

Sommaire

1. Pluridisciplinarité

ANTOINE et AITOFF : Expérience de décroisement dans un espace de dimension 2	227
J. FOURASTIE : Où en est la pluridisciplinarité ? Réflexions sur les programmes de Première G	231

2. Matériaux pour une bibliographie

G. WALUSINSKI : Matériaux	235
J. NIMIER : Le témoignage d'une rééducatrice	240
G. WALUSINSKI : Un lycée aux lycéens	242

3. Examens

R. GAUTHIER : Les super-bac	247
M. MAILLARD : Réflexions sur des examens	250

4. H. BAREIL : Les cours de 45 minutes

5. Dans nos classes

F. BOULE : Pré-mathématiques : l'acquisition de notions de base en Maternelle	257
J. TOUILLET : D'un ensemble fini vers un ensemble infini qui le contient	271

6. Etudes

G. BONNEFOY : Histoire et épistémologie des mathématiques	275
J. DHOMBRES : Et pan dans le mille !	287

7. Echanges

R. BKOUCHÉ : A propos de la périodicité	299
C. DUPUIS et F. PLUVINAGE : A propos d'une expérience docimologique	303
G. WALUSINSKI : L'instituteur de Thuin	315

8. Travaux d'Orléans

Introduction	319
Tableau des groupes	320
Groupe A1 : Enseignement pré-élémentaire	322
Groupe B1 : Mathématiques et sciences de la nature dans l'enseignement élémentaire	331
Groupe B2 : Investigations à caractère scientifique avec des enfants de 9-13 ans	348

Groupe B3 : Géographie et mathématique à l'école élémentaire	351
Groupe B4 : Education mathématique et éducation physique et morale	355
Groupe C1 : Mathématique-Biologie dans le premier cycle	358
Groupe C2 : Technologie, physique et mathématiques	362
Groupe C3 : Mathématique et Géographie dans le premier cycle	366
Groupe C4 : Mathématiques et Economie dans le premier cycle	372
Groupe D2 : Physique, chimie et mathématiques dans le second cycle	378
Groupe D3-F3 : Economie et Mathématique	381
Groupe D4 : Mathématiques et Géographie dans le second cycle	402
Groupe D5 : Informatique et Mathématique	404
Groupe D6 : Expériences interdisciplinaires dans le second cycle	406
Groupe E1 : Mathématiques et Technologie	411
Groupe E2 : Mathématique en secteur "Bâtiment et Travaux Publics"	426
Groupe F1 : Carrières paramédicales	429

9. Vie de l'Association

Projets ministériels de réforme	437
Votes 1976	438
Rapport d'activité (M. DE COINTET)	439
Compte rendu financier pour 1975 (R. LEBoulLEUX)	443
Communiqué sur la réduction du nombre des postes	445
Entrevue avec l'Inspection Générale (10-1-76)	446
Luis MASSERA	448
Compte rendu des Comités des 19-10-75 et 18-1-76	449
Commission du Second Cycle	460
Commission Post-Baccalauréat	471
Présentation des Journées de Rennes (septembre 76)	473
Vie des Régionales : Seine-Saint-Denis	480
Vosges	481
Errata	479

Ce Bulletin contient en outre :

La mathématique parlée par ceux qui l'enseignent

4 Fiches : ROTATION

**et le DOSSIER d'INSCRIPTION aux JOURNÉES de RENNES
(septembre 1976)**

Les annonceurs :

OFRATEME 226 — CEDIC 493-494 — ISTRA 495 — HACHETTE 496-497 — INTER
MARCO ELVINGER 498 — OCDL 499-502-505-507 — NATHAN 500 — VUIBERT
501-503-506-509-511-514 — MAGNARD 504-510 — HATIER 508 — IREM DE
NANCY-METZ 512 — DELAGRAVE 513 — EDITIONS DE LA CAPITELLE 514 —
TECHNIQUE et VULGARISATION 4e de couverture.

PLURIDISCIPLINARITE

Expérience de décroissement dans un espace de dimension 2

par Mesdemoiselles ANTOINE et AÏTOFF, professeurs de mathématiques au lycée de Montgeron

BUT DE L'EXPERIENCE :

Une équipe de six professeurs, de mathématiques, de physique et de biologie, a essayé au Lycée de Montgeron de mettre au point un programme de mathématiques adapté aux Sciences expérimentales, et de le tester en classe de Première. L'idée de cette recherche est venue d'abord du fait que les élèves rebelles à l'abstraction mathématique, mais pourtant doués en Sciences expérimentales, se voyaient fermer les portes des sections C ou D. De plus, les physiciens et les biologistes se plaignaient de ne plus pouvoir utiliser les mathématiques comme outil.

Un programme (1), peu différent du programme officiel, a été élaboré à partir de ceux de Première D et D' en tenant compte des besoins des physiciens et des biologistes et en suivant un ordre qui permette une collaboration étroite entre les disciplines. Dans le même esprit, un programme de Terminale a été ensuite établi à partir de celui de D en y ajoutant les notions de géométrie indispensables à l'étude des Sciences expérimentales. L'I.N.R.D.P., intéressé par cette recherche, a donné les moyens matériels de l'expérimenter en accordant des décharges de service. En même temps, des

(1) Voir Annexe 1.

contacts ont été pris avec les U.E.R. de Sciences d'Orsay et de Créteil, afin de s'assurer que les élèves ainsi formés pourraient avoir des débouchés dans le Supérieur.

Après avis très favorable des enseignants de ces Facultés et toutes précautions prises pour que les élèves puissent passer le baccalauréat D, une classe de Première de 21 élèves expérimente ces programmes cette année.

Une collaboration étroite s'est établie entre les professeurs de cette classe et une véritable interdisciplinarité est mise sur pied. Il s'ensuit un décroisement horizontal entre les différentes disciplines et, de plus, un décroisement vertical entre le Secondaire et le Supérieur, grâce à des échanges de vue entre enseignants. Les linguistes eux-mêmes ne sont pas étrangers à ce décroisement.

LES METHODES :

En fait, plus que le programme, c'est l'esprit dans lequel il est enseigné qui permet de réduire le fossé qui, de l'avis des mathématiciens et des physiciens, se creuse entre leurs deux disciplines. Ceci conduit le professeur de mathématiques à assister à certains cours de physique, de même que le biologiste assiste à des cours de chimie, et le physicien à des cours de mathématiques et de biologie, chacun de ces professeurs intervenant éventuellement, dans l'optique de sa discipline. Toute nouvelle notion mathématique est abordée autant que possible à partir d'exemples physiques, afin d'habituer les élèves au passage du concret au modèle mathématique. Ensuite la théorie est illustrée d'exemples physiques qui permettent le retour au concret.

EXEMPLES :

(Signalons tout d'abord que le programme de Sciences physiques enseigné au lycée de Montgeron est celui de la Commission Lagarrigue).

1°/ Introduction des notions de limite, continuité, dérivée. La conservation de la quantité de mouvement dans le choc de deux mobiles a été étudiée en Seconde.

A partir d'un rappel de la notion de vitesse moyenne, et pour affiner cette notion, on montre la nécessité d'un passage à la limite. D'où la définition mathématique d'une limite et celle de la dérivée. Le choc de deux mobiles sert d'exemple de discontinuité dans les vitesses. Le gradient de g sert d'exemple de dérivée.

Après le chapitre des dérivées et des variations de fonctions, des études d'optimisation ont été faites.

2° / Introduction de la notion de différentielle. Contrairement à la dérivée, la différentielle a d'abord été introduite en mathématique, par l'intermédiaire de l'équation d'une tangente. Dès le cours de physique suivant, cette notion a été utilisée pour démontrer la relation entre la variation de l'énergie cinétique et le travail d'une force parallèle au déplacement. Les professeurs de physique insistent sur l'importance pour eux de la notion de différentielle qu'ils utilisent très fréquemment.

CONCLUSION :

On ne peut tirer dès maintenant de conclusion, l'année scolaire étant encore peu avancée au moment où ces lignes sont écrites. On peut cependant déjà noter quelques réactions d'élèves :

- a) une exigence de rigueur étonnante ;
- b) l'utilité des mathématiques n'est plus contestée ;
- c) l'habitude prise de voir deux professeurs au même cours est un stimulant pour les élèves dont les réactions sont plus spontanées.

En fait, ce décloisonnement est une source d'enrichissement pour les professeurs, à qui cela suggère des exercices d'un genre nouveau, et, chez les élèves, cela semble favoriser une meilleure compréhension et développer des qualités utiles à ceux qui auront besoin de mathématiques comme outil et non comme une fin en soi.

ANNEXE 1

Programme de Première expérimentale comparé au programme officiel (les numéros des paragraphes sont ceux du programme de Première D).

1° / *Suppressions* : § I Ensemble des parties d'un ensemble (reporté en Terminale).

Remplacement du § V par V', c'est-à-dire que la notion d'angle est admise.

VII Les probabilités sont reportées en Terminale.

2° / *Principales additions* :

IV Espace affine de dimension 2 ou 3. Droites et plans affines. Intersection. Parallélisme.

VI Distance de deux points. Projection orthogonale d'un point sur un plan, d'un point sur une droite.

Comparaison de la perpendiculaire et des obliques menées d'un point à un plan — Droites et plans perpendiculaires.

Symétrie — Notions sommaires de géométrie descriptive.

Cercle ; équations paramétriques du cercle.

Sphère, définition, sections planes, application à l'astronomie — Définition géométrique de la parabole, de l'ellipse, de l'hyperbole ; propriétés géométriques des foyers.

VII Statistique : caractéristiques de position (mode, moyenne arithmétique, médiane).

Programme de Terminale expérimentale

Principales additions :

- Intégration par changement de variable — Usage des coordonnées polaires.
- Equation différentielle $y'' - \omega^2 y = 0$.
- En Statistiques : variance, écart-type. Ajustement linéaire.
- En Probabilités : loi binomiale.

ANNEXE 2

Commission d'étude pour l'enseignement de la Physique — Chimie — Technologie (Commission Lagarrigue).

Les programmes n'ont jamais été publiés officiellement car ceux-ci sont des "avant-projets" en cours d'expérimentation et, par suite, susceptibles de modifications avant leur application généralisée.

L'Union des Physiciens, dans le but d'informer les professeurs de Sciences Physiques, a publié ces "avant-projets" de programmes dans les Bulletins suivants (Bulletin de l'Union des Physiciens, publication mensuelle pendant l'année scolaire).

Classe de Seconde (tronc commun)	n° 548 (octobre 1972) n° 558 (octobre 1973) remaniement du programme de Seconde après une année d'expérimentation.
Classe de Première (option "légère")	n° 558 (octobre 1973)
Classe de Première scientifique (équivalent à C-D-E)	n° 557 (septembre 1973) Physique n° 554 (avril 1973) Chimie
Terminale (option scientifique "lourde")	n° 569 (novembre 1974) Physique n° 570 (décembre 1974) Chimie

Ou en est la pluridisciplinarité ?

Réflexion sur les programmes de 1^{ère} G

par Jacqueline FOURASTIE, Maître-Assistant au C.N.A.M.

Il semble que la plupart d'entre nous soient d'accord pour un enseignement *pluridisciplinaire*. Cependant, on doit se demander si ce n'est pas d'abord au niveau des *programmes* que devrait se situer cette préoccupation. Bien sûr, le programme actuel de Seconde A reflète un désir de ce genre : "Les problèmes proposés aux élèves, et dont les origines pourront être empruntées à d'autres disciplines que les mathématiques et pourront conduire à des équations du premier ou du second degré, devront en général comporter des questions de calcul numérique. Portant sur des phénomènes connus des élèves, ils pourront être présentés de façon à nécessiter un travail simple de mathématisation pour traduire leur énoncé en langage mathématique".

Cependant, les programmes de mathématiques, s'ils commandent de traiter des "problèmes" dont les données sont tirées d'autres disciplines, ne semblent jamais envisager de rechercher *quelles mathématiques sont nécessaires à ces disciplines pour s'exprimer*.

Le présent article ne nie pas l'intérêt formateur de nombreuses notions de mathématiques non directement *utilisables*. Une recherche gratuite est nécessaire ... mais ce n'est pas une raison pour faire vivre à nos élèves une tension qui fait que des notions, utilisées dans d'autres disciplines, restent interdites en mathématiques. En ce qui concerne la classe de Première G (Première économique) je me suis limitée essentiellement à l'histoire, la géographie, l'économie et l'organisation, que j'ai étudiées à partir des manuels de cette classe.

1 — Les fonctions et les équations

Je me demande comment, dans l'esprit des élèves, peut se faire le raccordement entre les notions de *fonctions* et d'*équations* telles qu'elles sont exposées en mathématiques et ce qu'écrivent nos collègues économistes. Un exemple :

Les facteurs de production (en général : K, capital, L travail) sont au programme : Q étant la production, la tentation est grande

pour les économistes d'utiliser l'écriture :

$$Q = f(K, L)$$

quand ils n'explicitent pas sous une forme telle que :

$$Q = AK^{\alpha}L^{1-\alpha} \quad (1)$$

(A et α constantes, $0 < \alpha < 1$).

Or, le programme de mathématiques refuse les fonctions à plusieurs variables, et n'apprécie même guère la notation :

$$Y = f(x)$$

Il vaut mieux ne pas parler des exposants compris entre zéro et un !

2 — Les dérivées partielles

La question ne s'arrête pas là. Les notions de variation relative, d'élasticité, de coût marginal, font appel à des *dérivées partielles*. Les manuels d'économie semblent soit utiliser effectivement les dérivées partielles, soit se contenter de variations relatives sans faire tendre vers 0 la période de variation. L'élasticité est alors, entre deux dates rapprochées 0 et 1

$$\frac{\frac{[\Delta y]_0^1}{y}}{\frac{[\Delta x]_0^1}{x}}$$

sans pour cela être égale à $y'_x \cdot \frac{x}{y}$ quand les dates se rapprochent indéfiniment. Une troisième solution, peut-être la moins mauvaise, consiste à faire une "démonstration" sur les dérivées partielles en donnant à toutes les variables, sauf une, une valeur fixe, et en dérivant par rapport à la dernière.

3 — Les équations

La plupart des équations écrites sont à plus de deux variables. Certaines sont assez formelles, comme celles qui concernent le produit national. D'autres ressemblent plus ou moins à (1) ! Dans un manuel qui apparaissait particulièrement attentif au niveau mathématique des élèves, j'ai trouvé un système de deux équations

à deux inconnues ; l'une des équations était du premier degré, et l'autre du second : je suppose que les élèves parviennent à le résoudre ... mais les "méthodes de résolutions des systèmes linéaires à deux inconnues" ne leur suffisent pas.

4 — Les courbes et les représentations graphiques

Peut-être la question la plus grave est-elle celle de l'emploi des courbes. Nous habitons nos élèves à représenter graphiquement, en repère orthogonal ou non, le graphe de fonctions

$$x \longrightarrow f(x)$$

où $f(x)$ a, dans la grande majorité des cas, une forme algébrique, polynôme d'un degré inférieur ou égal à 3, fonction homographique. L'économiste, et parfois l'historien et le géographe, confondent facilement la fonction et sa représentation et utilisent exclusivement la base orthogonale. La plupart du temps, ils ne connaissent que quelques éléments du graphe (par exemple, deux ou trois points d'une "courbe d'indifférence", c'est-à-dire deux ou trois couples (capital, travail) qui aboutissent à une même production). A partir de ces quelques "points", ils tracent la courbe qui représente une fonction dont on ne connaît pas la formulation algébrique. La résolution graphique d'un système — qui souvent également n'a pas de forme algébrique — est instinctive pour l'économiste.

En sens inverse, les mathématiciens pensent-ils à différencier les représentations graphiques des fonctions et les courbes représentant des séries chronologiques, ou les graphiques statistiques ? (Par exemple, une série de productions annuelles est représentée par une série de points joints par des segments de droite qui ne représentent aucune fonction).

Les courbes isoquantes, courbes d'indifférence notamment, sont usuelles pour les économistes, et pourraient être rapprochées de courbes géographiques, courbes de niveaux, courbes de température ... portées sur des cartes. Mais rien en mathématique n'y prépare les élèves.

5 — Règle à calcul et machine à calculer

Même lorsque les programmes de mathématiques cherchent à s'adapter aux besoins des autres disciplines, ils n'y réussissent pas toujours. Ainsi, l'usage de la *machine à calculer* fait double emploi avec le même travail fait dans d'autres disciplines de Première G

(secrétariat de bureau, bureau comptable ...) et celui de la *règle à calcul* devient anachronique à l'heure où la machine à calculer quatre opérations de poche atteint un prix concurrentiel (et qui le sera de plus en plus) avec la règle à calcul.

6 — Retour à l'élémentaire

Les programmes de toutes les classes supposent connus ceux des classes précédentes. Or, je fais presque quotidiennement l'expérience, avec des élèves de niveau bac+1 ou bac+2, d'une grave lacune au niveau le plus élémentaire : opérations sur les fractions, *ordres de grandeur* de pourcentages ou de résultats d'opérations simples ... Qu'est-ce alors que faire de l'économie ou de la géographie si l'on ne perçoit pas la différence entre 5 % et 0,5 % ? Je me demande si dans des classes comme la Première, il ne serait pas nécessaire de "perdre du temps" sur des ordres de grandeur, fût-ce au détriment d'autres aspects, plus savants, mais que nos élèves ne seront peut-être pas aptes à retenir et à utiliser.

* * *

Cette énumération pourrait être aisément poursuivie. Il semble qu'elle est suffisante pour montrer que, malgré un effort certain, l'école est encore loin de la pluridisciplinarité. Il est même étonnant que les élèves ne se débrouillent, après tout, pas si mal, en passant d'une discipline à l'autre. Mais cela ne prouve-t-il pas qu'ils ont des réactions qui varient avec la matière enseignée et qui ne s'étendent pas à toutes leurs connaissances ? ... Le désir d'éveiller esprit critique et esprit de synthèse ne trouve-t-il pas là obstacle ?

Il y a, semble-t-il, contraste et absurdité à pousser si loin la finesse rationnelle dans une discipline, et l'incohérence d'une discipline à l'autre.

Un collègue japonais :

Prof. ICHIRO NIWA

34-7 Takehashi-cho , Nakamura-Ku,

NAGOYA - SHI 453 , JAPON

professeur de mathématique, désire correspondre en français avec un professeur de mathématique français.

2

MATERIAUX POUR UNE BIBLIOGRAPHIE

Matériaux

par G. WALUSINSKI

Rappel du code : □ manuels ; ○ pédagogie générale ; ∇ pédagogie pour la mathématique ; Δ culture générale ; * formation permanente des maîtres (éventuellement ** ou *** pour des ouvrages de niveau élevé ou très élevé) ; □□ articles publiés dans des revues.

Le numéro précédant le signe a seulement pour but de faciliter les références éventuelles. Pour certains ouvrages, le double signe * ∇ indique qu'ils comportent des préoccupations pédagogiques tout en apportant une information mathématique.

Cette classification et des commentaires éventuels encadrés de crochets [et] sont sous la responsabilité de G. Walusinski et ne signifient pas qu'une analyse plus complète ne sera pas publiée ultérieurement sous d'autres signatures.

Adresses des éditeurs cités : des collègues ont demandé qu'on ajoute cette information pour faciliter les commandes des bibliothèques.

- Albert BLANCHARD, 9 rue de Médicis, 75006 Paris.
- CASTERMAN, 66 rue Bonaparte, 75006 Paris.
- CEDIC, 93 avenue d'Italie, 75013 Paris.
- Les Editions du CERF, 29 boulevard Latour Maubourg, 75007 Paris.
- DELAGRAVE, 15 rue Soufflot, 75005 Paris.
- Les Editions E.S.F., 17 rue Viète, 75017 Paris.

- FOUCHER, 126 rue de Rivoli, 75001 Paris.
- HACHETTE, 79 boulevard Saint-Germain, 75006 Paris.
- HERMANN, 293 rue Lecourbe, 75015 Paris.
- MASSON, 120 boulevard Saint-Germain, 75006 Paris.
- NATHAN, 9 rue Méchain, 75680 Paris Cédex 14.
- RIBER, 9 boulevard des Italiens, 75002 Paris.
- SEUIL, 27 rue Jacob, 75006 Paris.

Ouvrages récents

GOYENEIX et PAGET

- 1 □ *Mathématiques appliquées*, calculs commerciaux ; CAP commerciaux, 3ème année, 168 p., éd. Foucher.

BONNARD, GLOUZMANN, OTTAVI, RODET

- 2 □ *Mathématique*, 2ème année, BEP industriels, formation continue ; 176 p., éd. Hachette [A signaler que dans ce livre on traite des A N V R du type $R \rightarrow R$ et $x \mapsto a x^2$, comme si tout le monde savait ce qu'est un (ou une) A N V R].

Jacqueline FOURASTIE

- 3 □ *Cours de mathématiques appliquées à l'économie*, cours du CNAM, 192 p., éd. scientifiques Riber.

J. FOURASTIE et Rémy ALASSER

- 4 □ *100 problèmes et exercices sur les mathématiques appliquées à l'économie*, complément à l'ouvrage précédent ; 194 p., éd. Riber.

E. PUJOL et S. BADOURES

- 5 □ *La mécanographie* ; les machines à calculer ; les machines comptables ; initiation à la programmation (BEP, lycées techniques, formation continue). Livre pour l'élève, 160 p., 24 F Livre du professeur, offre spéciale de lancement 18 F au lieu de 32 F. Ed. Nathan.

F. JARENTE

- 6 ▽ * *Numération à l'école*, 178 p., collection Formation des maîtres en mathématique, éd. CEDIC (32 F). [L'auteur traduit ici le même souci que dans son précédent ouvrage sur

les opérateurs : informer et non vulgariser. Des fiches d'exercices très accessibles introduisent les notions ; une synthèse des notions théoriques acquises vient ensuite avant des commentaires à portée pédagogique. Intéressants schémas sur les changements de base, évidemment mis au point au cours de séances de travail avec des maîtres. Personnellement, j'aurais aimé que le livre donne quelques indications historiques et qu'une bonne utilisation des "nombres en couleurs" soit suggérée ; mais ce sont des additions qui viendront naturellement à l'esprit du lecteur une fois acquises les connaissances fondamentales ici explicitées]

Ch. CRANNEY et G. PERROT

- 7 ▽ * *Mathématiques et apprentissage du calcul*, tome 1, 192 p., collection "Pédagogie de l'Ecole Élémentaire", éd. Delagrave. [Le premier tome comporte deux parties : 1°) des ensembles aux nombres naturels ; 2°) comment calculer ; le second tome traitera des opérateurs et de la mesure. Les auteurs, professeurs d'Ecole Normale, considèrent que si l'information mathématique des maîtres est nécessaire, elle ne fournit pas les solutions pédagogiques ; la juxtaposition de "solutions pédagogiques" (en admettant que celles-ci existent) ne permet pas une réflexion réelle sur l'enseignement ; ce qui ne signifie pas, au contraire, qu'une telle réflexion soit impossible ; mais elle sera d'autant plus fructueuse qu'on restera vigilant vis à vis des "solutions"]].

L'expérience E.S.E.

- 8 △ * *Sciences en Sixième et en Cinquième*, 192 p. (35 F), éd. CEDIC. [Compte rendu des expériences d'Enseignement Scientifique Expérimental organisées en marge des travaux de la Commission Lagarrigue pour la réforme de l'enseignement des sciences physiques. Travaux de quatre équipes pluridisciplinaires en 72-73 et 73-74, puis de douze équipes (deuxième phase de l'expérimentation) en 74-75. Un témoignage captivant du profit du travail en équipes de professeurs de biologie, de physique, de travail manuel et de mathématiques. Et une tentative prometteuse de développement d'un enseignement scientifique expérimental ; prometteuse, si ... l'expérimentation débouche sur une généralisation].

Claude DELLACHERIE et Paul-André MEYER

9 ** *Probabilités et potentiel*, 308 p., 64 F, éd. Hermann.

Henri LEBESGUE

10 ** *La mesure des grandeurs*, 184 p., 30 F, éd. Blanchard [Une heureuse réédition d'un grand classique].

11 ** *Leçons sur les séries trigonométriques*, 128 p., 28 F, éd. Blanchard.

M. ROSEAU

12 ** *Equations différentielles*, 156 p., 65 F, éd. Masson.

H.G. STEINER et autres

13 ▽ * *Proceedings of the ICMI-IDM Regional Conference on the teaching of Geometry*, Bielefeld 16-20 september 1974. Edité par Institut für Didaktik der Mathematik, 4800 Bielefeld 15, Heidsieker Heide 94. [Les diverses contributions sont en anglais ou en allemand, y compris celles de W. Servais et G. Glaeser].

A. HALLAM

14 △ *Une révolution dans les sciences de la Terre* (de la dérive des continents à la tectonique des plaques), 188 p., collection "Points", éd. du Seuil. [Une bonne synthèse, avec un arrière-plan historique, de l'actualité de la géologie].

Mosse JÖRGENSEN

15 ○ *Un lycée aux lycéens* ; le lycée expérimental d'Oslo ; préface de Gérard Mendel ; 240 p., 32 F, éd. du Cerf.

16 □ □ *L'Education*, n° 267 (15.01.76) : numéro spécial sur la formation des maîtres. [Une brève confrontation d'idées générales entre M. Haby, des responsables syndicaux, une très bonne présentation par M. Debeauvais des conceptions des enseignants et chercheurs en sciences de l'éducation et un exposé d'André Lichnérowicz]

17 □ □ *L'enseignement Mathématique*, tome XXI, mai-déc. 1975. [Un ensemble de textes pour le centenaire de Lebesgue]

18 □ *Parents et Maîtres*, deux numéros spéciaux : (85) Majeurs à 18 ans ; (86) Absents à l'école, de cette intéressante revue éditée par le Centre d'Etudes Pédagogiques (Enseignement confessionnel).

* * *

Werner HEISENBERG est mort le 1er février 1976. Il était né à Würzburg en 1901. En 1924, il prenait contact avec Niels Bohr et en 1927 il découvrait les "relations d'incertitude" qui portent son nom. Prix Nobel en 1932. Théoricien de la mécanique quantique, il a montré l'étendue et la profondeur de ses connaissances mathématiques. En français, on peut lire de lui *"Physique et philosophie, la science moderne en révolution"* (252 p., éd. Albin Michel) et un livre de souvenirs *"La Partie et le Tout ; le monde de la physique atomique (souvenirs de 1920-1965)"* (336 p., éd. Albin Michel). Et se reporter, pour la signification de son oeuvre, à l'excellent livre de Banesh Hoffmann, *"L'étrange histoire des quanta"* (284 p., éd. du Seuil).

Un tricentenaire négligé : celui de la communication, le 22 novembre 1675, à l'Académie des Sciences de Paris, par Olaus Römer, de sa mesure de la vitesse de la lumière (à partir de la mesure des avances et des retards des éclipses des satellites de Jupiter selon la position de la planète).

Pédagogies non directives. A leurs partisans, je dédie confraternellement cette citation : "Ordonner à Lazare de se lever de son tombeau ne nous a jamais paru très sûr pour Lazare. Et si par miracle Lazare se lève en effet, tant pis peut-être pour Lazare, et tant pis pour celui qui aura donné l'ordre. L'action par ordre et sans volonté propre, même le salut par ordre, nous semblent d'une efficacité douteuse, mais d'un risque certain pour celui qui donne comme pour celui qui reçoit l'ordre". De *Culture prolétarienne*, par Marcel Martinet, livre qui date de 1934 et vient heureusement d'être réédité chez Maspéro.

Vertus de la géométrie. Il y a trente ans, l'enseignement de la géométrie jouait encore un grand rôle dans la formation des candidats aux Grandes Ecoles. On en constate tous les jours les

bienfaits. Après sa dernière rencontre avec le Chancelier d'Allemagne Fédérale, M. Giscard d'Estaing a déclaré : "Nos points de vue sont parallèles". Par ailleurs, *Le Monde* du 6.02.76 publiait une annonce pour des séminaires de formation en astrologie par un ancien élève de Polytechnique. Une double réussite de la formation de l'esprit scientifique.

Le témoignage d'une rééducatrice

par J. NIMIER, Epernay

Mme Jaulin Mannoni a fait paraître une série de livres qui sont autant de jalons dans son itinéraire personnel. Elle a présenté, tout d'abord, dans "Les quatre opérations, base des mathématiques" * et "La rééducation du raisonnement mathématique", la technique qu'elle utilise dans ses rééducations.

Puis, dans "Pédagogie des structures logiques élémentaires", elle a cherché à fonder cette technique en montrant qu'il était possible de faire naître chez l'enfant ou chez l'adulte les structures mentales (au sens de Piaget) que les circonstances n'avaient pu faire apparaître. Autrement dit, elle montre qu'il n'est pas illusoire de chercher à faire acquérir par des techniques un nouveau stade de pensée à quelqu'un qui n'a pu le faire auparavant. Tout n'est pas inné : les structures peuvent s'acquérir par apprentissage. "L'apprentissage des sériations", son ouvrage suivant, nous en donne un exemple à propos de l'acquisition de la structure d'ordre.

Enfin, dans le dernier livre qu'elle vient de faire paraître : "Le pourquoi en mathématiques", l'auteur propose une réflexion plus large et plus théorique sur toute son expérience et naturellement sur l'enseignement des mathématiques.

L'ensemble de son oeuvre a une position originale par rapport à la littérature habituelle en pédagogie mathématique. Ceci pour plusieurs raisons. L'auteur n'est pas professeur de mathématiques, mais rééducatrice en mathématiques, c'est-à-dire qu'elle a une position qui lui permet d'observer plus facilement les phénomènes d'apprentissage individuel. De plus, elle travaille avec des "élèves"

* Les éditions E.S.F.

dont les difficultés en mathématiques sont particulièrement sévères. Or, on sait que l'observation et l'analyse des cas limites ont souvent contribué à l'élaboration d'une science.

D'autre part, pour elle, l'enseignement des mathématiques n'est pas qu'une affaire de compétence dans cette discipline. Au contraire, elle estime que cet enseignement a tout intérêt à tenir compte des apports de la psychologie, de l'histoire des mathématiques, de la psychanalyse, etc... et elle cherche, pour elle-même, à en tenir compte.

On voit donc tout l'intérêt qu'on peut trouver à lire ce genre d'ouvrages : ils apportent une vision différente de celle que l'on a habituellement. Cependant, le professeur de mathématiques n'y trouvera pas, pour lui, des solutions toutes faites, les conditions de l'enseignement dans une classe étant différentes de l'enseignement individuel, et il sera parfois insatisfait du manque de rigueur mathématique de certains passages, ou désarçonné par le langage qui utilise la terminologie de la psychologie de Piaget.

Si l'on sait passer sur tout cela, ces livres apporteront certainement matière à réflexion.

LE ROBINSON DE LA MATHEMATIQUE

m'a envoyé ses jeux !

Pour le club mathématique.

Pour un enseignement par noyaux-thèmes.

A la demande de nombreux collègues, je les édite.

P. MAHAUT - Auteur Editeur

17 rue de L'Olifant - 14000 CAEN

Parus : Jeux A_0 , A_3 : 10 F + 2 F port - Fascicule I sur jeux A_0 , A_1 : 3 F + port.

A paraître : Jeux A_1 , A_2 , C_0 : 10 F + 2 F port - Fascicule II sur jeux A_2 , A_3 : 3 F + port.

Voir trois articles "Le Robinson de la Mathématique" dans les Bulletins 293 (p. 249), 298 (p. 233), 300 (p. 463) et un autre article dans le numéro 302 (p. 151).

Un lycée aux lycéens

par G. WALUSINSKI

Après "la terre aux paysans !" puis "l'usine aux ouvriers !" est-ce que "l'école aux écoliers !" va soulever la révolution scolaire comme les autres mots d'ordre ont animé jadis des tentatives de révolution sociale ? En fait, sous un titre moins incendiaire, "*Un lycée aux lycéens*" (Cf. n° 15 des matériaux ci-dessus), la première directrice du lycée expérimental d'Oslo nous relate l'aventure qu'elle a vécue, ses ambitions, ses difficultés, ses réalisations, sa portée exemplaire.

Pas de point d'exclamation, pas de cri de ralliement, un constat, un récit sincère. Pas de théorie, des faits. Des principes, bien sûr, et même les plus exigeants, ceux de la liberté et de la tolérance, ces deux piliers de la démocratie. Des principes, mais pas pour en faire un bel exposé sur une conduite idéale ; pour montrer seulement comment on s'est organisé, dans la pratique, pour les respecter d'aussi près que possible. Donc pas un livre de pédagogie théorique, mais un livre sur la vie scolaire écrit dans le ton qui convient : ce qu'il faut d'émotion et d'humour, de sincérité surtout, pour nous faire connaître un lycée où régnait "un climat de chaleur, de confiance, de liberté". Première conclusion : Mme Mosse Jørgensen est une pédagogue autant qu'un écrivain. Elle nous dit : "Mon livre n'est pas l'histoire d'un dévouement personnel, mais le témoignage d'un climat de confiance collectif". Sans doute. On ne peut toutefois s'empêcher de penser que le lycée expérimental d'Oslo a bénéficié pour sa naissance et ses premiers pas de dévouements et de compétences exceptionnels, d'une équipe d'élèves et de professeurs qui savaient ce qu'ils voulaient et qui voulaient ce qu'ils pouvaient faire ensemble.

Raison de plus pour écouter attentivement ce témoignage ... et en prendre de la graine.

* * *

Devant la recherche pédagogique, il y a, chez certaines personnes, une attitude de scepticisme ou d'hostilité a priori qui habille ou camoufle un refus de toute évolution. Et le souci moins avouable de défendre le désordre établi, les vieux privilèges, les cadres où l'on a fait son nid ... Il est vrai que certaines recherches

prêtent aussi à la critique : on installe tout un programme savant à partir d'hypothèses bien précisées, on développe des enquêtes scientifiques, on les dépouille grâce à d'importants moyens (donc des crédits) et on aboutit à des conclusions ... que tout le monde connaissait à l'avance et qui feront l'objet d'un important rapport que certains liront peut-être, mais qui n'aura jamais le moindre effet dans la pratique de l'enseignement. Mosse Jørgensen a une façon charmante de mettre ces recherches à leur place : "Nous rions de ces naïfs du Moyen-Age qui pouvaient chevaucher des journées à la recherche d'un livre d'Aristote qui les renseigne sur le nombre de dents d'un cheval".

Au vrai, il faudrait être aveugle ou inconscient pour nier les difficultés d'une expérimentation pédagogique significative. Ont donc à nos yeux la plus grande valeur les témoignages authentiques sur des expériences en vraie grandeur : des vrais élèves dans des vrais locaux avec des vrais professeurs ; ni génies ni palais. Avec tous les risques que comporte l'idée "folle" de faire vivre un lycée démocratiquement, l'idée plus folle encore de former des hommes libres dans un climat de liberté. Or, justement, cette fois, à Oslo, l'expérience a été lancée par une équipe de trois élèves, deux garçons et une fille de seize ans, bien accueillie et soutenue par une petite équipe de pédagogues qui avaient une confiance complète dans les vertus de la liberté. Et l'expérience a *tenu* ; et le lycée expérimental d'Oslo vit après presque dix ans d'existence.

Ses principes d'organisation sont, sur de nombreux points, à l'opposé des nôtres. Nous allons donc être heurtés, étonnés, scandalisés peut-être par le récit de M. Jørgensen. Je crois que ce choc ne peut nous faire que du bien.

Le livre commence par le récit de la création du lycée expérimental. L'initiative est celle de trois élèves qui, vis à vis de l'enseignement traditionnel, en avaient "ras-le-bol". L'un d'eux avait même complètement abandonné ses études. En mars 1966, ils rédigent et lancent un tract pour une école où les élèves et les maîtres auront les mêmes droits, où les décisions seront prises en commun, où il n'y aura pas de notes, où la présence aux cours ne sera pas obligatoire ... Un programme qui avait de quoi hérissier le poil de tous les tenants du système scolaire établi.

Et pourtant, la femme d'un recteur, quelques professeurs, se joignent au groupe des pionniers. Ensemble, ils obtiennent qu'un local soit mis à leur disposition (un local évidemment insuffisant et aussi peu adapté que possible à une nouvelle organisation scolaire).

Mais enfin "pour attaquer le mal à sa racine, il nous faudra bien un jour sortir de ce cercle vicieux qui consiste à ployer la nuque et puis à faire ployer celle des autres". C'est Mosse Jørgensen qui vous parle.

Premier souci, dans le nouveau lycée, une fois obtenues (non sans mal croyez-le) les autorisations indispensables, le faire vivre dans un climat réellement démocratique. Quitte à réserver pour plus tard une expérimentation relative à l'enseignement proprement dit. Grâce à la volonté des pionniers, à leur fermeté sur les principes énoncés dans le fameux tract, le lycée a vécu ; il a surmonté les obstacles naturels (on n'est pas libre sans volonté de l'être) et ceux que les adversaires d'une telle tentative ne manquèrent pas de lui opposer. Ici se situe, à mon avis, le mérite exceptionnel de l'équipe des pionniers, élèves et professeurs ensemble, tous à l'école de la démocratie.

C'est seulement au cours de la deuxième année que l'idée se précise de changer en profondeur les méthodes d'enseignement. Le lycée expérimental, établissement public, était cependant limité dans sa liberté par l'obligation de suivre les programmes officiels et, à la fin de son cycle d'études (deux ans), de présenter ses élèves à l'examen traditionnel. Pour surmonter ces difficultés, les élèves étaient répartis en groupes de treize avec un professeur sous la direction d'un leader désigné par le groupe et qui n'était un professeur que très exceptionnellement. Donc travail d'équipe pour les élèves et aussi pour les professeurs grâce à une coordination étroite entre eux. Pour ceux-ci aussi ce fut une rude expérience : redevenir élèves (un des avantages de la pluridisciplinarité), être vraiment *engagés* dans une aventure pédagogique.

Le livre de M. Jørgensen vaut pour le récit de cette aventure. Aussi pour mille remarques sur l'enseignement en général qui souvent frappent juste et font réfléchir ... "L'enseignant jouit, en vertu du système même, d'une sorte d'impunité pour son mauvais travail". "Apprendre à connaître le monde à travers les manuels officiels et les programmes d'examen, c'est tout comme si, installé dans une chambre bien close, on feuilletait un vieil herbier jauni, avec, derrière la porte, toute la végétation du monde".

Une expérience comme celle du lycée d'Oslo pose toutes les questions que les réformateurs de l'enseignement (je veux dire ceux qui voulaient ou qui veulent vraiment le réformer en profondeur) se sont toujours posées. Toute réalisation importante

dans ce domaine a une portée, une signification politique. Or, peut-on rester dans le cadre contraignant d'un système (par exemple se préoccuper toujours des examens, suivre les programmes officiels) si on se propose justement de faire éclater ce cadre ? D'autre part, comment l'expérience peut-elle avoir de l'influence sur le système à réformer, si elle ne reste pas en contact avec les autres écoles ? Contradictions qui ne peuvent être surmontées que par une large information sur les expériences (merci, Mosse Jørgensen, pour votre livre chaleureux et véridique), la persévérance et la fermeté des expérimentateurs sur leurs principes d'action, enfin et surtout, l'ouverture d'esprit des éducateurs, de ceux au moins qui ne craignent pas l'éparpillement d'un herbier jauni sous le souffle turbulent d'une jeunesse libérée.

Ville Congrès International de Cybernétique

Ce Congrès est organisé à Namur (Belgique) du 6 au 11 septembre prochain par l'Association Internationale de Cybernétique. Il s'annonce comme un grand événement sur le plan scientifique.

Il comportera trois symposiums consacrés aux thèmes suivants :

1. L'application des concepts de Cybernétique et de la théorie générale des systèmes à la simulation de systèmes à grande échelle ;
2. Sur divers aspects du concept d'information ;
3. La Cybernétique et l'art d'enseigner.

120 communications sont en outre annoncées. Elles proviennent de plus de 100 savants et chercheurs originaires de 27 pays. Elles se répartissent en quatre sections : Principes de Cybernétique et Théorie générale des systèmes — La Cybernétique dans les systèmes sociaux — La Cybernétique dans les systèmes mécaniques — La Cybernétique en Biologie et en Médecine.

Les langues officielles du Congrès sont le français et l'anglais.

Les inscriptions au Congrès sont acceptées jusqu'au 1er juillet 1976. Ceux qui ne peuvent assister au Congrès mais sont intéressés par ses travaux peuvent se procurer le recueil des résumés des conférences et communications disponible dès le mois de septembre et les Actes du Congrès qui seront publiés en 1977.

Pour tous renseignements, il y a lieu de s'adresser au Secrétariat de l'Association Internationale de Cybernétique, Palais des Expositions, Place André Rijckmans, 5000 NAMUR (Belgique).

EXAMENS

Les super-bac

par René GAUTHIER, Lycée Ampère, Lyon

Nous avons les surbooms, les super-marchés, les super-stars ... mais voici l'ère des super-bac.

En flânant, si l'on peut dire, dans ces annales dont tout prof de Terminale doit bien tenir compte (un peu ...) dans son enseignement, je suis tombé (si l'on peut dire !) sur quelques sujets de C qui sont un vrai délice.

Je ne parlerai pas de celui de Paris que l'on trouve désormais à la rubrique de "Créteil - Paris - Versailles", et dont on a déjà beaucoup parlé — mais Paris n'est que la capitale de la France. et ne saurait être un modèle. Mais que pensent les collègues du sujet pour série C, de Rennes, pour ne citer que celui-là ?

Dans les dites Math-Annales (CEDIC, 1975), le sujet en question tient en 3 pages 1/4. Il faut déjà le faire ! J'imagine déjà la panique du brave candidat (mais oui ! en général ils sont braves !) à la simple lecture de ce texte.

Comptons 15 minutes pour la lecture du texte, pour le comprendre, s'en imprégner. Comptons 1 heure 15 pour la rédaction ; et c'est bien peu, alors que TOUS (?) nous semblons être d'accord pour attribuer à cette rédaction une valeur non négligeable, sinon essentielle.

Il reste alors 2 heures 1/2, soit 150 minutes, pour chercher, comprendre, mettre en ordre, réfléchir, sans compter les temps morts : se mettre en route, se détendre, satisfaire un besoin

naturel. Bref 150 minutes pour tenter de faire valoir ce qui reste après 270 heures (environ) de travail dans l'année.

A la lecture des deux exercices et du problème, j'ai dénombré 31 questions : "Trouver ...", "Montrer que ...", "Calculer ...", "Résoudre ...", etc... soit moins de cinq minutes pour chaque question, sans compter les temps morts, et encore, une question ne sera pas examinée. Ajoutons les 3 minutes pour la rédaction et c'est terminé.

A qui fera-t-on croire que ces minuscules minutes suffisent pour répondre aux questions suivantes :

Exercice

- 2 b) "Montrer (sic) que (Ω, β) est un espace probabilisable".
c) "Montrer (re-sic) que la probabilité p est parfaitement définie sur (Ω, β) ".
(D'ailleurs, si elle n'était pas "parfaitement définie", pourquoi en parlerait-on ?).

Problème A 2 -- a)
B 2 -- b)
J'en passe !

Tout de même, ces auteurs de sujets, ceux qui les "corrigent" ou les "contrôlent", ont-ils bien conscience du fait que nos élèves de Terminale C ne seront pas TOUS polytechniciens ?

Ont-ils encore présentes à l'esprit certaines instructions, encore en vigueur, publiées à l'époque où la durée de cette épreuve est passée de 3 heures à 4 heures, dans lesquelles il était dit, *très officiellement*, que cet allongement ne doit pas être l'occasion d'un alourdissement des sujets, mais l'occasion d'exiger une meilleure réflexion du candidat, et une rédaction plus fouillée et plus précise ?

Pour les séries C, D, D' et E, l'épreuve comporte deux exercices indépendants et un problème, tous obligatoires, et a une durée de 4 heures. On veillera à maintenir dans une ampleur modérée les sujets proposés ; il n'y a pas d'inconvénient à ce qu'un bon élève puisse traiter l'épreuve en trois heures ; l'essentiel est qu'un élève moyen, rédigeant posément après avoir réfléchi posément, puisse l'achever en quatre heures.

Circulaire n° 73-471 du 14 nov. 1973

L'augmentation de la durée de l'épreuve de mathématiques, portée de 3 à 4 heures lors des sessions de 1967, a permis aux candidats de rédiger posément après avoir réfléchi posément. Le fait que la durée de l'épreuve a été augmentée ne doit en aucun cas inciter les examinateurs à proposer des sujets d'une ampleur accrue ; il doit être mis à profit par les candidats des séries C, D et E pour mieux achever leur recherche et pour présenter une rédaction plus soignée de leurs résultats.

Circulaire n° IV-64-870 du 25 nov. 1968

Je ne veux pas épiloguer sur la rédaction de ce même sujet, encore qu'il y aurait beaucoup à dire. Pourquoi ce langage prétentieux et parfois abusif, ces notations inutiles et farfelues :

Exercice

- 2 a) "On notera $< 1,4 >$ l'ensemble 1, 2, 3, 4 " ! !
"Montrer que la probabilité est *parfaitement définie*"
"Quelle est la loi de X (?)"
etc...

