifique, et que l'excès de lutte engendre la mort.

On ne peut quitter ce sujet sans faire mention de ce bon texte d'Errett Bishop [1] : "I want to discuss today one fundamental reason why mathematics is so often applied so thoughtlessly : the arrogance of mathematicians. I have experienced this arrogance ever since I began to work in the philosophy of mathematics and I am sure that you historians have experienced it too. People tell me in so many words that when I was proving theorems, I was doing something original and worthwhile ; but when I started to think about philosophical questions, I could not possibly be doing anything deep. This prejudice, that all good work must be technical in the mathematical sense, has made economists, sociologists, etc, feel inferior, as if they should mathematicize, very often to the detriment of the real *meaning* of their work" (c).

C'est en effet à l'étude de la signification profonde des oeuvres des savants d'autres disciplines que le mathématicien doit s'attacher, s'il veut faire oeuvre "pratique". Il n'est pas dit que tous les mathématiciens soient aptes à saisir toutes les subtilités de ces esprits souvent littéraires. On peut être vif et habile ; on n'est pas forcément toujours sensible ni très profond. Et peut-être les secondes qualités sont-elles parfois des freins au développement des premières, et inversement. Quand on croit deviner qu'une richesse de causes préludent à l'apparition d'un phénomène, le modèle sauvage qui décrit cet événement fait repoussoir ; dans ces cas, la recherche du théorème semble devenir un exercice scolastique et pédant.

Le psycho-physiologiste Robert Jung [13], note que "le fait que les modèles aient des corrélats anatomiques n'est pas toujours un critère suffisant pour assurer leur succès". Il cite comme exemple "quelques modèles intéressants développés sur des bases histologiques et synaptiques exactes, tels que ceux de Pitts et Mc Culloch pour le cortex visuel, (qui) n'ont jamais été confirmés expérimentalement". La connaissance de ces bases, aujourd'hui tout à fait insuffisante, interdit en effet le succès de tout modèle fin.

Un des préalables à la construction d'un modèle éventuellement significatif est l'intelligence très approfondie de la matière dans laquelle on cherche à appliquer les mathématiques. Cette affirmation peut paraître banale. En effet, malheureusement cette intelligence fait souvent défaut ; parfois, au niveau des plus grands spécialistes de la discipline en question, même s'il leur arrive de prétendre, pour le bon renom de leur personne ou celui de leur corporation, avoir accès à une compréhension bien travaillée. Dans ce cas, bien souvent, le mathématicien, par sa formule, tronquera encore davantage la réalité qu'il prétendra décrire, et son travail sera vain. Mais parfois, le mathématicien atteindra le niveau de compétence des plus grands créateurs ou des meilleurs spécialistes, et l'apport de ses réflexions, des concepts et des techniques qu'il utilise dans sa propre discipline, permettront de faire des progrès décisifs. Ceux de l'astronomie, des cosmogonies, de la physique ont été marqués par les travaux de savants illustres qui possédaient à fond l'outil mathématique dans leur bagage intellectuel.

On peut rencontrer des situations où la compréhension du spécialiste est profonde. Ses intuitions le poussent à introduire de nouveaux concepts, à avancer des explications nouvelles, ou des schémas d'explication qu'il a du mal à exprimer, à formuler, parfois même à rendre cohérents. Le mathématicien, d'ordinaire, ne s'arrête pas à examiner les écrits de ces auteurs, jugés peut-être trop "littéraires" ; a-t-il le temps, en effet, de s'adonner à de pareilles lectures ? Sa fonction est de produire rapidement des modèles mathématiques.

A l'inverse, des efforts patients et ardents de réflexion sur ces textes peuvent conduire à des réussites exceptionnelles. L'attitude de Maxwell est en tout point exemplaire, et son témoignage, qu'il expose avec tant de ferveur, est capital pour la défense et l'illustration de nos points de vue.

Les leçons de Maxwell

"Before I began the study of electricity I resolved to read no mathematics on the subject till I had first read through Faraday's *Experimental Researches in Electricity*. I was aware that there was supposed to be a difference between Faraday's way of conceiving phenomena and that of the mathematicians, so that neither he nor they were satisfied with each other's language. I had also the conviction that this discrepancy did not arise from either party being wrong. I was first convinced of this by Sir William Thomson, to whose advice and assistance, as well as to his published papers, I owe most of what I have learned on the subject.

As I proceeded with the study of Faraday, I perceived that this method of conceiving the phenomena was also a mathematical one, though not exhibited in the conventional form of mathematical symbols. I also found that these methods were capable of being expressed in the ordinary mathematical forms, and thus compared with those of the professed mathematicians.