Je ne veux pas insister non plus sur le problème, certes intéressant, mais qui commence d'emblée par des questions théoriques et abstraites ($A - 1 - a - b - c$), alors qu'il serait si simple, sur un exemple proposé dans le texte, de faire contrôler une propriété, pour aller ensuite au général.

Je propose que cette épreuve de Rennes soit soumise à tous nos collègues du second cycle, enfermés trois heures (tout de même !) dans une salle d'examen, à rédiger leur solution, avec correction par les membres de l'Inspection.

Ce pourrait être drôle !

Les rédacteurs de sujet seraient peut-être ensuite plus modestes, et penseraient peut-être un peu au candidat avant de penser à la "beauté" (?) prétentieuse de leur texte.

On pourrait, comme cela, citer des dizaines de sujets, de C surtout, mais aussi de D (oh ! combien) sans passer par les concours d'entrée à l'EN ou autres.

On dira, et c'est l'hypocrisie suprême, que, à la correction, le "barème est sur 25", ou encore "on rajoutera des points ici ou là si c'est bien rédigé".

Comble de la goujaterie, alors que le candidat, LUI, lorsqu'il compose, n'est pas prévenu !

Il est un peu trop facile, ensuite, de prétendre que les "niveaux baissent" ! que nos élèves "boudent" (ces imbéciles !) nos classes de C ! Qu'ils ne savent plus (les ânes !) "rédiger" correctement un raisonnement.

On accusera le POUVOIR d'instituer et d'organiser une sélection, alors que cette sélection est faite d'abord par nos rédacteurs de sujets, en désaccord avec des instructions très officielles encore en vigueur.

L'APM s'est déjà préoccupée de ce problème à maintes reprises et continue à le faire, comme en témoignent les actions du Bureau national, des articles de GOURET en 1974, de REISZ dans le Bulletin n° 301, auquel je souscris des deux mains.

Mais, me semble-t-il, certains abus récents sont intolérables ; l'inflation devient galopante ; nous devons donc, une fois de plus, et très fermement, faire connaître notre désaccord. Si non, les membres de l'Association pourraient croire que nous sommes complices.

le 2 Décembre 1975
Chiroubles-en-Beaujolais

Réflexions sur des examens

par Maurice MAILLARD, C.E.S. de Douchy-les-Mines (Nord).

Encouragé par des réactions d'élèves, j'avais prévu d'apporter notre contribution, à la suite de Ch. Roumieu dans le numéro d'avril 75, à l'édition critique des Maths-Annales du BEPC. Cela donnait à peu près ce qui suit.

1. Tout d'abord, il est effectivement indispensable qu'une question écrite soit claire, quant à l'envergure de la réponse souhaitée par écrit.

Quand on demande, à Paris, de "Calculer $P(x)$ ", que faut-il répondre, ensuite, noir sur blanc, à la question : "Montrer que P est du premier degré" ?

A Nantes, on a demandé : "Quelle est la nature de l'application f ? ". Que doit répondre ensuite le candidat ayant déjà justifié qu'il s'agit de la symétrie de centre I , lorsqu'on lui demande : "Est-elle une isométrie ? "

Dans les deux cas ci-dessus, attend-on un développement genre "question de cours", ou faut-il conserver une poire pour la soif, ne pas dire tout de suite tout ce que l'on sait, afin qu'il en reste pour la suite ? A la limite, pour répondre "comme prévu", faut-il que le candidat joue au "demeuré" de qui l'on extrait, une par une, des réponses partielles ?

Autre mystère, l'an dernier : on sait que le domaine de définition d'une fonction rationnelle est inclus dans celui de la "fraction simplifiée". A Tunis, on a demandé "une inclusion entre le domaine de définition de la fraction et celui de la fraction simplifiée"... alors qu'il s'agissait du cas particulier où ils sont égaux : a-t-on compté comme correctes les deux inclusions ?

Et, bien sûr, j'en passe ...

On ne peut nier un certain intérêt à ces amorces si elles sont débattues oralement et donnent lieu à une réflexion en duo. Mais par écrit elles mènent souvent à un casse-tête : comment satisfaire à la demande si l'on ignore le sens exact de celle-ci ? Sans compter le désarroi de bons (trop bons ?) élèves qui ont l'impression de ne pas savoir répondre, alors qu'ils ont déjà répondu !

2. Un "cas" : celui d'Aix-remplacement.

Le second exercice propose un travail dans "un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ". On demande à la fin de déterminer "l'équation de la droite orthogonale à la droite (D) ...". Attendait-on la réponse "A condition que le repère soit orthonormé ..." ? A-t-on accepté les réponses n'apportant pas cette précision ? A noter que l'on trouvait $b = \frac{171}{385}$, réel bien sûr, mais surprenant pour un élève de troisième.

Les Annales Corrigées Vuibert n'évoquent pas la question et, d'emblée, le repère proposé est orthonormé. Le graphique donne lieu, d'ailleurs, à un phénomène remarquable : étant donné l'exiguïté de la mise en page, la droite obtenue, tracée grâce aux points (2,5) et (-1,-2), et qui est censée représenter une fonction affine, passe ... par l'origine ; en effet, les intersections avec les axes, très voisines de O, ($7x - 3y + 1 = 0$), et non "chiffrées" sur le dessin, sont "enrobées" dans l'épaisseur du trait. Une minute de silence pour le candidat qui a fait les frais de l'opuscule pour s'éclaircir les idées.

Est-on déjà en train, par prudence ou routine (mais jusqu'où cela peut-il entraîner trop loin ?), de larguer le repère "quelconque", élastique et formateur, pour n'utiliser, comme naguère, que l'"orthonormé" ? Pourquoi ne pas revenir aussi à "la fonction $y = ax + b$ " ?

3. Autre sujet de perplexité : à qui s'adressait l'épreuve de Paris-Batignolles ? Quelqu'un a-t-il compris l'énoncé en totalité ? Quelqu'un peut-il nous donner (en totalité) le corrigé ?

.....
Les vacances sont arrivées là-dessus, et le topo n'ayant pas été envoyé, les réflexions se sont bousculées. Ch. Roumieu terminait en se demandant : "Au fait, qu'est-ce qu'on contrôle avec le BEPC ?". Imagine-t-on des jeux sportifs où les athlètes auraient à deviner l'épreuve sous forme de charade confuse, avant de pouvoir s'entre-affronter ? Dans l'état actuel des choses, certains enfants, pleins de courage à défaut de lumière, réussissent à acquérir, héroïquement pour certains, une technique assez solide. Faut-il les soumettre à l'épreuve de la question en code qui leur fera dire, en sortant, "Ça, je savais le faire ; si seulement j'avais compris que c'était ça qu'on demandait !" ? On en dirait bien autant de certaines astuces de factorisation, par exemple. Cela nous paraît surtout grave lorsqu'il s'agit de questions qui conditionnent toute la suite d'une épreuve comptant pour 120 points sur 400.

Les enfants ne passant pas le DFEO et qui ont travaillé normalement en Quatrième et Troisième ont droit à un diplôme reconnaissant leurs acquisitions sans qu'il y ait un ou plusieurs pièges dans les épreuves ! Surtout ceux que beaucoup de circonstances empêcheront d'aller même jusqu'au BEP. Les autres auront bien le temps de prouver qu'ils sont "supérieurs".

Il serait d'ailleurs intéressant de publier des Maths-Annales de l'Examen d'appel passé par des élèves de l'Enseignement privé et par ceux dont les Conseils de Classe ont douté des possibilités en Seconde. Une comparaison, dans chaque Académie, du style de ce test avec celui du BEPC serait très enrichissante.

.....
Septembre : le compte rendu de l'expérience de docimologie de Montauban dans le Bulletin n° 300 ne fait qu'ajouter au "malaise" ...

Les cours de 45 minutes

(EN REPONSE A UN ARTICLE NON SIGNE, paru dans "Le Courrier de l'éducation" n° 22 du 19/1/76, relatif à une expérience du C.E.S. de Toulouse-Bellevue).

Mise au point approuvée par l'ensemble des professeurs de mathématiques du C.E.S. de Toulouse-Bellevue.

1. CLASSES A 24 ELEVES :

• La mise à 24 élèves de toutes les classes du C.E.S. :

- a supprimé les dédoublements de T.D. ;
- constitue un progrès, parfois fort apprécié, par rapport aux 35 élèves des classes habituelles des "types 1 ou 2",;
- marque un recul au regard des effectifs de T.D. et des effectifs consentis naguère aux classes les plus faibles.

2. SEQUENCES DE 45 MINUTES :

Une majorité de professeurs est hostile et organise difficilement ce temps de travail.

Une minorité s'en accommode, sauf à disposer parfois de deux séquences consécutives (ce qui est le cas). Elle estime d'ailleurs que la durée de chaque séquence est secondaire, l'essentiel résidant dans la possibilité de mettre en jeu — grâce à un horaire global suffisant, des effectifs légers, et une réflexion pédagogique adéquate — des méthodes réellement actives et de recherche.

3. HEURES DE SOUTIEN :

Le maître qui "doit" 18 - 20 heures a, en mathématiques, la charge de cinq classes.

Or l'année est, pour le soutien, divisée en cinq périodes de six semaines (effectives) consécutives (mesure souhaitable pour d'autres ateliers, ce qui contraint à un planning général, hors duquel ce serait l'anarchie).

Les élèves admis en soutien, pour une classe donnée, n'y seront donc en principe que pendant une période. Ils auront alors, pendant six semaines, en groupe de 12 élèves environ, une heure et demie hebdomadaire.

Des groupes de 12 élèves en soutien, c'est trop. Il faut pourtant aller parfois jusqu'à 14 (16-18 élèves si l'on jumelle deux classes pour permettre deux périodes de soutien). Et tels élèves proposés pour le soutien y auront très peu accès, faute de place disponible.

Le soutien est donc manifestement très insuffisant. Sous sa forme actuelle, il est à craindre qu'il apparaisse parfois (ou souvent ?) comme un leurre.

De toutes façons, tout dépend de la nécessité — ou non — d'un soutien important. Et ceci est lié aux horaires globaux, au programme, au "niveau" des élèves, aux objectifs de l'enseignement. Or, notre expérience se déroule en un temps de programmes et d'objectifs ambitieux (trop), avec des élèves souvent faibles, et avec des horaires globaux insuffisants.

4. HORAIRE GLOBAL DE MATHÉMATIQUES :

L'horaire général français actuel accorde 4 "heures" hebdomadaires de mathématiques à chaque année du premier cycle.

(Soit $55 \text{ mn} \times 4 = 3 \text{ heures } 40 \text{ mn}$).

Notre expérience les remplace par 4 séquences de 45 mn.

(Soit $45 \text{ mn} \times 4 = 3 \text{ heures}$).

Cette réduction est fortement ressentie en quatrième et troisième, le "soutien" étant très insuffisant.

Elle l'est plus encore, et déjà en sixième-cinquième, quand les classes sont faibles.

Elle entraîne des protestations quasi-unanimes.

5. PROPOSITIONS ?

5.1. Allègement des programmes et horaire global :

L'ensemble des professeurs de mathématiques du C.E.S. adhère à la motion du Comité National A.P.M. du 18 janvier 1976 (cf. Bulletin n° 302, page 167).

5.2. Modalités :

- Une importante majorité de professeurs réclame très vivement le retour à 4 "heures" — ou 5 séquences de 45 mn — par classe. Il est même alors rappelé qu'avec le programme actuel la plupart des classes exigeraient, pour la moyenne de leurs élèves, non pas 5 séquences, mais 6.

- Une minorité préférerait un enseignement différencié quant au temps : Il laisserait 4 séquences de 45 mn à la classe. Mais il prévoirait, dans les emplois du temps, professeur et classe, une séquence hebdomadaire de soutien toute l'année. A quoi s'ajouteraient les séquences actuelles vécues par niveau.

En même temps seraient développés, avec apprentissage du "travail indépendant", les bibliothèques de travail, les centres de documentation et les ateliers susceptibles d'accueillir les élèves qui n'iraient pas en soutien.

5.3. Informations sur l'expérience :

Le groupe souhaite que tout rapport écrit soit préalablement discuté en commun.

H. BAREIL

Professeur au C.E.S. de Toulouse-Bellevue.

C'est avec une profonde émotion que nous apprenons le décès de notre ami Georges THOVERT. Il a été pendant de nombreuses années membre du Comité National où il n'a jamais ménagé ses efforts à sa retraite il a continué à nous aider avec efficacité au sein de la régionale de Lyon.

Le 19 Mars 1976

DANS NOS CLASSES

Pré-mathématiques : l'acquisition de notions de base en maternelle

par François BOULE, E.N. de Lille.

L'expérience dont on va lire ci-dessous le compte rendu a été réalisée par un groupe de maîtres de C.P. et de Maternelle, en formation continuée, en octobre 1975 à l'Ecole Normale de Lille. Le but de cette expérience est d'évaluer l'acquisition par les enfants de l'Ecole Maternelle de notions requises pour les premiers apprentissages mathématiques au C.P. On pouvait ainsi espérer établir une liste de notions, par ordre de difficulté croissante (ou d'assimilation décroissante), et un protocole d'examen permettant de vérifier rapidement quelles notions font obstacle, pour un enfant donné, à un instant donné. Le point de départ a été fourni par un protocole dû à Boehm intitulé "test des concepts de base".

Etablissement du protocole

Le groupe a d'abord dressé une liste de notions paraissant relever de l'enseignement en Maternelle ou en C.P., comportant environ soixante-dix lignes. Beaucoup de celles-ci fonctionnaient par couples (exemples : à droite/à gauche, devant/derrière ...) ; il ne semblait pas utile de conserver les deux termes du couple, sauf pour les notions les plus importantes. Pour les autres, on s'est attaché à conserver généralement le terme "faible" (au sens des Contrastes ; cf. Lapiere et Aucouturier). Il en est résulté une liste

de quarante termes environ, que l'on pourrait classer ainsi :

A DROITE	A COTE DE	AVEC	PAREIL	AVANT (topolog.)
A GAUCHE	LOIN DE	FERME	DIFFERENT	AVANT (chronolog.)
EN AVANT	DEDANS	ETROIT	AUTANT	DERNIER
EN ARRIERE	A L'EXTERIEUR	VIDE	QUELQUES	SUIVANT
DEVANT	ENTRE	PLEIN		
A DROITE DE	AU MILIEU	LONG		
SUR	AU CENTRE	MINCE		
SOUS	CONTRE			
DESSUS	AUTOUR			
EN DESSOUS	AU-DELA			
EN BAS	EN FACE			
VERS				

Pour chaque terme de cette liste, une fiche a été établie, accompagnée d'une consigne. Les dessins et les consignes figurent ci-après (cinq de ces fiches n'ont pas été reproduites, qui se sont révélées insatisfaisantes).

Déroulement de l'expérience

L'expérience a porté sur environ 25 enfants de chaque niveau : Section de Moyens, Section de Grands, Cours Préparatoire, le 6 octobre 1975. La passation était individuelle. Chaque stagiaire disposait d'un cahier où les fiches étaient reproduites en bandes de 18 cm à 5 cm. Il disposait d'une feuille portant les consignes associées à chaque fiche, et d'une feuille où il notait les résultats au fur et à mesure. La consigne était orale ; l'enfant devait désigner le dessin ou la partie du dessin qui lui semblait correspondre à la consigne. Sa réponse était portée sans aucun commentaire sur une feuille de résultats. La consigne était éventuellement répétée une fois mais sans modification.

Population

Un tableau cité en annexe indique, pour chaque classe, la distribution des âges des enfants (à la date de l'expérience) et des catégories socio-professionnelles des parents.

Résultats

Chaque fiche peut être découpée en 2, 3, 4 ou 5 secteurs de façon évidente. Ces secteurs sont numérotés de gauche à droite. Ce sont ces numéros qui sont portés dans le tableau ci-dessous. Tous les résultats sont donnés en pourcentage d'apparition du secteur considéré. Dans les cas où une réponse requiert la désignation de

deux secteurs (fiches 5, 16, 27), une colonne "R" donne la fréquence des réponses correctes complètes. En dessous du résultat de chaque fiche, on s'est efforcé de noter, très approximativement, à quel moment on pouvait considérer la notion comme acquise pour la plupart des enfants. Cette indication n'a été ajoutée que pour rendre plus aisée la lecture rapide du tableau, mais ne constitue en aucun cas une conclusion scientifique, ne serait-ce que par le fait que la population choisie ne peut pas être considérée comme un échantillon statistiquement représentatif.

D'autre part (cf. infra remarque 4), on ne peut garantir sur une seule passation qu'il s'agit de l'acquisition d'une notion plutôt que de l'emploi d'un mot. Toutefois, l'emploi motivé d'un mot hors de la situation initiale d'apprentissage peut faire espérer qu'il ne s'agit pas d'un automatisme verbal.

TABLEAU DES RESULTATS.

m : Section des Moyens

G : Section des Grands

C.P. : Cours Préparatoire

N°	1 devant			2 sur			3 mince		4 en bas			5 pareilles						R :	6 pleine		
m	25	54	20	21	62	16	37	60	96	4	0	8	79	17	4	71	71	21	21	58	
G	46	50	4	8	71	21	62	37	83	4	12	0	87	4	0	79	79	8	8	83	
CP	15	81	4	4	88	8	81	19	100	0	0	0	100	0	0	100	88	4	4	92	
m																					
G																					
CP																					

7		8		9			10			11			12				13			14	
loin de		dessus		avant			à droite de			long			à côté de				étroit			dedans	
17	83	96	4	54	12	25	35	25	37	0	96	4	0	4	92	0	33	58	100	0	
13	87	92	8	76	0	21	58	21	21	12	87	0	8	0	87	4	42	58	100	0	
0	100	100	0	92	0	8	38	4	58	4	96	0	0	0	96	4	35	65	100	0	

15 à gauche			16 en arrière de R :						17 fermé			18 vide			19 avant (que)			20 différent		
33	25	42	54	58	4	12	8	37	0	4	96	8	79	8	42	33	17	21	67	12
33	25	42	71	67	12	8	8	54	8	0	96	12	71	12	37	29	25	17	67	17
65	0	35	88	85	0	4	4	73	0	0	100	4	96	0	67	19	15	19	77	11

21 contre				22 en avant				23 sous			24 autour			25 quelques			26 suivante		
25	67	8	0	79	0	4	12	75	8	17	4	8	87	50	33	17	37	4	58
33	50	21	0	58	8	4	29	71	4	25	0	25	67	62	12	21	46	0	50
15	69	15	0	100	0	0	0	100	0	0	0	0	100	69	15	15	27	4	69

27 autant R :					28 entre				29 à droite				30 au-delà		31 en dessous			32 au milieu				
29	62	25	8	8	12	25	58	21	54	8	33	17	83	0	100	0	21	4	58	0	17	
33	62	16	12	8	12	33	37	29	37	12	37	21	79	4	87	4	8	8	54	8	17	
38	46	42	27	35	0	4	92	4	27	0	73	39	61	0	100	0	0	0	100	0	0	

33 au centre			34 dernière			35 devant		
25	67	4	29	21	50	12	17	71
12	54	29	25	25	46	17	12	62
8	85	8	0	0	100	8	11	81

Remarques

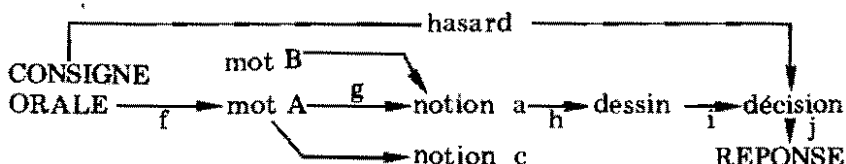
1. L'ordre des fiches n'est pas celui de la liste indiquée plus haut. Les termes associés à des notions voisines ont été dispersés pour éviter que leur proximité n'induisse des résultats (par comparaison ou par différence) qui ne seraient pas exactement révélateurs de la connaissance de la notion elle-même. De la même façon, un ordre (supposé) de difficulté croissante a été évité pour

que l'occurrence d'échecs répétés en fin de passation ne puisse entraîner une lassitude, ou des résultats non révélateurs.

2. On peut observer que certains totaux pour une fiche donnée sont quelquefois inférieurs, ou supérieurs, à 100. On a compté en effet les fréquences d'apparition de chaque secteur de la fiche (le diviseur étant le nombre d'enfants). Mais il a pu arriver que certains d'entre eux ne répondent pas à la question posée, ou, à l'inverse, désignent plusieurs dessins, là où une réponse unique est requise.

3. Il est évident, comme on l'a dit, que les résultats de ce tableau n'ont qu'une valeur d'indication et qu'il conviendrait, pour en tirer des conclusions définitives, d'opérer avec un échantillon répondant aux critères requis pour une statistique. Il ne s'agit ici, en quelque sorte, que d'une proposition de travail. Un autre obstacle à la possibilité de conclure réside dans le choix des dessins et des consignes. Une réponse jugée satisfaisante, ou un échec, renseigne sur l'acquisition d'une notion (ou du terme associé à cette notion) pour autant que la réponse n'est pas donnée au hasard, et que dessin et consigne sont adéquats à ce qu'on attend d'eux. C'est donc par une critique du protocole qu'il faut commencer l'étude. Une critique sommaire a conduit à retirer de ce compte rendu 5 fiches qui ne conduisaient pas à des résultats satisfaisants. C'est par une passation individuelle commentée (où l'on demande à l'enfant de justifier son choix) qu'il faudrait entreprendre cette critique.

4. Pour analyser la situation de cette critique et les enseignements que peut donner ce type d'expérience, on peut traduire sommairement une réponse selon le schéma suivant :



La réponse considérée comme acceptable est associée au trajet : f—g—h—i—j. Une interruption ou une déviation de ce circuit conduit à une non-réponse ou à une réponse erronée. Ceci peut se produire en "f" du fait que la consigne est orale ; elle peut être mal entendue ou mal écoutée. Il se peut que le mot A n'évoque pas la notion "a" si celle-ci est habituellement associée au mot B ;

ou bien que le mot A évoque (à juste titre ou non) une autre notion "c". Il se peut encore que le dessin ne suggère pas à l'enfant l'emploi de la notion "a" ; ou qu'il ne soit pas assez "lisible" pour entraîner la décision ; et enfin qu'une décision juste, pour des raisons d'ordre psychomoteur n'entraîne pas la réponse judicieuse. Il est possible enfin (ce qui est certainement loin d'être rare en moyenne section) que le hasard seul motive la décision ; pour déceler à quel niveau se situe la cause d'une réponse absente ou erronée, l'expérience ci-dessus décrite, seule, est insuffisante. On peut déceler le hasard par emploi de plusieurs fiches parallèles, comportant le même mot A, et des dessins voisins. La liaison "g" peut être reconnue par l'emploi de variantes de consignes, sur le même dessin ; et la liaison "h" par l'emploi de plusieurs dessins différents, sous la même consigne. De façon générale, il est évident que le test d'un terme X de la chaîne s'opère en faisant varier de façon cohérente et systématique les autres termes. Il est également évident que l'emploi d'un dessin est lui-même limitatif, et que l'on pourrait éventuellement obtenir des résultats différents à l'aide de modes de représentation différents d'objets "en volume", ou de consignes déterminant d'autres types d'action qu'un choix entre un nombre fini (et restreint) de solutions proposées. Le type d'expérience proposé ne constitue pas un catalogue de situations correspondant à des notions données, mais un test permettant d'évaluer, dans une situation restrictive donnée, l'emploi que l'enfant fait de ces notions.

ANNEXE I

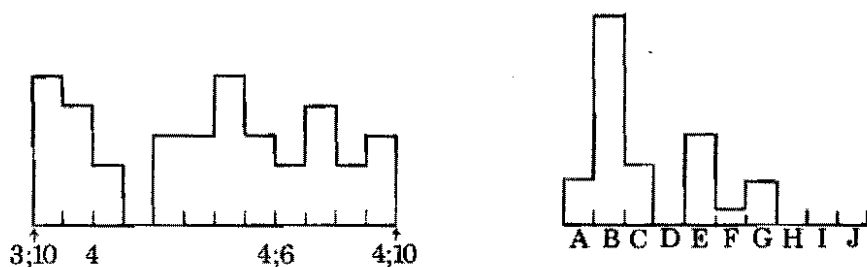
Indications sur la population interrogée

Les tableaux de gauche indiquent la fréquence dans chaque tranche d'âge au moment de l'expérience. $\bar{X}$ désigne l'âge moyen. Les tableaux de droite indiquent la répartition par catégories socio-professionnelles des parents :

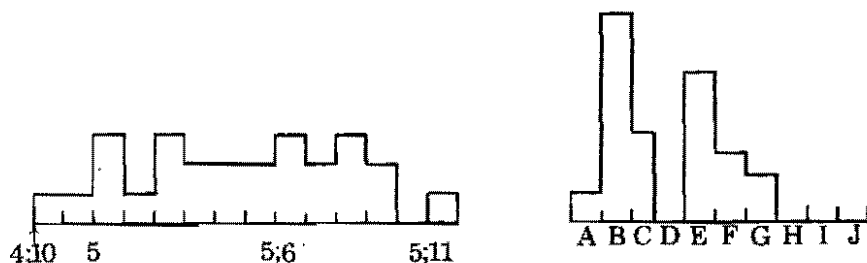
A : cadre supérieur
B : cadre moyen
C : artisan, commerçant
D : agriculteur
E : employé

F : maîtrise, O.Q.
G : O.S., manoeuvre
H : mineur
I : retraité, invalide
J : décédé

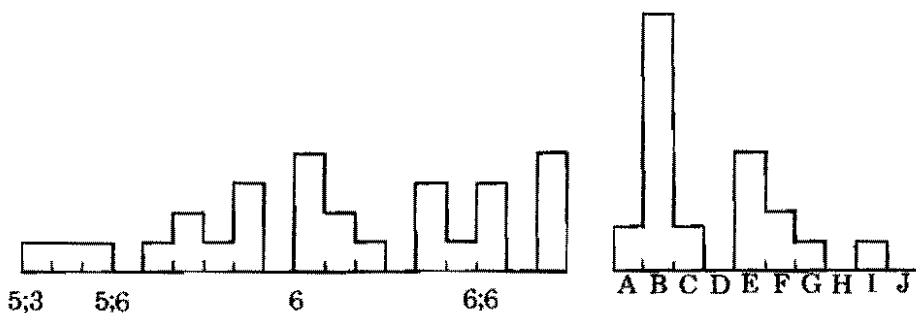
Section de moyens : $\bar{X} = 4 ; 3$ filles : 50 % garçons : 50 %



Section de grands : $\bar{X} = 5 ; 4$ filles : 48 % garçons : 52 %

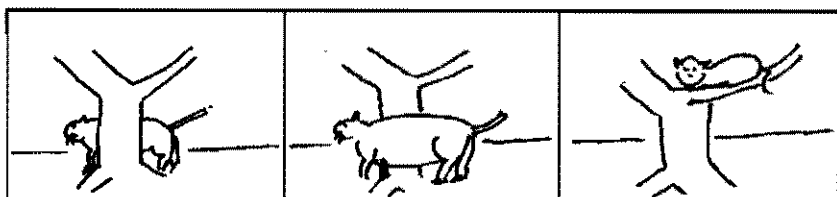


Cours préparatoire : $\bar{X} = 6 ;$ filles : 50 % garçons : 50 %

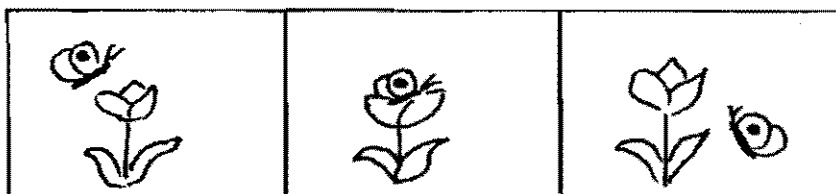


ANNEXE II

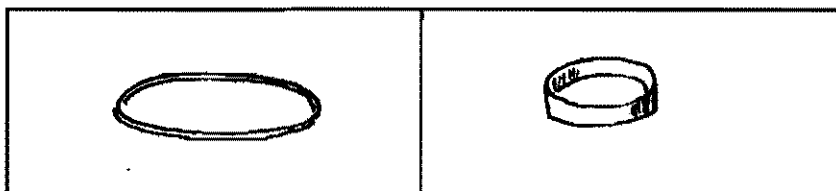
Fiches et consignes utilisées



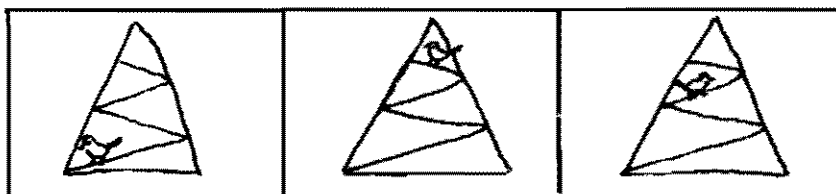
1. Montre le chat qui est **DEVANT** l'arbre.



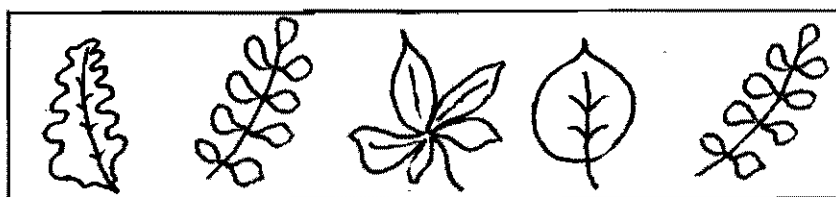
2. Montre le papillon qui est **SUR** la fleur.



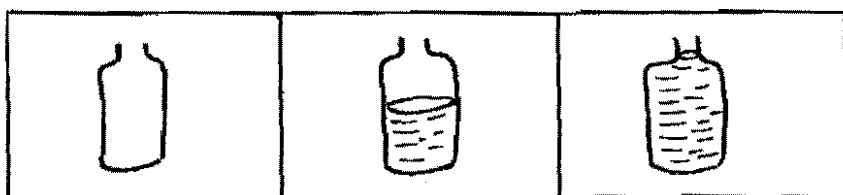
3. Montre le cerceau qui est **MINCE**.



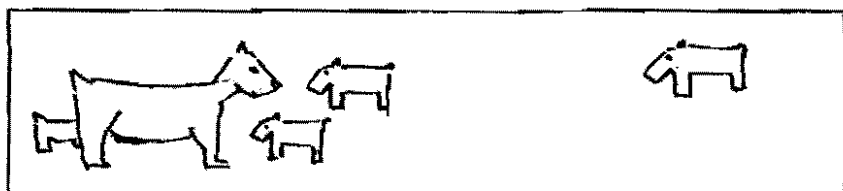
4. Montre l'oiseau qui est **EN BAS**.



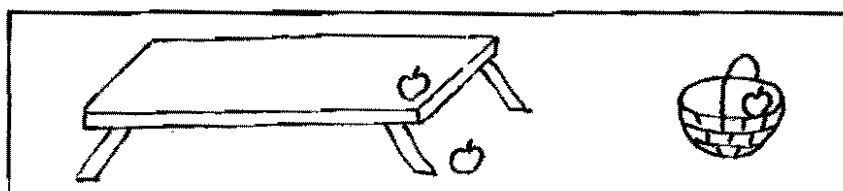
5. Il y a des feuilles. Montre celles qui sont **PAREILLES**.



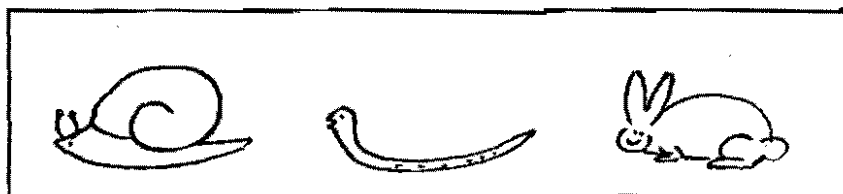
6. Quelle est la bouteille qui est **PLEINE** ?



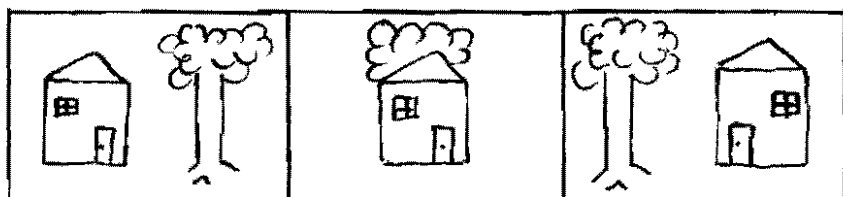
7. Quel est le petit chien qui est **LOIN DE** sa maman ?



8. Sur le dessin, il y a des pommes et une table. Quelle est la pomme qui est **DESSUS** ?



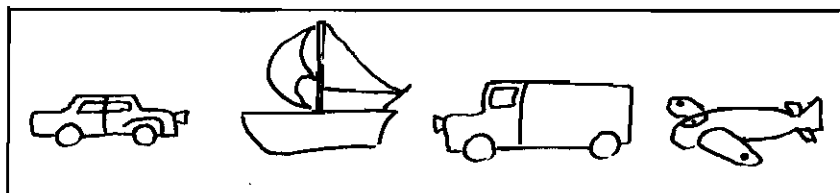
9. Montre l'animal qui est **AVANT** le serpent.



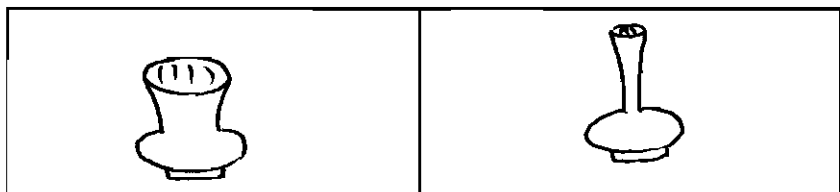
10. Montre l'image où la maison est **A DROITE** DE l'arbre.



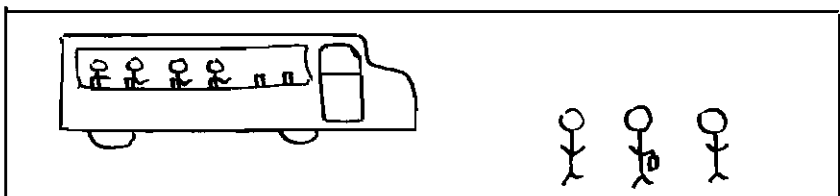
11. Quel est l'animal qui a les plus LONGUES oreilles ?



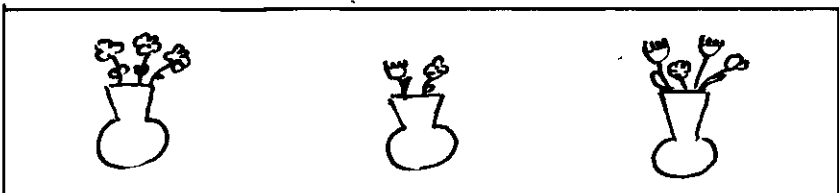
12. Montre le jouet qui est A COTE de l'avion.



13. Il y a deux vases. Montre le vase qui est ETROIT.



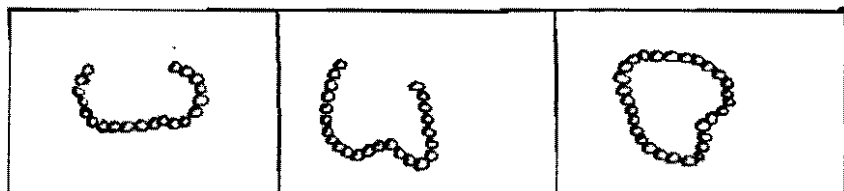
14. Des enfants attendent l'autobus. Montre ceux qui sont DEDANS.



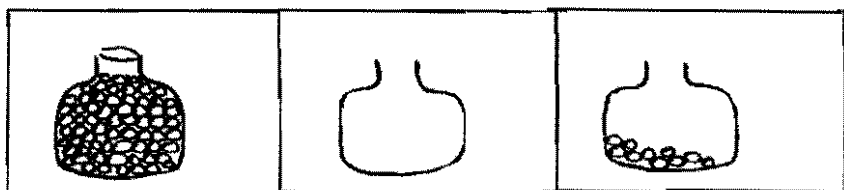
15. Montre-moi le vase qui est A GAUCHE.



16. Montre-moi les personnes qui sont **EN ARRIERE** de celle qui a un chapeau.



17. Quel est le collier qui est **FERME** ?



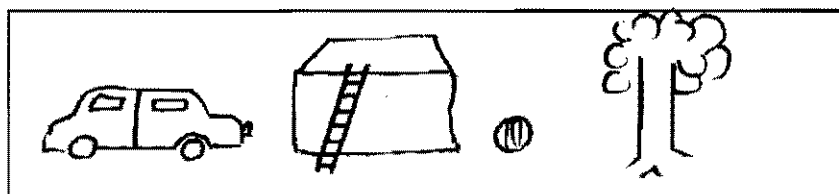
18. Montre-moi le bocal qui est **VIDE**.



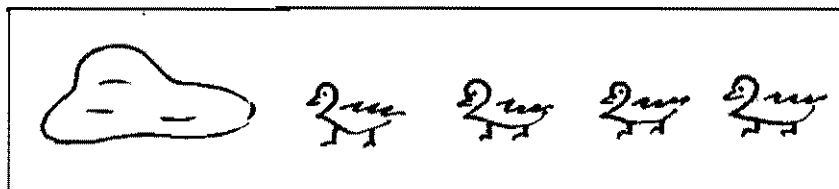
19. Montre la boîte de conserve **AVANT** qu'on l'ait ouverte.



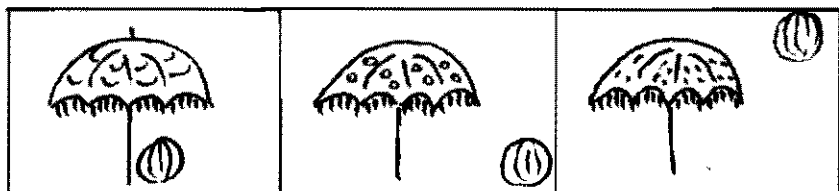
20. Montre le clown qui est **DIFFERENT** des autres.



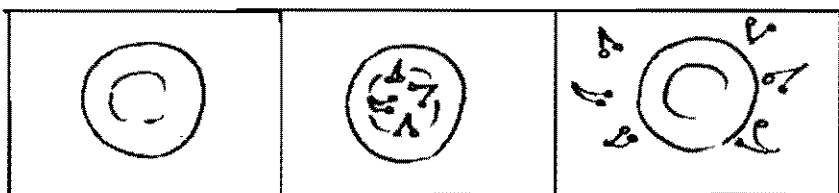
21. Quel est l'objet qui est CONTRE la maison ?



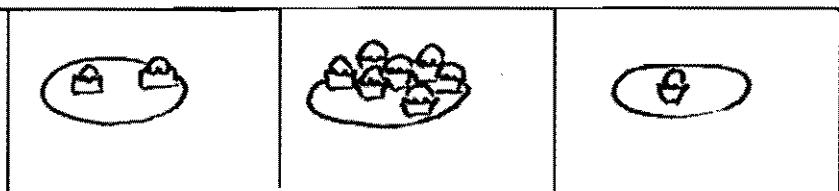
22. Les canards vont à la mare. Quel est celui qui est EN AVANT ?



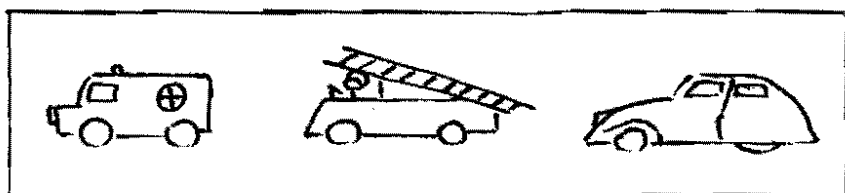
23. Quel est le ballon qui est SOUS le parasol ?



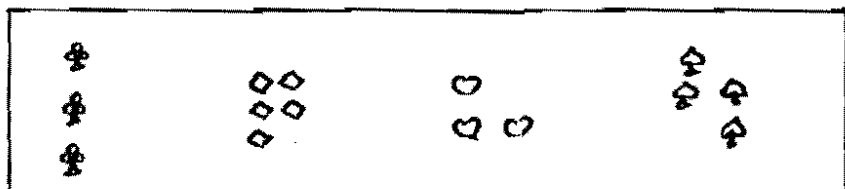
24. Montre le dessin où les cerises sont AUTOUR de l'assiette.



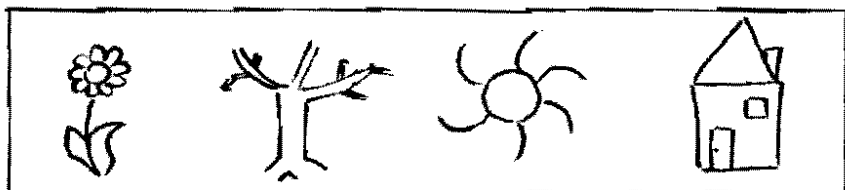
25. Montre l'assiette où il y a QUELQUES gâteaux.



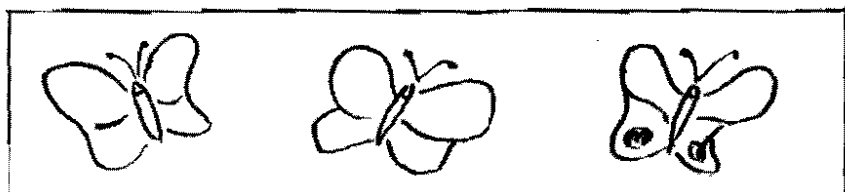
26. Tu vois la voiture des pompiers. Quelle est la voiture SUIVANTE ?



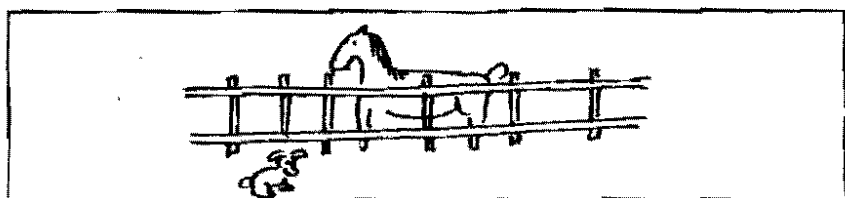
27. Montre les ensembles où il y a AUTANT de figures de cartes à jouer.



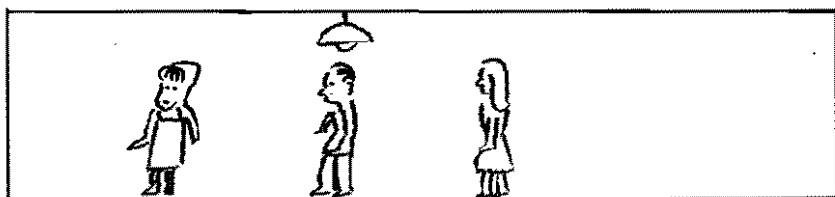
28. Montre ce qui est ENTRE l'arbre et la maison.



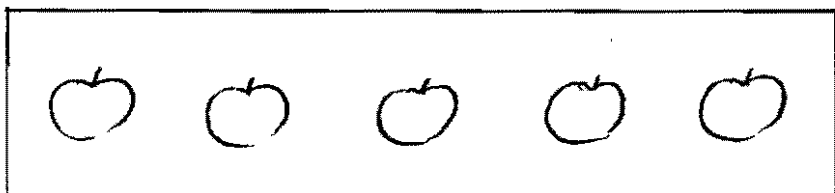
29. Quel est le papillon qui est A DROITE ?



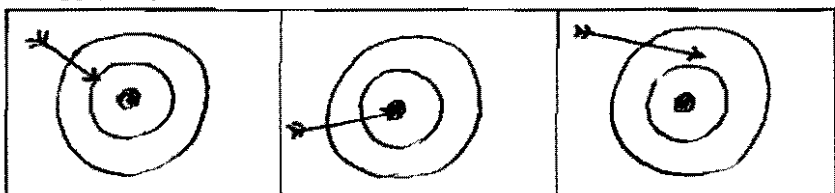
30. Quel est l'animal qui est AU-DELA de la barrière ?



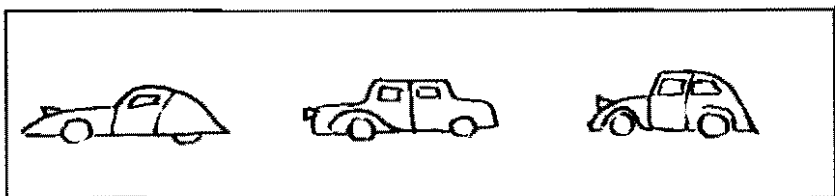
31. Montre l'enfant qui est **EN DESSOUS** de la lampe.



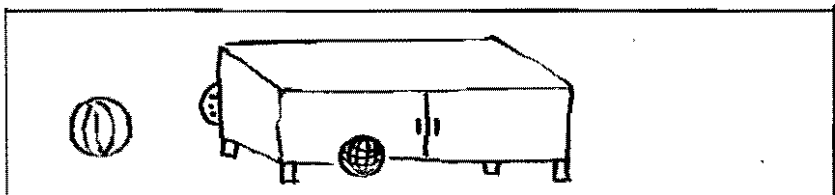
32. Sur ce dessin, il y a des pommes. Quelle est celle qui est **AU MILIEU** ?



33. Quelle est la flèche qui est **AU CENTRE** de la cible ?



34. Sur ce dessin, il y a des voitures. Quelle est la **DERNIERE** ?



35. Montre le ballon qui est **DEVANT** la commode.

D'un ensemble fini vers un ensemble infini qui le contient

par James TOUILLET, C.E.S. de Parthenay

Pour passer du domaine fini au domaine infini, il y a un "saut" que les élèves ont des difficultés à réaliser. Il est sans doute nécessaire de le faire en aménageant de nombreuses étapes.

Dans un ensemble infini, les démonstrations pour généraliser certaines propriétés sont nécessaires : C'est sûrement une motivation pour le professeur, mais en est-ce bien une pour l'élève ? Le besoin de généraliser par un raisonnement cohérent n'est pas d'égale intensité pour tous.

Il y a quelque temps, mes élèves de Cinquième construisaient des fiches où des couples de naturels représentaient des entiers. Certains m'ont demandé combien il fallait trouver de couples ; il est vrai que c'était une Cinquième de type "allégé". La loi de formation des couples est assez bien comprise pour être utilisée, mais son domaine de validité ne préoccupe pas les élèves.

En Quatrième, la question "Dans D , l'intervalle $]1,50 ; 1,80[$ a-t-il un plus petit élément ?" laisse les élèves dans l'embarras. Dans D_2 , dans D_3 , ils sont plus rassurés car ils peuvent trouver une réponse claire ; dans D , la situation est moins confortable. Il est peut-être psychologiquement bon de présenter, à côté de situations inconfortables, des situations plus confortables ; on laissera ainsi la possibilité d'étendre les réflexions quand on en aura les moyens.

Le plan est un ensemble infini de points ; c'est facile à énoncer, mais cet infini n'est pas simple. Il est sûrement possible et intéressant d'exercer les recherches sur des ensembles finis d'éléments que des dispositions géométriques permettront d'explorer. Les enfants peuvent pratiquer des exercices de dénombrement et de construction sur des ensembles finis.

Toute paire de points est incluse dans une droite et une seule.

Si on donne 3 points, combien peut-on construire de droites ? Les élèves découvrent facilement qu'il y en a trois ou une. Si on donne 4 points, il y a trois cas de figure possibles. S'il y a 5 points, ils peuvent chercher, et on peut étendre cette recherche.

Un de mes professeurs de mathématique m'a dit un jour : "Un vecteur du plan ne peut pas être dessiné". Ce propos m'a frappé ; l'infini en effet est difficile à concevoir et impossible à représenter. Il est important de faire naître dans l'esprit de nos élèves la notion de classe d'équivalence de bipoints équipollents. Dans un parallélogramme, on peut représenter 4 vecteurs. Dans un ensemble à 9 points codés par les éléments de $\{0;1;2\} \times \{0;1;2\}$, on peut rechercher des bipoints équipollents. Le vecteur $\vec{0}$ a 9 représentants ; le vecteur $(1;0)$ en a 6, d'autres en ont moins ; et le désir d'extensions peut peut-être faire imaginer un ensemble plus étendu mais structuré de la même manière.

Voici un exemple de situation étudié en Quatrième, au moins pour le début.

$\mathcal{E}$ est un ensemble à 9 éléments A,B,C,D,E,F,G,H,I ; S est un sous-ensemble propre de $\mathcal{E}$.

Toute paire d'éléments de $\mathcal{E}$ est incluse dans un sous-ensemble S et un seul.

Si S_1 et S_2 ont un élément commun, ils sont "sécants" ; s'ils sont non-sécants, ils sont "parallèles".

Combien y a-t-il de paires dans $\mathcal{E}$? Les élèves trouvent assez facilement : $8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36$.

Comment construire un sous-ensemble S ? On peut considérer un ensemble de 3 éléments et l'appeler "triade". La triade $\{A,B,C\}$ contient 3 paires ; on peut espérer trouver 12 triades vérifiant la propriété : "toute paire est incluse dans une triade et une seule".

Si on dispose les éléments en tableau carré :

A	B	C
D	E	F
G	H	I

la recherche des triades est facilitée. On peut hésiter à appeler "droite" des assortiments comme $\{B,F,G\}$; mais dire que 2 triades $\{B,F,G\}$ et $\{A,B,C\}$ sont sécantes n'est choquant ni pour les élèves, ni pour les parents. On peut aussi bien parler de triades parallèles ; on dit bien que la $4e_1$ et la $4e_2$ sont des classes parallèles ... La relation de parallélisme est une relation d'équivalence facile à concevoir, et on obtient facilement les 4 directions.

Nous avons essayé, avec un ensemble à 16 éléments, la même recherche. Il y a déjà 120 paires. Un sous-ensemble S peut-il être une triade ?

Considérons les paires contenant A ; il y en a 15 :

AB AC AD AE AF AG AH AI
AJ AK AL AM AN AO AP.

Les triades contenant ces paires sont au nombre de 7, et il reste une paire non utilisée, par exemple AP.

Peut-on trouver un autre élément de l'ensemble à 16 éléments, qu'on pourrait associer à AP pour former une triade vérifiant la condition suivante : "toute paire est incluse dans une triade et une seule" ? On vérifie que c'est impossible.

S peut-il être un sous-ensemble à 4 éléments ?

Nous n'avons pas eu le temps de vérifier que c'était impossible.

A B C D		ABCD	EFGH	IJKL	MNOP
E F G H		AEIM	BFJN	CGKO	DHLP
I J K L	nous donne :	AFKP	BGLM	CHIN	DEJG
M N O P					

Ces 12 sous-ensembles S contiennent des paires contenant A, qui sont :

AB AC AD AE AF AI AK AM AP.

AG n'est pas utilisée. Peut-elle être utilisée avec BCDEFHI KLM OP ? Non. Il ne reste que J et N, mais AGJN et BFJN auraient deux éléments communs.

Si on avait eu le temps, peut-être qu'avec 25 éléments on aurait pu former des sous-ensembles S ayant 5 éléments, vérifiant "toute paire est incluse dans un sous-ensemble et un seul" ; on aurait pu chercher en utilisant les translations de $(Z/5Z)^2$.

A B C D E	$\overset{h}{\vee} \{A, B, C, D, E\}$	associé à (1h, 0v)
F G H I J		et on en obtient 5 de la même façon
K L M N O	$\{A, F, K, P, U\}$	associé à (0h, 1v)
P Q R S T	$\{A, G, M, S, Z\}$	associé à (1h, 1v)
U V X Y Z	$\{A, H, O, Q, Y\}$	associé à (2h, 1v)
	$\{A, I, L, T, X\}$	associé à (3h, 1v)
	$\{A, J, N, R, V\}$	associé à (4h, 1v)

On obtiendrait 30 sous-ensembles S à 5 éléments.

Un sous-ensemble S contient 10 paires. Comme l'ensemble à 25 éléments contient 300 paires, et que $30 \times 10 = 300$, il semble que la recherche soit achevée.

Cela m'amène à penser au petit tableau suivant :

$n(E)$: nombre d'éléments de l'ensemble "de points".

$n(T)$: nombre de paires incluses dans E .

$n(S)$: nombre d'éléments du sous-ensemble S .

$n(dS)$: nombre de sous-ensembles S .

$n(pS)$: nombre de paires par sous-ensemble S .

$n(D)$: nombre de directions.

$n(E)$	$n(T)$	$n(S)$	$n(dS)$	$n(D)$	$n(pS)$
9	36	3	12	4	3
25	300	5	30	6	10
49	1176	7	56	8	21
121	7260	11	132	12	55

Ceux qui verront plus tard les groupes finis pourront y voir plus clair ; et les autres n'auront peut-être pas perdu leur temps.

ETUDES

Histoire et épistémologie des mathématiques

par Gilles BONNEFOY (I.R.E.M. de Lyon)

"A la troisième ou quatrième leçon, nous passâmes aux équations du 3ème degré, et là, Gros fut entièrement neuf. Il me semble qu'il nous transportait d'emblée à la frontière de la Science et vis-à-vis de la difficulté à vaincre, ou devant le voile qu'il s'agissait de soulever. Par exemple, il nous montrait l'une après l'autre les diverses manières de résoudre les équations du troisième degré, quels avaient été les premiers essais de Cardan, peut être ensuite le progrès et enfin la méthode présente".

dans la "*Vie de Henry Brulard*"

Stendhal

Aborder l'histoire et la philosophie des mathématiques est encore à l'heure actuelle une véritable nouveauté. Nous voilà donc, un petit groupe de Villefranche sur Saône, dans le cadre des activités de l'I.R.E.M. de LYON, lancés dans l'aventure ... Aussi, tirer le bilan de cette expérience fait-il irrésistiblement penser à Don Quichotte et ses moulins ! Avec cependant cette différence : l'homme de la Manche part du moyen-âge et des romans de chevalerie pour conquérir le monde "moderne" ; nous, nous partons des maths "modernes" pour retrouver le monde "ancien" et le moyen-âge. Parcours en sens inversé, mais avec cependant un même guide : l'humour ...

* * *

Nous avons, tout d'abord, dirigé notre curiosité en direction des maths "anciennes": Egypte, Mésopotamie, Grèce, Chine et Inde. Séances de lecture silencieuse (ou presque) en groupe ou individuelle. Une difficulté majeure : faire la synthèse de nos lectures; communiquer aux autres nos découvertes, nos surprises. Après réflexion, nous aurions pu dégager de ce travail un thème: les systèmes de numération dans les premières civilisations mathématiciennes. Faute de cela, nos pratiques sont restées disparates et nous avons sans doute raté la cible ...

Nous nous sommes attardés ensuite sur un thème: la construction des nombres réels. Changement de style dans le travail: un "animateur" présente magistralement; les autres écrivent et prennent des notes fébrilement. Inutile d'insister beaucoup. Vous imaginez facilement que là encore, nous avons raté la cible. Mais de peu, tant elle était énorme. Visez un peu !

Au départ, la "crise des irrationnels" avec la découverte d'un nombre comme $\sqrt{2}$ par les Pythagoriciens (5ème Siècle avant J.C.). Dans le style journalistique d'aujourd'hui qui donne toujours dans le sensationnel — c'est aussi le cas d'une certaine forme de vulgarisation qui, trop souvent, à défaut de vulgariser les sciences, vulgarise tout court — on aurait pu dire que ce fut un beau scandale. Ramenées dans leur contexte, les choses restent fort confuses et obscures ... Nous avons là deux documents de choix: un article de J.T. DESANTI dans l'Encyclopédie de la Pléiade: *Logique et connaissance scientifique* et bien sûr la traduction des *Li-vres d'Euclide* par J. ITARD. Pour les Grecs, la crise se résout par la construction des "proportions" attribuée à Eudoxe et complétée par Archimède. Cette résolution est, pour l'époque, exemplaire. Rigoureuse et fort belle, la théorie des proportions tombera cependant dans l'oubli ou sera considérée comme incompréhensible dans les siècles qui suivront. Sans doute parce que le noyau opératoire qu'elle tente de dégager est très peu maniable. Quant à dire que cette théorie est l'équivalent de nos constructions modernes, c'est aller un peu vite en besogne. On verra pourquoi par les textes de DEDEKIND lui-même.

Oubli donc, ou désintéressement, pour ce problème pendant le premier millénaire. Résurgence très brève et pratiquement sans effet avec un mathématicien et poète persan: Omar KAYYAM (12ème Siècle) qui tente de caractériser les nombres réels par leur développement en fractions continues infini . Remise en chantier

de ces mêmes fractions continues (déjà connues des Grecs) par EULER — qui montre l'irrationalité de e et de e^2 en 1737 —, puis par LEGENDRE, LAGRANGE et LAMBERT — qui en 1761 prouve l'irrationalité de π —. D'autre part, LIOUVILLE, utilisant une inégalité remarquable construit en 1844 une infinité (non dénombrable) de nombres transcendants. Ainsi vont s'élaborer différents concepts de nombres, sans que la théorie des nombres réels (ainsi que celle des entiers naturels) soit vraiment construite. Il faut attendre 1872 pour que cette théorie soit produite pratiquement simultanément par quatre mathématiciens: MERAY, CANTOR, HEINE et DEDEKIND. Les trois premiers utilisant les suites de CAUCHY, le dernier utilisant les coupures.

Cette très brève chronologie laisse dans l'ombre un point essentiel: le contexte de la découverte. C'est dans le cadre de l'Analyse que le manque de la théorie des réels se fera le plus sentir. Manque et vide dont sera conscient le premier BOLZANO, (dès 1830), le véritable père de ce qu'on peut appeler la rigueur en Analyse. Ou encore "l'arithmétisation de l'Analyse". Ce nom barbare désigne le mouvement des mathématiques qui tend à éliminer toute notion intuitive (à support ou représentation géométrique: la droite, le continu, ...etc.) de l'Analyse et à accepter comme unique base les nombres naturels — qu'il faudra alors "produire" avec FREGE, en 1884, et PEANO en 1889!! — et qui débouchera sur une complète réorganisation du champ mathématique dans le cadre de la théorie des ensembles (CANTOR 1874) ...

Un tel mouvement n'est pas accepté d'emblée. KRONECKER, refuse la théorie des ensembles. Nombreux sont les mathématiciens qui pensent que les constructions des réels à partir des rationnels sont inutiles. Les "proportions" grecques sont, pour eux, suffisantes. Ainsi, dans sa correspondance, verra-t-on DEDEKIND défendre la nouveauté de sa théorie des coupures contre les objections de LIPSCHITZ. N'entrons pas ici dans le détail. Non seulement DEDEKIND montre la nécessité de sa théorie, mais en marquant l'écart entre sa conception des nombres réels et celle qu'on trouve chez EUCLIDE il donne une lecture nouvelle des mathématiques grecques. Cet éclairage, à partir d'un nouveau contexte — qui donne à voir les manques, les vides, les imprécisions, les contenus implicitement acceptés (comme évidents et intuitifs); mais aussi les projets, les ambitions, les intentions, les logiques souterraines; tout ce qui a pu animer ou freiner une théorie antérieure — nous plonge au coeur même de ce que depuis

BACHELARD on nomme l' "histoire récurrente" des Sciences. Paradoxe apparent, pour bien comprendre les proportions grecques commençons par étudier les nombres réels tels qu'on les construit à l'heure actuelle en insistant même sur les concepts d'analyse et de topologie qui procèdent à cette construction (connexité - complétude par exemple). C'est l'actualité qui (re)fait le passé ! En fait la perspective bachelardienne est un peu autre. Selon lui un des rôles de l'historien des sciences (et de l'épistémologue) est de dégager, de ranimer, à partir des théories actuelles, les noyaux de vérité qui sont encore vivants au sein des théories antérieures. Conception du philosophe et du savant, traqueurs de Vérité, qui reste par ailleurs fort discutable ...

Cet aperçu bien trop rapide montre toute la richesse du thème que nous avons tenté d'aborder — bien que nous ayons passé sous silence tout ce qui relève des notations du langage, de la matérialité même des symboles, des effets expérimentaux des concepts ... etc. — et dont nous avons pourtant raté l'essentiel. Dans ce bilan donc, le négatif l'emporte sur le positif. Nous devons saluer ici l'IREM de LYON qui nous a permis cette expérience malheureuse. Au siècle où tout doit être efficace, rentable, réapprenons l'erreur, le tâtonnement, l'enthousiasme amateur (on ne peut être amateur que de bonnes choses !) et la patience bricoleuse. Si notre pédagogie souffre de quelque chose, c'est peut-être de se vouloir trop efficiente, de pencher vers un taylorisme du geste efficace, de bannir les pertes de temps. Ces pertes sont pourtant de véritables aérations dans notre travail quotidien. Pores par lesquels peuvent transpirer les réflexions sur notre pratique et d'où le dogme se montre nu ... Notre échec est par ailleurs relatif dans la mesure où le groupe va continuer, cette année, ses recherches sur un thème précis : "L'évolution d'un problème en algèbre : la résolution des équations algébriques". Thème si riche qu'il faudra bien la patience d'une année ou deux pour l'épuiser. Et encore sans compter les surprises que nous ne manquerons pas d'avoir ! ...

* * *

Quand on se frotte à une matière on apprend beaucoup d'elle. On met à l'épreuve ses résistances. Une des résistances principales de l'histoire des sciences (et de l'histoire en général) est son étendue. On est vite perdu et découragé par l'ampleur du sujet. La mathématique grecque ; faut-il, par exemple, l'isoler de la civilisation qui lui a donné naissance ? Question qui se pose à toute aire (ère) mathématicienne et qui nous place entre deux conceptions

extrêmes : une histoire de type interne qui vise le développement d'un sujet en quelque sorte de façon autonome ; une autre, qui tente de "totaliser" les époques à travers les pratiques, les sciences, les techniques, les méthodologies, les idéologies, les régimes politiques, les mentalités ... etc ... etc ... Les mathématiques semblent fort bien s'accomoder de la première — dans les manuels classiques, au fur et à mesure que l'on gravit l'échelle du temps, les références extérieures s'estompent pour ne laisser place qu'aux idées mathématiques et à leur évolution —. Quant à la seconde, si séduisante soit-elle, elle reste inaccessible aux débutants que nous sommes, et relève peut-être même d'un mythe : vouloir faire revivre le passé. Pour progresser dans nos investigations, pour aiguïser véritablement nos curiosités, il semble donc préférable, au départ, de restreindre constamment notre sujet. C'est là bien sûr une lacune dont il faut être conscient et que l'on doit corriger par rectifications successives, en remettant en cause nos hypothèses simplificatrices de travail (souvent implicites d'ailleurs). Par exemple, pour nous lancer à l'eau, nous sommes amenés à raisonner sur des documents qui sont en quelque sorte du "déjà-traduit". Parce que les notations originales nous échappent totalement et qu'il faut revenir à nos notations modernes, pour tout d'abord comprendre et ensuite mesurer l'écart qui sépare notre époque de celle que l'on veut étudier. Documents faciles à se procurer, les "*Source Book in Mathematics*" — malheureusement en anglais — nous livrent pour les textes anciens des grilles de lecture et se révèlent précieux pour le débutant. Dans l'exemple précédemment cité, l'obstacle est immédiat et très concrètement perceptible, mais il en est d'autres plus subtils. Ainsi, les notations de NEWTON sont, pour nous, difficiles et leur complexité nous échappe si nous ne gardons pas à l'esprit son aversion pour l'utilisation des nombres négatifs (en physique surtout). Aversion qui semble se propager jusqu'à nous puisque nous parlons encore en cinématique d'un mouvement retardé ou accéléré pour signifier qu'un produit scalaire est négatif ou positif.

Subtilités qui sont constantes en ce domaine. C'est qu'il est pratiquement impossible, ici, d'isoler histoire des mathématiques et philosophie sur les mathématiques. Cas exemplaire: BOURBAKI. S'il y a un de ses livres plus bourbakistes que tous les autres c'est bien son "*Eléments d'histoire des mathématiques*". Déroutante pour le lecteur non averti, cette histoire nous dévoile les travers, les tabous, les interdits, mais aussi la rigueur, le sens de la structu-

re, le symbolisme et pourquoi pas l'humour de l'auteur. C'est là un cas extrême, une histoire qu'on pourrait presque qualifier de militante, mais les autres, qui semblent a priori plus neutres, plus "objectives", (de quel objet ?) n'échappent pas non plus à une conception (idéologie ?) et des mathématiques et de l'histoire. Ainsi BOYER dans son *"History of mathematics"* — un livre qui peut d'ailleurs servir de base pour le débutant — nous dit à propos de DESCARTES: "La Philosophie et la Science de DESCARTES sont plutôt révolutionnaires par leur rupture avec le passé; en contraste ses mathématiques restent liées à une tradition antérieure. Ceci a pu résulter, en quelque sorte, d'un héritage humaniste communément accepté — la croyance en un Age d'Or, en un "Règne de Saturne", dont les grandes idées restent à redécouvrir. C'est probablement, dans une large mesure, le résultat naturel du fait que la croissance des mathématiques est plus cumulativement progressive que le développement des autres branches du savoir. Les mathématiques s'accroissent par addition, éprouvant très peu le besoin de se débarrasser de leurs manques d'à propos; tandis que la science s'accroît largement à travers des substitutions, lorsque de meilleurs remplacements sont trouvés. Aussi est-ce sans surprise que l'on constate que la principale contribution de DESCARTES aux mathématiques; le fondement de la géométrie analytique, fut motivé par une tentative de retour au passé." Nous n'allons pas ici discuter cette large citation. Pourtant que de sujets abordés ! Faut-il distinguer mathématiques et Science (laquelle ?) ? Le progrès des mathématiques par accumulation ? Sans rupture ? Le rapport Histoire — Science ? — Croyance en un Age d'Or ? — Un résultat est-il naturel ? ...etc...etc. Autant de questions qui nous placent au coeur même d'un noeud de conceptions. N'allons cependant pas croire que l'on trouvera un lieu idéal d'où tout pourra se dénouer. Pas question pour nous, d'être des Alexandre le Grand ! Pas question de produire une "théorie de la Science mathématique", un discours plus ou moins normatif, pouvant se ramasser en une conclusion abrupte du genre: "les maths, c'est ça et pas autre chose !". Pas question, non plus de cataloguer nos récoltes en un herbier de la date hyperrigoureuse où seul le génie mathématicien parlerait ! Pas question de manipuler de la mathématique pure, de l'histoire pure ou de la philosophie pure; de séparer les éclats du cristal.

Mais alors d'où cherchera-t-on à s'exprimer sinon à partir de notre propre pratique ? C'est ainsi que de nombreux mathéma-

ticiens sont amenés, à des degrés plus ou moins divers, à se frotter à l'histoire de leur spécialité. Galois, des Mathématiques-Spéciales, quitte son manuel scolaire pour se plonger dans le célèbre mémoire de 1771 de LAGRANGE où celui-ci établit un bilan historique sur les méthodes de résolution des équations utilisées par ses prédécesseurs, et où il tente d'expliquer a posteriori leurs succès et leurs échecs. CHASLES s'est fait une réputation de géomètre à travers ses recherches historiques, principalement dans le domaine de la géométrie. FERMAT trouve chez DIOPHANTE un véritable catalyseur pour sa recherche en théorie des nombres. DICKSON, théoricien en la matière, écrira une histoire de la même théorie des nombres, en trois volumes. VAN DER WAERDEN, célèbre pour son manuel "*algebra*" (moderne), s'intéresse à la mathématique grecque. Plus récemment, DIEUDONNE vient de publier un "*Cours de Géométrie algébrique*" dont la première partie est un "*Aperçu historique sur le développement de la géométrie algébrique*", au moment même où le jeune mathématicien belge DELIGNE se faisait une réputation en ce domaine (en démontrant une partie des conjectures de WEIL) ainsi que l'anglais MUMFORD (médaillé FIELD en 1975 avec l'italien BOMBIERI) ... Ainsi, pourrait-on tisser tout un réseau où la pratique mathématicienne s'insère plus ou moins spontanément dans l'histoire.

Pour nous, enseignants, l'intérêt porté à l'histoire et l'épistémologie des mathématiques nous ramène également à notre pratique; à notre enseignement. Question délicate que l'on ne peut traiter ici que partiellement, faute d'une assez longue expérience. Cependant, insensiblement, nous sommes amenés à changer notre représentation d'une notion ou d'un problème. Soit, par exemple, à résoudre l'équation

$$2x + \frac{1}{7} x = 8$$

On peut distinguer, non exhaustivement et arbitrairement, trois types de présentations qui se réfèrent à des contextes différents:

Première méthode

On "essaie" la valeur 7. Ça "donne" $2 \cdot 7 + \frac{1}{7} \cdot 7 = 15$. On voudrait que le résultat soit huit. On va donc corriger notre résultat "quinze" en le "partageant" en quinze, ce qui donne l'unité, puis en le "comptant" huit fois. C'est donc que la "bonne" valeur de x n'est pas sept, mais sept partagé en quinze compté huit fois. C'est-à-dire $\frac{7}{15} \cdot 8 = \frac{56}{15}$. On vérifiera ensuite que cette valeur est bien la

“bonne”. On reconnaît bien sûr ici la méthode fort empirique, dite de la “fausse position”, utilisée par les Egyptiens et les Chinois (avec bien entendu des notations totalement différentes).

Deuxième méthode

Soit à résoudre l'équation

$$2x + \frac{1}{7}x - 8 = 0$$

On groupe les termes en x

$$\left(2 + \frac{1}{7}\right)x - 8 = 0$$

On effectue et réduit au même dénominateur sept

$$\frac{15x - 56}{7} = 0$$

On multiplie par sept les deux membres de l'équation et on fait passer -56 dans le second membre en le changeant de signe d'où

$$15x = 56$$

On divise les deux membres par 15 (qui est différent de 0 !) d'où

$$x = \frac{56}{15}$$

La solution est $\frac{56}{15}$.

C'est là, en gros, la méthode de l'algèbre classique qu'on peut rencontrer dès la fin de la Renaissance.

Troisième méthode

Résoudre dans $(\mathbb{R}, +, \times)$ l'équation

$$2x + \frac{1}{7}x - 8 = 0$$

Utilisons la distributivité de la multiplication sur l'addition

$$\left(2 + \frac{1}{7}\right)x - 8 = 0$$

d'où

$$\frac{15}{7}x - 8 = 0$$

Additionnons l'opposé de (-8) aux deux membres

$$\frac{15}{7}x = + 8$$

Multiplions les deux membres par l'inverse de $\frac{15}{7}$

$$x = \frac{8 \cdot 7}{15}$$

L'ensemble des solutions est donc réduit au seul nombre réel $\frac{56}{15}$.

C'est là le genre de raisonnement qu'on exige maintenant de nos élèves quand ils connaissent la structure de corps.

Les trois méthodes — volontairement surdifférenciées — sont intéressantes car elles mettent en jeu une mentalité et une pratique mathématicienne différente. Dans la première, l'équation garde toute son individualité. Elle n'est là que pour résoudre un problème "concret" du genre: "Partager un héritage de 8 francs en deux parts sachant qu'un septième d'une part doit revenir à l'état". La résolution engage le sujet — celui qui agit, qui résoud — à des opérations proches de l'expérience empirique: essayer un nombre puis le corriger; opérations au cours desquelles cependant le problème garde toute son épaisseur. Dans la seconde et la troisième méthodes, l'équation est bien posée et se classe immédiatement dans la catégorie des équations du premier degré du type $ax + b = 0$ avec $a \neq 0$. Un théorème général nous dira que cette équation a une solution unique (remarquons cependant l'imprécision de la seconde méthode qui ne précise pas l'ensemble dans lequel doit se résoudre l'équation. On suppose implicitement que c'est l'ensemble des "réels" ou même, quand c'est nécessaire, l'ensemble des "imaginaires"). L'équation particulière ne présente donc en elle-même aucun intérêt. Dans les détails même de la résolution — sur lesquels nous avons bien sûr un peu trop insisté ! — la part du sujet qui intervient se minimise. La seconde méthode conserve encore un aspect "recette de cuisine". Le sujet semble être celui qui manipule les membres de l'équation pour finalement isoler l'inconnue. Quand à la dernière des méthodes, il semble, au contraire, que ce soit la structure du corps des nombres réels qui manipule le sujet, qui lui dicte explicitement ses faits et gestes en une suite de règles formelles d'où rien d'humain ne puisse filtrer. Ici, l'imagination semble n'avoir plus prise. C'est ce que beaucoup de personnes reprochent souvent aux mathématiques dites "modernes". Bien à tort, d'ailleurs. Car l'imagination se situe ailleurs. Au lieu de jouer sur les éléments d'un corps particulier, elle pourra jouer sur différents types de corps ou même sur des structures moins élaborées, comme celles des anneaux. On voit ainsi qu'il

suffit de relativiser un thème pour qu'aussitôt l'imagination se sente concernée. Cette "mort du sujet par la structure" — à la mode dans notre philosophie contemporaine — n'a pas lieu d'être discutée ici. On voulait simplement montrer sur un exemple élémentaire des éclairages différents dont l'enseignant doit être, à notre avis, conscient. De cela, n'allons surtout pas déduire mécaniquement des étapes d'acquisition qui correspondraient aux étapes d'un profil psychologique idéal de l'élève moyen ! Insistons plutôt sur ce qui engage l'élève à l'action, sur ce qui peut le "débloquer", le "motiver" mais avouons aussi, que sur ces notions de "blocages" et de "motivations", — notions si chargées d'affect; si subjectives, et pour l'élève, et pour l'enseignant ! — l'histoire et l'épistémologie des mathématiques n'apportent pas de réponses toutes faites sans tomber dans le dogmatisme.

Pour conclure, invitons d'autres groupes à se former. Pour cela, le plus simple est de contacter l'IREM le plus proche et de constituer une petite bibliothèque de base dont voici quelques titres. En histoire, une des références peut être "*A History of Mathematics*" par Boyer (John Wiley éditeur), On y trouvera une chronologie sérieuse et toute une bibliographie si l'on veut étudier un sujet particulier. L'ouvrage précédent étant en anglais, on peut alors se référer à des ouvrages en français comme "*Mathématiques et mathématiciens*" de Dredon et Itard, l'"*Histoire générale des Sciences*", 4 volumes dirigés par R. Talon, les articles de l'"*Encyclopedia Universalis*" et "*Eléments d'histoire des mathématiques*" par Bourbaki. En épistémologie, on peut donner une liste de noms (sans entrer dans le détail d'une bibliographie) qui, cotés dans le désordre, sont : Desanti, Bachelard, Cavaillès, Poincaré, Russell, Thom, Vuillemin, Husserl, Klein, Bolzano, Frege, Raymond, Serres, Fichant, Pécheux, Kuhn, Popper, Koyré, ... etc ... etc ...

Reste ensuite l'essentiel: la patience et la détermination. En effet, la tentation demeure forte de se décourager, de se dire: "Attendons que les facultés donnent l'exemple ! ". Il est vrai qu'en France, rien n'est pris en charge, à ce sujet, par les institutions. Mais au lieu de se lamenter — ce qui ne changera rien à l'affaire —, de s'enfermer dans l'aspect négatif de la chose, saisissons son côté positif: pas de programme officiel ! Aucune lourdeur administrative ! Liberté totale à l'amateurisme ! Donnons libre cours à nos vœux utopiques. Les groupes autonomes se forment, se communiquent leurs victoires et leurs échecs; les sujets

s'approfondissent, les thèmes s'élargissent ; le mathématicien se fait un peu philosophe ; le philosophe mathématise ; l'historien se met à l'algèbre ; l'enseignant va à l'école ; l'école a le désir d'enseigner ; l'interdisciplinarité — comprise comme la réunion de discours réalisés par des spécialistes — devient une idée risible et désuète ; bref, l'imagination semble s'emparer du pouvoir ...

* * *

REMARQUES

Ce court article était, au départ, le compte rendu d'une expérience réalisée au sein de l'I.R.E.M. de Lyon. Il a été ensuite proposé à la Commission des Publications de l'A.P.M.E.P., sans aucun ajout. Il est donc très succinct. La première partie est même superficielle et il ne faut surtout pas y chercher une histoire, même brève, de la genèse des nombres réels. On y parle de fractions continues comme outil sans vraiment analyser leur intervention dans l'histoire des nombres réels. On y parle de "manques" d'une théorie comme si la notion était transparente. On y parle de la "production" des nombres entiers, mais qu'est-ce que "produire" en mathématiques ? On y parle d'une lettre de Dedekind à Lipschitz sans dire que la conception de Dedekind s'oppose à celle de Bourbaki pour ce qui est du statut des nombres réels chez les Grecs. On y parle de Nombre, d'Analyse, de Topologie, d'Ensemble, sans saisir les interpénétrations de ces champs mathématiques en ce qui concerne les réels. On n'y parle pas de dates postérieures aux années 1872 - 1874, négligeant ainsi les notions plus modernes de complétion, valuation, corps locaux, d'analyse non standard ... etc ... etc ... Pour bien faire, il aurait peut-être même été préférable de ne pas publier cette première partie et de ne garder que la seconde, plus "positive" et qui tend à montrer que l'on peut *dès maintenant*, avec les moyens du bord, se jeter dans l'aventure ...

Il faut aussi noter un autre oubli : la création d'un groupe Inter-IREM d'Epistémologie et d'Histoire des Mathématiques. Il s'est déjà réuni trois fois depuis l'an dernier et il répercute les diverses expériences en ce domaine au niveau des IREM. Les intéressés pourront ainsi se procurer les bilans de ces réunions et trouver une bibliographie beaucoup plus précise que celle qui est suggérée dans cet article.

Et pan dans le mille !

par J. DHOMBRES, I.R.E.M. de Nantes

A propos de l'un de ces stands de tir où l'on gagne de grosses poupees roses entre deux effluves de frites ou de gaufres, je ne parlerai pas de mon score, pour éviter de susciter crainte ou espoir de me provoquer, mais de la remarque du bonimenteur. "Le tir était remarquablement réparti". Qu'est-ce à dire ?

Partons donc de n points, $M_1, M_2, \dots, M_n$, du plan euclidien, repérés par leurs affixes complexes, disons $z_1, z_2, \dots, z_n$. Une première idée est de considérer l'isobarycentre G , à savoir le point d'affixe z_G défini par

$$z_G = \frac{z_1 + \dots + z_n}{n} \quad (1)$$

Une deuxième idée consiste à envisager s'il existe un point M dont l'affixe z_M réalise un certain minimum, à savoir

$$\sum_{i=1}^n |z_M - z_i| = \inf_{z \in \mathbb{C}} \left(\sum_{i=1}^n |z - z_i| \right) \quad (2)$$

Une troisième idée consiste à chercher s'il existe un point C , centre d'un disque de rayon minimal et contenant les n points $M_1, M_2, \dots, M_n$. Analytiquement, nous pouvons encore traduire ceci par un certain minimum. Pour tout z de $\mathbb{C}$ on définit

$$d(z) = \sup_{i=1, \dots, n} |z - z_i|$$

et $\delta = \inf_{z \in \mathbb{C}} d(z)$ où la borne inférieure est prise sur tout le plan complexe.

Le point C d'affixe z_c devrait alors satisfaire

$$d(z_c) = \delta \quad (3)$$

Par ces quelques notes, nous allons vagabonder autour de ces trois idées, les rattacher à des notions connues, imaginer des généralisations, bref baguenauder. Le fond des démonstrations restera très simple et si le jargon mathématique non redéfini paraît pédant à certains, ils pourront vérifier que ce jargon n'intervient qu'en vue d'énoncer des généralisations pour faire le pont avec les théories peut-être déjà étudiées par le lecteur au cours de sa carrière universitaire. Pour la commodité du lecteur on a d'ailleurs noté J (comme *jargon*) en marge des passages non essentiels.

Cas du barycentre

L'existence et l'unicité de z_G sont bien évidentes. Une généralisation naturelle conduit à associer des masses α_i ($i = 1, \dots, n$) aux points $z_1, z_2, \dots, z_n$ de sorte que

$$\alpha_i > 0 \quad \text{et} \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$$

On considère alors le barycentre défini par l'affixe :

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i z_i$$

J et chacun sait que l'ensemble des barycentres ainsi obtenu coïncide avec le plus petit convexe contenant les n points $z_1, z_2, \dots, z_n$. Un pas de plus dans la généralisation consiste à envisager, non plus une famille finie de points, mais un ensemble E plus riche, un continu par exemple. La théorie de l'intégration par rapport à une mesure permet d'envisager des expressions du type

$$z_G = \int_E z \, d\alpha(z) \quad (1 \text{ bis})$$

où α est une mesure de Radon positive telle que $\int_E d\alpha(z) = 1$. A ce niveau, E peut ne plus être un sous-ensemble du plan complexe mais un sous-ensemble universellement mesurable d'un espace C^n ou R^n . On démontre encore que z_G appartient au plus petit convexe fermé contenant tous les points de E et que réciproquement tout point de ce dernier ensemble peut être obtenu comme un z_G .

La cinématique avec les centres de gravité, ou les probabilités avec les moments, nous ont familiarisés avec des expressions du type (1 bis) (cf. par exemple [1] W. RUDIN).

Cas du point M

L'existence d'un point M n'est guère difficile à établir puisque la fonction définie sur C par

$$z \mapsto \sum_{i=1}^n |z - z_i| = f(z)$$

est continue : on a même l'inégalité déduite de l'inégalité triangulaire

$$|f(z) - f(z')| \leq n |z - z'|$$

En outre

$$\lim_{|z| \rightarrow +\infty} f(z) = +\infty$$

Donc la borne inférieure $\inf_{z \in C} f(z)$ est égale à la borne inférieure $\inf_{|z| \leq R} f(z)$ pour un R assez grand. Mais comme le disque fermé de centre O et de rayon R est compact, la fonction continue f atteint son minimum en au moins un point z_0 de ce disque :

$$\inf_{z \in C} f(z) = f(z_0)$$

L'unicité du point M exige une analyse un peu plus étoffée. Appelons K le sous-ensemble non vide des points de C où f atteint son minimum. C'est évidemment un sous-ensemble fermé et borné de C , donc compact. Plus intéressante est la propriété de *convexité* de K :

Si Z et Z' sont dans K , $\lambda Z + (1 - \lambda) Z'$ est encore dans K et ce pour tout λ satisfaisant $0 \leq \lambda \leq 1$ (Géométriquement, le segment joignant Z à Z' appartient tout entier à K pour Z et Z' dans K). En effet :

$$f(\lambda Z + (1 - \lambda) Z') = \sum_{i=1}^n \left| \lambda(Z - z_i) + (1 - \lambda)(Z' - z_i) \right|$$

Soit :

$$f(\lambda Z + (1 - \lambda) Z') \leq \lambda \sum_{i=1}^n |Z - z_i| + (1 - \lambda) \sum_{i=1}^n |Z' - z_i|$$

$$\leq \lambda f(Z) + (1 - \lambda) f(Z')$$

$$\leq (\lambda + 1 - \lambda) f(z_0) = f(z_0)$$

L'inégalité stricte ne pouvant avoir lieu, toutes les inégalités précédentes deviennent des égalités. En particulier, pour tout i variant entre 1 et n , on a

$$|\lambda(Z - z_i) + (1 - \lambda)(Z' - z_i)| = |\lambda(Z - z_i)| + |(1 - \lambda)(Z' - z_i)| \quad (4)$$

Par suite $(Z - z_i)$ et $(Z' - z_i)$ sont sur une même demi-droite, c'est-à-dire qu'il existe des nombres α_i, β_i positifs ou nuls et $\alpha_i(Z - z_i) = \beta_i(Z' - z_i)$ avec $\alpha_i + \beta_i > 0$.

Soit :

$$\alpha_i Z - \beta_i Z' = (\alpha_i - \beta_i) z_i$$

S'il existe un indice i pour lequel $\alpha_i = \beta_i$, on déduit aussitôt $Z = Z'$. On peut alors supposer que $\alpha_i \neq \beta_i$ pour tout $i = 1, 2, \dots, n$, auquel cas tous les points z_i doivent être situés sur la droite passant par Z et Z' ; on est ramené à un problème rectiligne analogue et on pourra supposer $Z - z_1$ et $Z' - z_1$ réels. On note alors que dans ce cas $Z - z_1$ et $Z' - z_1$ ont même signe, c'est-à-dire qu'il existe des ϵ_i ($\epsilon_i = \pm 1$) pour lesquels

$$|Z - z_i| = \epsilon_i (Z - z_i) \quad ; \quad |Z' - z_i| = \epsilon_i (Z' - z_i)$$

d'où :

$$\sum_{i=1}^n \epsilon_i (Z - z_i) = \sum_{i=1}^n \epsilon_i (Z' - z_i)$$

Soit :

$$(Z - Z') \left(\sum_{i=1}^n \epsilon_i \right) = 0$$

Si n est impair, $\sum_{i=1}^n \epsilon_i$ est toujours différent de 0 et par suite $Z = Z'$. Par contre, si n est pair, on ne peut rien conclure. D'ailleurs en prenant $z_1 = 0$ et $z_2 = 1$, on constate que tous les points situés entre 0 et 1 réalisent le minimum de $|x| + |1-x|$. On peut alors énoncer l'amusant *théorème* : *Soient $z_1, z_2, \dots, z_n$ n points du plan complexe. Supposons que ces points ne soient pas alignés ou que n soit impair. Il existe alors un unique point M d'affixe z_M tel que*

$$\sum_{i=1}^n |z_M - z_i| = \inf_{z \in \mathbb{C}} \left(\sum_{i=1}^n |z - z_i| \right)$$

On peut généraliser ce dernier cas en supposant que $z_1, z_2, \dots, z_n$ sont n points d'un espace normé X sur le corps des réels ou des complexes et en cherchant z_M tel que

$$\sum_{i=1}^n \|z_M - z_i\| = \inf_{z \in X} \left(\sum_{i=1}^n \|z - z_i\| \right) \quad (2 \text{ bis})$$

J Bien que des résultats nettement plus généraux soient accessibles, nous nous contenterons de supposer X préhilbertien, c'est-à-dire de supposer qu'il existe un produit scalaire $\langle, \rangle$ sur X de sorte que pour tout z de X

$$\|z\|^2 = \langle z, z \rangle$$

L'unicité de z_M , sous les mêmes conditions, suit la même démonstration que précédemment grâce à la remarque :

(5) $\|x+y\| = \|x\| + \|y\|$ si et seulement s'il existe des coefficients α, β positifs ou nuls tels que

$$(\alpha + \beta > 0) \quad \text{et} \quad \alpha x = \beta y$$

En effet, si l'égalité (5) est vraie, on doit avoir en élevant au carré ⁽¹⁾

$$\operatorname{Re} \langle x, y \rangle = \|x\| \|y\|$$

Dont on déduit, puisqu'en général

$$\operatorname{Re} \langle x, y \rangle \leq |\langle x, y \rangle| \leq \|x\| \|y\|$$

que $\langle x, y \rangle = \|x\| \|y\|$

et donc facilement le résultat en étudiant la forme

$$\lambda \mapsto \lambda^2 \|y\|^2 + 2\lambda \langle x, y \rangle + \|y\|^2 = \|x + \lambda y\|^2 \geq 0$$

(dans le cas où E est pris sur le corps des réels pour fixer les idées).

L'existence de z_M requiert une astuce puisque la boule unité de X n'a plus de propriété de compacité. Cependant, soit z un point n'appartenant pas au sous-espace vectoriel E engendré par les n points $z_1, z_2, \dots, z_n$ de X . On sait qu'il existe un point z_p , projection orthogonale de z sur E et tel que pour tout z' de E on ait grâce au théorème de Pythagore

$$\|z - z_p\|^2 + \|z_p - z'\|^2 = \|z - z'\|^2$$

Donc l'inégalité

$$\|z_p - z'\| \leq \|z - z'\| \quad \text{pour tout } z' \text{ de } E$$

D'où en particulier

$$\sum_{i=1}^n \|z_p - z_i\| \leq \sum_{i=1}^n \|z - z_i\|$$

Par suite

$$\inf_{z \in X} \left(\sum_{i=1}^n \|z - z_i\| \right) = \inf_{z \in E} \left(\sum_{i=1}^n \|z - z_i\| \right)$$

Comme E est de dimension finie, l'argument de compacité réapparaît.

(1) "Re" signifiant "Partie réelle de".

J Une autre généralisation consiste à modifier la nature de la somme envisagée. On peut prendre par exemple

$$\left(\sum_{i=1}^n \|z - z_i\|^2 \right)^{1/2}$$

voire plus généralement toute expression où 2 est remplacé par un nombre réel p ($p \geq 1$)

$$d_p(z) = \left(\sum_{i=1}^n \|z - z_i\|^p \right)^{1/p}$$

Restons dans le plan complexe $X = \mathbb{C}$ pour simplifier. Le lecteur constatera que les démonstrations précédentes restent valables, mutatis mutandis, et fournissent un point unique $M^{(p)}$. On utilisera une inégalité dite de Minkowski :

$$\left(\sum_{i=1}^n |z_i + z'_i|^p \right)^{1/p} \leq \left(\sum_{i=1}^n |z_i|^p \right)^{1/p} + \left(\sum_{i=1}^n |z'_i|^p \right)^{1/p} \quad (6)$$

L'égalité ayant lieu si et seulement si $\alpha z_i = \beta z'_i$ pour $\alpha \geq 0$, $\beta \geq 0$ et $\alpha + \beta > 0$ lorsque $p > 1$. Pour $p = 2$, le point $M^{(2)}$ est l'isobarycentre des n points $M_1, M_2, \dots, M_n$.

En faisant tendre p vers l'infini, on montre sans peine que l'expression $d_p(z)$ tend vers

$$d(z) = \sup_{i=1, \dots, n} |z - z_i|$$

ce qui nous amène au dernier cas.

Cas du point C

Appelons A l'ensemble constitué par les points $z_1, z_2, \dots, z_n$ et notons

$$d(z) = \sup_{z' \in A} |z - z'|$$

Il est bien clair, puisque A est un ensemble borné, que $d(z)$ est un nombre fini pour tout z de $\mathbb{C}$. L'existence d'un point z_c tel que

$$d(z_c) = \inf_{z \in \mathbb{C}} d(z) = \delta$$

peut se démontrer comme pour l'existence du point M par un argument de continuité sur un compact. Toutefois, je préfère une analyse plus percutante qui va fournir simultanément l'existence et l'unicité de C .