For instance, Faraday, in his mind's eye, saw lines of force traversing all space where the mathematicians saw centres of force attracting at a distance : Faraday sought the seat of the phenomena in real actions going on in the medium, they were satisfied that they had found it in a power of action at a distance impressed on the electric fluids.

When I had translated what I considered to be Faraday's ideas into a mathematical form, I found that in general the results of the two methods coincided, so that the same phenomena were accounted for, and the same laws of action deduced by both methods, but that Faraday's methods resembled those in which we begin with the whole and arrive at the parts by analysis, while the ordinary mathematical methods were founded on the principle of beginning with the parts and building up the whole by synthesis *.

I also found that several of the most fertile methods of research discovered by the mathematicians could be expressed much better in terms of ideas derived from Faraday than in their original form" (d).

Il poursuit, dans sa préface, deux pages plus loin : "I have confined myself almost entirely to the mathematical treatment of

* Nous n'aborderons pas dans ce texte l'examen de ce point important de la méthodologie scientifique (cf. par exemple [4]).

the subject, but I would recommend the student, after he has learned, experimentally if possible, what are the phenomena to be observed, to read carefully Faraday's *Experimental Researches in Electricity*. He will there find a strictly contemporary historical account of some of the greatest electrical discoveries and investigations carried on in an order and succession which could hardly have been improved if the results had been known from the first, and expressed in the language of a man who devoted much of his attention to the methods of accurately describing scientific operations and their results.

It is of great advantage to the student of any subject to read the original memoirs on that subject, for science is always most completely assimilated when it is in the nascent state" (e).

Toutes ces lignes sont extraites de la préface de son Traité [15]. Dans le cours de ce livre, au volume 2, il incite à nouveau le lecteur à se pencher sur l'ouvrage de Faraday. Voici en quels termes : "528. The discovery by Örsted of the magnetic action of an electric current led by a direct process of reasoning to that of magnetization by electric currents, and of the mechanical action between electric currents. It was not, however, till 1831 that Faraday, who had been for some time endeavouring to produce electric currents by magnetic or electric action, discovered the conditions of magneto-electric induction. The method which Faraday employed in his researches consisted in a constant appeal to experiment as a means of testing the truth of his ideas, and a constant cultivation of ideas under the direct influence of experiment. In his published researches we find these ideas expressed in language which is all the better fitted for a nascent science, because it is somewhat alien from the style of physicists who have been accustomed to establish mathematical forms of thought.

The experimental investigation by which Ampère established the laws of the mechanical action between electric currents is one of the most brilliant achievements in science.

The whole, theory and experiment, seems as if it had leaped, full grown and full armed from the brain of the "Newton of electricity". It is perfect in form, and unassailable in accuracy, and it is summed up in a formula from which all the phenomena may be deduced, and which must always remain the cardinal formula of electro-dynamics.

The method of Ampère, however, though cast into an inductive form, does not allow us to trace the formation of the ideas which guided it. We can scarcely believe that Ampère really discovered the law of action by means of the experiments which he describes. We are led to suspect, what, indeed, he tells us himself, that he discovered the law by some process which he has not shewn us, and that when he had afterwards built up a perfect demonstration he removed all traces of the scaffolding by which he had raised it.

Faraday, on the other hand, shews us his unsuccessful as well as his successful experiments, and his crude ideas as well as his developed ones, and the reader, however inferior to him in inductive power, feels sympathy even more than admiration, and is tempted to believe that, if he had the opportunity, he too would be a discoverer. Every student should therefore read Ampère's research as a splendid example of scientific style in the statement of a discovery, but he should also study Faraday for the cultivation of a scientific spirit, by means of the action and reaction which will take place between the newly discovered facts as introduced to him by Faraday and the nascent ideas in his own mind.

It was perhaps for the advantage of science that Faraday, though thoroughly conscious of the fundamental forms of space, time, and force, was not a professed mathematicien. He was not tempted to enter into the many interesting researches in pure mathematics which his discoveries would have suggested if they had been exhibited in a mathematical form, and he did not feel called upon either to force his results into a shape acceptable to the mathematical taste of the time, or to express them in a form which mathematicians might attack. He was thus left at leisure to do his proper work, to coordinate his ideas with his facts, and to express them in natural, untechnical language" (f).

Sur la première leçon : "Il faut prendre l'idée de celui-là même qui l'a inventée"

Cette formule d'Alain résume la première leçon que nous rappelle Maxwell. Leçon antique, on la trouve déjà chez Platon. Mais tant de fois négligée. La lecture du créateur apporte plus à l'entendement, enrichit davantage que ne semble pouvoir le faire n'importe quel épigone.