D'abord, partons d'une remarque de calcul bien facile.

(7) Si z et z' sont deux nombres complexes de module inférieur ou égal à 1, on a l'inégalité

$$\left| \frac{z + z'}{2} \right|^2 \leq 1 - \left| \frac{z - z'}{2} \right|^2$$

Pour chaque entier $n \geq 1$, puisque δ est une borne inférieure, il existe un nombre complexe noté $z^{(n)}$ tel que

$$d(z^{(n)}) \leq \delta + \frac{1}{n}$$

Montrons que la suite $\{z^{(n)}\}_{n \geq 1}$ est une suite de Cauchy de nombres complexes ; c'est-à-dire que nous avons l'implication suivante :

Pour tout $\epsilon > 0$, il existe un entier N et pour tous entiers n, m , supérieurs ou égaux à N , on a

$$|z^{(n)} - z^{(m)}| < \epsilon$$

Raisonnons par l'absurde en supposant que la suite ne soit pas de Cauchy. Par suite, il existe un nombre $\epsilon > 0$ et pour toute valeur entière de N , on peut trouver deux entiers n et m qui dépendent de N ($n \geq N$; $m \geq N$), de sorte que $|z^{(n)} - z^{(m)}| \geq \epsilon$. Nous choisirons un N convenable un peu plus tard.

Dès lors, on remarque que pour tout z' (de A) on a la minoration

$$|(z^{(n)} - z') - (z^{(m)} - z')| \geq \epsilon$$

Donc, en posant :

$$\delta_{n,m}(z') = \text{Max} (|z^{(n)} - z'|, |z^{(m)} - z'|) \leq \delta + 1/n + 1/m$$

on minore selon

$$\left| \frac{z^{(n)} - z'}{\delta_{n,m}(z')} - \frac{z^{(m)} - z'}{\delta_{n,m}(z')} \right| \geq \frac{\epsilon}{\delta + 2}$$

Par suite, en utilisant (7)

$$\left| \frac{z^{(n)} + z^{(m)}}{2} - z' \right|^2 \leq 1 - \left(\frac{\epsilon^2}{4(\delta + 2)^2} \right) \delta_{n,m}^2(z')$$

Ce que l'on majore encore par

$$\left| \frac{z^{(n)} + z^{(m)}}{2} - z' \right|^2 \leq \left(1 - \frac{\epsilon^2}{4(\delta+2)^2} \right) \left(\delta + \frac{1}{n} + \frac{1}{m} \right)^2 \leq \left(\delta + \frac{2}{N} \right)^2 \left(1 - \frac{\epsilon^2}{4(\delta+2)^2} \right)$$

En prenant N assez grand, l'expression du second membre est strictement inférieure à δ^2 , ce qui fournit une contradiction en passant à la borne supérieure au premier membre par rapport à z' :

$$d \left(\frac{z^{(n)} + z^{(m)}}{2} \right) < \delta$$

La suite $\{z^{(n)}\}_{n \geq 1}$ est donc de Cauchy dans C . Elle converge vers un z_c puisque C est un espace complet. On doit alors avoir

$$d(z_c) = \lim_{n \rightarrow \infty} d(z^{(n)}) = \delta$$

Ce qui termine la démonstration de l'existence. L'unicité est évidente car si z_c et z'_c conviennent, la suite alternativement égale à z_c et z'_c doit être de Cauchy donc converge.

J

Cédons une fois encore à la tentation de généraliser. Il est clair que le même raisonnement convient pour tout sous-ensemble borné A et pour un espace normé X qui possède une propriété du type (7) et soit complet. On posera :

$$\left. \begin{aligned} d(z) &= \sup_{z' \in A} \|z - z'\| \\ \text{et } \delta &= \inf_{z \in X} d(z) \end{aligned} \right\} \quad (3 \text{ bis})$$

La bonne généralisation de la propriété (7) s'appelle *uniforme convexité* de X . Elle s'énonce :

(7 bis) *Il existe une fonction croissante $\delta :]0, 2] \rightarrow]0, 1]$ telle que pour tout couple (z, z') de points distincts de X avec $\|z\| \leq 1$ et $\|z'\| \leq 1$ on ait :*

$$\left\| \frac{z + z'}{2} \right\| \leq 1 - \delta(\|z - z'\|)$$

Les espaces préhilbertiens sont uniformément convexes comme on le constate en utilisant l'égalité du parallélogramme (d'ailleurs caractéristique de ces espaces) :

$$\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2(\|x\|^2 + \|y\|^2)$$

C'est bien autour des propriétés de convexité que nous tournons depuis le début de cet article. Ainsi la propriété (4), d'ailleurs mise sous forme plus générale en (5), est cruciale pour la démonstration de l'unicité du point M. La propriété (5) peut s'énoncer sous forme équivalente

(5 bis) Si $\|x\| \leq 1$ et $\|y\| \leq 1$ alors $\left\| \frac{x+y}{2} \right\| = 1$ implique $x = y$.

Géométriquement, cette propriété signifie que le milieu de deux points distincts d'une boule d'un espace normé X ne peut être sur la sphère frontière de cette boule. Un espace normé possédant une telle propriété est dit *strictement convexe*.

C'est cette propriété qu'il faut évoquer pour le cas d'égalité dans (6) en établissant que, pour $p > 1$, l'espace $\mathbb{R}_n^p$ est strictement convexe. (Rappelons que $\mathbb{R}_n^p$ est l'espace $\mathbb{C}^n$ muni de la norme $(|z_1|^p + \dots + |z_n|^p)^{1/p}$).

La propriété (7 bis) améliore la propriété de stricte convexité ; par suite, un espace uniformément convexe est strictement convexe.

Pour des compléments sur de telles notions et des applications au calcul d'extrêmes, voir [2], [3] Dhombres.

Il est assez instructif de spécialiser plus ou moins les propriétés de l'espace géométrique euclidien pour effectuer de la géométrie en dimension infinie comme nous venons de le faire. On ne saurait toutefois terminer cet exposé sans des remarques de géométrie du triangle. (Voir [4] J. Dhombres pour un exemple de géométrie en dimension infinie).

Un exemple

Sur l'exemple de trois points M_1 , M_2 et M_3 formant un triangle non dégénéré du plan euclidien, nous allons interpréter géométriquement les points G, $M^{(p)}$ et C. Notons z_1 , z_2 et z_3 les affixes de M_1 , M_2 et M_3 .

G est le *centre de gravité* du triangle, point de rencontre des médianes du triangle.

$M^{(1)}$ est le *point de Fermat*. C'est l'unique point M, d'affixe z , réalisant le minimum de $|z - z_1| + |z - z_2| + |z - z_3|$. Il n'est pas difficile d'établir, lorsque tous les angles du triangle sont aigus, que le point $M^{(1)}$ se trouve à l'intersection des 3 droites issues de chaque sommet du triangle et joignant le sommet opposé du triangle équilatéral construit sur le côté opposé (et extérieur).

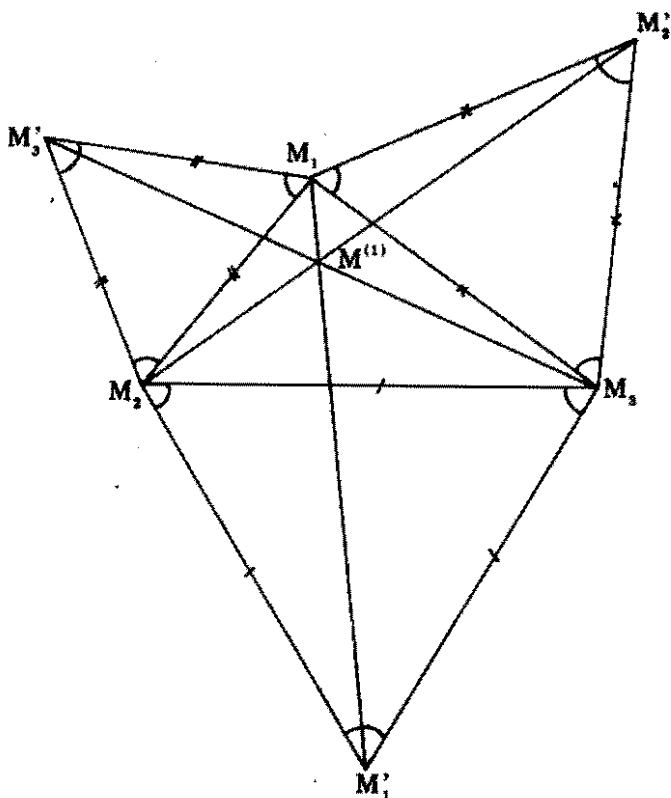


Fig. 1 : Construction du point de Fermat

$M^{(2)}$ est l'unique point M , d'affixe z , réalisant le minimum de $\sqrt{|z-z_1|^2 + |z-z_2|^2 + |z-z_3|^2}$. Il est classique de vérifier qu'il s'agit du *centre de gravité* G . On a en effet, pour tout M du plan :

$$|\vec{MM}_1|^2 + |\vec{MM}_2|^2 + |\vec{MM}_3|^2 = 3 |\vec{MG}|^2 + |\vec{GM}_1|^2 + |\vec{GM}_2|^2 + |\vec{GM}_3|^2$$

Point C (ou encore $M^{(\infty)}$)

C'est le centre du disque de plus petit rayon contenant M_1 , M_2 et M_3 . On remarque que le diamètre d'un tel disque est au moins égal au plus grand côté du triangle et que la circonférence d'un tel disque passe par au moins deux des trois points M_1 , M_2 , M_3 . On doit distinguer deux cas :

Si le sommet opposé au plus grand côté est obtus (ou droit), le cercle dont un diamètre est ce plus grand côté est le cercle cherché. Le point C est au milieu du plus grand côté. On note que, dans le cas d'un angle droit, C est le centre du cercle circonscrit (cf. figure 2).

Si le sommet opposé au plus grand côté est aigu, et donc si tous les angles sont aigus, on constate sans peine que C est sur la médiatrice de chaque côté, donc coïncide avec le centre du cercle circonscrit.

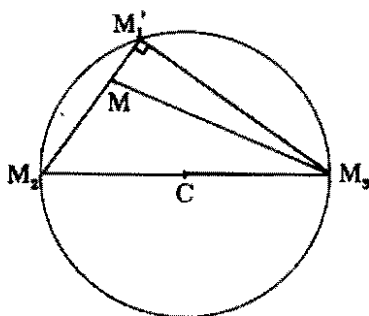


Fig. 2 : Construction de C : cas où l'angle en M_1 est obtus

Point de Lemoine

Ce point réalise une sorte de dual du point $M^{(2)}$.

On pose

$$\delta_{z_1, z_j}(z) = \inf_{\lambda \in \mathbb{R}} |z - (\lambda z_1 + (1-\lambda)z_j)|^2$$

$$\text{et } \delta(z) = \delta_{z_1, z_2}(z) + \delta_{z_2, z_3}(z) + \delta_{z_3, z_1}(z)$$

Il existe un point qui minimise la somme $\delta_{(z)}$ des carrés des distances aux trois côtés d'un triangle. Ce point, dit point de Lemoine, est à l'intersection des trois symédianes. Nous ne donnerons pas ici de démonstration. Rappelons que la symédiane issue d'un sommet d'un triangle est la symétrique de la médiane par rapport à la bissectrice. Je ne céderai pas à la tentation de généraliser la notion de point de Lemoine en diverses directions.

Si la mode rétro continue de faire des ravages, je promets d'exposer à titre récréatif d'autres points remarquables et quelques relations géométriques.

J'apprécierai toutes références bibliographiques sur ces questions car je n'en possède aucune.

Conclusion

Revenons à la foire et au bonimenteur. Tout dépend de la notion de répartition choisie.

Celle de l'isobarycentre tient simultanément compte de la répartition en direction et en distance. On peut être piètre tireur et avoir le mille comme point central !

Celle du point $M^{(1)}$ ne tient compte que de la répartition en distance. Cela fait gagner des points.

Celle du point C me paraît celle de mon bonimenteur, car il utilisa une pièce de cent sous pour s'expliquer.

- [1] W. Rudin : Analyse complexe et réelle (397 p.), Masson, Paris, 1975.
- [2] J. Dhombres : Eléments d'analyse fonctionnelle (354 p.), ENSTA, Paris, 1973.
- [3] J. Dhombres : Méthodes mathématiques modernes utilisées en théorie de l'approximation (184 p.), ENSTA, Paris, 1974.
- [4] J. Dhombres : Propriétés géométriques et approximation des fonctions (14 p.), IREM de Nantes, 1975.

(Les volumes [2] et [3] sont aussi disponibles dans la collection *Nanta Iremica* à l'IREM de Nantes, Université de Nantes, BP 1044, 44037 Nantes Cedex).

ECHANGES

A propos de la périodicité

par Rudolf BKOUCHE, IREM de Lille

Cher Collègue,

Voici quelques réflexions inspirées par la "Périodicité" telle qu'elle est décrite dans le numéro 301 du Bulletin de l'A.P.M. (Colmez, Perucca,...), réflexions que je vous propose pour publication au Bulletin.

D'accord avec Colmez lorsqu'il propose de distinguer en physique mouvement périodique et mouvement sinusoïdal, les difficultés du calcul trigonométrique masquant parfois des aspects plus simples des phénomènes de propagation. Mais ceci n'implique pas qu'on ramène la trigonométrie à l'étude axiomatique des fonctions périodiques satisfaisant à des propriétés données a priori ; la propriété C :

Une fonction a la propriété C si pour tout réel a , la somme de ses translatées par a et $-a$ lui est proportionnelle.

$$\forall a \in \mathbb{R} \quad \exists k \in \mathbb{R} \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x-a) + f(x+a) = kf(x)$$

n'a rien de naturel (la pseudo-motivation physique ne vaut pas mieux), sauf peut-être pour celui qui connaît déjà les fonctions trigonométriques et qui en cherche une caractérisation parmi les fonctions périodiques.

En fait la position de Colmez s'explique par un refus de tout recours à l'intuition, et plus particulièrement à l'intuition géométrique (ceci est dit explicitement dans le texte: "on obtient d'une manière élémentaire toutes sortes de propriétés et de formules qui

se trouvent être, après identification, les formules trigonométriques connues, et ceci sans aucune référence à la géométrie”), refus qui exprime la tendance principale de l’enseignement actuel des mathématiques et qui confond progrès des connaissances mathématiques et sophistication des mathématiques (si la sophistication s’avère nécessaire pour explorer certains domaines des mathématiques, elle n’est qu’un moyen d’exploration).

Ce refus du recours à l’intuition apparaît de façon exemplaire dans tout ce qui touche aux angles et à la mesure des angles. Pour ne pas parler de longueur d’un arc (je suppose qu’on ne peut le faire sans calcul intégral !!!), on a inventé une série de gadgets qui fleurissent dans les divers ouvrages d’enseignement et qui ne servent qu’à masquer la réalité ; sous prétexte d’éviter une difficulté réelle (la périodicité !) on a créé des difficultés parasites, mais qui ont l’avantage “enhaurme” de supprimer l’intuition ; ainsi les élèves sauront qu’il n’y a aucun rapport entre l’angle géométrique et la notion naïve qu’ils ont avant de faire “des mathématiques” (si jamais ils se sont un jour posé la question). On finit ainsi par écrire à propos du fameux k qui mesure le demi-cercle : “les mathématiciens utilisent un rapporteur qui donne pour le demi-cercle la mesure π où π est un nombre réel dont la valeur approchée par défaut à un dix-millième près est 3,1415” (Queysanne — Revuz, Classe de troisième).

Sont-ils fous ces mathématiciens pour aller chercher un aussi bizarre nombre (moi, j’aurais préféré $\log \sqrt{2}$, question de goût !). Evidemment il n’est pas question de dire que π est la longueur du demi-cercle de rayon 1, ou que le radian est la mesure de l’arc qui a même longueur que le rayon (sans calcul intégral voyons !).

A la limite, l’enseignement actuel prend les élèves pour des imbéciles.

Il est vrai qu’en Première on fait mieux puisqu’on définit π comme étant la valeur de k telle que la dérivée de la fonction sinus à l’origine soit égale à 1 ; que veut-on enseigner à travers ce discours ésotérique ?

On recommence, pour les fonctions trigonométriques, la démarche de ceux qui, il y a quelques années (et encore aujourd’hui...), cherchaient les axiomatiques les plus astucieuses pour “construire” la géométrie en évitant tout recours à l’intuition et à toute connaissance “naïve”.

En fait, et quoi qu'on en ait dit, la tendance principale de l'enseignement reste à la "construction des mathématiques" et à l'ésotérisme. Cette démarche qui tend à couper la science mathématique de ses sources et à la transformer en un spectacle dont seuls quelques-uns (les "doués", futurs "préparationnaires aux grandes écoles", futurs "cadres") auront le droit de connaître les coulisses, se retrouve dans le même sens que les réformes ou tentatives de réformes de Fontanet hier ou Haby aujourd'hui. L'A.P.M. veut se situer (à juste titre) contre la réforme Haby, mais il faudrait que cela se fasse non seulement dans des déclarations générales, mais aussi dans sa pratique et sa réflexion sur l'enseignement des mathématiques ; la démocratisation de l'enseignement ne consiste pas seulement à amener les enfants de tous les milieux sur les bancs de l'école ; si on leur tient un discours incompréhensible pour la majorité d'entre eux, on ne peut que contribuer à la sélection, selon le désir de la classe dominante et du pouvoir.

APPENDICE : Sur la mesure des angles.

Ceci n'a rien d'original ; il répond à une question posée par des stagiaires de l'I.R.E.M. de Lille qui n'osaient pas parler de mesure des longueurs, ou de mesure des angles, parce que quelque part dans le sommet de la Science, il y avait une théorie de la mesure, d'accès difficile, et qu'ils craignaient de dire des inepties. La réponse a été un exposé qualitatif pour dire simplement que la mesure de Lebesgue d'un segment de droite n'est autre que sa longueur, et que la mesure de Haar d'un arc de cercle n'est autre que sa longueur si on a choisi comme mesure du cercle tout entier la longueur du cercle, à savoir $2\pi R$ (R étant le rayon du cercle !). Il se trouve que la définition naïve de la mesure de Haar sur le cercle comme mesure additive d'ensemble, satisfaisant en outre à la propriété suivante :

Si deux arcs sont définis par des angles égaux et s'ils sont de même nature (tous deux plus petits que le demi-cercle, par exemple), ils ont même longueur.

a amené la réponse soulagée d'une stagiaire : "mais c'est comme ça que je faisais avant, et que je continuais à faire avec remords aujourd'hui".

Eh oui ! la mesure de Haar sur le cercle, c'est naïvement la longueur des arcs et je ne vois pas pourquoi on se priverait de le dire (les sophistications à ce niveau sont plus proches du point de

vue "naïf" que les sophistications de ce qu'on appelle les mathématiques modernes dans l'enseignement secondaire !) ; l'orientation du cercle, avant d'être liée au signe d'un déterminant, c'est un sens de parcours qu'on compare à celui des aiguilles d'une montre. Avec ces deux ingrédients (longueur des arcs, sens de parcours) on a de quoi fabriquer tous les homomorphismes de $\mathbb{R}$ vers A qu'on veut ; et quoi qu'on dise, c'est une activité mathématique, et c'est même de cette activité "naïve" que sont nées les sophistications ultérieures de la théorie de la mesure ; sophistications nécessaires, non pour elles-mêmes, mais parce qu'elles permettent de résoudre des problèmes que les théories "naïves" étaient incapables d'appréhender.

Tout ceci semble une "évidence" et pourtant il faut le dire, car cette "évidence" semble oubliée ; lorsqu'un enseignant de mathématiques ne connaît pas le lien entre cette théorie de la mesure (qu'il a peut-être entrevue un jour dans un cours universitaire) et la mesure des longueurs avec la règle, ou la mesure des angles avec le rapporteur, c'est que l'enseignement qu'il a reçu est aberrant, et que l'enseignement qu'il transmet ne peut que continuer cette aberration : ce clivage théorie (la mesure) — pratique (la règle et le rapporteur) qui rend incapable le théoricien de comprendre l'utilisation de ses théories, et qui terrifie le praticien devant cette théorisation inaccessible.

Pour revenir à la périodicité et à l'article de Colmez, avant de chercher comment définir "de façon rigoureuse" les fonctions trigonométriques, il faudrait réfléchir sur les aberrations actuelles dans l'enseignement des notions liées aux angles ; pour terminer, une question : quels rapports font les élèves entre les angles de Troisième et les angles de Première ? Réponse d'un enseignant stagiaire à l'I.R.E.M. de Lille : aucun, mais ça ne fait rien, puisqu'ils n'ont rien compris en Troisième (et qu'ils l'ont oublié lorsqu'ils arrivent en Première).

Une expérience docimologique

par Claire DUPUIS, François PLUVINAGE, IREM de Strasbourg.

Le présent article a son origine dans la reprise à Strasbourg de l'expérience de docimologie présentée dans le Bulletin A.P.M. n° 300 (septembre 75, p. 517). C'est un groupe de stagiaires IREM, animé par les auteurs de l'article, qui s'est chargé de ce travail.

1. Ecart de correction et docimologie

Notre propos est de montrer dans un cas particulier que le *problème docimologique* est susceptible d'être un *faux problème*. Qu'est-ce à dire ? Nous allons donner une brève explication, avant de relater l'expérience docimologique qui s'avéra révélatrice.

Une épreuve d'examen est un moyen de repérer, à l'issue d'un apprentissage donné, soit des lacunes (cas de la dictée par exemple), soit des acquis (cas général des épreuves de mathématiques). La docimologie s'intéresse aux variations individuelles d'appréciation de ces lacunes ou de ces acquis sur des copies d'élèves données. Par exemple, on constate que les fautes d'orthographe "oubliées" par un instituteur dans sa classe se répartissent inégalement ; les oublis sont plus nombreux pour les "bons" élèves que pour les "mauvais".

Mais supposons qu'une épreuve laisse subsister l'incertitude la plus complète sur les lacunes ou les acquis de la plupart des élèves d'un niveau donné. Le correcteur, qui est *obligé* de noter toute copie, n'a d'autre solution que de procéder à une extrapolation hardie, reposant sur des indices très minces, de comportements dont il a eu (ou cru avoir) l'expérience en tant qu'enseignant. C'est-à-dire qu'il est conduit, en l'absence de véritable élément d'appréciation, à se rabattre sur un comportement qu'il estime moyen.

Et *paradoxalement*, l'écart des notes ainsi attribuées par plusieurs correcteurs (ou un même correcteur à des temps différents) peut alors être *inférieur à l'incertitude* que l'épreuve laisse subsister sur les lacunes ou les acquis des élèves interrogés. Or, il paraît clair que la docimologie doit précisément éliminer des cas de ce genre : des cas limites (par exemple distribution d'un énoncé incorrect) conduisent même à *ne pas corriger*, mais à faire recommencer l'épreuve.

2. Le déroulement de l'expérience

Le Bulletin n° 300 de l'A.P.M. rendait compte d'une expérience de docimologie faite par un groupe de l'I.R.E.M. de Toulouse. Nous n'y avons pas cru tout à fait. Peut-être nos collègues toulousains ou montalbanais n'avaient-ils pas suffisamment discuté du barème, des diverses solutions possibles, de la manière de tenir compte des erreurs prévisibles. Si l'on opérait exactement dans les conditions de la correction au B.E.P.C., l'écart serait-il moindre ? De plus, nous avons à Strasbourg des copies d'élèves de Seconde et Première à cause de la date de l'expérience (1er trimestre), ce qui risquait encore de réduire les écarts. Voici ce qui s'est passé.

Premier temps : l'épreuve de géométrie

Après discussion, le barème est subdivisé : ainsi l'attribution des 5 points de la deuxième question est partagée entre calculs de distances et résultat sur le triangle (O, B, C). Pour ce triangle, c'est surtout le fait qu'il soit rectangle qui est à prendre en compte. La troisième question admet plusieurs solutions qui sont examinées en détail. Et ainsi de suite...

De plus, les correcteurs auront à ajouter à la simple application du barème sur dix copies un travail d'appréciation de l'écart des copies deux à deux (voir annexe 1). Le fait de confronter ainsi systématiquement les copies entre elles risque d'améliorer l'appréciation. Par ailleurs, nous espérons, par application d'une méthode statistique (la méthode INDSCAL), faire des observations intéressantes à partir des différences entre correcteurs lors de ces confrontations des copies deux à deux.

Aux résultats ! Nous ne retrouvons pas à Strasbourg le correcteur languedocien "P 2" (qui notait nettement en dessous de ses collègues), mais, pour le reste, *les résultats sont exactement les mêmes*. Ainsi, le plus grand écart relevé à Toulouse est de 11 points, il devient de 7 points si l'on "supprime" P 2 : notre écart maximum est de 7 points. Pour notre écart minimum, il est de 2 points (1 point pour Toulouse). Pas plus de possibilité d'équilibrer en ramenant tous les correcteurs à la même moyenne et au même écart type.

L'application de la méthode INDSCAL se révèle plutôt décevante : elle fait essentiellement apparaître que deux d'entre nous ont mal respecté la consigne de mettre entre deux copies, sur la

même question, une note d'écart au moins égale à la différence de leurs notes-barèmes. Ce manquement à la consigne, qui ne résulte pas que de questions d'arrondi (demi-point au point inférieur ou supérieur), est peut-être révélateur de sentiments sur la signification des notes. Il semble par ailleurs que, pour être vraiment interprétables, les écarts devraient être repérés non sur toute l'épreuve mais sur chaque question en particulier.

Deuxième temps : l'épreuve d'algèbre (voir annexe 2)

Nous n'allons pas recommencer comme pour la géométrie ! Nous allons faire confiance aux méridionaux. Il s'agit donc de trouver comment améliorer la fiabilité de la correction par une procédure qu'il serait facile de mettre en oeuvre pour les examens réels. Notre expérience des enquêtes nous a appris que les codages de réponses sont surs. Alors allons-y !

- Prélèvement d'un échantillon de copies (nous en prenons 8)
- Détermination pour chaque question d'un *codage disjonctif total* ⁽¹⁾ (éventuellement en découpant en plusieurs rubriques)
- Détermination d'un barème associé automatiquement au codage.
- Correction du paquet de copies selon ce barème.

Simple !

Voici un résumé sommaire du déroulement de la procédure. A la fin d'une séance, les correcteurs prennent connaissance des huit copies de l'échantillon et en discutent par groupes, pour voir comment résumer les contenus des réponses. La séance suivante, le codage de la question 1 finit par être explicité comme suit, après environ 40 minutes.

(1) Chaque question ou rubrique donne lieu pour chaque élève à l'attribution d'un unique 1 et d'un certain nombre de zéros. C'est la place du 1 qui différencie les réponses. Ainsi, pour une question notée sur trois colonnes, il y a trois "notes" possibles : 001, 010 et 100. Dans la pratique, nous les désignons par 0, 1 et 2, la conversion en "0 et 1" étant effectuée en machine ; ceci pour des raisons de commodité.

Codage de la première question (trois rubriques)

Conformité à la consigne	Identité $(a + b)^2 = \dots$	Coefficients et signes
0 Non-réponse 1 Non respect de la consigne (pas d'essai de développement) 2 Obtention d'un polynôme développé, mais non réduit et ordonné. 3 Obtention d'un polynôme réduit et ordonné	0 Non utilisée 1 Utilisation d'une identité incorrecte 2 Identités correctes	0 Pas de calcul 1 Erreurs de distribution de coefficient et de signe 2 Erreurs sur la distributivité seule 3 Erreurs de signe seules 4 Calcul sans erreur

Ainsi, celui qui n'a pas répondu à la question sera codé 000, l'élève qui a répondu correctement 324.

Joli !

Avant de poursuivre, nous décidons de vérifier la pertinence de notre codage, en demandant à chacun des membres du groupe de l'appliquer aux huit copies de l'échantillon et en confrontant les résultats. Les copies 1, 2, 3, 4, 6 et 7 sont codées de façon identique par tous, mais pas les copies 5 et 8. La difficulté sur la copie 5 provient de ce que l'élève a écrit

$$f(x) = 4x^2 - 4 - x^2 + 1$$

sans autre explication. A une erreur évidente sur l'identité, s'ajoute-t-il une erreur de signe pour expliquer le $-x^2 + 1$? La réponse est *probablement* affirmative. Mais ce n'est absolument pas certain car à la deuxième question, des élèves remplacent $(x - 1)^2$ par $(x + 1)(x - 1)$ (pour pouvoir mettre en facteur) ; donc, on ne peut pas exclure complètement la possibilité : $(x + 1)^2 = x^2 - 1$. Dans un tel cas, il est nécessaire de prendre pour le codage une décision d'autorité : on comptera "erreur de signe". A juste titre, deux membres du groupe sont réticents, mais n'est-on pas amené à faire de même pour fixer certaines notes ?

La copie 8 s'annonce plus mal. Au bout de dix minutes de discussion, qui amènent à préciser la rubrique "conformité à la consigne", une voix timide avance :

"Et s'il avait seulement répondu à la *deuxième* question ? "

Voici quel était le contenu de la copie sur cette question :

$$1) f(x) = 4(x-1)^2 - (x+1)^2$$

$$f(x) = 4(x-1+x+1)(x-1-x-1)$$

$$f(x) = 4(2x)(-2) = (8x)(-2)$$

L'élève a utilisé une mise en facteur. Par erreur, il aboutit à un polynôme du premier degré. Il est difficile de dire s'il a cru ainsi répondre à la première question, ou si le "1)" n'est que de pure forme et si le travail commence sur la seconde question. Mais le fait est là : *19 correcteurs réunis peuvent ne pas arriver à savoir, sur cette épreuve, si un élève a répondu à telle question ou à telle autre !*

Enorme !

Après ce coup de { maître
théâtre (*), la question 2 se révéla elle aussi croustillante. L'auteur de l'énoncé voulait sans doute savoir si les élèves étaient capables de percevoir une différence de carrés dans l'expression

$$4(x-1)^2 - (x+1)^2$$

et d'appliquer l'identité $A^2 - B^2 = (A-B)(A+B)$. Un certain nombre d'élèves perçoivent qu'il y a "du $A^2 - B^2$ là-dessous". Mais, comme il intervient aussi l'identité $A^2 B^2 = (AB)^2$, une difficulté supplémentaire s'introduit. De ce fait, il se produit un certain nombre de cas de "détournement de difficulté", dont le plus courant semble être de mettre 4 en facteur commun. Et le fait pour la plupart des élèves de prendre ensuite en compte le résultat qu'ils viennent d'obtenir conduit à un *échec complet* sur la suite du problème.

Conclusion de l'expérience

Autrement dit, sur cette épreuve, la plupart des élèves qui n'auront pas "vu" ici l'utilisation simultanée des deux identités concernant $A^2 - B^2$ et $A^2 B^2$ n'auront livré aux correcteurs aucune information précise sur leurs acquis. Et que dire des élèves qui ont essayé de résoudre la deuxième question en partant du résultat trouvé à la première (l'énoncé n'avertissait pas de l'indépendance) ?

(*) Rayer l'un des deux mots au choix.

On comprend dans ces conditions que les correcteurs se trouvent devant une délicate situation de notation : la seule attitude "docimologiquement" valable consiste (puisque'il n'y a pas d'information précise sur la plupart des cas autres que la réussite complète) à attribuer la note 0 à toute réponse entachée d'erreur. Mais on imagine alors la catastrophe. Le problème docimologique n'apparaît donc que dans la mesure où l'on veut éviter cette catastrophe en appréciant des acquis "intermédiaires", qui sont en fait inappréciables sur cette épreuve.

3. Analyse de l'énoncé d'algèbre

a) *Liste des acquis isolés nécessaires à la résolution du problème.*

Connaissance, reconnaissance et utilisation des identités :

- (1) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- (2) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- (3) $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- (4) $a^2 b^2 = (ab)^2$
- (5) $\frac{ca}{cb} = \frac{a}{b}$ si $c \neq 0$
- (6) Calcul polynomial : degré d'un monôme, réduction de monômes de même degré, écriture ordonnée d'un polynôme.
- (7) Pratique de la mise en facteur, d'un coefficient et d'un polynôme. Suppression de parenthèses précédées du signe $-$.
- (8) Fonctions : substitution d'une valeur à la variable.
- (9) Résolution d'une équation du premier degré.
- (10) Simplification de l'égalité de deux rapports (produits des extrêmes et des moyens).
- (11) Calculs comportant des radicaux.

b) *Articulation du problème*

- la question 1 ne sert à rien pour la suite du problème,
- la première partie de la question 2 est susceptible d'être utilisée dans toute la suite du problème, alors que la deuxième partie de cette même question ne sert à rien dans la suite, sauf éventuellement au b) de la question 4,
- la question 3 nécessite le premier résultat de la question 2,

— la question 4 comporte une première partie qui peut être résolue soit directement, soit en utilisant la forme réduite. La résolution directe demande, en plus des acquis indiqués ci-dessus, de savoir que

$$(A^2 = B^2) \Leftrightarrow (|A| = |B|),$$

la deuxième partie de la question 4 demande pratiquement l'utilisation de la forme simplifiée (ou l'utilisation de la deuxième partie de la question 2),

— la question 5 peut être traitée sous les deux formes ($h(x)$ simplifié ou non). Evidemment le calcul sous la forme simplifiée est beaucoup plus simple.

c) *Acquis nécessaires à la résolution des diverses questions* (les numéros entre parenthèses renvoient à la liste ci-dessus).

Question 1. (1), (2), (7) et (6) à la fois.

Question 2. Première partie : (3), (4) et (7) à la fois.

Deuxième partie : (7) et résultat de la première partie (Notre sujet tiré du Bulletin APM n° 300 ne comportait pas $g(x)$).

Question 3. (5) et premier résultat de la question 2.

Question 4. a) (9) et premier résultat de la question 2

ou (9) et $[(A^2 = B^2) \Leftrightarrow (|A| = |B|)]$

b) (9), (10) et premier résultat de la question 2.

Question 5. (8), (11) et (3) (dans le sens :

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2).$$

4. Conclusions

a) *Ce que nous aurions dû faire*

C'est avant de corriger les copies que nous aurions dû nous livrer à l'analyse sommaire indiquée ci-dessus. Connaissant la tendance des élèves à utiliser dans une question les résultats qu'ils viennent d'obtenir, nous aurions compris qu'il nous serait, sur cette épreuve, impossible d'apprécier les acquis des élèves qui n'auraient pas réussi à utiliser simultanément (3), (4) et (7).

b) *Une comparaison intéressante*

Le problème de BEPC donné en 1975 dans l'académie de Toulouse (voir annexe 3) présente avec le sujet étudié ici de grandes similitudes. Il n'est d'ailleurs pas certain que ces simili-

tudes soient autre chose que le produit du hasard (et du peu de variété de la quasi-totalité des sujets de BEPC) ; de toute façon, les variations sont suffisantes pour que l'honnêteté de l'examen soit respectée.

C'est d'ailleurs justement l'existence de ces variations qui conduit à une étude intéressante, à la lumière de notre expérience. En gros, on peut dire que l'épreuve de BEPC est certainement *beaucoup plus corrigeable* que le sujet étudié ici. Voyons pourquoi :

- Le sujet de BEPC propose

$$g(x) = (3x - 1)^2 - 4(x - 1)^2$$

Le coefficient 4 affecte ainsi le *second* terme au lieu du premier. Cette modification d'apparence anodine risque d'être importante au vu de notre correction.

- On demande de calculer $f(0)$, $f(1/2)$ et $f(-1)$, c'est-à-dire des valeurs prises par une fonction polynome, alors que notre sujet abordait cette question directement pour une fraction rationnelle.

- Le résultat de la simplification de $h(x)$ est *donné* (au passage, notons que le sujet de BEPC omet d'indiquer que D désigne l'ensemble de définition). Il est ainsi possible de tester les acquis d'élèves qui auraient commis une faute dans la question 2.

- A la fin du problème est ajoutée une question de représentation graphique, *indépendante* de ce qui précède.

Sommes-nous en droit de conclure que les constatations explicitées ici sont ressenties par nos collègues, et mises en pratique au moins quand il s'agit d'un examen réel ? Sans doute pas toujours (voir le Bulletin A.P.M. n° 297, p. 88).

c) *Quelques questions et quelques remarques*

Après l'expérience, et à la lecture de ce compte rendu, quelques réflexions ont été proposées par des membres du groupe de travail. Nous les présentons à la fin de cet article (la sagesse populaire dirait : "A quelque chose, malheur est bon").

Sur l'élaboration des sujets sous leur forme actuelle

- La confection des sujets ne pourrait que gagner en sérieux, si l'on ne faisait preuve d'une méfiance quelque peu déplacée envers les professeurs (en demandant 20 sujets pour n'en retenir qu'un).

— Un gain encore plus substantiel pourrait résulter du *test* auprès d'élèves de parties de sujets (bien entendu avec modification de données).

Nota : C'est possible pour le BEPC. Au niveau du Baccalauréat, la plus grande variété des sujets est peut-être un obstacle à cette procédure.

— Une autre possibilité pour gagner en signification est de se livrer, une fois le sujet posé, à l'*analyse des acquis* nécessaires à sa résolution. Au vu de cette analyse, des *retouches* du sujet pourraient être envisagées.

— Subsisterait-il des problèmes docimologiques, et lesquels, sur la correction d'une épreuve méthodologiquement correcte ?

Sur les types de sujets

— Au vu des sujets actuels de BEPC, on se demande pourquoi on n'envisage pas des questionnaires à choix multiples pour cette épreuve. Un avantage de ce type de questionnaires est qu'il peut être élaboré selon une *méthodologie prédéterminée*.

— La question est alors posée de savoir, plus généralement, quel type d'énoncé (problème, séquence de questions ouvertes, semi-ouvertes, à choix multiples) est le mieux adapté à un examen ou concours déterminé : BEPC, ex-Concours des Ecoles Normales, Baccalauréat (pour les différentes séries), etc...

N'oublions pas que l'élément premier et qui conditionne toute la suite des opérations est et sera toujours le *sujet proposé*. Toute faute de méthode dans l'élaboration et la rédaction du sujet est *irratrapable*. Nous disons bien "de méthode", car on trouve souvent des critiques, portant sur des questions de correction d'écriture ou d'utilisation de terminologie, *non pertinentes vis à vis des réactions des candidats*. Comme le dit Vernon : "... Enfin, les critiques peuvent lire dans les questions des choses qui ne viennent même pas à l'esprit d'élèves intelligents" (cité par Landsheere : *Evaluation continue et examens. Précis de docimologie* — Labor et F. Nathan, 1975, page 100). Ce qui importe, ce n'est donc pas de satisfaire les désirs de critiques pointilleux, mais avant tout d'indiquer des procédures permettant :

1° de disposer de quelques *points de départ* pour l'élaboration,

2° de détecter et donc d'éliminer des défauts rédhibitoires, quant à la signification qui pourra être attachée ultérieurement aux résultats.

Les outils suivants, mentionnés par Landsheere, dans l'ouvrage cité ci-dessus, peuvent être des auxiliaires précieux.

Pour le premier point (idées initiales d'élaboration), le modèle de Guilford risque de se révéler fructueux à l'utilisation.

Pour le second point, la classification NLSMA est certainement intéressante, surtout si on lui adjoint une liste d'acquis nécessaires à la résolution, comme celle que nous avons dressée ici.

Addendum

A la lecture de cet article, Marie-Claire Dauvisis, auteur avec Jean Cransac de l'article paru dans le Bulletin A.P.M. n° 300, a d'une part proposé quelques modifications et précisions qui ont été prises en compte. D'autre part, elle n'est pas aussi stricte que nous ne le sommes dans l'introduction, vis à vis de l'acception du terme "docimologie" : pour elle, le problème de l'extrapolation à partir d'observations trop réduites *est un problème docimologique*. Autrement dit, on peut s'intéresser aux écarts de correction même pour des épreuves qui apportent peu de renseignements sur les acquis des élèves.

Annexe 1. Utilisation de la méthode INDSCAL

	2	3	4	5	
					1
		e _i 23			2
					3
					4

Une hypothèse qui peut paraître intéressante est la suivante : Devant une réponse à une question, tous les correcteurs observent les *mêmes phénomènes*, mais les font intervenir dans leur notation avec des *pondérations différentes*. Ainsi, l'un pourrait être plus sensible à l'obtention du résultat, un autre à l'exactitude des raisonnements ; de même l'exécution de calculs pourrait intervenir dans la notation avec une importance plus ou moins grande selon les correcteurs.

Dans ces conditions, supposons que l'on demande à chaque correcteur de remplir un tableau d'écarts estimés, comme celui que montre la figure pour le cas de cinq copies. Par exemple, l'écart e_{23}^i placé dans le tableau sera l'écart estimé par le $i^{\text{ème}}$ correcteur entre les copies 2 et 3. Donner une estimation significative de l'écart entre deux copies sur tout un problème paraît hasardeux, mais en opérant question par question, on obtient un repérage plus sûr. Le principe de cette estimation est le suivant : soit n la note attribuée par le barème à la question envisagée. Si un correcteur estime que deux copies sont totalement dissemblables, sur cette question, il leur attribuera un écart de n . Si au contraire il les estime tout à fait semblables, il leur attribuera un écart de 0. S'il a déjà noté les copies, il devrait en principe toujours leur attribuer un écart au moins égal à l'écart des notes (sur la question considérée).

Ensuite, nous collecterons les tableaux ainsi remplis par les correcteurs sur les mêmes copies. L'examen de cette famille de tableaux à l'aide de la méthode INDSCAL permet :

1° de *détecter* les éléments d'appréciation multiples qui ont pu intervenir chez les correcteurs, sous l'hypothèse indiquée au début de cette annexe,

2° d'*apprécier* le degré avec lequel la famille des tableaux remplis par les correcteurs satisfait à cette hypothèse.

Autrement dit, la méthode essaye d'abord de satisfaire le mieux possible à l'hypothèse à partir des résultats fournis ; ensuite elle indique le degré de satisfaction ainsi obtenu avec l'hypothèse.

Annexe 2.

ALGEBRE

Soit les fonctions polynomes f et g définies dans R par :

$$f(x) = 4(x-1)^2 - (x+1)^2 \text{ et } g(x) = (2x+5)(x-3) - (x-3)^2$$

1° Développer, réduire et ordonner $f(x)$ (3 pts)

2° Ecrire $f(x)$, $g(x)$ et $11f(x) - 8g(x)$ sous forme de produits de facteurs du premier degré. (Respectivement : (2 Pts), (2 Pts), (3 Pts).)

3° Soit la fonction rationnelle h , définie dans $\mathbb{R}$ par :

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)} ; \text{ simplifier } h(x) \quad (2 \text{ Pts})$$

4° Déterminer l'ensemble des réels tels que :

$$\text{a) } h(x) = 0 \quad (2 \text{ Pts}) \quad \text{b) } h(x) = \frac{8}{11} \quad (4 \text{ Pts})$$

5° Calculer $h(6\sqrt{2})$ (2 Pts)

Annexe 3

Toulouse

①— On considère les fonctions polynômes f et g de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définies par :

$$f(x) = (2x - 1)^2 - (2x - 1)(x - 2)$$

$$g(x) = (3x - 1)^2 - 4(x - 1)^2$$

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$.

2. a) Mettre $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produits de facteurs du premier degré.

b) Calculer $f(0)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$, $f(-1)$.

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = g(x)$

4. Soit h la fonction rationnelle de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par :

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

a) Déterminer son ensemble de définition.

b) Démontrer que pour tout x élément de D

$$h(x) = \frac{2x - 1}{5x - 3}$$

c) Calculer $h(\sqrt{3})$. Donner le résultat sous forme d'un quotient ayant un dénominateur entier.

5. Soit un plan P muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(On pourra prendre pour unité 3 cm).

Dans ce repère, A et B sont les représentations graphiques respectives des fonctions a et b de R dans R définies par

$$a(x) = 2x - 1$$

$$b(x) = 5x - 3$$

a) Déterminer les coordonnées du point M tel que $A \cap B = \{M\}$

b) Construire A et B.

L'instituteur de Thuin (1891-1976)

par Gilbert WALUSINSKI

Georges Cuisenaire, l'Instituteur de Thuin, est mort le 1er janvier 1976, à l'âge de 80 ans. Internationalement connu comme l'inventeur des "nombres en couleurs", il mérite qu'on rende hommage à son oeuvre sans limiter celle-ci à cette invention, aussi remarquable qu'elle soit.

Georges Cuisenaire, c'est d'abord l'instituteur fidèle à son métier, amoureux de lui, enraciné dans son Hainaut natal et plus précisément attaché à la petite ville de Thuin où s'est déroulée toute sa carrière enseignante. Tant et si bien que, venue la retraite, c'est toujours à Thuin qu'il a vécu, c'est là qu'il est mort le premier jour de cette année. Mais son influence s'est étendue bien au-delà des frontières de la Belgique, elle se fera encore longtemps sentir ...