La pédagogie universitaire pourrait tenir compte de cette remarque. Le professeur renvoie-t-il assez l'étudiant à la lecture des pères fondateurs ? Comme on le fait dans le secondaire pour les lettres classiques, on pourrait également réunir des textes scientifiques importants, et passer quelques heures à les commenter. Un professeur d'histoire des sciences serait chargé de ce rôle. A un niveau plus élevé, l'étudiant rédigerait un petit rapport sur l'historique d'une découverte contemporaine, afin, principalement, que soit suscité en lui l'intérêt pour la pensée d'autrui.

Il fut un temps, en France, où l'on ne dédaignait pas ce contact avec les maîtres du passé. Ainsi Alfred Kastler, lorsqu'il était à l'Ecole Normale, dut faire un exposé sur Ampère. Qui peut apprécier, avec exactitude, l'incidence secrète de ce petit travail d'histoire sur la carrière du prix Nobel ? L'école française de physique aurait-elle gagné à la lecture des traités de Maxwell et de Thomson-et-Tait, qui dormaient dans les réserves de la bibliothèque de l'Ecole Normale (les pages 41 à 96 du second de ces traités (édition de 1879) n'étaient même pas découpées) ? Des expériences de formation "nouvelle" portant sur quelques décennies permettraient sans doute d'asseoir la valeur d'une réponse.

Il va sans dire que la doctrine qui est présentée ici est applicable à toutes les disciplines. Les éditeurs y trouveraient leur compte : on publierait à nouveau les ouvrages des grands précurseurs, et si possible leurs éditions *princeps* où l'on peut goûter à la fraîcheur de la première pensée.

Chez les naturalistes, l'oeuvre de Buffon, par exemple, gagnerait semble-t-il à être mieux connue. On sait l'intérêt que portait ce grand savant aux mathématiques ; les travaux et les réflexions qu'elles lui ont inspirés gardent toute leur jeunesse. Ses idées sur la perception physiologique (cf [7]) mériteraient encore d'être examinées. Et ces lignes ne pourraient-elles pas intéresser les embryologistes : "Les vrais ressorts de notre organisation ne sont pas ces muscles, ces veines, ces artères, ces nerfs, que l'on décrit avec tant d'exactitude et de soin ; il existe, comme nous l'avons dit, des forces intérieures dans les corps organisés, qui ne suivent point du tout les lois de la mécanique grossière que nous avons imaginée, et à laquelle nous voudrions tout réduire : au lieu de connaître ces forces par leurs effets, on a tâché d'en écarter jusqu'à l'idée ; on a voulu les bannir de la philosophie : elles ont reparu cependant, et avec plus d'éclat que jamais, dans la gravitation, dans les affinités chimiques, dans les phénomènes de l'électricité, etc".

Sur la seconde leçon : les dangers de l'algébrose

Buffon ne s'exprime ni à l'aide de symboles ni par le truchement de formules mathématiques. Il n'en est pas moins quelqu'un d'intelligent. En n'employant que le langage vernaculaire, la portée de son expression paraît au contraire plus grande, la sémantique plus étendue et plus riche.

Dans un discours purement littéraire, le savant décrit, met en évidence des faits saillants : on pourrait parfois les dénommer axiomes, propositions, lemmes ou théorèmes. On peut s'efforcer d'écrire à la manière des penseurs du dix-septième siècle comme Descartes ou Spinoza : *more geometrico*. Bien souvent le savant propose des conjectures. Il manipule entre elles toutes ces idées pour en tirer des conclusions, des thèses, des prophéties. Il simule et démontre à sa manière.

Naturellement, l'expression diffère, dans son apparence scripturale, de celle du mathématicien. Le symbole que celui-ci emploie n'est que l'image brève d'un discours plus ou moins long, dont la sémantique est figée. S'il tenait à supprimer les symboles de sa rhétorique, on ne pourrait faire de distinction entre le texte littéraire et celui du mathématicien. Simplement, mais ce point est important, on constaterait la pauvreté du vocabulaire mathématique en regard du vocabulaire littéraire. Les mots de ce vocabulaire renvoient à des événements, à des faits ou à des propriétés d'une très grande complexité ; dans son désir réductionniste, le langage mathématique souhaiterait ramener cette complexité à des schémas symboliques standard ; il est à l'heure actuelle incapable de procéder à une telle réduction. Dans une certaine mesure, la mathématique est trop simpliste.

Mais, à la faveur de cette simplicité, la rigueur logique de l'enchaînement des pensées semble plus nette chez le mathématicien — qui, notons-le, se laisse parfois surprendre par des raisonnements subtils mais faux. Selon l'apparence, la démonstration mathématique, dans l'ordre des causes et des implications, ne connaît aucune faille. L'explication paraît parfaite. Pourtant, déjà à ce niveau, il est le plus souvent impossible matériellement de transcrire ces explications dans le seul langage mathématique irréprochable, celui de l'arithmétique.

Naturellement, l'exposition littéraire donne l'impression d'une solidité beaucoup moins assurée. On peut voir plusieurs causes au caractère parfois laxiste de l'argument littéraire. D'abord une clause de style, pleine de vertu. On permet au mathématicien de répéter vingt fois de suite le même symbole. Le littéraire doit au contraire éviter les redites : pour ne pas lasser le lecteur et l'endormir par la litanie ; à cette raison classique s'en adjoint une seconde, plus sérieuse : un seul terme ne suffit pas à évoquer dans l'esprit du lecteur la plénitude des propriétés que possède un objet ; on décrit mieux celui-ci en l'examinant sous plusieurs facettes au lieu d'une seule, et chaque examen suggère l'emploi d'un terme nouveau.

De cette seconde raison découlent également, en partie, les parenthèses, les excroissances du discours qui peuvent momentanément écarter l'auteur du sujet principal qui l'occupe. Les digressions finissent parfois par masquer et faire oublier la continuité dans la démonstration.

La richesse du thème à traiter oblige fréquemment à faire appel à une multitude de causes plus souvent implicites qu'explicites, à opérer des raccourcis, à user pour cela d'analogies et de métaphores, ces premières étapes sur la voie du symbole, à indiquer les degrés les plus voyants d'un cheminement mental que le lecteur reconstitue au sein des strates cachées de son propre inconscient.

Bien que, d'un jour à l'autre, ne cessent de s'accroître la matière et le préalable des connaissances nécessaires à la création de toute nouvelle oeuvre mathématique, il n'en reste pas moins vrai que les sujets abordés dans les articles des mathématiciens sont d'une simplicité remarquable comparés avec les thèmes dont s'occupent par exemple les économistes ou les psychologues. Et si déjà, comme nous l'avons rappelé, il paraît impossible de transcrire la grande majorité des travaux mathématiques dans le langage rigoureux de l'arithmétique, cette transcription de travaux non mathématiques dans ce langage semble tout à fait impensable.

Cette pauvreté relative du vocabulaire du mathématicien, des sujets qu'il traite, peut finir par avoir une incidence inquiétante sur sa manière d'appréhender le monde. Non seulement il finit par ne croire qu'à la seule vertu des modèles mathématiques, par se convaincre que seul le mathématicien est capable de faire un travail sensé, mais encore, par l'exercice seul des mathématiques, il ruine sa sensibilité, en réduisant le monde extérieur à des schémas simplistes et sclérosés, en prenant l'habitude de vivre constamment dans un monde abstrait, où l'on ne pratique qu'un type d'exercice mental, astreint aux contraintes d'un vocabulaire limité.

Pour reprendre un terme de l'anthropologiste Marcel Jousse [12], l'esprit finit par être atteint d'"algébrose". C'est un danger de l'enseignement actuel des mathématiques de favoriser l'apparition de phénomènes d'algébrose mentale. Cet enseignement en effet tient à respecter une règle de rigueur. Or, selon l'avis d'un expert, Bertrand Russell [20] : "C'est un trait particulier de la genèse et du développement des nouvelles disciplines qu'une rigueur excessive imposée trop tôt étouffe l'imagination et rend vaine l'invention. Une certaine liberté d'esprit envers les critiques inspirées du respect de la forme aide au développement d'un sujet dans ses premiers stades, même si cette liberté signifie qu'on court le risque d'une erreur". Comment ce rigorisme excessif peut-il former de bons mathématiciens, alors que Jean Hadamard [11] affirmait la nécessité de savoir "penser à côté" ? Quelle science n'a pas besoin, pour son progrès, de rêveries préalables ou d'échafaudages nouveaux ? Figer l'imagination par la rigueur, c'est tarir la source vive de l'évolution de notre espèce.