Parce qu'il avait le souci d'améliorer son enseignement, Cuisenaire fut toujours préoccupé par les problèmes pédagogiques. Naturellement, c'était plutôt l'enseignement de la musique qui l'attirait. Peut-être même était-il rebuté par l'apprentissage du calcul tel qu'il était pratiqué traditionnellement, c'est-à-dire d'une façon toujours dogmatique et visant plus l'acquisition de mécanismes que la compréhension des nombres et des opérations. Comment, dans ces conditions, ne pas se désoler de la tristesse de cet enseignement ? Ou bien on se résigne, ou bien on comprend qu'il faut enseigner par l'action : c'est "l'école pour la vie et par la vie" de Decroly ou le "learning by doing" de John Dewey. Ou bien, comme Cuisenaire, on se prend par la main.

Par tâtonnements et expériences répétées, il imagine un matériel, *les nombres en couleurs*, fait de réglettes de bois bien taillées, de couleurs et de longueurs diverses. Je ne sais rien de très précis sur la genèse de son invention hors ce fait essentiel à mes yeux : le matériel a été mis au point dans le feu de l'action pédagogique. La preuve par l'enfant atteste sa valeur.

Les nombres en couleurs

Pourtant, à les considérer, ces réglettes, elles paraissent bien banales : un cube de bois de un centimètre de côté, des parallélépipèdes de section carrée de un centimètre de côté et de longueurs variées de 2 à 10 cm. Le cube est couleur du bois, les autres couleurs sont bien choisies : rouge (2 cm), carmin (4) et brun (8) ; jaune (5) et orange (10), vert (3), vert foncé (6) et bleu (9) ; enfin noir (7).

Du fait que ces réglettes sont bien taillées, on peut les juxtaposer en trains, en plaques rectangulaires, en pavés.

Enfin insistons sur une des plus importantes trouvailles de ce matériel : les couleurs aident à l'identification ; pour chaque réglette, la couleur double l'information donnée par la longueur. D'un point de vue strictement mathématique, on peut contester l'intérêt de cette redondance ; pédagogiquement elle est d'une grande efficacité. Cette longueur, cette couleur, ce nombre sont associés au même objet.

Sans qu'on puisse craindre, comme on l'a parfois exprimé, qu'une association abusive s'imprime, chez l'enfant, entre le nombre *deux* et la couleur rouge, entre *sept* et le noir, etc. En effet, une autre qualité des réglettes est l'absence de traits de subdivision (qualité qui leur a été souvent reprochée comme un défaut). Cette absence de traits a en effet une double signification : amener l'enfant à concevoir *sept* en lui-même et non obligatoirement comme réunion de sept unités ; permettre de prendre cette réglette noire pour unité, le cube étant alors un septième, et le rouge deux septièmes, etc.

Un matériel mathématique

Cuisenaire, qui n'avait pas une formation spécialisée de mathématicien, a-t-il tout de suite vu les très nombreuses applications de son matériel à l'enseignement ? On peut, sans

porter atteinte à sa mémoire, répondre non. Même sur le plan de la pédagogie mathématique au niveau élémentaire, c'est en se servant de ses réglettes que Cuisenaire en a exploré les premières possibilités. Et puis, il a eu la chance de rencontrer Caleb Gattegno. Cet Anglais d'origine espagnole, docteur en mathématiques de l'Université de Montpellier, est un extraordinaire pédagogue ; à ses connaissances théoriques s'ajoutent ses aptitudes linguistiques et ses dons psychologiques. Sans oublier son dynamisme dont témoignent les mouvements de rénovation de l'enseignement mathématique qui, en Angleterre, en Belgique, en France aussi, lui doivent beaucoup.

"Jamais je n'oublierai ma première visite à Thuin, le 22 avril 1953, écrit Gattegno. J'ai assisté à deux démonstrations avec des élèves de six-sept ans et de sept-huit ans. D'emblée je me suis rendu compte que j'étais en présence d'une révolution fondamentale dans l'enseignement plusieurs fois millénaire de l'arithmétique ... La joie allait être rendue aux petits dans leur dialogue avec les nombres et, par elle, la créativité de l'enfant allait recevoir une impulsion nouvelle. Comme mathématicien, la méthode et le matériel m'ont conquis parce qu'ils se fondent sur la perception des structures et des relations. Comme éducateur, ils m'ont enlevé le souci de chercher ce qui donnerait à l'enseignement de l'arithmétique une base réaliste. Comme ami et défenseur de l'enfant, ils m'ont ouvert un monde d'espérance". (1)

Grâce à Gattegno, l'oeuvre de Cuisenaire a été connue. Des livres ont été édités qui suggéraient certains modes d'utilisation du matériel. Aux maîtres de suivre ces conseils ou d'expérimenter à leur tour, d'adapter le recours au matériel à leur propre conception de l'action pédagogique.

Bien sûr, il y a eu des fanatiques des nombres en couleurs, des adversaires non moins déterminés. Il y a même eu des imitateurs plus ou moins heureux. Surtout il y a eu des utilisateurs curieux et de bonne foi qui, par l'usage, ont inventé de nouvelles utilisations de ce matériel "qui fait penser", des prolongements auxquels Cuisenaire n'avait pas pensé d'abord (2).

(1) De la préface du livre : "Initiation à la méthode des nombres en couleurs", édition Delachaux et Niestlé.

(2) En particulier les barres, carrés et cubes en couleurs imaginés pour l'étude des diverses bases de numération par L. Vandendriessche (édition Delachaux et Niestlé).

Ainsi peut-on dire aujourd'hui : il n'y a pas LA méthode des nombres en couleurs, il y a un merveilleux matériel didactique qui a sa place dans tout enseignement vivant des mathématiques. Grâce à lui, on sait ses tables sans les apprendre.

Georges Cuisenaire était un pédagogue. (3)

(3) On lira un bon article sur Cuisenaire dans la sympathique revue de Neuchâtel *Math-Ecole*, n° 71, sous la signature de S. Roller. J'y ai puisé certains éléments de l'article ci-dessus.

RENCONTRE ENSEIGNANTS-ASTRONOMES A GRENOBLE

L'Union Astronomique Internationale (U.A.I.), qui regroupe les astronomes professionnels, doit tenir sa prochaine Assemblée Générale du 24 Août au 3 septembre 1976 à Grenoble.

Une des commissions de l'U.A.I. est plus particulièrement chargée des questions relatives à l'enseignement de l'Astronomie. Elle se propose de consacrer une journée à une discussion entre les astronomes professionnels et tous les professeurs intéressés par l'introduction d'Astronomie dans leur enseignement. Cette introduction peut se faire à différents niveaux et n'est pas conçue comme une spécialisation : il peut s'agir simplement d'illustration d'un cours de physique ou de mathématiques, d'activités dans le cadre des 10 %, d'animation de clubs d'Astronomie...

Pour organiser cette journée, je souhaiterais connaître vos expériences, vos problèmes, vos souhaits et l'aide que vous attendez des astronomes.

Il est envisagé, en outre, d'organiser une discussion à propos de documents d'enseignement d'Astronomie et d'exposer un certain nombre de ces documents.

Je souhaite donc recueillir vos suggestions et savoir assez rapidement si vous avez l'intention de participer à la journée de Grenoble qui se déroulera le 2 septembre 1976.

Je vous remercie à l'avance de votre collaboration.

La responsable du Comité Local d'Organisation

Mlle L. GOUGUENHEIM

Radioastronomie

Observatoire de Meudon, 92190 Meudon

Introduction

par Pascal MONSELLIER, Régionale d'Orléans-Tours

Il faisait beau pendant ces trois jours de Septembre 1975. Heureusement, car les cubes de béton de l'Université d'Orléans sont disséminés sur un vaste campus boisé et les déplacements incessants d'un bâtiment à l'autre n'auraient pas été agréables sous la pluie.

Cinq cent dix enseignants de tous ordres, dont vingt pour cent de non mathématiciens, se sont réunis pendant trois jours pour réfléchir sur "les mathématiques dans l'enseignement scientifique et technologique". Certains avaient des idées et d'autres n'en avaient pas. Les travaux des groupes, dont on lira ci-après les comptes rendus, furent de niveau irrégulier. Il n'empêche que si nous ne sommes pas sortis de ces Journées avec des idées solides, beaucoup d'entre nous ont réalisé l'importance des problèmes à résoudre.

Les rapports du travail des groupes rendent compte de ce qui s'est dit, mais ne décrivent pas les rencontres, les échanges, les discussions passionnées, la vie même d'un tel congrès, qui en sont l'essentiel. Ils ne rendent pas compte de la joyeuse pagaye du premier jour quand le secrétariat fut débordé par la masse de ceux qui arrivèrent au dernier moment ; ni des tables rondes qui, prévues pour alimenter la réflexion des groupes, laissèrent les spectateurs plus songeurs que résolus. La première, qui réunissait une brochette d'éminents psychologues, laissa sur leur faim tous ceux qui découvraient les problèmes de l'acquisition des concepts scientifiques ; la seconde, consacrée au rôle des mathématiques dans la formation professionnelle et la formation permanente, permit aux enseignants présents d'entendre de dures vérités qu'on n'ose pas toujours leur dire.

Le principe des Journées en Septembre, inauguré à Orléans, a été accepté par les membres de l'A.P.M., malgré les inquiétudes initiales et les bavures de dernière minute créées par le gros problème des autorisations d'absence. Souhaitons que nous soyons plus nombreux à Rennes en Septembre 76, et qu'il y fasse aussi beau.

Tableau des groupes

A Enseignement pré-élémentaire	B Enseignement	C Enseignement du premier cycle	D Second cycle général	E Second cycle professionnel court	F Second cycle professionnel long
Numéro du groupe	Intitulé du groupe	Animateurs mathématiciens	Animateurs non mathématiciens	Nombre de personnes	
A 1	Premières manipulations. Premières observations	Mme FONDANECHÉ		23	
B 1	Sciences de la nature	J. LECOQ		15	
B 2	Investigation à caractère scientifique avec des enfants de 9 - 13 ans	J. SAUVY	Dick TAHTA	32	
B 3	Géographie et mathématique	R. CREPIN	Mlle PRELE	9	
B 4	Education physique, morale et mathématique	M. BEGUIN ; GOULFIER Mme GARNIER	Mme GILLE	12	
C 1	Biologie et mathématique		M. DUCLOUX	26	
C 2	Technologie, physique et mathématique	G. CLOPEAU, COULON, SEMONT	JOURDAIN, LAPOSTOLLE VOGEL	47	
C 3	Géographie et mathématiques	J. CHABRIER	VIGNAL	23	
C 4	Economie et mathématique ; travail indépendant en 3ème et 2ème	Mme MANGENEY	Mme DUBOIS	21	
D 1	Biologie et mathématique	Mme PUECH	VIGNES	24	
D 2	Physique, chimie et mathématique	F. COLMEZ	BERTHOMIER COLLETTE, HULIN	50	

Les numéros soulignés sont ceux des groupes dont on trouvera ci-après les comptes rendus.

Numéro du groupe	Intitulé du groupe	Animateurs mathématiciens	Animateurs non mathématiciens	Nombre de personnes
D 3	Economie et mathématique	P. L. HENNEQUIN	Mme VARLOOT	32
D 4	Géographie et mathématique		Françoise PIROT	17
D 5	Informatique et mathématique	DUVERGNE J.C. HERZ, Mlle LOPATA	ALT	36
D 6	Exemples d'actions interdisciplinaires	Michèle CHOUCHAN ROUQUAIROL	Mlle MERCIER ALLE	32
E 1	Secteur des industries mécaniques	J. BLION	BOUDIGNON MILOCHEAU	12
E 2	Secteur bâtiments travaux publics	C. PAGANO	THOMAS	6
E 4	Confection. Alimentation			7
F 1	Carrières paramédicales	J. BADRIKIAN	Mme PERRAULT	7
F 3	Economie et mathématique	MERIGOT	Mme GROSJEAN	8
F 4	Informatique et mathématique	J. SARGENT		12
F 2	Avec D 2	ROUMIEU		
	Clubs mathématiques			
	Jeux mathématiques			4
	Savoir minimum en fin de 3ème	Cl. LASSAVE		8

Groupe A 1 :

Enseignement pré-élémentaire

Premières manipulations ; premières observations

Compte rendu de Madame FONDANECHÉ

Participants :

- 12 institutrices de maternelle
- 2 institutrices d'élémentaire
- 4 professeurs-inspecteurs d'E.N.
- 2 conseillères pédagogiques de maternelle
- 1 professeur de lettres
- 1 psychologue.

A : Motivation, attitude et comportement pédagogique

I A l'école maternelle, il s'agit moins d'apporter un contenu, qu'une formation de l'esprit et un développement harmonieux des aptitudes.

Que signifie l'absence de programme ? Absence d'activités mathématiques ou bien exploitation de toutes les motivations dans la plus complète liberté ? Une autre attitude consisterait à choisir quelques thèmes ou pratiques du C.P. en vue "d'avancer" les enfants, par exemple "faire des ensembles" ou "faire des tableaux" dans l'intention de familiariser les enfants avec ces exercices.

Dans les activités de la maternelle, qu'elles soient motrices, sensorielles, graphiques, manuelles ... beaucoup de notions mathématiques sont en germe. C'est à l'enseignant d'avoir présentes à l'esprit, comme objectif lointain, les acquisitions de l'école élémentaire ; ce fil directeur lui faisant imaginer tout ce qui peut ouvrir et préparer l'esprit des enfants à ce contenu ultérieur.

C'est pourquoi il faut souligner au passage l'importance d'une solide formation mathématique pour les maîtres de l'enseignement pré-élémentaire.

A la maternelle, personne ne met en doute l'importance des pré-requis de la lecture. Or les pré-requis mathématiques se confondent avec les pré-requis de la lecture dans une même acti-

vité d'éveil, éveil à l'espace qui nous entoure, éveil au monde des objets, éveil au temps qui se vit, sensibilité aux relations entre les choses et les événements qui se déroulent.

A la maternelle, plus encore qu'à l'école élémentaire, le jeune enfant est prêt à suivre une foule de sollicitations ; son corps et son esprit d'une extrême mobilité semblent papillonner d'un intérêt à l'autre, et l'activité proposée ne peut être que globale. Par les situations qu'il vit, il accède peu à peu à la pensée logique et aborde certains concepts mathématiques.

Préparer l'enfant aux mathématiques, comme préparer l'enfant à la lecture, c'est enrichir son environnement et mettre en place tout un faisceau de dispositions et d'aptitudes. La maternelle doit donner toute sa valeur à la motivation, souvent très affective, du jeune enfant, mais elle ne doit pas négliger certains aspects en apparence contraignants, mais nécessaires :

1. l'éducation des *perceptions* sensorielles et motrices et la coordination de ces perceptions ;
2. l'éducation de l'*attention* (observation des similitudes, des différences, des modifications, des rythmes) ;
3. l'éducation de toutes les formes de *mémoire* (auditive, visuelle, verbale, motrice) ;
4. la perception de la *fonction symbolique* : comprendre une représentation sous toutes ses formes, comprendre un signe, obéir à un signal, trouver le sens d'un message et y répondre, découvrir la nécessité de conventions et de repères ;
5. l'apprentissage de la *socialisation*, afin d'être prêt à l'écoute et à la communication.

Toutes ces activités, d'apparence rébarbative, se font sous forme de *jeux* utilisant souvent du matériel varié et des objets courants (exemple : jeu de Kim, jeu du téléphone, pigeon vole, jouets, images ...).

II Méthode de travail.

Elle peut comporter plusieurs étapes successives.

1. *Observations, manipulations*

Des objets sont mis à la disposition des enfants.

- *Premier exemple* : des boîtes et des pots avec des couvercles qui correspondent ou non à ces boîtes et à ces pots. Les obser-

ventions spontanées portent aussi bien sur la matière (métal, carton, verre, plastique), que sur la forme, la taille, le décor ou l'usage de ces récipients. Les manipulations — essayer les couvercles — entraînent, selon les enfants, ou des essais sauvages, ou des actions réfléchies, et même organisées. Certaines remarques sont plus importantes les unes que les autres, d'où la phase suivante :

2. *Verbalisation* avec
- | |
|--------------|
| description |
| critique |
| raisonnement |

La discussion permet de faire un choix parmi les observations : (pour trouver le couvercle, il suffit de regarder la taille et la forme de ce qui doit être bouché) et de dégager un procédé qui permettra de rendre compte de ce qui a été fait et dit. D'où l'importance de la phase suivante :

3. *Schématisation* avec recherche du procédé le plus rapide, le plus facile, le plus exact, le plus clair : c'est ainsi qu'on va décalquer les couvercles et les attacher à leur boîte par un lien dessiné.

4. *Se poser de nouvelles questions* pour amener à de nouvelles découvertes :

Un enfant découvre qu'on pourrait dessiner une flèche allant du couvercle à la boîte, "ce couvercle est le couvercle de cette boîte". Un autre découvre la relation réciproque et exprime "a pour couvercle" par une flèche de sens contraire. Un autre découvre l'existence de pots sans couvercles et de couvercles "sans pots", et il propose d'éliminer pots et couvercles inutiles, observant qu'à chaque pot correspondrait ainsi un couvercle (ce qui est un pas vers la relation d'équivalence).

Un autre enfant suggère de faire un travail analogue avec des bouteilles, des tubes et leurs bouchons (suggestion qu'on reprendra plus tard dans un travail par groupes).

• *Deuxième exemple* : recherche de chemins qu'on construit dans la salle de jeux pour aller d'une maison à une autre.

Cerceaux, tapis, bancs, anneaux, carrés de carton, bâtons, ficelles sont mis à la disposition des enfants.

Par la même méthode, on arrive à découvrir le départ, l'arrivée, le sens du trajet et le moyen, par un signe, d'indiquer ce sens aux enfants absents de la salle de jeux. On se demande comment dessiner ces chemins sur une feuille de papier posée sur le sol, ou sur le tableau de la classe.

III Attitude de l'enseignant

- observer le comportement de l'enfant, l'écouter.
- faut-il tout accepter ? tout exploiter ?
- faut-il intervenir ?
- faut-il proposer ? suggérer ? organiser ?

Il faut *laisser les enfants libres d'agir et de parler* sans que la confusion et le désordre s'instaurent. A quatre et cinq ans, la socialisation n'est pas encore établie ; les enfants ont du mal à respecter les tâtonnements de leurs camarades, à laisser les autres s'exprimer, critiquer, justifier, proposer. L'enseignant a donc à intervenir. Il est bon aussi parfois de susciter des moments de silence propres à l'observation et à la réflexion.

Exemples de comportement pédagogique :

- Premier exemple cité :
- Un enfant voudrait introduire d'autres pots (pour les couvercles en trop). Bien sûr, cela est possible, mais la maîtresse n'est pas obligée d'accepter dans l'immédiat une proposition venant introduire une situation nouvelle.
- Des enfants désirent grouper les objets par matière. Cela est possible, mais la maîtresse ayant en vue l'expression d'un lien verbal entre pots et couvercles ne peut accepter à ce moment-là cette suggestion ; elle l'ajourne sans la condamner.
- Par contre, les enfants n'éprouvent pas le besoin de trier boîtes et couvercles et de constituer deux ensembles distincts. Ce tri serait peut-être commode, mais il n'est pas indispensable ; la maîtresse n'a pas à hâter cette disposition.

Accueillir les suggestions des enfants, c'est les écouter avec bienveillance, les valoriser si possible, mais cela ne veut pas dire les suivre forcément.

Au contraire, si les enfants ne semblent pas mûrs pour la découverte, il faut s'efforcer de ne pas imposer son point de vue, mais savoir attendre une étape ultérieure.

— Deuxième exemple : spontanément, les enfants construisent des chemins qui se croisent. Dans un premier temps on peut laisser jouer les enfants. Ils peuvent certes prendre conscience de l'existence de plusieurs chemins possibles pour aller d'un point à un autre, mais il sera difficile d'exploiter à ce stade un itinéraire trop complexe.

Il faudra donc ultérieurement se fixer une consigne (ce que les enfants acceptent volontiers, la règle du jeu étant modifiée d'une séance à l'autre). L'enseignant a ici le rôle de "meneur de jeu".

IV Ecueils rencontrés par les enseignants

1. *Choix du matériel ou de la situation à proposer.*

Donner la préférence au matériel qui satisfait le besoin d'activité de l'enfant, son goût pour le jeu et en particulier les jeux d'imitation et de création. On peut utiliser les objets familiers existant en classe, à la maison, dans les magasins (boîtes, sacs, vaisselle, linge, matériel d'écolier, jouets reproduisant des animaux, des voitures, des avions, des personnages), des fruits, des friandises, des images, utiliser le matériel dit d'éducation physique, ce qu'on fabrique en travaux manuels, des découpages par exemple.

Le matériel structuré n'est introduit que pour des objectifs précis (par exemple pour l'intervention de la propriété couleur).

Les situations proposées par l'environnement sont souvent très riches (les arbres de la cour, les maisons de la rue, vêtements des enfants) ou par l'occasionnel (les fêtes, un spectacle, une course) ou par un conte qu'il est possible de jouer ("Les trois ours"). Mais il s'agit de *ne pas confondre* activité d'éveil et activité mathématique ; il faut se méfier des situations imaginaires sans support matériel (un conte inventé par un enfant, une émission de télévision vue par quelques-uns), démêler les situations trop complexes pour être exploitées efficacement. Il faut également ne pas accepter des objets ayant des caractères imprécis (couleur, nature des étoffes par exemple). C'est la maîtresse qui doit *choisir* elle-même le matériel à proposer aux enfants.

2. *Manque de netteté dans les manipulations.*

L'enseignant doit se montrer exigeant dans la disposition du matériel, ne pas accepter qu'une situation soit à chaque instant bouleversée et remise en cause.

3. *Verbalisation* qui tourne au bavardage, *imprécisions* dans le langage.

L'enseignant doit veiller à employer un langage précis, des termes à la fois simples et exacts, habituer les enfants à une certaine rigueur ; il faut en particulier se méfier de certains termes du vocabulaire courant susceptibles d'entraîner des ambiguïtés : "il est pareil", il est "contre" la voiture, il est au "milieu" des deux chaises.

Il faut aussi apprendre aux enfants à ne pas tout dire, mais à choisir les observations utiles à ce qu'ils veulent montrer.

4. *Danger de la formalisation*

L'enseignant doit se garder d'introduire prématurément des concepts. Le travail des enfants doit être d'observer, de manipuler des objets, de se poser des questions, de chercher à y répondre. Ce n'est que par la confrontation de multiples situations que les enfants s'acheminent vers certains concepts, sans pour cela les formuler.

5. *Brûler les étapes*, ne pas laisser les enfants *découvrir*, ne pas laisser mûrir ce qui a été entrevu.

Il faut que l'enseignant accepte la lenteur de l'approche des concepts. La notion d'équivalence qui nous semble évidente est très longue à se construire dans l'esprit de l'enfant. Les relations d'ordre peuvent être vues sans qu'il soit possible de les exprimer, car les enfants se heurtent à des difficultés de langage. Les répétitions, sous des formes diverses, seront donc nécessaires. Faire le plan d'une pièce demande plusieurs étapes de représentations intermédiaires avant de pouvoir dessiner sur une feuille de papier.

Il faut accepter parfois que l'activité mathématique reste à l'état d'approche, sans exploitation totale et sans conclusion formulée.

B : Dans quels domaines travailler à l'école maternelle

I Notions mathématiques et physiques

{ observées { découvertes { exploitables	grâce	{ à l'environnement { aux intérêts immédiats ou momentanés { aux activités manuelles
--	-------	--

Quelques exemples :

- tris et rangements de matériel scolaire (crayons noirs, crayons de couleur, crayons bille, crayons feutre, ...) ;
- groupements observés (la boîte de crayons de couleur) ou construits par l'enfant (des colliers) ;
- recherche de critères de classement (des livres, du linge, des fruits ...) ;
- appartenance à une classe d'objets (maisons à un étage, les autos dans le parking, les arbres de la cour, animaux du cirque, animaux de la ferme, enfants restant à la cantine) ;
- notion de taille, forme, couleur (les perles, les pots de fleurs, les rubans ...) ;
- ordre dans les objets (rangement de casseroles de plus en plus grandes) ; équivalence, avec le couvert, les chaussures, les vêtements ; ordonner suivant une règle (rythmes) ;

- les relations parentales, les décors de la vaisselle, le linge, les papiers de tapisserie ...);
- vider, transvaser, contact avec la balance, la toise ... ;
- observation de carrelages, de papiers de tapisserie.

II Exploration de l'espace

Commencée en activités perceptivo-motrices ; exercices essentiellement vécus, et observés.

1. *Se situer*

- *par rapport à soi-même* : prendre conscience des possibilités des différentes parties du corps : mettre la main sur son épaule ;
- *par rapport à un objet* : devant, derrière, dessus, dessous, à l'intérieur, à l'extérieur ; peu à peu prendre conscience de la relativité de sa position ou de son ambiguïté : être devant l'armoire, c'est lui tourner le dos aussi bien qu'être en face ; un cerceau n'a pas de devant, ni de côté ;
- *par rapport à plusieurs objets* : entre, devant l'un et derrière l'autre, devant les deux ;
- *par rapport à une personne ou à un objet orienté* : face à face, dos à dos (notion de sens) ;
- *par rapport à plusieurs personnes* : être en ligne, en file, faire partie d'un groupe non rangé.

2. *Se déplacer*

a) *notion d'espace* (là où on peut aller), se mettre partout (dispersion) ; ce qui arrête (mur, barrière ; ligne fermée ou ligne ouverte ; franchir la porte) ; se déplacer par rapport aux limites ; réduire l'espace ; occuper des espaces de plus en plus petits ; occuper par du matériel l'espace-table, l'espace-feuille ; délimiter plusieurs régions sur l'espace-feuille (pour cela plier, tracer des lignes, examiner ces lignes ...) ;

b) *le mouvement ; le déplacement* : conscience des mouvements du corps ; recherche de signes qui commandent le mouvement, le déplacement ; inventer des trajets ; les décrire.

3. *Nécessité de repères* : départ, arrivée, sens d'un trajet ; ce qui indique la direction : panneaux, flèches ; exercices possibles : se placer dans la direction d'un objet orienté, se placer dans la direction d'une flèche, flécher un trajet, parcourir un trajet fléché, reconstituer un trajet effacé, aller vers, aller de ... à ..., depuis, jusqu'à ...

Il faut noter la difficulté de la verbalisation à ce niveau.

4. *Représentation graphique* : reproduire un trajet par un dessin sur le sol (l'usage de flèches mobiles facilite les enfants qui ont du mal à dessiner) ; puis reproduire un trajet sur un espace horizontal plus petit (tableau souple, feuille de papier) avant d'obtenir une représentation sur tableau vertical ou une représentation mémorisée. Il ne faut pas minimiser les difficultés rencontrées par les enfants pour cette représentation. C'est pourquoi il est indispensable de multiplier les exercices vécus ; de faire découvrir l'importance de l'orientation de l'espace dans lequel on agit et du choix des repères qu'on va indiquer. Dans un premier temps, les enfants désirent dessiner le plus de détails possible, mais peu à peu la représentation s'épure pour ne garder que ce qui est utile.

Il est nécessaire de vérifier que les représentations d'un enfant sont comprises par les autres. Les exercices de *codage* et de *dé-codage* doivent être très nombreux à ce stade.

On utilisera la même méthode dans des situations plus complexes : trajets avec *obstacles* ; avec *croisements* ; avec *trajet retour*.

5. *Problèmes de latéralisation*. La latéralité étant liée à la perception motrice de la main dont on se sert le plus volontiers, les enfants n'ont pas une notion nette de la droite et de la gauche. La droite d'un objet, c'est pour le jeune enfant ce qui est à sa droite. Il ne faut pas espérer résoudre de façon sûre et définitive les problèmes de latéralisation.

Ce qu'on peut fixer, et cela à l'aide du sens de la circulation sur les routes (qui est familier aux enfants), c'est que chacun puisse désigner "sa" droite et "sa" gauche, et par rapport à lui le sens gauche-droite (par exemple) qui est celui de l'écriture.

III Exploration du temps. Quelques activités :

1. *Le temps perçu dans la vie de l'enfant depuis sa naissance*. Grâce à des photos ou à des films qui retracent la vie des enfants, il est possible de mettre en évidence des étapes caractéristiques et de trouver des repères communs à tous permettant de fixer ces étapes et de les comparer. C'est ainsi qu'apparaît la notion d'âge liée aux anniversaires.

Le temps n'est pas perçu alors dans sa durée, mais comme un repérage d'instant.

2. *Constitution de bandes dessinées* liées au déroulement de la journée ou d'une activité particulière : par exemple, les enfants dessinent ce qu'ils font depuis leur réveil jusqu'à leur départ à l'école.

3. Construction d'un calendrier

— par *semaine* : sensibilisation au nom des jours qui se succèdent dans le même ordre ;

— la continuité des *jours* avec leur numéro (les feuillets de l'éphéméride qu'on colle chaque matin sur une bande horizontale) ; on s'apercevra plus tard de l'existence de *mois* qu'on sera amené à comparer.

Les jours qui se succèdent sont liés aux événements de la vie de la classe. Par leur place (nom et numéro) se crée une certaine notion d'ordre. On peut repérer les jours sur les divers calendriers ; l'intervalle entre deux jours se concrétise dans l'espace.

La construction du calendrier est une activité qui passionne les enfants, mais elle doit être menée très progressivement.

4. *Approche de l'heure* : repérer l'heure sur une pendule sans aiguilles avant d'observer la véritable horloge.

IV Rapports entre les mathématiques et les autres disciplines

1. Mathématiques et français (écriture et lecture en particulier).

La lecture fait appel :

- à la structure de l'espace et du temps (avant, après) ;
- au repérage auditif et visuel de certains mots globaux et des phonèmes ;
- à l'agencement des éléments.

Toutes ces notions s'épaulent mutuellement en mathématiques et en français.

2. Mathématiques et musique :

- perception des ressemblances et des différences ;
- notion de rythmes ;
- codages et décodages.

4. Mathématiques et activités physiques :

- structuration de l'espace ;
- sens de l'orientation, direction, latéralisation.

5. Mathématiques, dessin, travaux manuels :

- utilisation du papier et autre matériau du point de vue de l'espace ;
- repérage des points, des lignes par le pliage, le découpage ; comparaisons de surfaces, de formes ; utilisation de formes géométriques, de volumes, etc...

C : Autres questions abordées au cours des journées et qui ont fait l'objet de discussions :

- le travail en ateliers — le travail en petite section ;
- l'usage des instruments de mesure ;
- les motivations issues des événements de la classe ;
- le nombre comme cardinal ;
- usage de la flèche représentative d'un itinéraire, d'une relation.

Groupe B 1 :

Mathématiques et sciences de la nature dans l'enseignement élémentaire

Compte rendu par J. GERMAIN et J. LECOQ

Animateurs : J. GERMAIN (Eveil, E.N.G., Caen)

J. LECOQ (Mathématiques, E.N.G., Caen)

M. TAVERNIER, malade, remplacé par M.
SOUESME (Eveil, Orléans).

Ce groupe a rassemblé quinze personnes : cinq instituteurs, deux PEN enseignant l'éveil, huit PEN enseignant les mathématiques.

Il s'agissait pour ce groupe de réfléchir sur les articulations réalisables à l'école élémentaire entre les disciplines d'éveil à dominante scientifique et les mathématiques. C'est un sujet qui est souvent évoqué dans les Ecoles Normales. Les animateurs du groupe, en particulier, ont plusieurs fois souhaité de travailler ensemble mais, pour des raisons diverses, n'y sont pas encore parvenus.

Par ailleurs, nous n'avons pas connaissance de travaux déjà réalisés sur ce thème, soit au niveau des classes élémentaires, soit à d'autres niveaux (APM, IREM, etc...).

Faute de documents pouvant servir de points de départ au travail du groupe, nous avons axé notre réflexion autour du texte suivant que nous avait fait parvenir la Régionale d'Orléans :

“Les mathématiques ne sont pas un outil, c'est-à-dire ne sont pas un objet externe à une théorie ou à une pratique, permettant de réaliser les tâches des non mathématiciens. Elles sont constitutives des modèles que proposent ces derniers dans les processus de mathématisation de problèmes concrets. Les procédures utilisées alors peuvent dépendre fortement d'un ensemble de significations inhérentes à la discipline en question.

Appliquer les mathématiques, c'est, en particulier, dans une phase de modélisation et après la reconnaissance de certaines structures, utiliser un corpus de propositions mathématiques, d'où certaines significations ont été évacuées, afin d'obtenir une économie de travail, c'est-à-dire d'éviter de reconstituer le corpus déjà établi. Il ne s'agit donc pas, pour chaque groupe de travail, d'élaborer un catalogue de contenus mathématiques dont la discipline concernée aurait besoin, catalogue qui n'est par ailleurs pas inutile, ni de récriminer au sujet des parties inadéquates des programmes de mathématiques ou des méthodes de travail des professeurs de mathématiques.

Par contre, à travers les conclusions que le groupe tirera, à partir des documents (amenés par les animateurs) et des discussions, il serait très souhaitable que le groupe puisse conclure quant au caractère exemplaire, c'est-à-dire généralisable, de telle ou telle publication, qu'il pose les questions intéressantes à proposer pour les années à venir en exhibant des travaux interdisciplinaires pertinents à réaliser.

Le groupe se doit de poser des questions, non dans un sens traditionnel : ce que font les professeurs de mathématiques ne sert pas à grand chose, mais dans la perspective d'approfondir dans tel ou tel domaine les problèmes qui font intervenir des notions de nature mathématique, épistémologique, pédagogique, didactique et/ou nécessitant une expérimentation.”

Voici les points d'articulation entre Eveil et Mathématiques qui nous sont apparus déjà réalisés ou réalisables.

I) Utilisation des mathématiques.

I-1. *Au niveau de l'exploration d'une situation.*

De nombreuses situations abordées en Eveil donnent lieu à des mesures et à des calculs.

En ce qui concerne la mesure, les commentaires du programme de mathématiques du 2-1-70 sont clairs :

“A l'Ecole Primaire, l'idée de mesure est toujours intensément liée à la pratique, à l'activité manuelle, à l'expérience, à l'étude de milieu. Le premier rôle du maître consiste à offrir aux enfants un vaste champ d'expériences les amenant à comparer. Ils ressentiront alors le besoin de mesurer”.

C'est précisément ce “vaste champ d'expériences” que proposent les activités d'éveil.

En ce qui concerne le calcul, les disciplines d'éveil apparaissent en consommateur de concepts et de mécanismes montés dans le cadre des leçons de mathématiques. Elles peuvent donc contribuer à l'entretien et au perfectionnement de certaines techniques opératoires.

Certains collègues signalent à ce propos des difficultés parfois éprouvées par les enfants dans l'utilisation de certaines notions mathématiques. Il arrive, par exemple, qu'ayant à traiter un calcul, les enfants hésitent entre plusieurs opérations. N'est-ce pas l'indice que les opérations en question ont été étudiées pour elles-mêmes et que leur capacité à décrire le réel n'a pas été suffisamment perçue par les enfants ?

Des rudiments de géométrie (propriétés de figures simples, symétrie, etc...) se rencontrent dans certaines activités (relevés topographiques, étude d'itinéraires, etc...).

Les activités de classification sont particulièrement fréquentes en éveil. On peut chercher à classer des objets (feuilles, plantes, animaux, roches, ...); on peut également élaborer ou utiliser des clés de détermination.

Leur élaboration met en évidence plusieurs partitions des objets en question, auxquelles on associe des critères de classement ; après quoi, il faut mettre au point une procédure (un algorithme) de classification. A l'inverse, l'utilisation d'une clé de détermination telle qu'on peut la trouver dans certains ouvrages peut être l'occasion d'analyser les critères retenus par l'auteur et la procédure de classification proposée.

Dans ces activités, plusieurs partitions emboîtées ou non interviennent et les situations qui servent de support sont souvent totalement dissymétriques (les classes ont des effectifs variables ; certaines classes peuvent être vides, il s'agit alors de savoir s'il existe des objets possédant les critères qui définissent ces classes).

Enfin, ces activités mettent l'accent sur l'aspect algorithmique des classifications.

Les mêmes activités présentées dans le cadre des mathématiques ont un tout autre aspect. Trop souvent on privilégie la relation d'équivalence (quand ce n'est pas le "lien verbal") sur la partition. Les critères de classement sont issus de perceptions assez sommaires (forme, couleur, ...), ce qui aboutit à privilégier certaines partitions et presque toujours à ne les examiner qu'une par une ; on perd ainsi l'occasion de travailler sur plusieurs partitions emboîtées ou non. C'est-à-dire d'approcher la comparaison entre partitions (ce qui conduira plus tard à l'idée de partitions plus ou moins fines puis au treillis des partitions d'un ensemble).

Autre inconvénient des activités de classement menées dans le cadre des leçons de mathématiques : les objets sont tous présents, ce qui n'est pas toujours le cas en éveil.

Enfin, et pour mémoire, les situations présentées en mathématiques (quand le titre de la leçon est : "classement") sont presque toujours artificielles, l'exemple type étant celui des blocs logiques. En Eveil, la situation abordée est en général foisonnante et le classement des objets examinés est une étape nécessaire pour amorcer une étude plus détaillée.

I-2. Les besoins d'organisation

Après une phase d'exploration tâtonnante, la nécessité d'une organisation se fait sentir ; en voici un exemple :

Des enfants ont à leur disposition des piles (2 lames, P_1 , P_2), des ampoules (4 parties, A_1 , A_2 , A_3 , A_4). Après un certain nombre de manipulations libres, ils éprouvent le besoin de recenser toutes les dispositions possibles pile-ampoule afin de pouvoir mener une expérimentation systématique.

L'idée de produit cartésien apparaît alors comme principe d'organisation et peut se traduire par la confection d'un tableau tel que celui-ci :

	A_1	A_2	A_3	A_4
P_1				
P_2				

des mathématiques (Les élèves du CES de Remoulins voudront bien nous pardonner cette opinion).

Il n'en reste pas moins que les mathématiques peuvent fournir, en certaines occasions, des moyens d'expression et de prévision bien adaptés. Par exemple :

— Si des enfants ont observé des liquides non miscibles et ont constaté qu'ils se répartissent dans un tube selon une disposition invariable, alors le langage convenable est celui des relations d'ordre.

— L'étude des liquides miscibles à l'eau ou au pétrole doit pouvoir se traduire en termes de partitions.

— Certains phénomènes de croissance, l'étude d'engrenages, utiliseront le langage des fonctions.

— Etc ...

I-4. Prolongement des résultats

Dans l'étude des liquides non miscibles évoqués ci-dessus, les enfants pensent spontanément que le plus lourd est au fond, mais pour aller au-delà dans cette étude il faudrait qu'ils disposent de la notion de masse volumique. Des situations analogues existent en physique, mais nous n'en avons pas trouvé ailleurs ; le seul exemple que nous connaissions et qui s'en rapprocherait est l'étude des hépatiques dans les Monts Beskides évoquée par Steinhaus dans "Mathématiques en instantanés" (p. 118 et suivantes).

II) De l'Eveil vers les Mathématiques.

II-1. Dans un CM₁ transition en Guyane, les enfants se sont intéressés à la production des citronniers. Recherchant des informations, ils ont été amenés à utiliser des statistiques officielles mais se sont heurtés à des difficultés dans la lecture des tableaux de nombres, dans l'utilisation des pourcentages et des mesures.

La maîtresse a dû reprendre ces thèmes afin de fournir des outils nécessaires à la poursuite de l'étude entreprise. Cette phase "théorique" rentre dans le cadre des mathématiques.

II-2. On présente aux enfants une photo prise dans un lieu qu'ils connaissent bien, leur classe par exemple. Question : d'où la photo a-t-elle été prise ?

Cette activité justifie l'introduction de la notion d'angle et peut conduire à une première approche de ce qu'on appelait jadis l'arc capable.

Ayant été vécue par les enfants, cette activité pourra être transposée sur le papier et donner lieu à des prolongements géométriques (voir par exemple le jeu du chat et de la souris dans "Activités et Recherches Pédagogiques" n° 19).

II-3. L'étude d'un milieu avec les grands (CM) nécessite souvent, soit l'arpentage du terrain, soit des relevés topographiques (exemples : relever le plan d'un étang ou bien dresser le profil d'une plage). Les visées nécessaires au relevé peuvent être faites à l'aide d'une "pseudo-alidade" réalisable par les enfants, et les résultats de ces visées sont enregistrés directement sur la planche à dessin. On entre alors de plain-pied dans la géométrie par l'intermédiaire du dessin technique.

II-4. Des mécanismes simples utilisant des engrenages ou des poulies reliées par des courroies peuvent introduire à l'étude des fractions. La description de leur fonctionnement utilise des fonctions.

Les sciences physiques peuvent fournir de nombreux points de départ justifiant une étude mathématique de la linéarité.

II-5. La biologie conduit très facilement à l'idée de moyenne puisqu'elle étudie des populations. Voici des questions qui se présentent de façon naturelle :

Combien y a-t-il de fourmis dans une fourmilière, de poissons dans un étang, de feuilles sur un arbre, de plantes sur un hectare, de coquillages sur une plage ?

On est alors au seuil d'un domaine jusqu'à présent inexploré à l'école élémentaire, celui des statistiques. Outre les méthodes propres à cette discipline (et dont beaucoup pensent qu'il serait urgent de l'introduire assez tôt dans notre enseignement), elle serait l'occasion de nombreux calculs numériques un peu moins "simplistes" que ceux présentés dans la leçon de calcul.

II-6. Il est tentant d'aller au-delà et de penser que certaines parties des programmes pourraient être prises en compte par les disciplines d'éveil. Longueur, aire, masse, temps, en un mot les activités de mesurage s'introduisent de façon certainement plus

naturelles dans le cadre de l'éveil que dans les mathématiques stricto sensu. Non pas que ces concepts doivent disparaître des programmes de mathématiques, mais qu'au moins leur introduction, leur pratique et une partie de leur étude soient effectuées dans le cadre d'activités expérimentales. A notre sens, cela relève plus d'une bonne organisation de la vie de la classe que de l'étiquette attribuée à telle ou telle activité. Cela nous paraît d'autant plus facile à réaliser que c'est le même enseignant qui s'occupe et d'éveil et de mathématiques d'une part, et d'autre part que les commentaires des programmes de mathématiques font explicitement référence "à la pratique, à l'activité manuelle, à l'expérience, à l'étude du milieu".

Ce thème des mesures, de même que celui des classifications (voir I-1), nous est apparu comme l'un des points de rencontre immédiatement exploitable.

III) Parallélisme des démarches en Eveil et en Mathématiques.

Le programme de mathématiques actuellement en vigueur à l'école élémentaire ne fait pas référence aux activités d'éveil. En revanche, les groupes de travail qui réfléchissent sur le contenu, les méthodes et les finalités des activités d'éveil font constamment référence aux mathématiques (consulter les documents publiés, voir bibliographie).

A titre d'exemple, voici un extrait d'une conférence de l'I.G. Dulau ("Du texte d'orientation à la mise en oeuvre des activités d'éveil à l'école élémentaire").

"L'induction permet à l'écopier de décrocher au moment où il doit le faire, où il ne peut plus suivre. Toute la partie inductive est possible avec tous les élèves mais au niveau de la conceptualisation certains vont décrocher ; quelques-uns pourront peut-être raccrocher pour l'application par déduction : il y a là une progression qui n'élimine pas d'un seul coup tous les enfants. Si vous commencez par la partie la plus abstraite, la plus ramassée, la plus difficile, c'est-à-dire le concept, la loi, la règle, une moitié de la classe va décrocher tout de suite.

Si vous demandez aux élèves d'appliquer ce qu'ils ont mal compris, par déduction, il est certain qu'il y aura des échecs. Même les mathématiques autrefois déductives, par essence (le rectangle est un parallélogramme qui a un angle droit, et toutes les propriétés s'en déduisaient, chacune faisait l'objet d'un théorème ...)

sont devenues inductives. Les mathématiciens, à présent plus modestes, se mettent dans l'atmosphère des activités d'éveil, devant des situations globales et hétérogènes ; il leur suffit qu'elles soient mathématisables. A partir d'une telle situation, on observe, comme en biologie ou en technologie, on établit des relations (tout le programme de mathématique moderne de l'école élémentaire est vraiment établi sur le problème des relations). On essaie de les mettre en forme et, après seulement, on peut les appliquer par déduction ; c'est la partie la plus abstraite qui apparaît, en mathématiques modernes, surtout au niveau de la quatrième, année fondamentale.

Les disciplines, à l'école élémentaire, comportent les trois volets mais dont l'importance est variable :

— EN SCIENCES, par exemple, à dominante scientifique, les activités d'éveil auront une première partie d'induction très grande, une seconde, de déduction, plus petite.

— EN TECHNOLOGIE, on pourra développer la partie de déduction parce que les phénomènes physiques sont unis par des relations plus étroites, plus mathématiques, plus mathématisables, que les relations biologiques.

— Enfin, POUR LES MATHÉMATIQUES, il existe des relations, disons inexorables ; aussi, à priori, la partie déduction est plus importante que la partie induction.

Mais on nous dit que, dans le jeune âge, et même jusqu'à la fin de la cinquième, la partie induction doit avoir une très grande part, tout en préparant, bien sûr, le troisième volet."

Dans le texte de la Régionale d'Orléans cité au début de ce compte rendu on trouve l'affirmation suivante : "Elles (les mathématiques) sont constitutives des modèles que proposent ces derniers (les non-mathématiciens) dans les processus de mathématisation de problèmes concrets". Nous voulons bien y croire mais lorsque nous avons voulu analyser ce point de plus près ... les forces nous ont manqué.