Ce même enseignement fait la part trop belle à l'abstrait. Les raisons des axiomatiques sont cachées à l'élève. Toutes les déductions sont formelles, calculées et non point guidées par la vision du but à atteindre, ni par les apparences sensibles qui suggèrent ces déductions. L'esprit apprend à se mouvoir dans un univers dénué de forme, triste, et coupé du réel. Un tel enseignement ankylose la perception du monde sensible, et a tendance à former des individus incapables d'appréhender avec finesse et peut-être justesse cette diversité des nuances qui caractérise la réalité. Non seulement il devient inapte à former de bons physiciens ou de bons naturalistes, mais encore il rompt l'équilibre mental interne de l'individu, et par ce biais est un facteur de rupture de l'harmonie sociale. Tel est le plus profond danger que recèle en lui le cours actuel des études au niveau secondaire.

Il est pourtant facile de rétablir le contact avec un monde plus naturel en rétablissant les droits modernisés de la géométrie et de sa *représentation graphique*. Paul Painlevé [16] n'hésite pas à écrire que "la géométrie est une science expérimentale au même titre que la mécanique" ; "la géométrie nous apparaît à ses débuts comme une science physique" remarque Emile Picard [18]. René Thom [21] s'est fait un avocat vibrant de la cause de la géométrie.

Les manuels n'ont pas changé d'un iota. L'algébrose, terrible maladie, aurait-elle envahi l'esprit des professeurs ? Pourtant rien ne remplace le dessin dans sa fonction d'éveil à la perception des formes ; les données expérimentales sur la maturation du système nerveux montrent qu'il faut savoir stimuler celui-ci à temps. Une stimulation trop tardive n'a plus d'effet. Or la société devient de plus en plus urbaine, où l'enfant n'est plus en contact avec la multiplicité des odeurs, des formes qui enrichissaient les capacités mentales de nos ancêtres chasseurs et campagnards. L'environnement sensoriel de l'être humain s'appauvrit, s'algébrose avec le développement de la civilisation industrielle. Si l'enseignement renforce cette tendance à la simplification de l'architecture mentale, l'avenir de l'espèce pourrait être mis en péril.

L'irrationnel contre l'algébrose

D'autres raisons poussent quand même à être moins pessimistes. Dans la mesure où nombre de structures sensorielles sont innées, on peut espérer qu'il en est de même pour certaines formes des schémas nerveux internes en rapport direct avec l'activité la plus riche de la pensée. Sur ce point, le développement de la neurophysiologie pourrait rendre de grands services à l'humanité, en évitant à celle-ci de se fourvoyer dans des voies d'évolution sans avenir.

Quels sont, d'un autre côté, le poids et la part intangibles de l'irrationnel dans notre activité mentale, et quels sont les facteurs capables de grossir et de faire sourdre ce fleuve caché, au bord duquel fleurissent les arbres de la science ? On connaît en effet l'importance des sectes ésotériques qui, depuis l'antiquité jusqu'au dix-neuvième siècle, ont suscité l'intérêt curieux des philosophes et des savants. Les courants pythagoriciens, cabalistiques, alchimistes ont fécondé l'esprit des premiers grands géomètres, comme celui de Képler ou de Newton. L'oeuvre religieuse et ésotérique de ce grand savant est, paraît-il *, plus abondante que son oeuvre scientifique proprement dite, qui n'est pas mince. On connaît, en partie par l'intermédiaire du "savant théologien" Wachter, les liens de Spinoza avec la Cabale, ceux de Leibniz avec le monde occulte. Et l'influence du mesmérisme semble avoir été considérable sur la genèse des travaux d'Oersted et d'Ampère.

Ces courants de pensée sont encore bien vivants à l'heure actuelle ; par l'intermédiaire de rencontres annuelles, ils ont droit de cité dans nos universités. Certes, il n'est pas de bon ton de tenir ces activités pour très sérieuses. Mais peut-être s'agit-il là de pré-

* Je dois cette information au philosophe K. POMIAN.

science, de délires pré-scientifiques. Chez les Grecs, le prophète est Tirésias, l'aveugle, ou bien Cassandre, la "folle" dit Clytemnestre. "Le cri des entrailles n'est pas un vain cri, et le coeur qui mène des rondes sur des entrailles amies de la justice annonce une réalité" [9]. Est-ce également, comme dans les siècles passés, en puisant parfois dans les fantasmes et dans les réalités véhiculées par la tradition ésotérique que seront conçues des théories nouvelles et d'importance majeure ?

On peut se demander si l'excès d'algébrose ne conduirait pas à susciter des réactions positives qui pousseraient vers l'irrationnel, ou bien vers un nouveau mysticisme pythagoricien. Nous prendrons comme exemple l'intérêt magique que d'aucuns manifestent pour le ruban de Moebius. Comment en expliquer le pouvoir d'attraction : la simplicité de sa construction le rend accessible à la compréhension de tous, son étrangeté physique éveille l'imagination. Dans la mesure où cette imagination favorise la conception d'outils qui permettent de comprendre les faits, on peut poser que la forme, géométrique ou numérique, se maintient au service du fait en excitant notre curiosité et l'activité de nos facultés créatrices.