L'une des principales caractéristiques des situations abordées en Eveil est d'être riches et par conséquent le problème auquel on se heurte est d'isoler la (ou les) variable(s). D'ailleurs, très souvent, ce ne sont pas les enfants qui découvrent la (ou les) variable(s) dont dépend le phénomène.

Il n'en va pas de même en mathématiques. Très fréquemment — tout au moins dans le cadre scolaire — le problème étudié dépend d'une variable et celle-ci est plus ou moins en évidence. Même dans le cas où l'on propose aux enfants l'étude d'un véritable problème de mathématiques, c'est-à-dire dans le cas où l'étude commence comme en éveil par une exploration tâtonnante, il apparaît une différence essentielle : dans le problème mathématique l'exploration débouche sur l'élaboration d'une conjecture par induction, alors qu'en éveil l'induction est souvent mise en échec. Par exemple, à mesure qu'on chauffe de l'eau la température s'élève, mais le phénomène thermique dû à l'ébullition n'est pas prévisible par induction.

En éveil, comme en mathématiques, la formulation des hypothèses à partir de l'exploration relève du tâtonnement, du hasard, de la comparaison, de l'analogie. C'est particulièrement le cas en ce qui concerne les travaux de physique. En ce qui concerne les aspects biologiques, l'expérience n'est pas toujours possible. Il faut alors se contenter de décrire ; au mieux on peut être conduit à construire une maquette simulant le phénomène. Par exemple, l'étude de la vipère peut amener à se demander comment il se fait que lorsque l'animal ouvre la gueule, les crochets à venin se trouvent en position d'attaque. Une maquette met en évidence le phénomène mécanique sous-jacent ; on rejoint là le travail manuel et une première initiation à la technologie.

Il nous paraît que les sciences de la nature au niveau de l'école élémentaire ont un aspect beaucoup plus qualitatif que quantitatif. Elles sont donc consommatrices de mathématiques (au niveau du calcul) et peuvent fournir des motivations non négligeables pour l'introduction et l'étude de certains concepts mathématiques.

Cette opinion n'est bien sûr pas définitive ; elle ne fait que traduire l'impression ressentie par le groupe. Pour aller au-delà, il faudrait qu'une étroite collaboration s'instaure dans les Ecoles Normales entre l'éveil et les mathématiques. Il serait souhaitable que des comptes rendus précis d'activités menées en commun soient publiés afin que l'on puisse dépasser les impressions qui furent les nôtres.

Par ailleurs, nous avons eu le sentiment qu'il nous manquait la présence d'un épistémologue pour nous aider à cerner et à poser les problèmes.

IV) Comparaison des objectifs.

La référence constante aux mathématiques que l'on trouve dans les documents publiés sur les activités d'éveil (voir VI-Annexe) nous a amenés à tenter de comparer les objectifs que se donnent les deux disciplines.

L'équipe de recherche de l'INRDP les organise en cinq rubriques :

- G — Education générale
- L — Maîtrise des différents langages
- M — Méthodes de travail
- T — Acquisition de techniques
- C — Acquisition de connaissances.

La rubrique L se décompose elle-même en cinq paragraphes dont :

L.4. Application des mathématiques

L.4.1. *Classements, sériations*

A l'occasion des exercices de classement et de sériation :

- L.4.1.1. Savoir définir de façon univoque des attributs significatifs.
- L.4.1.2. Savoir exécuter le classement ou la sériation en respectant les contraintes mathématiques de l'opération.
- L.4.1.3. Savoir représenter graphiquement les résultats du classement par un diagramme ou un arbre.

L.4.2. *Relations géométriques*

- L.4.2.1. Savoir reconnaître les éléments de symétrie ou trouver une loi de composition géométrique à l'occasion d'une observation.

L.4.3. *Opérations numériques*

- L.4.3.1. Savoir dénombrer, lire et écrire les nombres même très grands ou très petits.
- L.4.3.2. Savoir reconnaître la nature de l'opération à effectuer (addition, etc.) pour résoudre un problème pratique.
- L.4.3.3. Savoir effectuer l'opération :
 - organiser un calcul mental,
 - effectuer un calcul écrit,
 - organiser une suite d'opérations en se servant d'une table ou machine.

L.4.3.4. Employer les opérateurs :

- savoir déterminer l'opérateur qui lie les deux termes d'un couple,
- savoir utiliser l'opérateur pour calculer l'un des deux termes.

L.4.4. *Représentations graphiques*

L.4.4.1. Histogramme

- savoir construire et interpréter un histogramme.

L.4.4.2. Diagramme (graphique)

- savoir représenter une suite discrète de couples par un diagramme (graduation des axes, signification des coordonnées cartésiennes),
- savoir interpréter un diagramme.

Remarque : L'interprétation des graphiques comportant des courbes continues présente des difficultés; il s'agit d'une démarche intuitive qui ne s'appuie pas sur des connaissances mathématiques.

(Ces références sont extraites du Courrier de la Recherche INRDP n° 62 : Activités d'éveil scientifique à l'école élémentaire, pages 25 à 34)

Il résulte de ce tableau des objectifs que les activités d'éveil à l'école élémentaire ne sont pas conçues en termes de contenus mais en termes d'éducation (méthodes, attitudes, savoir-faire, etc...). A l'inverse, les programmes de mathématiques et leurs commentaires proposent un catalogue de contenus et sont interprétés comme une liste de connaissances à enseigner.

Peut-être avons-nous là le point de départ d'un travail à entreprendre : formuler les objectifs et les finalités des mathématiques à l'école élémentaire ; les comparer à ceux des autres disciplines (en particulier à ceux des disciplines d'éveil) ; puis recenser les thèmes mathématiques qui permettront de les atteindre. Cette réflexion devrait naturellement s'insérer dans l'optique Noyaux-Thèmes.

V) Pour l'avenir

Les notes qui précèdent sont probablement banales et décevront peut-être tel ou tel lecteur. Souhaitons, au moins, qu'elles incitent des collègues qui ont des vues plus précises sur la question à publier des documents.

Outre la diffusion de publications (françaises ou étrangères) relatives à la liaison éveil-mathématiques, il serait souhaitable qu'une collaboration étroite s'engage dans les Ecoles Normales entre éveilleurs et mathématiciens, et que les résultats de leurs travaux soient publiés même s'ils paraissent minces à leurs auteurs. C'est à partir de tels documents qu'une nouvelle réflexion pourra être entreprise avec quelques chances d'avancer.

Mais, par ailleurs, l'impression que nous ont laissée les discussions d'Orléans et la rédaction de ce compte rendu nous amènent à nous demander s'il ne faudrait pas examiner plus profondément les rapports qu'entretiennent les mathématiques et les sciences de la nature.

Les grands anciens, Galilée, Kepler, Descartes, Newton et Leibniz, nous ont légué l'idée que le monde est rationnel et même mathématique dans son essence, par conséquent qu'il faut le décrire en termes mathématiques. Et l'on sait le succès qu'a eu cette idée dans les sciences, les techniques, la vie économique et sociale. Cette idée a encore du succès puisque l'on voit la psychologie, l'économie et bien d'autres disciplines faire appel aux mathématiques dans l'étude de leurs problèmes.

Mais il ne faut pas se dissimuler le danger que recèle cette attitude. Si les mathématiques expriment l'essence du monde, si les mathématiques reposent sur des évidences, alors les prévisions d'origine mathématique ne peuvent être mises en doute. Nous savons que ces présupposés sont faux ; mais nous constatons qu'ils régissent parfois abusivement les choix effectués dans le domaine économique et social (taux d'inflation, sondages d'opinion, indice du coût de la vie, etc...) et qu'ils peuvent être dangereux dans la mesure où les mathématiques ne sont plus les instruments mais les raisons des choix.

Certes, le mathématicien contemporain n'est plus le décrypteur des lois de la nature et les mathématiques ont conquis leur autonomie, mais comment alors s'articule la démarche dialectique entre les sciences de la nature et les mathématiques ? C'est la question que nous nous posons à travers le document de la Régionale d'Orléans : en quoi les mathématiques sont-elles constitutives des modèles scientifiques ? C'est la question à laquelle nous n'avons pas répondu.

VI) Annexe

Voici, à titre d'exemple, comment est conçue la liaison éveil-mathématiques dans "Activités d'éveil pour les enfants de 5 à 7 ans" (collection Dulau — Marbeau — Nathan éditeur).

"La liaison activité d'éveil -- mathématique

"L'action directe dans différents domaines, l'observation de ces actions nous permettent :

- d'accumuler des expériences variées,
- de dégager des éléments communs,
- de généraliser et de découvrir des causes et la relation cause-effet.

A chaque moment, il est nécessaire de contrôler son idée en la confrontant avec la réalité.

Rendre compte de son idée amène l'explication, la communication, la discussion et le codage sous une forme ou une autre.

La confrontation avec la réalité entraîne le décodage et permet une évolution

- sur le plan des idées,
- sur le plan du codage,

dans la mesure où les uns et les autres ne coïncident pas avec la réalité mais tendent à s'en rapprocher.

Ces activités de codage — décodage, d'élaboration de modèles et d'étude de l'adéquation de ces modèles à la réalité sont celles que doit exercer le mathématicien qui cherche à mathématiser une situation.

A/ Ce que les activités d'éveil peuvent apporter aux mathématiques

"1. En ce qui concerne la motivation, si les activités mathématiques ne sont que des exercices formels décidés et imposés par le maître : "il faut compter pour compter, faire des opérations pour faire des opérations", on sera loin de mobiliser toute l'énergie, tout l'intérêt de l'enfant.

Les enfants dociles, ceux dont les parents attentifs surveillent de près les résultats scolaires, travailleront pour faire plaisir à l'institutrice ou à leurs parents. Les autres, ceux qui ne sont pas entourés par des éducateurs soucieux de suivre leurs résultats

scolaires, risquent de se désintéresser d'exercices qui leur paraissent gratuits ... Ils se passionnent, au contraire, s'ils ont envie de connaître le résultat : c'est le cas, par exemple, lorsqu'ils font un histogramme pour qu'on voie, d'un seul coup d'oeil, les résultats du test sur toute la classe (voir fiche Evaluation, fiche n° 28).

S'ils choisissent l'unité qui convient le mieux à leurs mesures, s'ils choisissent la taille des carreaux pour un exercice de carroyage, ils comprennent l'importance de ce choix ; s'ils découvrent l'utilité de la mesure pour expliquer qui a le plus grandi, quel est le paquet le plus lourd, s'ils choisissent une unité en fonction de leurs besoins actuels, ils sont alors intéressés au maximum, et c'est toute leur énergie mentale qui s'investit dans ces travaux.

L'intérêt des enfants pour des "jeux mathématiques", pour certains matériels didactiques conçus spécialement par l'adulte est évident et indéniable et il peut être nécessaire de faire travailler les enfants sur des situations artificielles, imposées par l'adulte, choisies par lui en raison du petit nombre de paramètres qui interviennent.

Mais l'utilisation exclusive de ces situations artificielles, l'absence d'exploitation des situations réelles très diversifiées des activités d'éveil entraînent une certaine monotonie et sclérose les activités mathématiques.

2. Les activités d'éveil permettent de fournir à l'enfant des situations nombreuses et variées pour découvrir des notions mathématiques nouvelles ou pour appliquer celles qu'il vient de découvrir.

Si l'enfant ne travaille que sur un matériel didactique artificiel, il se transforme rapidement en robot appliquant machinalement des conduites répétitives : "je cherche l'ensemble de ce qui est rouge, de ce qui est vert, de ce qui est bleu", "je cherche l'ensemble de ce qui est carré, ou rond, ou triangulaire" ...

Conditionné, l'enfant réussit des exercices stéréotypés, mais ne réfléchit plus ... Autant l'acquisition de certains mécanismes demande des répétitions, autant, au niveau des exercices destinés à faire réfléchir et découvrir, il est capital de renouveler sans cesse les situations présentées à l'enfant.

Lors du travail sur les piles et les ampoules, les enfants ont établi des correspondances terme à terme : "il y a autant

d'ampoules que de piles ; il y a moins de piles que d'enfants" (voir fiche n° 25).

3. La réflexion sur des situations concrètes permet d'éviter la confusion entre concept mathématique et simple visualisation des relations en physique.

Après le travail sur les aimants, les enfants ont dessiné l'ensemble des objets attirés par l'aimant, l'ensemble des objets qui ne sont pas attirés par l'aimant ... Et le couteau ? Son manche est en bois, seule sa lame est attirée par l'aimant (voir fiche n° 27).

Toutes les activités de tri, de rangement, de classement permettent de faire travailler les enfants sur la notion de partition.

Ici, ils ont réparti les objets en deux classes :

- la classe des objets attirés par l'aimant,
- la classe des objets qui ne sont pas attirés par l'aimant.

Pour les objets hétérogènes, les enfants sont amenés à se poser le problème de façon différente : l'univers des objets à classer n'est plus celui des objets qui ont servi à la manipulation ; il faut en fait remplacer l'objet hétérogène par plusieurs objets : par ses différentes parties définies en termes de substance. Ce qui fait partie des "éléments à classer", ce n'est plus le couteau lui-même, mais le manche et la lame.

C'est donc au niveau de la réflexion sur la difficulté de définir un ensemble et non sur l'utilisation systématique de tel ou tel diagramme que réside l'intérêt éducatif.

De même, lorsque les enfants établissent les relations : Jean est plus grand que Yves, Yves est plus grand que Jacques, etc..., lors de leur travail sur la croissance, ils traduisent ces observations par le signe $>$: Jean $>$ Yves $>$ Jacques.

En fait, ce n'est pas le signe mathématique qu'ils utilisent ainsi, mais une notation de "sténo" qui permet de rendre compte clairement de leur analyse de la situation concrète et de progresser dans l'utilisation d'un code (voir fiches n° 8, 8A et 4).

4. L'application au réel permet de faire faire des exercices d'évaluation et de contrôle et offre la possibilité de faire prendre conscience à l'enfant que les exercices faits en classe ne sont pas "gratuits" mais REUTILISABLES : ils permettent d'agir avec plus d'efficacité.

B/ *Ce que les mathématiques apportent aux activités d'éveil*

En ce qui concerne les activités d'éveil, la liaison avec les mathématiques permet d'éviter un cloisonnement si néfaste à l'épanouissement de l'enfant, et d'apporter la précision, la clarté dans l'expression des résultats.

Au point de vue des disciplines scientifiques, sciences biologiques, physiques et chimiques, géographie et sciences humaines, la plupart des concepts ne peuvent s'organiser sans le concours des opérations mathématiques.

En sciences naturelles, les classements conduisent aux classifications ; la sériation permet de mettre en évidence un développement biologique (voir fiche n° 2A : le développement du têtard). Le repérage et la mesure permettent de substituer des données précises à des impressions subjectives.

Ainsi, la liaison mathématiques-activités d'éveil ne se limite-t-elle pas au souci de fournir aux exercices mathématiques de simples prétextes ...

Elle apparaît au contraire comme un aspect essentiel d'une démarche pédagogique soucieuse d'un développement harmonieux de l'enfant".

VII) Bibliographie

VII-1. *Eveil*

Cahiers de la recherche pédagogique INRD

N° 51 — Les activités d'éveil à dominante intellectuelle au CP (1971)

p. 115 liaisons interdisciplinaires

p. 118 liaisons avec le français et les mathématiques.

N° 62 — Activités d'éveil scientifiques à l'école élémentaire (1973)

I — Objectifs, méthodes, moyens.

N° 70 — Activités d'éveil scientifiques à l'école élémentaire (1975)

II — Première approche des problèmes écologiques.

DULAU : Du texte d'orientation à la mise en oeuvre des activités d'éveil à l'école élémentaire (CRDP Limoges).

Collection DULAU-MARBEAU : Activités d'éveil pour les enfants de 5 à 7 ans (Nathan).

Collection TAVERNIER : L'éveil de l'enfant par les activités scientifiques, accompagné du Guide du maître de la maternelle au CE (Bordas).

VII-2. *Mathématiques*

Consulter les Bulletins APM.

N° 300 — Noyaux-Thèmes à l'école élémentaire (Périodicité).

N° 296 — RENAUT : Quelques situations à mathématiser.

N° 294 — CHABRIER : Mathématiques et Géographie
DUMONT : A propos des méthodes.

N° 291 — HUGUET : Un problème de simulation.

N° 290 — DUMONT : Un petit tronc pas cher.

Consulter également les vingt fascicules de la revue A.R.P. (Activités et Recherches Pédagogiques).

Groupe B 2 :

Investigations à caractère scientifique avec des enfants de 9-13 ans

par J. SAUVY et D. TAHTA (1)

Dans ce groupe de travail un matériel sommaire est mis à la disposition des participants : un peu plus d'une vingtaine, de l'instituteur au professeur d'Université, en passant par un professeur de travail manuel.

Ce matériel comporte essentiellement des balles de caoutchouc (de la dimension d'une balle de golf), deux ventilateurs sèche-cheveux, une potence munie d'un pendule dont on peut faire varier la longueur, des entonnoirs de dimensions diverses et des récipients variés (bouteilles et bacs en matière plastique, pots de yaourts vides, couvercles de boîtes en carton, etc.), un trépied permettant de réaliser des échafaudages divers, des blocs de bois (chutes de menuiserie), un plan incliné muni d'une poulie et associé à un chariot pouvant rouler sur le plan incliné et être entraîné par un fil passant sur la poulie, du sable (sable de Loire et

(1) Le texte ci-dessous est la version remaniée d'un projet qui a été soumis à l'ensemble des participants. Il tient compte des observations qu'ont fait parvenir trois d'entre eux.

sable de Fontainebleau, très fin), deux boîtes de matériel Fischer Technik (aimablement prêtées par l'O.C.D.L.), deux chronomètres, des seringues médicales, des tamis, de la colle, du papier, des ciseaux, etc.

Une des salles mises à notre disposition est pourvue d'une paillasse de laboratoire, de l'eau courante, de prises électriques.

Au début de la première séance, le vendredi matin, l'un des animateurs expose l'orientation proposée pour les travaux du groupe : les participants sont invités à "oublier ce qu'ils savent", à regarder le monde avec des yeux neufs, à explorer sans trop d'idées à priori les possibilités expérimentales du matériel mis à leur disposition, en un mot ils sont invités à s'efforcer d'aborder le travail expérimental dans un état d'esprit voisin de celui d'enfants de 9-13 ans.

Pour se mettre dans cette ambiance quelque peu insolite, le groupe est invité à se rendre à l'extérieur de la salle et à pratiquer des *jeux*, le premier étant un jeu de communication qui débouche sur la constitution de quatre groupes de six participants, le second étant un jeu invitant chacun des groupes à *explorer par les sensations et le corps* le concept d'accélération.

Par la suite, les groupes ainsi formés se constituent en quatre "ateliers" qui se partagent le matériel et commencent à imaginer et à explorer des situations propices à l'investigation scientifique.

Les principales activités abordées sont : la chute des corps, le rebondissement des balles en caoutchouc, les mouvements du pendule, la composition des forces, l'écoulement du sable, l'action d'un jet d'air sur des obstacles divers, l'estimation du volume d'une goutte d'eau ...

La plupart des participants se prennent au jeu, et c'est dans la bonne humeur que s'instaurent des activités (inattendues des organisateurs) telles qu'une partie de football dans laquelle le ballon (une balle en caoutchouc) se déplace sous l'effet de deux jets d'air antagonistes, ou la fabrication d'un étrange appareil pendulaire qui déverse un filet de sable oscillant sur une feuille de papier encollé, elle-même mobile ...

La composition des ateliers est souple. Des équipes se déforment pour se reformer autrement au gré des affinités du moment et des centres d'intérêt.

Certains des participants sont tellement engagés dans cette façon nouvelle de "pratiquer la mathématique" qu'ils s'abstiennent de rejoindre les tables rondes collectives, dûment programmées, qui se tiennent dans un amphithéâtre voisin.

Le samedi matin, après un nouveau jeu à l'extérieur qui vise à "remettre du ciment entre les groupes" mais qui ne joue qu'imparfaitement ce rôle, les ateliers se reforment et ils sont invités à se livrer à une activité plus structurée et à préparer l'accueil de groupes d'enfants et d'enseignants qui, dans l'après-midi, doivent se joindre au groupe.

Ce programme n'est toutefois que très approximativement rempli et, lors de la séance de l'après-midi, le fossé reste grand — comme les animateurs l'avaient redouté — entre les nouveaux venus et les anciens. Les enfants, eux, s'emparent du matériel et l'explorent sans complexes.

Enfin, le dimanche matin, le noyau de participants encore présents (12 à 15) procède à un bilan critique des activités qui se sont déroulées au cours de la session. Chacun peut s'exprimer tout à son aise et indiquer comment il a vécu l'expérience, les malaises qu'il a éventuellement éprouvés en certaines occasions, le profit qu'il en a tiré.

Dans l'ensemble, le bilan est ressenti comme positif ; en effet, les objectifs proposés le vendredi matin sont atteints, à savoir : se mettre à la place de l'enfant, manipuler, expérimenter et découvrir. Cependant, sont mises en évidence les difficultés de faire coexister une activité de groupe assez fortement centrée sur elle-même et les activités d'une rencontre nationale qui comporte une part importante de contacts avec des personnes extérieures aux groupes, des obligations de participation à des activités de commission, etc.

Autrement dit, la formule, si elle est ressentie par la plupart des participants comme riche de possibilités, ne semble pas parfaitement adaptée au style général des Journées Nationales de l'APMEP. Aussi n'a-t-elle pas fonctionné à la complète satisfaction des participants. L'un d'eux aurait notamment aimé connaître plus en détail l'exploitation du matériel proposé et les diverses expériences auxquelles il a donné lieu avec des enfants d'âges divers.

Le temps a manqué pour aborder cette phase qui, dans l'esprit des animateurs, devait se situer en fin de parcours et non au début.

Groupe B 3 :

Géographie et mathématique à l'école élémentaire

Animateur : CREPIN

Rapporteur : TEULE — SENSACQ

*Participants : PRESLE — DOSSAT — IWANIW — MATHURIN —
JEANGIRARD — BOULADE — FAYOLLE.*

Le groupe s'est félicité de compter dans ses rangs une spécialiste des disciplines d'éveil et s'est fixé un plan de travail :

19/9 9 h — 11 h Tour de table : qu'entendent les participants par interdisciplinarité ? état des besoins — relation d'expériences

16 h — 18 h Qu'entend-on par "activité d'éveil" et plus précisément par "géographie" ?

20/9 14 h — 16 h Géométrie et activité d'éveil

21/9 9 h — 11 h 30 Synthèse et.... "ouverture de pistes"...

I — Vendredi matin

Il est apparu au cours de la discussion que les expériences d'interdisciplinarité étaient très limitées, presque inexistantes en raison souvent de difficultés d'organisation.

Mais interdisciplinarité à quel niveau ?

- a) au niveau des élèves,
- b) au niveau des enseignants, ce qui est distinct en raison de modes de réflexion différents,
- c) au niveau conceptuel en liaison avec des problèmes pratiques.

Le groupe a décidé de retenir le point c) et d'axer les prochaines séances de travail autour d'une information réciproque.

La pratique de l'interdisciplinarité nécessite que l'on se dégage de la spécificité propre à sa discipline ; c'est ainsi que la géométrie en mathématiques, et l'espace géométrique en éveil se différencient dans la mesure où les disciplines d'éveil travaillent sur un espace humain dans lequel se créent des relations, la dimension géométrique en étant un pôle.

Il faut cependant remarquer que les disciplines d'éveil n'utilisent pas toujours toute la puissance des mathématiques.

Mais qui est demandeur ? l'éveil ou les mathématiques ?

Il apparaît délicat de dresser un état des besoins réciproques, car toute situation offre un aspect mathématisable, et peut admettre plusieurs mathématisations, auquel cas l'on ne retient que celle qui est la plus favorable aux deux parties. En outre, comme le souligne Crépin, nous devons être conscients que nos motivations ne sont pas forcément celles des enfants.

II — Vendredi après-midi

Je rapporte ici les notes prises au cours de l'exposé de Mlle Presle.

"Géographie et mathématique" constitue un énoncé peut-être trop restrictif qu'il conviendrait de remplacer par "les mathématiques et les activités d'éveil — sciences humaines".

S'il existe des "ponts" entre les blocs de l'éveil à dominantes intellectuelles (sciences expérimentales et sociales), il en existe également entre l'éveil et les disciplines fondamentales (français et mathématiques) ; c'est cela que l'on dénomme "liaisons interdisciplinaires".

Elles se manifestent par :

- une convergence d'objectifs, par exemple rôle du codage, de la symbolisation en éveil,
- une convergence de méthodes.

Chaque science a sa méthodologie, mais il y a analogie au niveau des méthodes de pensée.

La démarche suivie en éveil pourrait se résumer ainsi :

- observation ; recherche d'indices, d'éléments signifiants ; élaboration d'un faisceau d'hypothèses ; vérification d'hypothèses ; synthèse, première étape vers une généralisation, passage à une formulation explicite.

Une des raisons de l'évolution des sciences sociales est que les enfants sont ancrés dans le réel par des clichés qui sont le reflet du milieu ambiant, milieu de plus en plus technicisé, urbanisé, ce qui se traduit par une désaffection envers la géographie physique et une croissance de la géographie humaine.

Le passage du modèle implicite au modèle explicite et au schéma mental du concept pose le problème de la psychologie de l'enfant ; à ce sujet, ont été évoqués les travaux de BRUNER.

On s'efforce en éveil comme en mathématiques de structurer ce que perçoivent les enfants, et de multiplier les situations de réemploi, de réinvestissement.

Certains concepts semblent prédominer :

- structuration spatio-temporelle ; passage de l'espace vécu, perçu, à l'espace conçu et représenté, espace du géographe ;
- notion de causalité et de relation ;
- concepts spécifiques choisis en tant que cadre de vie des hommes, mise en évidence des inter-relations homme-milieu.

Exemple de situation : (dans un C.M.) étude d'une ferme pratiquant la polyculture à dominante céréales dans un milieu rural.

Quels peuvent être les objectifs conceptuels ?

- notion de plaine sur laquelle se greffent la lecture de cartes d'état-major, l'étude de courbes de niveau, notion de repère, de relief, de dénivellation.
- évolution de la ferme, transformations, reconversion ;
- observation des cycles tant au niveau des saisons qu'au niveau des cultures ;
- processus de production avec ou sans transformation du produit ;
- transformations selon les générations ;
- budget ;
- revenus ;
- rentabilité.

Synthèse : notion de circuit économique.

III — Samedi après-midi

Un certain nombre de problèmes relatifs à la géométrie ont été évoqués, tels que la géométrie des ombres (DIENES) ou l'astronomie (aspect descriptif ?).

Une discussion relative à ce sujet a soulevé le problème de savoir ce que l'on voulait signifier en disant "faire des mathématiques à l'école élémentaire".

De même que l'étude de la géographie est l'étude des moyens dont l'homme dispose pour pénétrer un milieu, faire des mathématiques c'est s'investir dans une situation, construire un certain nombre de règles qui permettent d'agir sur cette situation, et par là même tenter de la maîtriser par élaboration d'un modèle suffisant.

Exemple cité : déterminer tous les patrons de cube.

L'enfant est placé devant une situation dont il possède un modèle plus ou moins satisfaisant. Il a un but, il va agir sur la situation.

Au cours de sa recherche l'enfant va formuler des remarques pertinentes dans un langage dont il se crée les règles.

Dans un troisième temps, il s'agit de dire pourquoi les énoncés formulés sont corrects, et pourquoi les remarques sont pertinentes.

Cf. "Processus de Mathématisation" (G. BROUSSEAU), Bulletin APM n° 282 ou "La mathématique à l'école élémentaire" (APM).

Cette situation est l'illustration d'une méthode fréquemment utilisée en mathématiques : on observe les analogies, les différences, on crée des classes, et, selon le cas, on cherche à définir un ordre sur les classes.

IV — Dimanche matin

La discussion a porté sur les différences et les analogies existant entre les méthodes de travail en éveil et en mathématiques.

Il semblerait que la distinction apparaisse entre vérification d'hypothèses en éveil, et validation d'énoncés mathématiques, avec une parenthèse sur les raisonnements purement inductifs qui ne sauraient satisfaire les mathématiciens.

Quant à la synthèse, tant en éveil qu'en mathématiques, elle paraît déboucher sur les problèmes de structures, de construction de modèles.

Groupe B 4 :

Education mathématique et éducation physique et morale

Compte rendu de Monique BEGUIN

“Contribuer à la formation de son intelligence et de son caractère, au développement de ses capacités de jugement, de création, d'émotion, de rigueur, de résistance à l'argument d'autorité, toutes qualités qui pourront l'aider un jour à supporter la vie en société, à s'y adapter, ou à la transformer”.

(Charte de Caen, Finalités de l'Enseignement de la Mathématique).

Ce but, défini par les mathématiciens, n'est-il pas le projet éducatif dont rêvent les enseignants de toutes disciplines, et auquel beaucoup n'osent pas croire ? Projet moral, auquel la Mathématique peut apporter sa contribution : c'est à cela que nous avons rêvé. Nous nous sommes demandé s'il est possible, et souhaitable, particulièrement au cours d'activités mathématiques, de donner à l'enfant des habitudes de vie et de comportement sociales et individuelles favorisant à la fois son insertion dans la société et la formation de sa personnalité. Pour cette dernière, nous avons évoqué naturellement l'acquisition du schéma corporel ; il a donc été question d'Education Physique.

Des considérations psychologiques nous ont amenés à émettre quelques résolutions pédagogiques :

— Le développement de l'enfant étant global : physiologique, mental, affectif, social, peut-on ne veiller qu'à sa croissance intellectuelle, sans souci de ses autres besoins ? Qui nous informe de ces besoins ? : le Programme, ou l'observation attentive, nécessairement longue, de chaque enfant ? Dans quel climat de classe cette observation sera-t-elle la plus instructive ?

1) Nous voulons aider l'enfant à se développer harmonieusement, de façon équilibrée.

2) Nous recherchons et favorisons l'authenticité de l'enfant.

3) Nous optons pour l'interdisciplinarité, et, après discussion, pour la polyvalence des maîtres, au moins jusqu'au CE 2.

“Il n’y a plus d’Education Morale à l’Ecole” — Est-ce vrai ? — Est-ce bien ? Chacun a son opinion là-dessus. Cependant, nous avons cherché ensemble des exemples de situations pédagogiques, et particulièrement mathématiques, où on trouve des manifestations d’une certaine éthique ou des occasions de réflexion à ce sujet. Réciproquement, nous avons discuté des possibilités qui s’offrent à nous de donner à l’enfant des habitudes de réflexion sur toute convention, qui lui permettent, plus tard, d’être plus conscients de ce qui caractérise un ensemble de règles (de jeu, de conduite), un code, peut-être une axiomatique : sa nécessité, la relativité de sa vérité, la suspicion qu’éveille l’évidence même de l’axiome proposé.

S’il est vrai, ou acceptable, que l’Axiomatique soit “un ensemble de règles du jeu, une législation, une grammaire”, que “l’axiome n’a pas de vérité absolue quelle que soit son apparente évidence” mais qu’“il est choisi, dans une situation donnée, comme une hypothèse de recherche ou de réflexion” (1), ne peut-on voir une analogie entre la pédagogie qui consiste à faire accepter une certaine axiomatique et celle, plus élémentaire, qui consiste à faire adopter, ou discuter, ou transformer les consignes qu’impose la vie en société, les règles sur lesquelles se fonde tout jeu organisé ? Est-il logique que des mathématiciens cherchent dans leur travail des “modèles” et refusent de considérer, en dehors de leur système mathématique, des analogies de méthodes, des identités de buts, dont la prise de conscience pourrait amener tout enseignant d’abord, mais aussi tout homme, à plus de cohérence dans ses différentes activités ?

Nous avons donné des exemples d’enfants non dégagés du subjectif, comme il est normal à cet âge, et qui ont mal acquis, ou refusent, des préceptes moraux, des modes d’organisation sociale qui nous semblent nécessaires, à nous, adultes, et que nous ne remettons plus en question :

— Tel enfant se bloque devant un problème de partages inégaux : on apprend qu’il est le cadet de sa famille, et qu’il accepte mal cet état de fait.

— Dominique, 6 ans, propose de laisser sa liberté à une chenille ; le père de Dominique passe la majeure partie de son temps en prison.

(1) Citations : l’Axiomatique, de Robert Blanché (P.U.F.)

— Aziz, 6 ans, refuse toute organisation scolaire, et nuit volontairement à tout travail de la classe ; parallèlement, ses dessins sont informes, il triche au jeu ; six mois après, il utilise une règle pour dessiner, organise un match de football, repousse un camarade qui l'appelle pour jouer : "Laisse-moi tranquille ; moi, je travaille !".

L'enfant s'implique dans toute situation, ou s'en désintéresse. Lui proposer d'abord des situations le mettant en jeu, et sur lesquelles il raisonne. Attitude infantile du joueur mauvais perdant, ou qui s'entête dans une stratégie erronée, mais la sienne (Course à 20).

La mathématique semble formatrice d'esprit de discipline ; plus que toute autre, elle fait autorité : les enfants qui la refusent manifestent par là le refus inconscient de l'autorité familiale, en général du père.

Y a-t-il solution de continuité entre la logique de l'enfant et celle, objective, délivrée de toute affectivité, de l'adulte ? Et pourquoi notre raisonnement logique prévaudrait-il ?

Si la discussion des conventions avec les enfants ne les amène qu'à accepter ces conventions, n'est-ce pas un piège pour les "coloniser" ? Le droit reconnu à la contestation ne va-t-il pas court-circuiter, dans l'évolution de l'enfant, la nécessaire étape d'agressivité ?

.....

Des professeurs d'Education physique, résolument acquis à l'interdisciplinarité, voient entre l'Education Physique et l'Education Mathématique : "la communauté des finalités ; une unité de démarche ; l'interférence des contenus". (2)

Ils proposent, pour faciliter la conquête de l'espace par l'enfant, des exercices physiques qui prépareraient utilement les exercices formels proposés par les manuels de mathématique : connaissance du schéma corporel qui précède naturellement, et auquel se réfère, la connaissance de l'espace environnant ; situation de l'enfant par rapport aux objets, d'objets les uns par rapport aux autres, d'abord par une situation agie, puis par l'expression de cette situation : expression orale, mais aussi graphique : recours à la symbolisation, au schéma, à la représentation d'itinéraires, étude

(2) Education Physique et Mathématique — Becques Marescaux CRDP — Lille.
Education Physique à l'Ecole Élémentaire. Professeurs d'EPS, EN — Arras.

sur schéma de tactiques de jeu, de trajectoires ; exécution de mouvements selon une suite de consignes données.

Reparaît la querelle de l'interdisciplinarité : on parle de leurre ; une discipline étoufferait l'autre, serait privilégiée, les autres accessoires, et l'allusion qu'on y ferait artificielle ; on abuserait les enfants en profitant de tel exercice (gymnique) pour faire passer insidieusement une notion (mathématique) ...

Heureusement, nous, instituteurs, ne tenons à la prépondérance d'aucune discipline, et, le spécialiste passé, nous avons la possibilité de proposer un exercice, non pour l'étiquette qu'on peut y mettre, mais pour le bien que nous pensons qu'il apporte à l'enfant.

Groupe C 1 :

Mathématique-biologie dans le premier cycle du second degré

par les participants

Nous étions une vingtaine dont environ un tiers de professeurs de Biologie et un instituteur ; les quatre séances nous ont semblé riches et, de l'avis de tous, "très agréables".

1 — Principales remarques

- I—1. Il s'est fait *très peu* jusqu'à présent, ou du moins personne n'était là pour s'en faire l'écho.
- I—2. Les matheux attendent "des modèles" et "des thèmes" de la part des biologistes pour faire acquérir "les notions mathématiques".
- I—3. Les biologistes attendent "un outil" mathématique pour l'utiliser.
- I—4. On a pu remarquer combien il était difficile de ne pas faire trop ! , le matheux se biologisant mal, ou le biologiste s'enlisant dans ses "courbes" ...

II — Perspectives d'avenir

II-1. Parmi ceux qui attendent des idées ou se grattent la tête :

I.R.E.M. de Limoges, Groupe Math-Biologie, U.E.R. des Sciences Exactes, 123 rue Albert Thomas, 87100 Limoges.

I.R.E.M. de Rouen, Groupe Math-Biologie, B.P. 27, 76130 Mont-Saint-Aignan.

I.R.E.M. de Lyon, Groupe Statistique en Premier Cycle, Université Claude Bernard, Lyon I, 43 boulevard du 11 Novembre 1918, 69621 Villeurbanne.

I.R.E.M. de Grenoble (sans précision ?), B.P. 41, 38401 Saint Martin d'Hères.

et les autres ... Ecrivez aux adresses ci-dessus !!! ...

II-2. Les vastes sujets d'étude qui méritent votre concours :

II-2-1 : Représentations : ... sortir de la brousse formée de diagrammes, schémas, tableaux, courbes, histogrammes, ...

II-2-2 : Langage : Rapprochons nos vocabulaires et explicitions les notions ...

II-2-3 : Approche correcte de la Statistique au Premier Cycle.

II-3. Déjà plusieurs idées de travail dans vos classes (voir ci-après). Malgré son défaut de catalogue, nous pensons que cette liste peut rendre service à de nombreux collègues intéressés par le sujet. Voir en outre :

II-4. Une bibliographie — malheureusement trop sommaire — à la fin du compte rendu.

BIOLOGIE

1 — Classification des Animaux, Plantes, Fruits ou Feuilles : en vrac, sur liste ou d'après film, mais en nombre fini.
Prévoir au moins 3 heures à 2 professeurs

2 — Après une visite "écologique" en forêt ...

MATHEMATIQUE

A partir d'exemples concrets, notions d'ensemble, de partie, de partition, d'inclusion, de réunion, d'intersection, de complémentaire (sixième-cinquième).

... une rédaction à écrire en langage mathématique.

BIOLOGIE

3 — Etude d'une zone dans une forêt ou dans un pré.

4 — "Mange" et "est mangé".
Trajet des larves d'Anguille

5 — La croissance. Elevage de "phasmes" d'après film ou pas ; taille, poids, population de phasmes.
Ecrevisse.

6 — Mesures ou mensurations sur :
Souris, Cobayes, Elèves(?),
Truites ...

7 — Descendance d'une souris femelle d'après données ou étude.
Etudes de populations "type" : lièvre-lynx au Canada.

8 — Le rapace et sa pelote de réjection.
Cf. Géographie aussi.

9 — Problème de "croissance" et de "gigantisme" des espèces (paléontologie).
Cas des "oiseaux-mouches".
Succession des protozoaires d'une macération.

10 — Rythmes cardiaque, respiratoire : avant et après une course (voir Education Physique), sur une ou plusieurs classes.
Notion de temps.
Oxygène dissout selon la température.

11 — Film "De la Fleur au Fruit".

12 — Communication chez les Abeilles.

MATHEMATIQUE

Méthodes de repérage et repérage (sixième-cinquième).
Géométrie (au sens étymologique).

Relations ; schémas.
Relation réciproque.

Passage du "diagramme" à la "courbe".

Approche des statistiques au premier cycle.

Tableaux - Schémas - Statistiques.
Calculs - Nombre d'or ...

Etude de schémas.
Approche des "exposants" et travail sur grands nombres.

Représentation sur disque.
Secteurs et mesures.
Pourcentages.

Exploitation de schémas.
Travail sur grands nombres.
Approche de Probabilité-Statistique.

Etude du temps : biologique, astronomique ... ; calculs.
Approche statistique et courbe de Gauss.
Mesures concrètes d'aires sur des histogrammes visualisés.

Problèmes techniques. Aspect numérique sur le film : 7 jours en 3 minutes ; en 1 heure : 16 prises de vue.

Cercle. "Angles". Représentations.

BIOLOGIE

13 — Etude de la feuille ;
production de chlorophylle et
d'amidon.

14 — Problèmes avec 3 flacons (en-
tourés de peau, de lard ...).
Relevé de température et refroidis-
sement (atchoum !).

15 — Etude de la sensibilité à la
température d'un animal. Action de
la température sur la fermentation.
Différentes pesées : plantes et eau ;
développement de l'oeuf.

MATHEMATIQUE

Etude d'objets géométriques don-
nant lieu à mesure.
Calculs sur un sujet "vaste" et "pré-
cis".

Etude d'objets ... cf. ci-dessus.
Représentations et exploitation de
ces représentations.

Cf. 14.

Tout ce qui concerne les techniques
et les difficultés dans la mesure ;
ordre de grandeur, encadrement ...

16 — Problèmes d'échelle : En liaison avec la Géographie, le Travail Manuel et
le Dessin, notion de "x" fois plus grand ou plus petit.
En géographie, 1 cm pour 20 000 km ; en biologie, le contraire : 1 cm
pour 1/2 mm. Utilisation d'opérateurs fractionnaires simples.

III — Bibliographie

III-1. Taille et Forme dans l'enseignement de la Biologie, par B.
DUDLEY, article paru dans "Journal of Biological Educa-
tion", traduit par Juliette TASSY, et publié page 676 du
Bulletin de l'A.P.M. n° 295 (09/74).

Article original très intéressant, avec des commentaires de
Simone Galletti, professeur de Biologie au Lycée Victor-
Hugo à Paris.

III-2. Pour un enseignement de la Statistique dans le Premier
Cycle, par P.-L. HENNEQUIN (Clermont-Ferrand),
page 535, Bulletin A.P.M. 290 (09/73).

III-3. I.N.R.D.P., Bulletin de liaison n° 7 (Biologie-Math ?).
Compte rendu du groupe de travail de DIJON du 26 au 30
Mars 1973. Très importante contribution à "Réflexions sur
l'utilisation des représentations graphiques en Biologie".
Excellent point de départ pour II-2-1.

III-4. Pour le Second Cycle, article de J.-M. LEGAY et J.
PONTIER, page 925 du Bulletin A.P.M. n° 286 (12/72).
(Très pratique en T.C, T.D, ...).

- III-5. R. GRAS, dans "Quelques problèmes mathématiques pluridisciplinaires pour les Premier et Second Cycles", I.R.E.M. de Rennes 1972-1973. Un article sur les groupes sanguins.
- III-6. Sur "Opérateurs fractionnaires", beaucoup d'ouvrages, dont "Mathématique contemporaine", C.M.2 (MAGNARD).
- III-7. Plusieurs collègues ont cité, sans autres précisions, l'intérêt de l'ouvrage "Points de départ" (CEDIC) qui présente une quarantaine d'idées ou points de départ pour faire des mathématiques ...
- III-8. Enfin, "il paraît" que les C.R.D.P. de Caen et de Grenoble auraient publié sur le sujet mathématique-biologie ... On attend qu'ils le fassent savoir.
Un dernier "on dit" pour l'I.R.E.M. de Rennes (Université, B.P. 25 A, 35031 Rennes Cedex) qui, paraît-il, s'occupe d'une équipe qui dans l'académie travaillerait sur le sujet Mathématique-Biologie.

Merci de nous avoir lus.

Groupe C 2 :

Technologie, physique et mathématiques

Compte rendu par Raymond VOGEL (Sciences Physiques - Orléans)

I — Les motivations des collègues inscrits dans ce groupe.

Après le groupe math-physique (50 inscrits), c'est le groupe C2, technologie-math., qui recueille le plus d'inscrits (47).

Parmi ces derniers, un fort pourcentage de professeurs n'enseignent actuellement que les mathématiques, mais sont susceptibles d'enseigner incessamment la technologie. Un grand nombre de professeurs "monovalents" présents a déjà vécu le problème de la concertation avec les professeurs d'autres disciplines, soit spontanément, soit par suite de la mise en place d'expériences pédagogiques.

La présence d'une dizaine de PEGC enseignant simultanément la technologie et les mathématiques a donné au groupe des éléments concrets de réflexion à propos de l'articulation des deux disciplines.

Le premier tour de table a fait apparaître, dans l'ordre de fréquence décroissante, les problèmes et préoccupations suivants :

A — Le langage utilisé n'est, par manque de formation réciproque et de concertation, pas le même en technologie et en mathématiques, d'où problèmes d'harmonisation, de synchronisation, etc... C'est l'élève qui en fait les frais.

— Rechercher des applications des mathématiques à la technologie.

— La possibilité de renforcements réciproques des deux disciplines.

— Les échanges d'expériences entre collègues au sein de ce groupe C2.

B — Les perspectives et finalités de l'enseignement de la technologie. Dans quel but enseigner la technologie ? Structure mathématique, compréhension de notions qui sont indifféremment physiques et mathématiques. Problèmes de représentation formelle.

Préparation du terrain pour aborder l'enseignement de la physique en Seconde. Aspect simplement utilitaire pour certains.

C — L'utilisation possible de la technologie, puissant support de motivation pour les enfants, surtout pour les handicapés (socio-culturels et/ou psychomoteurs) pour qui la manifestation de la pensée sur un support — dessin, schéma — appris en Quatrième seulement "gomme" la disparité socio-culturelle existant au niveau du verbal et de l'écrit.

II — Une table ronde générale avec deux psychologues, un professeur en didactique et un enseignant du supérieur a, en fait, repris en l'éclairant le problème B.