La nouveauté et le "moyen terme"

De l'opposition des contraires naissent, tout à la fois, la nouveauté et une manière de moyen terme, qui se fondent en une forme synthétique, également éloignée des positions extrêmes.

La pensée féconde se situe entre un irrationnel et une algébrose, dont les tendances respectives sont mises à profit pour créer une oeuvre et pour l'affermir sur ses bases.

Placé à "égale" distance du mathámaticien pur et du spécialiste d'une autre discipline, le fondateur d'une théorie doit sa réussite à l'attention qu'il porte aux paroles des premiers comme à celles des seconds, à sa capacité d'avancer avec profondeur dans l'intelligence de la pensée et des travaux des uns et des autres. L'interdisciplinarité, qu'on ne saurait confondre avec la pluridisciplinarité [8], court à l'échec si, au lieu de dissoudre les disciplines en une seule, elle se contente de les accoler entre elles.

Entre les théories fondées sur la probabilité insaisissable, et celles basées sur l'algébrique et sur l'automatique figés, *les théories et les modèles géométriques sont les plus aptes à représenter la* *dynamique* de la nature et de la Vie, novatrice dans le présent et dans le futur, mais qui s'appuie sur les formes stables et codifiées du passé.

Enfin, entre le fait brut qui relève du domaine pesant de la matière, et la formule pleine de clarté qui appartient au monde des Idées, entre la substance du corps et l'abstrait du concept, se forge la Pensée, réceptacle et miroir de la Forme, dont elle réfléchit les contours.

BIBLIOGRAPHIE

[1] E. BISHOP, *Crisis in Contemporary Mathematics*, Historia Mathematica 2 (1975) 507-517.

[2] E. BOREL, L'Espace et le Temps, Félix Alcan, Paris (1933).

[3] C.P. BRUTER, Sur la Nature des Mathématiques, Gauthier-Villard, Paris (1973).

[4] C.P. BRUTER, Topologie et Perception, tome 1 (bases philosophiques et mathématiques), Maloine-Doin, Paris (1974).
C.P. BRUTER, Topologie et Perception, tome 2 (aspects neurophysiologiques), Maloine-Doin, Paris (1976).

[5] C.P. BRUTER, *Sur la Modélisation in* P. SAMUEL, Mathématiques, Mathématiciens et Société, Pub. Math. Orsay, n° 86-74.16 (1975), pp. II.8 - II.19.

[6] C.P. BRUTER, *Deux remarques sur les rapports entre Economie et Mathématique*. Mondes en Développement, n° 17 (1977).

[7] G.L. de BUFFON, De l'Homme, François Maspéro, Paris (1971).

[8] P. DELATTRE, *Concepts de Formalisation et Concepts d'Exploration*, Scientia, V-VI-VII-VIII (1974) 1-32.

[9] ESCHYLE, Théâtre Complet (Agamemnon), Garnier-Flammarion, Paris (1964).

[10] A. GIARD, *Morphologie in* De la Méthode dans les Sciences. Félix Alcan, Paris (1928).

[11] J. HADAMARD, Essai sur la Psychologie de l'Invention dans le Domaine Mathématique, Gauthier-Villars, Paris (1975).

[12] M. JOUSSE, L'Anthropologie du Geste, Gallimard, Paris (1974).

[13] R. JUNG, *Visual Perception and Neurophysiology.* Handbook of Sensory Physiology, Vol. 1, part. A, 1-157, Springer-Verlag, Berlin (1973).

[14] S. MARCUS, *Conceptual and Contextual Hypostases of Abstract Entities,* Noesis, (Travaux du Comité Roumain d'Histoire et de Philosophie des Sciences) I (1973) 77-83.

[15] J.C. MAXWELL, Treatise on Electricity and Magnetism (2 vol.), 2rd édition (1892) reprinted (1946) Lowe and Brydone, London.

[16] P. PAINLEVE, *Mécanique in* De la Méthode dans les Sciences, Félix Alcan, Paris (1928).

[17] F. PERROUX, Unités Actives et Mathématiques Nouvelles, Dunod, Paris (1976).

[18] E. PICARD, *De la Science in* De la Méthode dans les Sciences, Félix Alcan, Paris (1928).

[19] H.O. POLLAK, *in The Role of Applications in Ph. D. Programs in Mathematics,* Notices Am. Math. Soc. *22,* 3 (1976) 158-163.