De la discussion et des exposés, très riches d'expériences vécues, nous extrayons les points suivants qui sont revenus ensuite fréquemment sous formes diverses lors des réunions du groupe C2.

A — Les concepts formés par un enfant sont toujours un mélange de logique mathématique et de contenus matériels physiques. Privilégier fortement, au détriment des sciences expérimentales, l'enseignement des mathématiques sous prétexte de mieux former l'esprit est donc un non-sens.

Pour qu'une représentation mentale soit efficace et opératoire, il faut qu'elle recouvre suffisamment de cas concrets.

B — Le transport de l'outil mathématique vers une autre discipline n'est pas une simple application mais une nouvelle conceptualisation (l'outil n'est pas nécessairement transférable sans apprentissage et précaution à la résolution de problèmes concrets, problèmes posés par la mathématisation de situations de physique devant lesquels nombre d'étudiants achoppent alors que, le problème de mathématique une fois posé, la résolution n'offre plus généralement de grosses difficultés ; engouement des étudiants pour les études de mathématiques pures ...).

C — Problème du désir de faire ; motivation ; sens, pour l'enfant, de la tâche qu'on lui propose ; perception différente de l'école et de son rôle par des enfants de milieux socio-culturels différents.

III — Les discussions du groupe C2 sont ensuite suscitées par l'exposé de quatre visions différentes du cours de technologie :

a) Les participants, par groupes, construisent un objet technique à l'aide d'éléments simples préfabriqués d'une boîte de construction. L'observation de leur propre démarche donne un support concret à la réflexion sur la démarche de l'enfant :

- il y a bien eu décomposition de la tâche à accomplir ;
- il y a eu formulation d'hypothèses ; expérimentation ; réussite, poursuite ; ou échec et retour à d'autres hypothèses ;
- il y a eu rationalisation de la démarche ; décomposition des différentes fonctions techniques à réaliser, résolues une à une.

La relation entre réalisation de deux fonctions techniques était souvent le point de rejet d'une des solutions adoptées.

b) Un deuxième exposé sur un autre objet technique a permis de montrer un exemple concret d'objet technique dont l'organisation logique interne se retrouve dans des objets d'une

même famille, souvent fondés sur des principes physiques fort différents. La diversité des solutions techniques globales prend sa source dans une combinatoire des opérateurs techniques retenus pour chaque fonction simple.

c) Un troisième exposé a permis aux participants d'utiliser une méthode rationnelle et généralisable de recherche de schéma cinématique minimal d'un objet technique mécanique (recherche d'une partition d'un ensemble de pièces et en cela utilisation d'un outil mathématique précis).

d) Un quatrième exposé beaucoup plus fortement centré sur le phénomène physique a clos ces divers échanges.

IV — La discussion finale a permis de montrer l'intérêt d'une stratégie diversifiée où les quatre méthodes précédentes et d'autres alternent heureusement.

Les conclusions de ces journées peuvent être les suivantes :

a) le groupe élève une protestation contre l'image de marque des mathématiques coupées des autres disciplines. En fait, la mathématique se retrouve au niveau de n'importe quelle rationalisation de démarche intellectuelle ;

b) l'objectif essentiel est de rendre les mathématiques utilisables ; dans ce but, il est important de préparer certaines notions par un nombre suffisant de manipulations concrètes ;

c) la concertation entre professeurs de diverses disciplines (math-techno et autres) est primordiale, mais n'est pas aussi banale qu'on le pense. Prévoir une heure en blanc pour la concertation est indispensable mais non suffisant. La nécessité de se concerter est différemment ressentie selon les collègues.

Des journées de rencontre comme celles-ci permettent sans doute de renforcer ces motivations.

Groupe C 3 :

Mathématique et géographie dans le premier cycle

par J. CHABRIER, C.E.S. de Remoulins

I — Présentation

Depuis quatre ans, au CES de Remoulins, Chabrier et Vignal (qui animent ce groupe) ont, sans aucune aide, commencé modestement des recherches sur les liaisons qui leur paraissent nécessaires entre mathématique et géographie.

D'autres collègues de géographie de Remoulins ont participé à ce travail (Bouet et Bonsignori).

Cette année, Guittard (professeur de mathématique) s'intègre à l'équipe. Debrat, agrégé de géographie, a bien voulu participer aussi, quoiqu'étant de Nice.

De nombreux travaux libres de liaisons, que Chabrier a fait faire à ses élèves, sont présentés (ainsi qu'à l'exposition de travaux). Il y a déjà un certain nombre de documents de recherche, présentés aussi. Une bande télévisée (mathématique et géographie en troisième) n'a pu malheureusement être visionnée, à cause de l'incompatibilité des magnétoscopes. L'IREM d'Orléans avait tiré, après ceux de Strasbourg et de Paris-Nord, de nombreux exemplaires du document réalisé à Remoulins. Malheureusement, nous n'étions que des professeurs de mathématique avec.... deux géographes : l'animateur et Belloc (de Vitré). Une bonne vingtaine !

II — Travail réalisé

A — Une étude critique constructive de toute la documentation "sauvage" a été faite par les personnes qui ont tenu... jusqu'au dimanche matin. En voici les résultats essentiels :

1° / Limite des exemples "d'ensembles" au plan de la mathématique, mais nécessité d'activités de type ensembliste en géographie, avec une rigueur se rapprochant de celle de la mathématique.

2° / Validité des activités relationnelles.

- 3°/ Les 20 membres du groupe sont d'accord pour que les deux professeurs traitent, chacun de leur côté, ou en cours commun, tout ce qui est relatif à la sphère terrestre, soit au début de la sixième, soit après l'étude de l'Afrique.
- 4°/ La continuation des liaisons est souhaitable en sixième, cinquième, quatrième, et troisième, car un état d'esprit pluridisciplinaire se crée dans le système élèves-professeurs.
- 5°/ Le problème de la correction nécessaire des travaux libres de liaison est posé. Dans l'état actuel de l'organisation scolaire, c'est un surcroît de travail énorme.
- 6°/ Les erreurs des livres de géographie et des collègues sont dénoncées poliment mais fermement : l'essentiel est de mettre tout le monde d'accord et de proposer une solution, comme dans le document (qui a donc été diffusé maintenant un peu partout en France).
- 7°/ Les collègues se mettent d'accord pour préparer une motion pour l'Assemblée Générale de l'APM.
- 8°/ Validité de tous les exercices de liaison de type numérique.
- 9°/ Les problèmes posés par le contact "Liaisons-Inspection" (!) sont évoqués.

B — Présentation d'une liste précise d'exercices de liaisons mathématique-géographie :

Classe de sixième :

1°) Echelles, distances (dès le début, car l'utilité est grande en géographie et instruction civique).

2°) Latitude, longitude, après l'étude de la sphère terrestre dans les deux disciplines (soit au début de l'année pour les deux, soit après l'Afrique pour les deux).

3°) Densités de population (certains collègues envisagent les opérateurs...).

4°) Amplitudes thermiques (pour l'Afrique).

5°) Pourcentages très simples.

6°) Activités ensemblistes (bien dosées et prudentes), tirées de la géographie et contribuant à conceptualiser ensembles, éléments, parties et classification.

7°) Activités relationnelles (sans tomber dans la "fléchite").

8°) Exercices simples sur l'ordre de grandeur de résultats géographiques.

Classe de cinquième

1°) Suite — Révisions — Compléments — Idée concrète de la linéarité — Exercices pour l'Amérique et l'Asie, tout le long de l'année — Résolution des difficultés par les deux professeurs.

2°) Suite — Révisions — Intégration d'une étude concrète de la sphère terrestre dans les activités prégéométriques (connaissance concrète de l'espace). Exercices de latitude et de longitude pour l'Amérique et l'Asie.

3°) Densités de population pour l'Amérique et l'Asie. Faire prendre l'habitude aux élèves de les calculer seuls et de vérifier les résultats donnés. Graphique d'une densité de population. Continuation de l'idée concrète de linéarité.

4°) Amplitudes thermiques (Amérique — Asie) en rapport avec la soustraction dans Z.

5°) Pourcentages simples.

6°) Activités ensemblistes (suite) ; l'automatisme intelligent doit se développer.

7°) Activités relationnelles (en particulier au moment du chapitre, en mathématique, mais aussi dans les autres périodes).

8°) Exercices sur l'ordre de grandeur.

9°) Graphiques de répartition de population.

10°) Idées concrètes sur linéarité et non-linéarité. En accord avec les biologistes, se contenter de points isolés, et non de segments dont la signification échappe à l'élève.

11°) Altitudes, profondeurs (Asie), en rapport avec l'étude de Z. L'utilisation de documents touristiques semble souhaitable, peut-être même dès la sixième.

Classe de quatrième

Exercices des types précédents de (1) à (11) pour l'étude de l'Europe.

L'activité libre, impulsée tout de même par les deux professeurs, doit devenir efficace à ce niveau, grâce à l'initiation progressive en sixième et en cinquième.

12°) Les activités de repérage sur la sphère terrestre meubleraient le premier trimestre, où les activités pré-géométriques sont souvent inexistantes.

13°) Les pourcentages plus élaborés seront envisagés.

14°) Astronomie élémentaire et puissances de 10.

Classe de troisième

Mêmes exercices sur la France (1) à (13).

Notamment : comparaison du repérage dans le plan et du repérage sur la sphère (couple de coordonnées) — Exercices d'activités pré-géométriques sur parallélisme, orthogonalité, cercle — Etudes développées avec pourcentages interprétés.

15°) Exercices élémentaires de calcul astronomique, comme application du calcul dans $\mathbb{R}$, avec calculs approchés, ordre de grandeur.

16°) Etude plus complète sur linéarité et non-linéarité. Synthèse avec étude analogue en technologie.

C — Journées APM de CAEN, NANCY, DIJON, ORLEANS...

Premières expositions sauvages de travaux libres de mathématique et de travaux libres de liaisons entre la mathématique et d'autres disciplines.

ANNEXE

A la demande de très nombreux collègues, j'ai tenu à présenter, après les Journées Nationales d'ORLEANS de l'APM, l'état actuel des recherches que j'ai faites dans le domaine des travaux libres.

Travaux libres en mathématiques

Dans l'état actuel de l'organisation scolaire, l'automatisme créé par le devoir, l'exercice imposés et, ce qui est plus grave, par les seules épreuves de contrôle, ou devoirs surveillés, ou interrogations écrites, constitue, à n'en pas douter, une des causes de l'échec en mathématique.

Les travaux libres veulent réagir contre ce mal. Bien entendu, les devoirs et épreuves de contrôle sont maintenus.

L'expérience prouve surabondamment que les élèves acceptent les travaux libres et qu'il s'agit non pas d'une manie, d'une fantaisie de pédagogisme, d'un souci de singularité, mais d'une immense ESPERANCE d'amélioration de l'enseignement mathématique de la Maternelle à l'Université. L'atmosphère d'une classe est radicalement transformée. Une bonne masse d'élèves, laissés de côté par la "pédagogie" élitiste, fait des progrès absolument indiscutables. L'exposition des travaux en classe est souhaitable. Les travaux libres sont faits, par les élèves, seuls ou en groupes, chez eux ou en permanence. Il faut souhaiter qu'un jour l'extension des travaux dirigés, notamment dans le second cycle, permette d'inclure les travaux libres dans les activités proprement dites.

Des difficultés sérieuses se présentent : le surcroît de travail de correction est la difficulté majeure ; l'Inspection ne semble pas avoir été sensibilisée, sans doute à cause du maintien des devoirs et épreuves de contrôle ; certains élèves, au moins à certaines périodes, ne font plus ou presque plus de travaux libres ; une masse certaine se contente de reproduire ce qui a été fait ; le professeur risque, au moins à certains moments, d'être littéralement submergé. Ces difficultés seraient aisément résolues, même dans l'état actuel de l'organisation scolaire, en étalant la correction dans le temps, en jouant cartes sur table avec l'Inspection, en adoptant une saine directivité ou plutôt une bonne impulsion, en apprenant très tôt aux élèves à réinventer des exercices.

Je peux présenter maintenant 25 formules de travaux libres de mathématique, qui résultent d'une impulsion réciproque des éléments du système : élèves — professeurs — parents — équipe pédagogique, et qui ont l'avantage de partir d'idées d'enfants. L'expérience se poursuit maintenant au CES Feuchères à Nîmes (où je me suis fait muter). Et l'on n'en restera pas à 25 ...

- 1 — Exercice librement pris par l'élève sur le livre (ou fiche).
- 2 — Exercice librement pris par l'élève sur un document — élève IREM.
- 3 — Simple formulaire de chapitre.
- 4 — Simple reproduction.
- 5 — Multiplication d'exercices simples. Exemple : $(a+b)^2$.
- 6 — Effort d'attaque de difficultés précédemment non résolues.
Exemple : Factorisations.
- 7 — Dictionnaire.

- 8 — Calcul numérique poussé. Exemples : quotients en troisième ; racines carrées en quatrième.
- 9 — Multiplication d'exercices sur des questions signalées comme questions-clés en Seconde. Exemples : valeurs absolues, radicaux.
- 10 — Activités prégéométriques (notamment en quatrième).
- 11 — Exemples libres. Exemples : nombres égaux en sixième, cinquième ; relations.
- 12 — Résumé de définitions une fois qu'elles ont été assimilées.
- 13 — Problème libre pris sur annales (Brevet-Baccalauréat).
- 14 — Problème pratique mathématique (origines diverses)
- 15 — Exercices répétés de prélogique.
- 16 — Plans de calculs libres.
- 17 — Figures géométriques libres.
- 18 — Reproduction de corrigé de problème sans prolongement.
- 19 — Reproduction de corrigé avec nouvelle recherche libre de l'élève.
- 20 — Proposition d'une méthode autre que celle faite en classe.
- 21 — L'élève a commencé librement un calcul ; il ne sait pas finir.
- 22 — L'élève a commencé librement une étude géométrique ; il ne sait pas terminer.
- 23 — A partir d'une remarque puisée dans une autre discipline, l'élève commence ou même réalise une recherche *mathématique*.
- 24 — Reproduction de leçon, mais avec exercices libres intégrés.
- 25 — Travaux libres en groupe d'élèves (3, 4) avec participation de chacun bien précisée. Exemple : travail à la machine (FACIT).

Travaux libres de liaisons entre mathématique et géographie ; et instruction civique ; et technologie (quatrième, cinquième) ; et biologie (sixième, cinquième) ; et géologie (quatrième) ; et français ; et dessin ; et histoire élémentaire des sciences ; et astronomie élémentaire ; et langues vivantes ; et latin ; et actualité ; et environnement.

Je pense enfin que les travaux libres auront leur place naturelle, à définir et à ménager d'une façon rationnelle, dans l'animation NOYAU-THEMES.

Groupe C 4 :

Mathématiques et économie au premier cycle

Compte rendu par Madame MANGENEY

Une quinzaine de participants, enseignant essentiellement dans le premier cycle, ont participé activement à ce groupe, animé par un professeur d'économie et un professeur de mathématiques du Lycée P. Bert (Paris), ces deux dernières s'intéressant, elles, plus particulièrement à la classe de Seconde AB.

Il est ressorti d'un rapide tour de table que le but commun des participants était de trouver une ouverture de l'enseignement des mathématiques sur des problèmes concrets intéressant les élèves et sur des problèmes interdisciplinaires. Le premier jour, deux sous-groupes se sont créés, l'un traitant des problèmes généraux touchant mathématiques et économie, l'autre traitant de problèmes concrets pouvant être appliqués rapidement dans les classes.

Nous rapporterons d'abord le travail du deuxième sous-groupe, les problèmes généraux ayant été soulevés lors d'une discussion finale par tout le groupe. Dans les problèmes que nous avons abordés, les mathématiques sont utilisées pour construire un modèle économique, c'est-à-dire une représentation simplifiée des lois gouvernant un ou plusieurs phénomènes économiques. Ces mêmes problèmes ont l'avantage d'illustrer ou d'introduire de manière plus motivante des problèmes mathématiques qui peuvent paraître artificiels à des élèves.

I — Utilisation des fonctions linéaires et affines. Représentations graphiques

I.A) Première étape ⁽¹⁾

Soit A un produit agricole stockable ; l'étude statistique des conditions de l'offre et de la demande a montré que, suivant le niveau du prix, p francs par kilogramme, les volumes respectifs des quantités demandées et des quantités offertes, exprimées en dizaines de tonnes, s'établissaient comme suit :

(1) Annales du Baccalauréat, fascicule 12 (1967-1968).

Prix	3	5	6	8
Quantités offertes q_o	1 tonne	5	7	11
Quantités demandées q_d	4,75	3,75	3,25	2,25

Nous avons supposé, suivant certains économistes, que :

1°) La fonction d'offre est une fonction affine du prix :

$$q_o = ap + b$$

Le tableau permet alors de déterminer a et b . On trouve :

$$q_o = 2p - 5$$

On voit que la valeur du modèle dépend, non seulement de l'analyse théorique sous-jacente, mais aussi du matériel statistique disponible.

Intérêts "pédagogiques" mathématiques :

. recherche des coefficients "a" et "b" à partir de deux couples de données : (3;1) et (5;5) par exemple.

. vérification que "a" et "b" sont les mêmes si on choisit d'autres couples, par exemple (7;3,25) et (11;2,25).

2°) La fonction de demande est une fonction affine du prix :

$$q_d = -\frac{p}{2} + 6,25$$

On recherche alors la situation d'équilibre qui correspond à $q_d = q_o$.

— soit par la résolution d'un système de deux équations à deux inconnues ;

— soit graphiquement.

On trouve :

$$p = 4,5 \quad ; \quad q_d = q_o = 4$$

Deuxième étape

Le gouvernement décide d'imposer aux producteurs une taxe t fixe par kilo. On fait les hypothèses économiques suivantes :

— la fonction de demande est la même ;

— l'offre sur le marché reste invariable.

Quelle est alors la nouvelle forme de la fonction d'offre q'_o ?

On utilise alors le tableau suivant :

$p' = p + t$	$3 + t$	$5 + t$	$6 + t$	$8 + t$
q'_0	1	5	7	11

On trouve :

$$q'_0 = 2(p' - t) - 5$$

La fonction de demande des consommateurs restant inchangée :

$$q'_d = -\frac{p'}{2} + 6,25 ,$$

on peut calculer le nouveau prix d'équilibre qui s'établit sur le marché.

Application numérique : on suppose $t = 0,5$ et on trouve le nouveau prix d'équilibre : $p = 4,9$ F / kilo.

On peut en déduire le montant de la charge fiscale réellement supportée par les consommateurs et celui qui est assumé par les producteurs.

1.B) Problèmes de rendement introduisant des fonctions affines et des pourcentages ⁽²⁾.

— Un ouvrier est payé 15 F pour décharger 1 m³ de terre, alors qu'un bulldozer coûtera 5 F par m³ auxquels on doit ajouter 5 000 F, coût du transport du bulldozer sur le chantier.

Le problème est de choisir, entre le travail manuel et celui de la machine, en vue d'un coût minimum.

Les élèves auront à rechercher les inconnues et à mettre en forme mathématiquement le problème.

On obtient alors, x étant le nombre de m³ de terre, y le coût du travail en francs, pour l'ouvrier $y = 15x$ et pour le bulldozer $y = 5x + 5\,000$.

La machine sera donc utilisée si $x \geq 500$ (résolution d'une inéquation).

(2) La mathématique dans la gestion : Battersby (OCDL).

— L'entrepreneur juge que le travail de l'ouvrier peut augmenter de 20 %. On obtient alors le coût du travail manuel

$$y = \frac{15}{1,2} x$$

Il est intéressant alors pour l'entrepreneur d'utiliser un bulldozer si $x \geq 667$.

On vérifiera que, dans ces conditions, le rendement de l'entrepreneur a augmenté de 33 % !

I.C) Fonctions en escalier — Fonctions affines par morceaux

Etudier la fonction de production ainsi définie pour une industrie :

Production	Charges fixes
$x \leq 40\,000$	200 000
$40\,000 < x \leq 60\,000$	250 000
$60\,000 < x \leq 80\,000$	280 000

Production	Charges variables
$x \leq 30\,000$	$5x$
$30\,000 < x \leq 50\,000$	$7,5x - 75\,000$
$50\,000 < x \leq 80\,000$	$0,000\,12\,x^2$

II — Introduction à la notion de matrices

III — Programmation linéaire ⁽³⁾

La programmation linéaire est très utilisée pour maximiser une fonction (bénéfice, chiffre d'affaires) ou minimiser une fonction (coût de transport ...), et donne une application intéressante des résolutions graphiques d'inéquations.

(3) La recherche opérationnelle, Faure (p. 21) (PUF).
Mathématique Seconde C, Vissio (p. 435) (Delagrave).

IV — Essai de calcul d'un indice des prix

Intérêt en économie : faire prendre conscience aux élèves de la notion d'indice des prix dont ils entendent souvent parler, en leur faisant construire eux-mêmes un indice.

En mathématiques : recueil de données statistiques, étude d'une moyenne pondérée, notion de barycentre.

Les problèmes que l'on se pose sont les suivants :
Comment définir la taille de l'échantillon — les différentes dates où les prix seront relevés et le mois de référence — le choix du secteur géographique et les types de commerçants — les coefficients de pondération.

Pour simplifier la tâche des élèves et la nôtre, nous avons traité l'exemple suivant.

On choisit deux produits de consommation courante (ici : le Nescafé (Produit 1) et la bouteille de maxi-Vittel (Produit 2)).

Chaque élève de la classe relève dans un magasin donné le prix de ces deux produits à date fixée.

En faisant la moyenne des prix relevés par les élèves, on établit un prix moyen pour chaque produit, pour chaque mois : (P_{n_1} désigne le prix en novembre du produit 1)

	octobre	novembre	etc ...
Produit 1	P_{o_1}	P_{n_1}	
Produit 2	P_{o_2}	P_{n_2}	

A partir de ces résultats, on peut déterminer un indice pour le produit 1 au mois de novembre (référence octobre) :

$$i_1 = \frac{P_{n_1}}{P_{o_1}} \times 100$$

Pour le calcul de l'indice global, on peut considérer une pondération déterminée par les hypothèses suivantes : on suppose qu'une famille consomme par mois une bouteille de Nescafé et 30 bouteilles de Maxi-Vittel.

$$i = \frac{30 P_{n_2} + P_{n_1}}{30 P_{o_2} + P_{o_1}} \times 100$$

On pourra montrer que $i \neq i_1 + i_2$.

Ceci n'est qu'un modèle très schématique de ce qui peut être fait dans une classe au sujet de l'indice des prix ; certains professeurs du groupe ont l'intention de choisir une quinzaine de produits (alimentaires et habillements) et de travailler éventuellement à partir de documents de l'I.N.S.E.E.

Comme il a été dit au début, des discussions plus générales ont été abordées. Le professeur d'économie a précisé le programme de Seconde en économie : démographie, besoins et consommation (problèmes d'établissement de prix ; étude de marchés), travail et activités. Pour tout cela, le professeur a besoin de la notion de pourcentage ; or, d'après elle, à l'entrée en Seconde les pourcentages sont inconnus des élèves ; voilà donc une question sur laquelle les professeurs de mathématiques devraient insister dans le premier cycle.

Nous nous sommes posés, pour conclure, le problème général suivant : dans quelle mesure l'économie a-t-elle besoin des mathématiques ?

Certains pensent que, quels que soient les choix des variables économiques et quels que soient les modèles de liaisons entre ces variables, envisagés par les économistes, il est très souvent possible de leur donner une forme mathématique (courbe d'offre et de demande, courbe de coût et de recettes moyennes et marginales, détermination de l'équilibre du marché ou de la forme, concept d'élasticité, traitement des séries de données chronologiques, programmation linéaire). Dans les cas où cela ne paraît pas encore possible, on peut imaginer une adaptation des mathématiques à l'économie ou même l'invention d'une mathématique nouvelle.

Au contraire, d'autres pensent que souvent un modèle mathématique donne seulement un habillage scientifique et impressionnant pour le lecteur ou l'auditeur et permet de lui faire accepter des modèles dont les hypothèses de départ n'ont pas été discutées.

Ils pensent aussi que certains phénomènes économiques et sociaux sont imprévisibles et demandent par exemple "Comment mathématiser le phénomène récent de LIP ? " (4).

(4) Les défenseurs de ces dernières idées ne m'ayant pas envoyé, comme nous l'avions convenu ensemble, leur compte rendu, j'espère ne pas trop déformer leur pensée !

La discussion fut très animée, mais il n'y eut pas de conclusion.

Après la récente remise des Prix Nobel d'Economie à un mathématicien et à un physicien de formation, le problème reste ouvert.

Groupe D 2 :

Physique, chimie et mathématiques dans le second cycle

Compte rendu de M. COLLETTE (Sciences Physiques - Orléans)

Le sujet pouvait sembler explosif étant donné les antécédents historiques récents des relations entre physiciens et mathématiciens (cf les vecteurs) mais on a pu constater que, de ce côté-là, bien des difficultés étaient aplanies même si le vocabulaire n'est pas encore tout à fait commun. L'atelier fut l'un des plus nombreux (30 à 40 personnes environ, dont une bonne dizaine de physiciens) ; sur les quatre séances, deux rassemblèrent l'ensemble des participants et deux autres furent consacrées à des travaux en deux sous-groupes (d'ailleurs fort inégaux en nombre). Les questions abordées furent trop nombreuses pour le temps imparti et nous nous bornerons à énoncer le contenu des séances et à évoquer les principaux thèmes abordés pendant les discussions qui suivirent.

Dès la première séance plénière, notre collègue Hulin, professeur de physique à Paris VII, membre de la Commission de Rénovation des Sciences Physiques dite Commission Lagarrigue, invité par Colmez, responsable de l'atelier, expose le contenu des futurs programmes de physique.

Rappelons brièvement qu'il s'agit :

- au niveau de la classe de Seconde :
 - de mécanique,
 - d'électronique ;
- au niveau de la Première :
 - de mécanique,
 - de théorie cinétique des gaz,
 - de phénomènes vibratoires (avec aussi peu de mathématiques que possible) ;

- au niveau de la classe Terminale :
 - de mécanique,
 - d'électromagnétisme...

Hulin précise qu'on ne s'occupera que des phénomènes linéaires — linéarité que l'on postulera d'ailleurs (les phénomènes non linéaires sont considérés comme hors programme — exemple : la caractéristique de la diode).

L'analyse qui suit cet exposé permet de mettre en évidence un certain nombre de points sujets à discussion. L'assemblée décide de se scinder en deux sous-groupes, chacun étant chargé de traiter plusieurs des points suivants (sans intersection commune si possible) :

- les vecteurs ;
- rotations et angles, traitement des phénomènes vibratoires (Première) ;
- la dérivée en mécanique (Seconde et Première) ;
- exponentielle complexe (représentations des fonctions trigonométriques pour l'étude des phénomènes vibratoires) et équations différentielles (en Terminale).

• Sur les "vecteurs", Colmez a le souci d'exposer un modèle mathématiquement correct pour arriver à mettre en place la notion d'espace vectoriel (de dimension 1) et termine par "vecteurs polaires" et "vecteurs axiaux".

Les questions suivantes sont soulevées :

- 1) le problème des unités (changement de base),
- 2) le problème des flèches,
- 3) la géométrie de l'espace physique : l'élève va-t-il percevoir le même espace en mathématique et en physique ? (exemple : le calcul de "la résultante" — mot à bannir d'ailleurs : il faut conserver *somme géométrique* ou *vectorielle*).

Quelle synthèse l'élève fait-il ? Ne faut-il pas repenser l'apprentissage de la géométrie en Quatrième et Troisième ?

Des collègues de Montpellier présentent des documents de base réalisés par l'IREM de leur ville dans le cadre de la formation des professeurs de sciences physiques ; le chapitre relatif au produit vectoriel est abordé. Les mêmes questions que ci-dessus réapparaissent d'ailleurs, ainsi que le problème des repères, de l'introduction des opérateurs, .. et de la règle à calcul.

• Dans le deuxième sous-groupe, une grande partie du temps a été consacré à l'étude des phénomènes de propagation et des phénomènes vibratoires (en se référant au document Colmez-Moreau élaboré dans le cadre de la recherche INRDP — IREM sur la coordination des enseignements de Mathématiques et de Physique) ; et la possibilité d'éviter un emploi prématuré des fonctions trigonométriques.

• Sur les autres sujets abordés (nombres complexes, dérivées, équations différentielles), il a été constaté que les outils mathématiques utilisés en physique peuvent être pris à temps, et qu'il peut même y avoir une démarche dialectique : c'est une affaire de coordination des enseignements, donc une affaire d'équipe de professeurs.

• La dernière séance plénière est consacrée à un échange avec notre collègue Charlot, professeur de Sciences Physiques à Dreux, où il expérimente les nouveaux programmes. Rappelons les principaux points abordés :

1) la notion de vitesse est traitée graphiquement (le physicien est effrayé à la pensée qu'on pourrait mettre une flèche sur le temps !), ce qui cache la dérivation ;

2) la propagation des signaux (sans fonctions sinusoïdales) est introduite également graphiquement ;

3) la notion de force (à partir de la quantité de mouvement).

La relation $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ et le cheminement qui y mène (à partir des vecteurs déplacement, vitesse, quantité de mouvement $\vec{p}$) avait soulevé la remarque : "C'est des mathématiques, pas de la physique".

Hulin a répondu qu'outre la nécessité d'une démarche serrée, le physicien devait réinterpréter cette relation au point de vue de la physique.

• Il n'était pas question en si peu de temps de résoudre tous les problèmes et certains seront déçus de n'avoir pu avancer sur des points précis.

Un certain nombre de problèmes fondamentaux ont été cernés et chacun est clairement invité maintenant à essayer de s'attaquer à leur résolution.

L'objectif principal a été d'exposer certaines difficultés des physiciens à partir des futurs programmes de la Commission Lagarrigue et d'essayer de donner, dans un premier temps, des solutions mathématiquement rigoureuses sur le plan méthodologique... pour le professeur de mathématiques. Le temps a manqué pour approfondir le point de vue du professeur de physique et pour se placer au niveau de l'élève.

Groupes D 3 - F 3

Economie et mathématique

Compte rendu rédigé par P. L. HENNEQUIN d'après les notes de L. M. BONNEVAL

Compte tenu

- a) du faible effectif du groupe F3,
- b) du fait que les deux groupes comprenaient à la fois des professeurs de B et des professeurs de G,
- c) de l'absence de Madame Varloot le vendredi,

les deux groupes ont décidé de se réunir pour les quatre séances de travail.

Liste des membres

Groupe D3

Animateur économiste : VARLOOT Marie-José, Lycée de Sèvres (92)

Animateur mathématicien : HENNEQUIN Paul-Louis, Université de Clermont

BEAULANDE Emile, Lycée B. Franklin, 45000 Orléans

BECANE Daniel, Lycée de Vendôme, 41100

BONNEVAL Louis-Marie, Lycée Saint Exupéry, 52100 Saint-Dizier

BOUTONNET Suzanne, Lycée de Filles, Belfort

BRUNEL Alain, L.E.M. Pierre et Marie Curie, Chateauroux

CONNES André, Lycée Cl. Marot, 46000 Cahors

DEGUET Gilles, Lycée Dessaignes, Blois

DRAHEMIA Janine, Lycée La Fontaine, 75016 Paris
 FREDON Daniel, I.R.E.M., 87100 Limoges
 GRIFFON Annick, 6, promenade Mona Lisa, 78000
 Versailles
 LE BRETON Danielle, Lycée Récamier, Lyon
 LECLERF Josette, Lycée de Garçons, Belfort
 LEVEILLEY Michel, Lycée Bréguigny, 35000 Rennes
 MAILHOS Line, I.R.E.M., Université Paul Sabatier, 31400
 Toulouse
 MARIA José, Lycée Estienne d'Orves, 06000 Nice
 MASSON Nicole, Lycée Giraudoux, Chateauroux
 PERDON Christiane, Lycée Boulogne-Billancourt
 ROUSSEL Jacqueline, Lycée Jules Ferry, 77 bd de Clichy,
 75009 Paris
 THERIUS Serge, Retraité, 57 rue David, 51100 Reims
 WIRRMANN Geneviève, Lycée Koeberlé, 67600 Sélestat

Groupe F3

Animateur économiste : GROSJEAN André, Lycée Calmette,
 Nice
 Animateur mathématicien : MERIGOT Michel, I.R.E.M.,
 Nice
 BROUSSEAU Guy, I.R.E.M., Université de Bordeaux I
 LEDOUX Françoise, Lycée Grandmont, 37000 Tours
 RODRIGUEZ Nicole, Lycée Colbert, 27 rue Chateaulaudon,
 75010 Paris
 ROLAND Jean-Pierre, Lycée Choiseul, Tours
 VALLET Raymond, C.E.S. Le Ferronay, 50130 Octeville
 SAPIN Jacky, I.U.T., Poitiers

La première séance est consacrée à une présentation des membres et à l'établissement d'un programme de travail.

Il apparaît que la commission se compose, outre les animateurs,

- a) de professeurs de mathématiques enseignant dans les sections B et G et qui cherchent à coordonner leur enseignement avec celui des économistes ;
- b) de professeurs de mathématiques de section C qui cherchent des applications motivantes pour leurs cours ;

- c) de mathématiciens ayant suivi ou donné des cours en licence de sciences économiques.

La commission décide de travailler d'après le programme suivant :

- I. Etude d'un certain nombre de *mots-clefs* indispensables à l'économiste dans son enseignement et qu'il considère comme du domaine des mathématiques.
- II. Etude des techniques mathématiques nécessaires à l'économiste.
- III. Etablissement d'un tableau précisant
 - a) ce que l'économiste attend du mathématicien
 - b) ce que fait le mathématicien et qui pourrait intéresser l'économiste.
- IV. Etude de textes d'examen.
- V. Etablissement d'une bibliographie.

Bien entendu, le groupe ne prétend pas épuiser le sujet en trois séances, mais plutôt suggérer à des équipes régionales des directions possibles de travail.

*
* *

I. Etude de mots-clefs

1 — *Taux - pourcentages*

Problème de formulation : c'est souvent très flou : pourcentage de quoi ? Notion mal comprise par les élèves et par tout le monde, alors qu'elle est constamment employée par les médias.

En économie, la notion de *coefficient d'élasticité* permettrait un travail interdisciplinaire entre mathématiques et économie : c'est un rapport de pourcentages. Pour l'économiste, c'est l'aspect *économique* qui est important, mais il y a très souvent des blocages d'ordre mathématique. En démographie également (Seconde).

Pour un économiste, un pourcentage est-il toujours entier, ou comporte-t-il des décimales ? Il y a parfois des décimales. Alors, pourquoi conserver le rapport à 100 ? Se représente-t-on mieux une échelle de 1 à 100 ? N'est-ce pas une difficulté pour les enfants ?

En Quatrième, on introduit les décimaux, mais on ne parle pas de pourcentages. L'enfant en entend parler en Sixième (géographie).

Est-ce le rôle du professeur de mathématiques d'en parler, ou est-ce à l'économiste (au géographe, au biologiste ...) ?

Le problème est de définir à un moment ou à un autre les expressions : *augmenter* de ... %, *diminuer* de ... %, ainsi que toutes les locutions courantes où figure un pourcentage.

2 — Indice

Pour les économistes, c'est un *rapport* entre valeurs d'une quantité à une date initiale et à une date finale. En général il est multiplié par 100, et se présente sous forme d'un *nombre entier*.

Ces formulations engendrent des difficultés : le point de départ peut être 100 pour deux pays, sans qu'ils partent du même point. Cette notation est-elle maladroite ?

Quelles manipulations fait-on faire aux élèves là-dessus ? On leur donne des "chiffres", il leur faut les traduire en termes d'indices (formule $\frac{P}{P_0} \times 100$). On ne fait pas de moyenne pondérée (on se contente de donner la formule).

Or, les enfants ne savent plus calculer (??). Les divisions sont mal acquises.

Il s'agit d'une contrainte sociale : tout le monde économique utilise ce langage. Il est donc nécessaire de l'imposer aux enfants.

N.B. On trouve un chapitre sur les indices dans "Initiation à la Statistique" de Guerber et Hennequin (édité par l'A.P.M.).

3 — Mesure

Les économistes parlent-ils de difficulté des mesures économiques, d'erreurs, de relativité d'une mesure ?

Par exemple, dans la mesure d'un taux de croissance, il s'agit d'insuffisance du modèle, plutôt que d'erreur de mesure.

Les économistes ne font pas de calcul d'erreur : ils en restent au niveau qualitatif, sauf dans certains cas spécialisés. En micro-économie ce serait possible ; en macro-économie, cela paraît impossible.

Exemple : on évalue qu'un recensement comporte une marge d'erreur d'environ 500 000.

Pour évaluer une erreur, il faut faire des hypothèses d'invariance, des extrapolations.

Les élèves ont effectivement à faire des mesures.

4 — *Modèle, fonction*

Traduction mathématique des données économiques : représentation mathématique : fonctions.

Les économistes ont parfois besoin des fonctions de deux variables, qui ne sont pas étudiées en mathématiques.

Le mot *fonction* a à peu près le même sens en mathématiques et en économie.

En général, on interpole une série de mesures discrètes par une fonction continue dérivable.

On apprend aux élèves les *techniques d'ajustement linéaire* (méthode des moindres carrés, très utilisée en pratique pour les problèmes de prévision, de tendance).

Ces méthodes sont d'ailleurs utilisées en physique.

Ce serait au mathématicien de le faire (c'est le cas en Terminale G2 - G3, mais c'est très mal fait, sans motivation et sans machine).

5 — *Marginal, dérivée*

A partir d'un tableau de mesures, on calcule $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ pour Δx petit (en général 1, petit par rapport à 10 000).

L'économiste parle beaucoup de *coût marginal*, mais n'a pas l'impression de faire de mathématiques.

Marginal : c'est ce qui s'ajoute en plus.

Toute la gestion théorique est fondée sur la théorie marginaliste. Les limitations de cette théorie sont une question de validité de l'approximation de la dérivée.

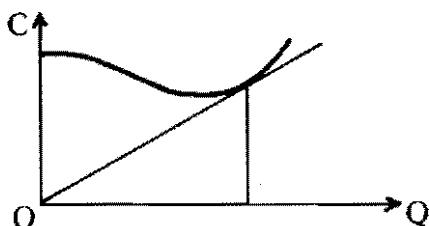
Si $C(Q)$ désigne le coût en fonction de la quantité :

$$C_n(Q) = \frac{C(Q)}{Q}$$

est appelé coût *moyen* et la dérivée de $C(Q)$, $C'(Q)$: *coût marginal*.

Le coût moyen est minimal si $C'_n(Q)$ est nul, c'est-à-dire si

$$C'(Q) = \frac{C(Q)}{Q} = C_n(Q)$$



(cf. TINTNER : "Mathématiques pour les économistes" (Dunod))

6 — Corrélation

Les économistes en parlent : d'abord au niveau qualitatif, puis en essayant de la chiffrer. Il y a la "corrélation fonctionnelle", le "coefficient de corrélation linéaire".

On peut trouver des corrélations élevées en sachant présenter le problème.

Un problème de vocabulaire : pourquoi parle-t-on de corrélation "étroite" pour indiquer que la corrélation est grande ?

II. Techniques mathématiques utilisables en économie

1 — Tables numériques

Logarithmes : l'utilisation en est rare.

Il y a d'autres tables (cf. Laborde, chez Dunod) ; mais l'économiste n'utilise pas de fonctions usuelles explicitées, donc n'a pas besoin de ces tables.

Tableaux de nombres, interpolation : en fait, il y a peu de calculs à faire.

Règle à calcul : pour calculer les pourcentages, on utilise plutôt les machines.

Les élèves de Première B continueront-ils après le Baccalauréat ? Rarement, semble-t-il (18 %). La section B prépare mal aux études longues d'économie. C'est qu'on met en B les faibles en

mathématiques (ce qui pose le problème de l'orientation, et de l'existence même de la section B).

Quel niveau mathématique les économistes attendent-ils de leurs élèves ? Il s'agit moins de connaissances que d'attitude logique, de "sympathie" pour les chiffres, de la notion de "relatif" (pourcentages). En France, à la différence des pays anglo-saxons, l'économie reste très littéraire.

2 — Représentation graphique

Quand apprend-on le passage d'un tableau de nombres à une courbe ? Pas en Troisième ; en Seconde, l'économiste y passe beaucoup de temps. Pourtant, en Sixième, il y a des exercices de ce type, et même en CM1-CM2. Ensuite, c'est négligé. Les représentations graphiques ne sont pas maîtrisées de façon commode.

En économie, on n'utilise pas seulement les coordonnées cartésiennes. Il ne s'agit pas de rejeter sur le professeur de mathématiques l'apprentissage des techniques utiles. Le problème est que les élèves de Seconde ne savent pas utiliser ce qu'ils savent.

La situation progresse entre Seconde et Terminale : ils arrivent à interpréter les graphiques.

Savoir lire un graphique : il y a pour le mathématicien tout un travail de manipulation à faire (pour une fonction croissante, la courbe monte vers la droite, etc...).

Une suggestion : proposer aux élèves de faire "mentir les statistiques", en jouant sur les représentations ; ou de comparer les journaux d'opinions diverses.

Peut-être y a-t-il, chez les matheux, une tendance au purisme ; pas chez les économistes, en section B.

3 — Programmation linéaire

Il s'agit d'optimiser une fonction (linéaire) en respectant certaines contraintes (linéaires).

Les économistes s'en servent plus en G2-G3 qu'en B. (Deux variables, plusieurs contraintes, résolution graphique). En mathématiques, cela peut se faire en Seconde et même en Troisième, à titre d'exemple.

4 — Calcul matriciel

L'économiste ne s'en sert pas dans le secondaire (sauf peut-

être : matrice de production, matrice d'affectation, matrices de Léontieff).

Les matrices sont au programme de Première : les utilisateurs n'ont pas l'habitude de les employer en Première.

Est-il possible d'illustrer toutes les notions mathématiques par l'économie ? Inversement, l'économiste sent-il que tous ses élèves ont à leur disposition les outils mathématiques nécessaires ?

Réponse à la première question : non (trigonométrie en Première B !)

Réponse à la deuxième question : non (cf. plus haut).

5 — Graphes

Notion intéressante, simple, formatrice ; et pourtant elle n'est nulle part au programme.

Les économistes s'en servent en G (méthode PERT).

Sections G_1 : techniques administratives (secrétariat...)

G_2 : techniques de gestion (comptabilité...)

G_3 : techniques commerciales (vente...)

Les différences d'épreuve sont les études de cas (et les mathématiques sont inexistantes en G_1) (cf. Kaufmann : "Des points et des flèches").

6 — Probabilités - Statistiques

Les élèves de B se sentent obligés d'en faire (questions fréquentes au Baccalauréat) ; ils trouvent cela abstrait. Le problème est d'abord chez les professeurs de Mathématiques, en général peu formés.

Suggestion : pour les sujets de Baccalauréat, associer les professeurs d'économie à la confection des sujets de mathématiques (et réciproquement).

En économie (G_3) : moyenne, écarts-types. On a essentiellement besoin de statistique descriptive (que souvent on néglige et qui n'existe plus en Seconde).

Les économistes ont-ils besoin de techniques d'analyse des données ? En fait, ils utilisent le tableau final, sans se préoccuper de la façon dont il est fait.

III. Tableau

Ce que souhaite l'économiste		Ce que fait le professeur de Mathématiques
Economie	Mathématiques	
<i>Seconde (AB)</i> Démographie Budget des ménages	Calculs de pourcentages, d'indices Représentations graphiques Suites arithmétiques et géométriques Equation du second degré	Réels, calculs approchés, puissances, fonctions affines, linéaires, $x \mapsto x^2 ; x \mapsto \frac{a}{x} ; n \mapsto a^n$ Equations du second degré. Espaces vectoriels : totalement inutile pour les B ou du moins leur présentation axiomatique (en fait, la linéarité est présente partout, et les matrices peuvent s'introduire). (Cela servira éventuellement en Faculté). Pourquoi ne pas faire, par exemple, les graphes à la place des espaces vectoriels ? (De plus, il ne faut pas ignorer la possibilité de passer de Deuxième AB en Première D).
<i>Première (B) Economie nationale</i> Franc constant Franc courant Fonctions de production Ajustement Multiplicateur Accélérateur Terminale Croissance des grands pays Mécanisme de la croissance	Indices Intérêts composés Coût marginal Changement de repère Dérivées 1ère et 2ème Suite géométrique Taux de croissance Graphiques Suites récurrentes Papier semi-logarithmique	Fonctions, dérivées, limites Applications linéaires Le programme de Terminale pose moins de problèmes : fonctions, intégrales (courbes cumulatives, ...), probabilités ; passage du marginal au global

IV. Etude des épreuves de Baccalauréat

Premier exemple : Baccalauréat de technicien, série G3 (1974)

Etude de cas

PREMIERE PARTIE

I — La société anonyme Durandal est grossiste en outils et appareils de jardinage.

Elle a réalisé en 1973 un chiffre d'affaires hors taxes de 370 800 F sur les brouettes.

Son stock de brouettes au 31 décembre 1972 était évalué à 83 778 F et au 31 décembre 1973 à 118 926 F.

1°/ Sachant que le taux de marque pratiqué par l'entreprise sur les brouettes est de 18 %, calculer le taux de rotation du stock et donner sa signification.