[20] B. RUSSELL, L'Aventure de la Pensée Occidentale, Hachette, Paris (1961).

[21] R. THOM, *Les Mathématiques "Modernes",* l'Age de la Science, *3,* 3 (1970) 225-242.

[22] W. THOMSON, P.G. TAIT, Treatise on Natural Philosophy (2 vol.), Cambridge University Press (1879) (3rd edit.).

ANNEXE

TRADUCTION des CITATIONS

Je remercie Madame O. BROWN-HULL † et Monsieur F. COLMEZ d'avoir bien voulu traduire les textes écrits en anglais. Les traductions sont parfois un peu lourdes, par contre elles tentent de reproduire fidèlement la pensée des auteurs. Le style de Maxwell manque d'élégance. Les redites sont nombreuses. Cependant, chaque redite s'entoure d'idées nouvelles. Pour cette raison, il m'a paru difficile d'amputer ce corpus de citations quelque peu.

(a) "Rien ne peut être plus fatal au progrès qu'une confiance trop assurée dans les symboles mathématiques ; car l'étudiant n'est que trop apte à emprunter la voie la plus facile, et à considérer la *formule* et non le *fait* comme la réalité physique." (Thomson et Tait)

(b) "Voyez ce même étudiant quatre ans plus tard ; bien trop souvent, il n'y a, pour lui, que juste une petite branche de mathématiques qui soit intéressante ; tout le reste, c'est de la foutaise. Il est vrai que pour obtenir un diplôme de recherche, il est presque nécessaire de devenir un expert mondial sur un sujet particulier. Mais ceci n'implique pas qu'il doive croire que tous les autres sujets sont dépourvus de valeur et d'intérêt. Je crains que cette attitude soit même parfois copiée sur celle de leurs aînés en mathématiques." (Pollack)

(c) "Je veux discuter aujourd'hui d'une raison fondamentale de l'application irréfléchie si fréquente des mathématiques, l'arrogance des mathématiciens. J'ai fait l'expérience de cette arrogance depuis le début de mes travaux sur la philosophie des mathématiques et je suis certain que vous, les historiens, l'avez aussi subie. Des gens m'ont dit littéralement qu'en prouvant des théorèmes, je faisais quelque chose d'original et de valable, mais que lorsque je réfléchissais à des questions philosophiques, je ne pouvais rien faire de profond. Ce préjugé, qui veut que tout travail valable soit technique dans le sens mathématique, a engendré un sentiment d'infériorité chez les économistes, les sociologues, etc, comme s'ils avaient l'obligation de mathématiser bien souvent au détriment de la signification réelle de leur oeuvre." (Bishop)

(d) "Avant de commencer l'étude de l'électricité, je pris la résolution de ne pas lire de mathématiques sur ce sujet avant d'avoir parcouru "*Les Recherches Expérimentales sur l'Electricité*" de Faraday. Je savais que l'on pensait qu'il y avait une divergence de vue sur la manière dont Faraday d'une part et les mathématiciens de l'autre concevaient les phénomènes, si bien qu'aucune des parties n'était satisfaite du langage de l'autre. J'étais également convaincu que ce désaccord ne provenait pas d'une erreur d'un côté ou de l'autre. Je dois cette conviction à Sir William Thomson ; je lui dois également l'essentiel de ce que j'ai appris sur le sujet, par son aide, ses conseils, ses publications.

En poursuivant l'étude de Faraday, je perçus que sa méthode de concevoir les phénomènes, bien que n'étant pas exprimée sous la forme conventionnelle de symboles mathématiques, était également de type mathématique. Je découvris que ces méthodes pouvaient s'exprimer dans les formes mathématiques ordinaires, et ainsi être comparées à celles des mathématiciens professionnels.

Par exemple, Faraday voyait dans son esprit des lignes de force traversant tout espace là où les mathématiciens voyaient des centres de force attirant à distance : Faraday recherchait le siège du phénomène dans l'action réelle qui se produisait dans le milieu ; les mathématiciens étaient sûrs de l'avoir trouvé dans un pouvoir d'action à distance, agissant sur les fluides électriques.

Après avoir traduit en mathématiques ce que je considérais comme étant les idées de Faraday, je trouvais qu'en général les résultats de ces deux méthodes coïncidaient, de sorte que les deux méthodes permettaient d'expliquer les mêmes phénomènes et de déduire les mêmes lois d'action ; mais je trouvais aussi que la méthode de Faraday ressemblait à celles dans lesquelles, partant du tout, on arrive aux parties par l'analyse, tandis que les méthodes mathématiques ordinaires étaient fondées sur le principe qui consiste à prendre d'abord en considération les parties pour construire par synthèse le tout.

Je trouvais également que quelques-unes des méthodes de recherche les plus fertiles découvertes par les mathématiciens pouvaient être exprimées de bien meilleure façon dans les termes, les idées de Faraday, que dans leur forme originale."

(e) Il poursuit dans sa préface, deux pages plus loin : "Je me suis limité presque entièrement au traitement mathématique du sujet, mais je recommanderais à l'étudiant, après qu'il ait appris, si possible expérimentalement, quels sont les phénomènes à observer, de lire avec soin *Les Recherches Expérimentales en Electricité* de Faraday. Il y trouvera un compte rendu historique, strictement contemporain, de quelques-unes des découvertes et recherches électriques les plus grandes, réalisées dans un ordre de succession qui aurait pu difficilement être amélioré si le résultat en avait été connu dès le début, et exprimées dans le langage d'un homme qui porte beaucoup d'attention à la description précise des opérations scientifiques et de leurs résultats.

L'étudiant aura intérêt à lire les mémoires originaux sur le sujet qu'il travaille, quel que soit celui-ci ; car la science est toujours plus complètement assimilable quand on l'étudie dans son état naissant."

(f) "La découverte par Örsted de l'action magnétique d'un courant électrique a conduit, par un processus direct de raisonnement, à la découverte de la magnétisation par les courants électriques, et de l'action mécanique entre les courants électriques. Cependant, ce ne fut pas avant 1831 que Faraday, qui avait essayé depuis quelque temps de produire des courants électriques par une action magnétique ou électrique, découvrit les conditions de l'induction magnéto-électrique. La méthode employée par Faraday dans ses recherches était fondée sur un appel constant à l'expérience connue, moyen de vérification de ses idées, et sur l'approfondissement constant de celles-ci sous l'influence directe de l'expérience. Dans ses publication sur ses recherches, nous trouvons ces idées exprimées dans un langage qui est d'autant mieux adapté à une science naissante qu'il est quelque peu étranger au style des physiciens accoutumés à établir des formes mathématiques de pensée.

La recherche expérimentale par laquelle Ampère établit les lois de l'action mécanique entre les courants électriques est l'une des plus brillantes réussites de la science.

L'ensemble, théorie et expériences, semble avoir jailli pleinement adulte et tout armé du cerveau du "Newton de l'Electricité". La forme en est parfaite, la précision inattaquable, et se résume en une formule d'où l'on peut déduire tous les phénomènes, et qui demeurera la formule cardinale de l'électro-dynamique.

Cependant, la méthode d'Ampère, bien que moulée dans une forme inductive, ne nous permet pas de suivre la formation des idées qui l'ont guidée. Nous pouvons difficilement croire qu'Ampère a vraiment découvert la loi de l'action au moyen des expériences qu'il décrit. Nous en venons à soupçonner — en fait, il nous le dit lui-même — qu'il a découvert cette loi par un procédé qu'il ne nous montre pas et qu'après avoir construit une démonstration parfaite, il a ôté toute trace de l'échafaudage au moyen duquel il l'avait bâtie.

Faraday, au contraire, nous montre aussi bien ses échecs que ses expériences réussies, ses idées latentes aussi bien que celles qui se sont développées, et le lecteur, si inférieur à lui en pouvoir d'induction, éprouve plus encore de sympathie que d'admiration ; il est tenté de croire que si l'occasion lui en était offerte, il pourrait, lui aussi, devenir un découvreur. Tout étudiant devrait donc lire les recherches d'Ampère comme un splendide exemple du style scientifique dans la présentation d'une découverte, mais il devrait aussi étudier Faraday pour cultiver un esprit scientifique, au moyen de l'action et de la réaction qui se produiront entre les faits nouveaux présentés par Faraday et les idées qui prendront naissance dans son propre esprit.

Ce fut peut-être un bénéfice pour la science que Faraday, bien que pleinement conscient des formes fondamentales de l'espace, du temps et de la force, n'ait pas été un mathématicien déclaré. Il n'était pas tenté de se plonger dans les nombreuses recherches intéressantes de pure mathématique que ses découvertes lui auraient suggérées si elles avaient été présentées sous une forme mathématique, et il ne se sentait obligé ni de forcer ses résultats à prendre une forme acceptable au goût mathématique de l'époque, ni de les exprimer sous une forme susceptible d'être attaquée par les mathématiciens. Il eut ainsi la liberté de faire son travail personnel, d'accorder ses idées à ses faits, et de les exprimer dans un langage naturel et non technique."