2°/ Quels seraient les avantages d'une rotation plus rapide :

- a) sur le plan du financement initial du stock,
- b) sur le plan de la trésorerie de l'entreprise ?

II — L'entreprise Durandal envisage pour 1974 la vente de 15 000 appareils pulvérisateurs manuels de jardin.

La passation de chaque commande et sa réalisation lui coûte 600 F et le coût du stockage d'un appareil est évalué à 0,008 F par jour (1 an = 360 jours).

1°/ Sachant que le nombre de commandes annuelles est un nombre entier, compris entre 1 et 12 inclus, présenter dans un tableau :

- a) le coût du stockage ;
- b) le coût de passation des commandes ;
- c) le coût total lié à l'approvisionnement.

2°/ Déterminer le nombre de commandes correspondant pour l'entreprise au moindre coût total.

I : taux de marque = bénéfice/prix de vente (avec taxe ou hors taxe ?)

II : il s'agit de chercher le minimum d'un nombre fini de nombres.

Dans le I, 2°) on demande "les avantages d'une rotation plus rapide" : il s'agit de qualitatif, mais on demande de s'appuyer sur des chiffres.

DEUXIEME PARTIE

La société Durandal a pour client Monsieur TRINGLET, quincaillier unique à Saint-Michin, localité de 3 500 habitants, située sur une grande route menant, à 10 km de là environ, à une grande agglomération (environ 100 000 habitants), autour de laquelle sont prévues plusieurs implantations industrielles et commerciales qui viendront s'ajouter aux activités existant déjà.

M. TRINGLET, âgé d'une quarantaine d'années, a repris le magasin tenu auparavant par son père dans un contexte essentiellement rural. Il a dû déjà, pour faire face aux nouvelles implantations résidentielles (pavillons, immeubles ...) entre la ville et Saint-Michin, ajouter à son activité traditionnelle en déclin la vente d'appareils ménagers et électro-ménagers.

M. TRINGLET vous demande d'analyser son activité récente, d'établir des prévisions et de lui fournir des éléments qui lui permettront de décider de l'extension de son commerce.

I — Les chiffres d'affaires des six dernières années sont les suivants :

1968	1969	1970	1971	1972	1973
290 000	325 000	350 000	345 000	360 000	370 000

1°/ Déterminer l'équation de la droite des moindres carrés ajustant le chiffre d'affaires sur les six années et représenter sur un graphique le chiffre d'affaires de chaque année et la droite d'ajustement.

2°/ A l'aide de cet ajustement, établir la prévision de chiffre d'affaires pour 1974 (calcul et graphique) et pour chaque trimestre de 1974, sachant que l'activité commerciale de M. TRINGLET est exprimée par les coefficients suivants :

1er trimestre	0,6
2ème trimestre	1,1
3ème trimestre	0,8
4ème trimestre	1,5
	4,0

3°/ Le quincaillier considère que ses charges fixes étaient en 1973 de 81 900 F (on admet qu'en 1974 la structure commerciale de la quincaillerie TRINGLET sera la même qu'en 1973, et que ces charges fixes sont engagées dès le début de l'année).

Les charges variables représentent en moyenne 60 % du chiffre d'affaires.

a) Présenter dans un tableau le montant cumulé (trimestre par trimestre) du chiffre d'affaires, des charges variables et des charges totales que l'on peut prévoir pour 1974.

Dégager le résultat d'exploitation en fin de chaque trimestre.

b) Construire un graphique représentant en fonction du temps (les quatre trimestres de 1974) le chiffre d'affaires cumulé et les charges totales cumulées.

c) Faire apparaître sur ce graphique le montant et la date du seuil de rentabilité (point mort) pour 1974.

d) Retrouver ce point mort par le calcul.

II — M. TRINGLET, voyant augmenter de façon très rapide la population de sa localité et des environs (personnes travaillant à la grande ville proche) envisage d'élargir son champ d'activité en accroissant la taille de son rayon d'équipement ménager et en mettant sur pied un rayon bricolage et jardin pour l'instant très peu développé chez lui.

Il envisage trois possibilités :

Première possibilité : location d'un local nu dans un centre commercial dont l'ouverture avec hypermarché possédant un rayon bricolage et articles de jardin est prévue en juin 1974 à proximité du village (le centre commercial

appartiendra en totalité à la société créant l'hypermarché, celle-ci mettant en location vingt cinq points de vente qui constitueront une galerie marchande).

Deuxième possibilité : achat et mise en état de fonctionnement d'un local proche de son magasin actuel et placé sur la route menant à la grande ville (surface disponible 400 m²).

Troisième possibilité : extension et aménagement de son point actuel de vente grâce à un terrain dont il est propriétaire, attenant à sa maison et à son magasin et utilisé actuellement comme jardin (environ 500 m²). (Voir plan annexe).

M. TRINGLET demande que lui soit envoyé un rapport sur les points suivants :

- a) grandes lignes d'une étude lui permettant de connaître son marché actuel et futur pour les articles ménagers, de bricolage et de jardin, et de savoir si son projet est viable ;
- b) avantages et inconvénients de chacune des possibilités d'extension ;
- c) financement de son extension ;
- d) enfin, quel intérêt aurait-il à demander son affiliation à une chaîne volontaire de quincaillerie ?

N.B. — Les deux parties sont indépendantes et dans chaque partie, les deux paragraphes sont indépendants.

La deuxième partie est un exercice typique pour G3 ; l'épreuve est préparée en cours de "Bureau Commercial", matière qui nécessite une liaison avec les mathématiques. Mais la difficulté vient beaucoup plus du vocabulaire commercial que des mathématiques.

Dans le 3°, b) quelle représentation graphique attend-on des élèves : diagramme en bâton, interpolation linéaire, fonction en escalier ?

En pratique, on interpole linéairement (mais théoriquement on pourrait interpoler autrement).

Le sujet est très découpé, pour ne pas bloquer les élèves.

Deuxième exemple : Série G3 Techniques Commerciales — Académie de Limoges.

Monsieur DAVON, propriétaire d'un magasin de coiffure "Hommes et Dames" désire gérer d'une façon plus rationnelle son commerce.

PREMIER TRAVAIL : Analyse et prévision des ventes

Il possède les statistiques mensuelles de son chiffre d'affaires pour les années 1965 ; 66 ; 67 ; 68 (en centaines de francs).

Annexe n° 1

1°) Etablir le graphique de ces ventes en prévoyant la place pour les ventes de 1969. Commenter cette courbe.

2°) On admet que l'accroissement du chiffre d'affaires est de 250 F par mois et que la progression définie par la droite de tendance constitue une progression arithmétique.

Présenter cette droite sur le graphique précédent pour les années 1965 ; 66 ; 67 et 68 (préciser avec les explications nécessaires le résultat pour décembre 1968).

3°) a - présenter dans un tableau pour chacune des années 1965 ; 66 ; 67 ; 68 les rapports mensuels suivants en pourcentages (sans décimale)

$$k = \frac{\text{ventes réelles}}{\text{ventes exprimées par la droite de tendance}}$$

b - représenter graphiquement ces rapports. Commenter. Cette courbe a-t-elle une relation avec la précédente ?

c - calculer la moyenne des rapports de chaque mois, exprimée en pourcentage

$$\text{ex : janvier} = \frac{\text{rapport janv. 65} + \text{rapport janv. 66} + \dots + \text{rapport janv. 68}}{4}$$

février : idem

d - avec ces moyennes, et les résultats de la droite de tendance, calculer le chiffre d'affaires prévisionnel pour 1969, mois par mois. Compléter le premier graphique.

DEUXIEME TRAVAIL : Etude de rentabilité des ventes

Monsieur DAVON voudrait savoir si en 1969, son commerce, avec le chiffre d'affaires prévu, sera rentable. Ses prévisions pour les charges sont les suivantes :

Annexe n° 2

Le stock initial et le stock final correspondent :

- aux produits utilisés par le coiffeur (shampoings, fixateurs, teintures ...)
- aux produits accessoires vendus par Monsieur DAVON (produits de beauté).

1°) Présenter le tableau final faisant apparaître :

- le prix de revient des marchandises vendues
- la marge sur coût variable
- le résultat d'exploitation

2°) Déterminer le point mort :

- par le calcul
- graphiquement .

TROISIEME TRAVAIL : Actions de promotions des ventes

1°) La conjoncture économique actuelle ne permet pas d'augmenter les prix de Monsieur DAVON (blocage des prix pour les prestataires de services) ; or, les objectifs à atteindre vont être difficilement réalisables sans effort particulier surtout pendant la morte saison.

Le magasin étant démodé et incommode, le propriétaire décide de procéder à un nouvel aménagement intérieur.

Donner un plan d'aménagement de ce magasin ; il n'est prévu qu'une caisse pour le salon "Dames" et le salon "Hommes" ; un sens de circulation est obligatoire.

(Cette question semble bien floue à un profane).

2°) Quelles actions de promotion des ventes pouvez-vous prévoir pour donner un nouvel élan à ce magasin ?

Le texte donnait en annexe :

1. le chiffre d'affaires
2. l'analyse des charges prévisionnelles
3. les détails du magasin

Qu'attendons-nous d'une telle épreuve ? que les élèves refassent ce qu'on leur a appris. C'est vrai dans toutes les disciplines, et cela remet en cause tout l'appareil de jugement : on juge les candidats sur leur conformisme.

Troisième exemple : Epreuve d'Economie de Terminale B : 4 heures, 2 sujets au choix :

1er sujet : étude précise ; 2ème sujet : général.

La tendance actuelle est de rapprocher le style des deux sujets. En Terminale, les professeurs d'économie évacuent les mathématiques, puisqu'il n'y en a pas besoin pour cette épreuve (on fait beaucoup plus de mathématiques en Première B).

BACCALAUREAT B				
Coefficients			Notes moyennes	
Oral	{	Français	3	10
		Mathématiques	3	éventail complet
		Economie	4	8,3
		Philosophie	2	8
		Langues Vivantes 1	3	} supérieure à 10
		Histoire-Géographie	3	
		Langues Vivantes 2	2	

Donc finalement ce sont les mathématiques qui font le tri.

Dans les épreuves orales, l'élève présente une liste, d'où en général les questions ayant un caractère mathématique sont systématiquement éliminées.

Exemple de 2ème sujet : Dakar, session normale de 1971

2ème sujet. — *M. Jacques WOLF écrit que "les pays sous-développés veulent une croissance rapide. Le taux doit être le plus élevé possible, compte tenu des ressources dont ils peuvent disposer. Cette croissance doit être continue, régulière et débarrassée de toutes fluctuations en hausse ou en baisse par trop importante. Enfin elle doit être équilibrée... Elle n'est plus acceptée mais elle est désirée... Elle n'est plus un fait, mais un droit. Elle ne constitue plus un résultat mais un objectif. Les pouvoirs publics doivent non seulement coordonner les forces en présence, mais réaliser une grande partie de cette croissance en y jouant le rôle principal".*

Partagez-vous cette opinion ? Quels sont alors les facteurs qui bloquent cette croissance économique des pays sous-développés ?

DOCUMENTS ANNEXES

I — Taux de croissance démographique des pays sous-développés

Périodes	Afrique	Asie	Amérique latine	Total	Ensemble des pays sous-développés
1900-1920					0,5
1920-1930	1,2	1,2	1,7	1,3	1,0
1930-1940	1,6	1,4	1,9	1,5	1,2
1940-1950	1,5	1,4	2,3	1,5	1,2
1950-1960	2,2	2,1	2,7	2,3	2,0
1960-1963	2,3	2,4	2,8	2,4	2,1
1963-1966	2,3	2,7	2,8	2,6	2,2

II — Taux de croissance annuel du P.I.B. par tête d'habitant de 1950 à 1967

Ensemble des P.S.D.	2,4	Moyen-Orient	3,4
Afrique	1,7	Pays développés	3,1
Asie du Sud	1,7	Amérique du Nord	2,1
Asie de l'Est	2,4	Europe Occidentale	3,7
Amérique latine	1,8	Autres pays développés	6,1

III — P.I.B. par tête d'habitant de 1950 à 1960

REGIONS	Montant en dollars		Taux d'accroissement annuel moyen en % (1950 - 60)
	1950	1960	
PAYS DEVELOPPES A ECONOMIE DE MARCHE	1 080	1 410	2,7
Amérique du Nord	2 340	2 718	1,5
Europe Occidentale	655	946	3,7
Japon	193	418	8,0
PAYS SOUS-DEVELOPPES A ECONOMIE DE MARCHE	106	130	2,2
Amérique latine	252	300	1,8
Afrique	93	113	1,9
Extrême-Orient	69	85	2,3
Asie Occidentale	164	214	2,7
Autres pays (pays européens attardés)	319	472	4,0

IV — Exportations agricoles de certains pays sous-développés

Pays	Exportations agricoles en % des exportations totales	Exportations de certains produits en % des exportations totales
Sénégal	89	arachide et huile 86
Côte d'Ivoire	85	café, cacao 79
Ghana	80	cacao 66
Nigeria	88	cacao, arachide, huile . 66
Mexique	59	coton, café 34
Brazil	90	café, cacao 64
Equateur	95	bananes, café, cacao . . 92
Ceylan	98	thé, caoutchouc 82
Thaïlande	80	riz, caoutchouc 66

V — Evolution des termes de l'échange par région base 100 en 1958

	1950	1960
Régions développées	96	104
Régions sous-développées	108	97
Afrique	103	94
Amérique latine	119	96
Zone sterling	122	100

VI — Le mouvement des capitaux

	1959		1960	
	Entrées nettes par dons et prêts publiés	Sorties nettes d'intérêts et dividendes	Entrées nettes par dons et prêts publiés	Sorties nettes d'intérêts et dividendes
Afrique	9,6 %	9,5 %	4,0 %	11,0 %
Amérique latine	10,8 %	15,2 %	13,9 %	15,6 %
Asie du Sud-Est	22,5 %	3,8 %	26,1 %	4,8 %
Moyen-Orient.	17,4 %	21,4 %	18,0 %	22,7 %

VII — Dette extérieure des pays sous-développés en millions de dollars

Dettes en cours	Total	Afrique	Asie de l'Est	Moyen-Orient	Amérique latine
1961	21 587	3 309	2 176	1 419	8 822
1962	25 942	4 042	2 816	1 667	10 207
1963	29 713	4 971	3 235	1 708	10 964
1964	33 175	5 517	3 744	1 880	11 720
1965	37 065	6 618	3 906	2 446	12 207
1966	41 046	7 379	4 395	2 740	12 895
1967	46 199	8 038	4 988	3 631	14 521
1968	47 542	7 952	5 630	3 643	14 754

VIII — Proportion d'illettrés dans la population âgés de 15 ans et plus

AFRIQUE	Niger (1960).	90,1 %
	Libéria (1960).	92,3 %
	Sénégal (1961).	94,4 %
	République Arabe Unie	80,5 %

AMERIQUE LATINE	Porto-Rico (1959).	19,4 %
	Mexique (1960).	34,8 %
	Brésil (1960).	39,4 %
	Bolivie (1950).	67,9 %
	Haïti (1950).	89,5 %

ASIE	Cambodge (1958).	69,2 %
	Inde (1961).	72,2 %
	Pakistan (1961).	81,2 %
	Japon (1960).	2,2 %

Les documents sont-ils suffisants ? L'élève doit-il en connaître d'autres ?

On lui demande :

- d'analyser les documents ;
- de faire intervenir ses autres connaissances ;
- d'énoncer une opinion.

Mais il est exclu de lui fournir des documents contradictoires.

Quel est le rôle de l'*idéologie* dans l'enseignement de l'économie ? C'est le drame : tout dépend du correcteur.

Les économistes parlent des systèmes capitalistes développés, sous-développés, socialistes, chinois.

Mais au-delà, il y a le problème idéologique de *quantifier* les activités humaines.

Principes (sujet sur le sous-développement) :

- étudier l'origine des tableaux ;
- aller du global au particulier ;
- trier les résultats essentiels ;
- interpréter les tendances.

En pratique, on n'utilise pas les outils statistiques pour analyser les tableaux.

Exemple :

catég. soc. éco. du père \ catég. soc. éco. du fils	agriculteurs	manoeuvres
agriculteurs	30,2	14
manoeuvres	0,8	...
.....	...	...
Total	100	100

Cela pourrait donner lieu à des problèmes de simulation, avec ordinateurs.

Exemple de sujet de dissertation (Centre d'Outre-Mer, 1974)

2ème sujet. — *L'investissement est considéré comme un facteur essentiel de la croissance économique.*

Essayez de montrer quelles sont les différentes contributions de l'investissement à la croissance.

Peut-on considérer qu'un taux d'investissement élevé est le signe d'une politique économique bien conduite ?

DOCUMENTS ANNEXES

I — La capacité productive

Keynes a concentré toute son attention sur les investissements, dont les variations constitueraient la variable explicative de base des fluctuations de l'activité économique. Cependant, il n'a pas déduit toutes les conséquences logiques de son propre schéma. Il s'est en effet borné à considérer les investissements comme un facteur créateur de revenu. Or, il n'existe pas d'investissements nets sans accumulation de capital, c'est-à-dire sans augmentation de capacité productive. Ainsi, si l'on veut définir les conditions d'équilibre, on ne peut pas admettre que la capacité productive soit immuable pendant la période considérée par l'analyse. Il faut analyser les investissements simultanément en tant que facteur générateur de revenu et créateur de capacité productive.

C. FURTADO,

Théorie du développement économique.

II — Choix consommation - investissement

Si l'on considère, non sans quelque raison, que le niveau de vie moyen sera directement lié au niveau de consommation, on est ainsi amené à choisir entre deux modes extrêmes et également mauvais de développement :

— Une croissance "spartiate" où l'on investit chaque année presque tout ce que l'on produit (à l'exception d'un minimum "calorique" de subsistance) dans l'espoir d'avoir plus tard un potentiel énorme de production et consommation.

— Une croissance "sybarite" où l'on consomme chaque année presque tout ce que l'on produit. Poussée à l'extrême, cette croissance devient d'ailleurs une décroissance car le potentiel se dégrade régulièrement.

In medio stat virtus, de sorte que l'un des choix économiques fondamentaux sera celui de l'arbitrage consommation - investissement, c'est-à-dire le choix du taux d'épargne national qui assurera un développement rapide sans pour autant réduire à la famine la population. Car il est bon de ne pas l'oublier, un pays très riche (par son niveau de production) peut être très pauvre (par son niveau de vie) s'il investit presque toutes ses richesses chaque année.

L. STOLERU

III — Le multiplicateur

Un accroissement de l'investissement ΔI_0 provoque un accroissement de l'activité ΔY_0 qui lui est bien supérieur, le rapport étant égal au multiplicateur :

$$\text{multiplicateur} = \frac{1}{1 - c}$$

Attention ! Cet effet n'a rien à voir avec l'effet productif de l'investissement où la production augmenterait du fait de l'introduction de nouvelles machines : nous n'avons pas du tout parlé ici de fonction de production tenant compte de cette amélioration. L'effet ci-dessus décrit est un effet d'équilibre à court terme : il est indifférent que la somme ΔI_0 correspondante soit utilisée pour construire une machine ultra moderne ou pour payer des gens à creuser des trous et à les reboucher.. Il est impossible de comprendre quoi que ce soit à la théorie keynésienne si l'on n'a pas présent à l'esprit le fait que la dite théorie décrit des équilibres instantanés et non point le rôle de l'investissement dans la croissance future.

L. STOLERU,

L'équilibre et la croissance économique.

IV — Progrès technique

On peut, avec Solow, faire l'hypothèse que le progrès technique a besoin pour faire sentir ses effets d'un "support matériel", c'est-à-dire d'un investissement nouveau permettant de mettre en oeuvre la nouvelle technique. Cela revient à dire en somme qu'il est inutile de découvrir les principes de la transmission des ondes si l'on n'a pas les moyens de construire des réseaux téléphoniques, et que cette même découverte ne peut en rien servir à un industriel s'il n'a pas les capitaux nécessaires à son raccordement aux dits réseaux : toute nouvelle technique exige de nouvelles machines donc un investissement.

L. STOLERU

V — Sous-développement

L'offre de capital est commandée par la capacité et la volonté d'épargne ; la demande de capital est commandée par les incitations à investir. Une relation de type circulaire existe des deux côtés du problème de la formation du capital dans les régions pauvres du monde.

Du côté de l'offre, il y a la faible capacité d'épargne qui résulte du bas niveau du revenu réel. Le faible revenu réel est lui-même un reflet de la faible productivité, qui résulte à son tour, pour une large part, du manque de capital. Ce manque de capital est le résultat de la faible capacité d'épargne et le cercle se trouve ainsi fermé.

Du côté de la demande l'incitation à investir peut être faible à cause du pouvoir d'achat réduit des gens, conséquence de la faiblesse de leur revenu réel, laquelle est de nouveau due à la faible productivité.

R NURKSE,

*Les problèmes de la formation du capital
dans les pays sous-développés.*

**VI — Utilisation de la P.I.B.
en % de la P.I.B. - Année 1969**

Pays	Consom- mation privée	Consom- mation publique	Formation brute de capital fixe	Variation des stocks	Solde extérieur
Allemagne Fédér.	55,4	15,6	24,3	2,2	+ 2,6
Etats-Unis	61,5	21,0	16,8	1,0	- 0,2
France	60,5	12,3	25,4	2,5	- 0,7
Grande-Bretagne.	63,2	18,1	17,5	0,7	- 0,5
Japon	50,8	8,2	35,1	4,2	+ 1,7

O.S.C.E.,
Statistiques de base de la communauté, 1970.

VII — Analyse du taux de croissance français 1949-1963

Taux de croissance annuel de la produc- tion intérieure brute.		5,1 %
Part de la main-d'oeuvre		
Emploi dans les branches	- 0,2 %	
Durée du travail	+ 0,1 %	
Qualité (âge et sexe).	+ 0,1 %	
Education.	+ 0,2 %	
Migrations agricoles	+ 0,4 %	
Contribution globale de la main-d'oeuvre. .		+ 0,6 %
Part au capital		
Accumulation de capital productif	+ 0,8 %	
Rajeunissement et qualité du capital.	+ 1,1 %	
Contribution globale du capital.		+ 1,9 %
Facteurs résiduels		+ 2,6 %

BERTHET, CARRE, DUBOIS, MALINVAUD.

**V. Documents permettant aux mathématiciens de s'initier à l'éco-
nomie**

**V. Documents permettant aux mathématiciens de s'initier à l'éco-
nomie**

Editeur

BORDAS

**Seconde, Première, Terminale
Initiation aux faits économiques et sociaux**

Collection

IBANES

SCODEL	La croissance et les systèmes économiques (Mactoux) + ... (catalogue)	CALLET
MASSON	Initiation aux faits économiques et sociaux	ANCIANT
FOUCHE	Economie générale (2 tomes) Première G (Parento et Mallarmé)	
DUNOD	L'enseignement programmé de l'INSEE Micro-économie, Macro-économie	INSEAD
DUNOD	Mathématiques pour les économistes (Tintner)	
PUF	Mathématiques pour les sciences sociales (4 tomes)	
DALLOZ	Mathématiques pour les sciences économiques (L. Guerber)	
RIBER	Cours du C.N.A.M. (Courtehoux)	

Groupe D 4 :

Mathématiques et géographie dans le second cycle

Rapporteur : Françoise PIROT (Géographe)

A l'heure actuelle, la géographie dans le secondaire est enseignée par des professeurs d'histoire et de géographie. Il s'ensuit que ceux-ci sont davantage historiens que géographes. Le groupe D4 aurait dû être animé par J. Zeitoun (Mathématicien) et F. Pirot (Géographe). Or, J. Zeitoun, ayant eu un empêchement de dernière minute, n'a pu être présent durant les journées. De ce fait, c'est F. Pirot qui a animé le groupe.

I — Vendredi matin

Après la présentation des participants qui étaient au nombre de 17, il s'est trouvé qu'il y avait 2 professeurs d'histoire et de géographie et 15 professeurs de mathématiques.

Pourquoi les professeurs de mathématiques étaient-ils "attirés" par la géographie ? D'une façon générale, ils sont intéressés par les cartes car celles-ci, pour être réalisées, demandent des connaissances mathématiques sur les projections.

Rapport entre les mathématiques et la géographie : est-ce les géographes qui doivent "aller" vers les mathématiciens ou l'inverse ? Cette question a permis de déboucher sur la présentation de l'enseignement de la géographie à l'Université. Depuis 1968, l'enseignement de la géographie est séparé de celui de l'histoire en ce sens que cette discipline n'est pas imposée dans le cursus de géographie. De plus, depuis 1971, la géographie est enseignée dans trois universités différentes. Dans l'une des trois (Paris VII), la géographie dite "quantitative" est enseignée à partir de l'année de licence.

II — Vendredi après-midi

Au cours de la table ronde, Francis Halbwachs avait posé plusieurs problèmes, entre autres : le rapport entre l'inductif et le déductif, le général et le particulier. Avant de commencer la séance de travail, F. Pirot a tenu, en tant que géographe, à préciser que ce genre de rapport était au centre des préoccupations des géographes.

En effet, jusqu'à une date récente, la démarche des géographes était soit inductive soit déductive, et maintenant, grâce à l'introduction des mathématiques, les deux démarches sont reliées. De plus, le géographe travaille bien souvent à deux niveaux à la fois : le général et le particulier, ceux-ci pouvant être parfois liés par l'intermédiaire des mathématiques.

Après ce bref exposé, il a été convenu de passer en revue les programmes de géographie et de mathématiques dans le second cycle pour trouver, éventuellement, comment pourrait s'établir le dialogue entre mathématiciens et géographes. Il s'avère que les statistiques, qui devraient être enseignées dans le second cycle et qui ne le sont pas, permettraient de montrer certains phénomènes géographiques simples :

III — Samedi après-midi

Durant cette séance, F. Pirot a présenté, à l'aide d'exemples, la façon dont les mathématiques sont employées en géographie dite "quantitative" dans le milieu universitaire. Notamment, les techniques d'analyse des données, dont la théorie mathématique repose sur les propriétés des espaces vectoriels, sont utilisées. De même, les propriétés des distances sont appliquées à des espaces géographiques pour rendre compte des liaisons qui existent entre les êtres géographiques telles que les villes.

IV — Dimanche matin

Après un bilan des jours précédents, bilan qui semblait être négatif au départ, et de nouvelles considérations sur l'enseignement des mathématiques et de la géographie dans le second cycle, il est apparu que certains thèmes étudiés en géographie, comme l'étude des courbes de températures, de précipitations, de la hauteur du soleil dans un espace géographique donné, pouvaient être assimilés par analogie aux types de fonctions traités dans le cours de mathématiques.

En définitive, le bilan est devenu positif et deux aspects positifs apparaissent :

— la géographie est vue sous un jour nouveau par certains professeurs de mathématiques ;

— deux expériences doivent être tentées dans deux lycées parisiens pour essayer de mettre en rapport l'enseignement des mathématiques et celui de la géographie.

En conclusion, je pense que les professeurs de mathématiques n'ont nullement besoin d'apprendre la géographie pour pouvoir dialoguer avec les professeurs de géographie ; par contre, ceux-ci devraient avoir un bagage minimum en mathématiques pour que les rapports entre les professeurs de mathématiques et de géographie puissent être facilités. A ce moment-là, c'est la formation des professeurs de géographie qui est remise en cause et par conséquent cela devient un problème géographique.

Groupe D 5 :

Informatique et mathématique

Compte rendu par J.P. DUVERGNE (Lycée Rabelais - Chinon)

I — Comme il était prévisible, le niveau d'information des participants sur l'informatique et son usage dans l'enseignement s'est révélé très hétérogène. Cette situation persistera tant qu'une formation de masse ne sera pas organisée à l'intention du plus grand nombre. Le groupe en a conclu qu'il serait sans doute dans la vocation des I.R.E.M. de systématiser une formation continue dans ce domaine où les besoins sont de plus en plus fortement ressentis.

II — Le groupe s'est donc tout de suite scindé en deux :

A — Ceux qui n'avaient aucune expérience et qui étaient venus là pour s'initier ont pu le faire avec l'aide d'un animateur et d'une H. P. 30 munie d'une table traçante.

B — Ceux qui pouvaient confronter leurs expériences et leurs points de vue sur l'informatique et l'enseignement.

Ce sous-groupe rassemblait une vingtaine de collègues, dont un Tunisien et deux Italiens. Les échanges de vues et d'informations ont été très larges et ont permis de faire connaître les principales actions entreprises en France (stages lourds, expériences IREM-INRDP) et leurs résultats en ce qui concerne la pédagogie des mathématiques.

Il apparaît, en effet, ce paradoxe que l'information circule mal entre les divers groupes d'expérimentateurs.

Une des trois séances a été consacrée au problème des erreurs d'arrondi en calcul automatique, avec un exposé du professeur Vignes (Paris VI).

Les autres discussions ont porté sur

- les clubs informatiques
- les classes de spéciales
- l'enseignement technique
- les applications concrètes des mathématiques
- l'interdisciplinarité
- l'usage des organigrammes et de la démarche algorithmique
- l'informatique sans ordinateur
- l'usage des tables traçantes
- les tables de décision.

Les anciens stagiaires "lourds" mathématiciens ont dénoncé le critère de productivité qui semble s'établir à leur rencontre ; à savoir, le nombre de programmes produits. Or il s'avère assez difficile de rester créatif dans le cadre strict des programmes (scolaires) et très souvent l'activité des professeurs de mathématiques se développe sur des aspects actuellement marginaux par rapport aux programmes, ou dans le cadre de groupes pluridisciplinaires.

III — Ces discussions ont amené le groupe à émettre quelques vœux :

- instauration de séance de T. D. à tous les niveaux ;

— création de véritables laboratoires de mathématique dès l'instant où le justifie la présence d'un matériel important, notamment un ordinateur, Mitra 15 ou T 1600 par exemple, et ceci avec un personnel de laboratoire permettant la mise en oeuvre rapide de ce matériel ;

— rédaction d'un numéro spécial du Bulletin, ou d'un ouvrage spécial APM, pour faire le point sur la question "Informatique et mathématique" en rassemblant le maximum d'informations éparses.

Groupe D 6 :

Expériences interdisciplinaires dans le second cycle

Animateurs : Michel ROUQUAIROL (Lycée de Meaux) (rapporteur)

Michèle CHOUCHAN (Lycée des Bruyères à Rouen)

Le groupe (professeurs du premier cycle, du second cycle, de l'enseignement technique long et court, de classes préparatoires) dispose de deux documents préalables :

— un exemple de travail interdisciplinaire (étude des limites en Terminale C) rédigé par le collègue de philosophie de l'équipe de Michel Rouquairol ;

— un document général sur le travail en Première/A et Terminale D au lycée des Bruyères et un compte rendu des activités mathématiques dans ces classes rédigé par Michèle Chouchan.

Un bref tour de table permet de constater que presque tous les collègues présents ont tenté ou veulent tenter des liaisons interdisciplinaires dans leur établissement. Mais comment sensibiliser d'autres collègues à ces questions ? Et, plus précisément, comment former une équipe et quels sont les problèmes de type administratif ou humain que l'on rencontre alors ?

Comment trouver le temps de chercher la documentation et les idées nécessaires ? Est-il utile d'avoir une formation sur les techniques de groupes ? Cela suffit-il pour éviter certains dangers

inhérents à un élargissement de la communication ? Doit-il y avoir une méthode d'enseignement unique commune à tous les collègues concernés ? Comment les élèves voient-ils ces liaisons de disciplines ? Parviennent-ils à une meilleure autonomie ?

Et enfin, quel rôle devons-nous jouer et faire jouer aux mathématiques ?

Beaucoup de questions que nous avons eu plus ou moins le temps d'approfondir mais qui débouchent sur un échange d'adresses permettant de prévoir une suite de documents à recevoir :

- un texte sur les distances,
- un texte sur le nombre d'or,
- un texte sur les résultats d'une enquête lancée parmi 200 élèves sur la façon dont ils voient leurs enseignants,
- des compléments aux données des Bruyères et de Meaux.

Première séance : Vendredi 9 h 30 ; 21 participants

6 collègues intéressés par la pluridisciplinarité viennent s'informer.

3 collègues ont tenté des démarches vers d'autres collègues de leur établissement :

- une fin de non-recevoir
- un essai à mettre au point
- un avenir prêt à s'organiser.

12 collègues ont travaillé en équipe avec d'autres collègues :

- 5 équipes de mathématiciens
- 2 tandems (math/physique, math/français)
- 5 équipes pluridisciplinaires.

Le climat de spontanéité et de cordialité qui s'est aussitôt créé dans le groupe a permis, dès le matin, de poser quelques questions principales. Voici les phrases qui ont soulevé ces questions :

- 1) "La géographie est tissée sur des mathématiques, elle n'est pas extirpée, elle n'est pas en dehors"

(Quand on connaît la mathématique, on peut formaliser des exemples de géographie, est-ce que le géographe est arrêté par la méconnaissance mathématique ?)

- 2) "Dès que je suis à l'IREM, j'ai envie de faire des recherches, je travaille avec une équipe, mais dans mon Lycée je n'ai ni le courage ni l'envie de faire quelque chose, je me sens isolé".

(Quelles sont les conditions de travail dans lesquelles on peut avoir l'envie et le courage d'être un animateur, un rassembleur ?)

- 3) "Je crains d'être rapidement *incompétent*"

(Que sais-je ?)

- 4) "Quel est le rôle qu'on joue dans une équipe de professeurs ?
Comment apprendre à faire travailler des élèves en groupes ? "

(Si un professeur a obtenu son titre pour enseigner d'une certaine façon une matière à des élèves, et si ce métier évolue, comment et par qui l'apprendre ?)

Deuxième séance : Vendredi 16 h 30 ; durée 2 h ; 31 participants

Michèle Chouchan expose le travail de l'équipe de Rouen.

La présence et les interventions des collègues de philosophie et de biologie de l'équipe de Rouen ont évité de nombreux enlèvements, propres à des spécialistes réunis entre eux.

On arrive à clarifier plusieurs questions qui paraissent mêlées.

1) Au niveau d'un équipe de professeurs qui se sont choisis, se posent des problèmes de relations, d'ententes, de conflits : ces problèmes peuvent être compris et mieux vécus par quelqu'un qui a suivi des stages de dynamique de groupe.

2) Au niveau des élèves d'une classe, groupe qui ne s'est pas choisi, se posent les mêmes problèmes, qu'on retrouvera quelle que soit la technique de classe employée (travail isolé ou par groupes).

3) La possibilité de constituer une équipe de professeurs n'est pas liée à la similitude des méthodes de travail de ces professeurs : elle est liée à une ouverture vers l'autre et à une connaissance des frontières de sa spécialité.

Troisième séance : Samedi 14 h ; durée 2 h ; 31 participants

Michel Rouquairol expose le travail de l'équipe de Meaux.

Le travail de Meaux se situant au niveau des Terminales, certains s'inquiètent de la possibilité d'un travail pluridisciplinaire dans le premier cycle : des expériences dans l'enseignement élémentaire et dans le premier cycle rassurent nos collègues. Les demandes d'exemples concrets affluent :

Laurent (Marseille) nous parle brièvement de son étude sur le nombre d'or et d'une étude sur les distances.
Nimier (Marne) nous lance sur les mots et sur l'imaginaire.

Des exemples de formation d'équipe :

- Orléans : — départ sur l'enseignement programmé ;
- constitution d'une équipe ;
- débouché sur l'aide du CRDP.

Des témoignages de déceptions :

Un stage d'enseignement programmé est très intéressant mais ne débouche sur rien quand on revient dans les établissements.

Quatrième séance : Dimanche 9 h ; durée 2 h 30 ; 30 participants

Deux buts à atteindre pendant cette séance :

- Connaître l'impact du travail du groupe*
- Prendre des décisions d'actions.*

1) Le travail du groupe

Un nouveau tour de table permet à chacun des participants de dire ce qu'il n'a pas encore eu l'occasion de dire, ce qu'il a retenu, ce qu'il aurait aimé entendre, ce qu'il compte entreprendre.

- a) Vos expériences ont l'air de partir plus des professeurs que des élèves : on dirait que des professeurs veulent approfondir leur culture en travaillant avec des collègues sympathiques. Il me semble que l'interdisciplinarité doit venir de la demande des élèves. Il faut viser à rendre l'élève autonome, lui fournir une documentation ...
- b) D'accord ; mais l'un n'empêche pas l'autre : quand on aura éveillé l'élève à la connaissance non cloisonnée, s'il existe une équipe pluridisciplinaire, elle pourra mettre sa compétence au service de la curiosité intellectuelle de l'élève.
- c) J'ai retenu les difficultés de constitution d'une équipe et j'aimerais faire des stages de dynamique de groupe avant de me lancer.

- d) Je pensais que la vocation d'un IREM était de résoudre les problèmes de l'enseignant et j'ai surtout rencontré des assistants prêts à faire un cours magistral.
- e) animateur à l'IREM, j'ai envoyé un questionnaire de vœux de travail à 300 personnes du premier cycle : aucune demande d'interdisciplinarité.
- f) Dans mon lycée agricole, les élèves vont passer une semaine de stage ensemble à l'extérieur du lycée : c'est une belle occasion de motivations pluridisciplinaires.
- g) On a aidé les élèves à prendre en charge la vie de la classe, on a cherché à développer l'autonomie de la classe. Mais dans le travail par groupes on a remarqué que chaque groupe avait tendance à se refermer sur lui-même ; plus d'échanges avec les autres groupes : heureusement une activité commune (masques pour le carnaval) a rétabli les liaisons.
- h) Quelques exemples de travail interdisciplinaire :
 - En Seconde C :
 - la négation (math/français) ;
 - représentation d'un plan en pâte à modeler (math/géographie) ;
 - encadrement à propos d'un calcul (math/physique).
 - En C.E.S. :
 - conjugaison, voix active, voix passive ;
 - histoire des mathématiques.
 - En C.E.T. :
 - couture : patrons d'un vêtement, échelle, géométrie ;
 - comptabilité.
- i) Toutes ces expériences supposent beaucoup de temps, de travail et pour les femmes c'est encore plus difficile que pour les hommes.

2) Décisions

- a) La liste des participants avec leurs adresses est établie, photocopiée et distribuée.
- b) Le premier document qui va être envoyé aux participants est une étude de l'IREM de Marseille sur les distances.
- c) Toute réalisation nouvelle sera envoyée aux participants.

Groupe E 1 :

Mathématiques et technologie

Compte rendu de J. BLION

Liste des membres du groupe

BLION, P.E.G. de C.E.T. (Lyon)
BOUDIGNON, P.T.E.P. de C.E.T. (Bourges)
BUSSIENNE, P.E.G. de C.E.T. (Lille)
CHARUEL, Professeur de C.E.S. (Le Havre)
CHRISTOFLEAU, P.E.G. de C.E.T. (Vendôme)
CORDUANT, O.F.R.A.T.E.M.
CHOUCHAN Nicole, Professeur de C.E.S.
HENNECART, Professeur d'E.N.N.A. (Toulouse)
LAMOULEN, P.E.G. de C.E.T. (Tours)
LE PELLETIER, P.E.G. de C.E.T. (Nancy)
MILOCHAU, Chef de travaux de Lycée (Orléans)
SCHWARZ Catherine, P.E.G. (Saint-Avoid)
VEREZ, P.E.G. de C.E.T. (Lille)
WARIDEL, P.E.G. de C.E.T. (La Seyne)

Les débats du groupe ont principalement porté sur deux thèmes :

- Le problème du langage.
- Quelques exemples concrets d'exploitation de notions d'ordre mathématique en technologie de la mécanique.

Le problème du langage

Le problème a été soulevé, au départ du travail de la commission, à propos d'un test proposé à la rentrée de 1975, à 309 élèves issus de classes de Troisième, et dont le collègue Milochau avait apporté le résultat.

Ce test a servi de révélateur pour aboutir aux conclusions suivantes :

- 1 — Certains enseignants chargés de l'enseignement technologique utilisent à propos des mathématiques un langage très approximatif qui ne peut pas être compris par les élèves.

Exemple pris dans le test : "Majorer 72 de 14 %" (52 % d'échecs).

- 2 — Ces mêmes enseignants ignorent parfois le contenu des programmes de mathématiques étudiés par leurs élèves dans le premier cycle et considèrent comme des lacunes l'ignorance de notions hors programme.

Exemple pris dans le test : "Calculer le volume d'un cône dont le diamètre de base est 40 mm et la hauteur 60 mm" (99 % d'échecs).

A ce propos, la commission s'est interrogée sur l'utilité réelle, en technologie, de notions mathématiques extérieures à un programme déjà trop chargé.

- Le langage concernant le système métrique est largement oublié par les élèves sortant de Troisième.

Exemple pris dans le test : "Calculer l'aire d'un trapèze dont la grande base mesure 100 mm, la petite 50 mm, la hauteur 40 mm" (82 % d'échecs).

- 4 — Les relations métriques simples dérivées du théorème de Pythagore dans le carré et le triangle équilatéral sont ignorées par 82 % (carré) et 90 % (triangle équilatéral) des élèves testés.

- 5 — Voici le texte des questions qui ont obtenu plus de 70 % de réponses justes, bien que leur formulation eût pu être meilleure :

"Résoudre l'équation $2x - 6 = 6x - 46$ "

"Calculer $A = x^2 + (x-y) - (x+y)$ si $x = -3$ et $y = 2$ "

"Calculer $\frac{7}{3} \times \frac{3}{7}$ "

"Calculer $\frac{5}{6} : \frac{1}{3}$ " et "Calculer $\frac{2}{\frac{3}{5}}$ "

Un fait significatif à signaler : la question posée sous la forme " $0,00144 : 0,06$ " sans autre précision n'a amené que 64 % des élèves à donner la réponse 0,024.

La commission constate l'existence d'un écart de langage considérable entre les techniciens et les P.E.G. La difficulté créée par cet écart ne pourra se résoudre que progressivement par la pénétration lente, dans le domaine technologique qui touche aux mathématiques, du langage nouveau employé en mathématiques, comme cela se produit déjà à propos des ensembles.

Pour hâter cette pénétration, il est nécessaire d'accroître le volume des activités interdisciplinaires.

En attendant une évolution suffisante de la situation actuelle dans ce domaine du langage, il y a lieu d'établir un consensus et d'accepter des abus de langage qui, en soi, ne sont pas condamnables parce qu'ils se situent à un moment de l'histoire de la langue, mais qu'il appartient au P.E.G. de justifier ou d'expliquer.

Exemple d'exploitation en technologie de notions mathématiques

Cette partie du travail de la commission s'est déroulée à partir de l'étude d'un document présenté par le collègue Boudignon (*voir annexe*). A partir de ce document, la commission a dressé un inventaire de quelques problèmes mathématiques posés aux élèves de C.E.T. par l'enseignement professionnel. Ensuite, des échanges d'informations particulièrement riches se sont produits entre les membres de la commission.

1 — Inventaire des notions en relation avec le document.

a) Notion de mesure, particulièrement de mesure des longueurs : unités ; nécessité pratique de l'encadrement décimal ; notion de précision ; choix de l'appareil de mesure adapté à la précision de la mesure.

b) Notion de surface et propriétés caractéristiques des surfaces planes et de révolution (cylindriques et coniques).

c) Relations concernant les surfaces : parallélisme ; orthogonalité.

d) Notion d'angle géométrique de demi-droites et d'angles dièdres. Mesure des écarts angulaires en degrés à 5' près.

e) Calcul rapide et sûr dans les décimaux.

f) Lecture des tableaux de nombres et des graphiques :

— tableaux concernant une relation numérique à une seule variable ;

— tableaux cartésiens et abaques rencontrés sur les machines et qui concernent des relations à plusieurs variables.

g) Calcul de cotes de vérification par la résolution de triangles rectangles.

h) Notion d'analyse d'une relation d'ordre strict par matrice booléenne.

i) Notions d'algèbre de Boole.

2 — Objet des informations échangées par les membres de la commission.

a) Intervalle en mathématiques et intervalles de tolérance en technologie.

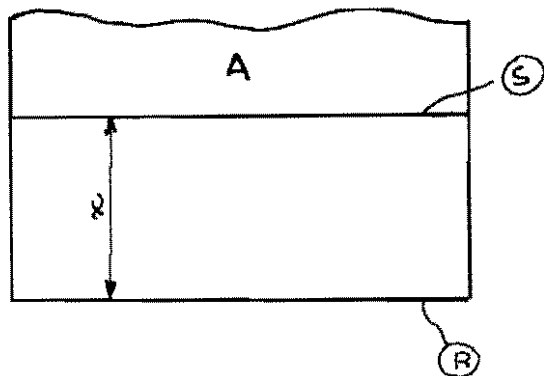
Toute information d'ordre dimensionnel en fabrication mécanique comporte deux sortes de renseignements :

- la valeur nominale de la cote : (c)
- un couple (d, d') de réels tels que $d > d'$ définissant un intervalle $[(c+d'), (c+d)]$. Celui qui est chargé de la fabrication doit donner à la dimension concernée une valeur appartenant à cet intervalle. L'information est donnée sous la forme c_d^d .

Ce que le technicien appelle "intervalle de tolérance" est la distance $d((c+d'), (c+d))$ que nous appelons "amplitude de l'intervalle". Cette distance, égale à l'incertitude absolue sur la cote c , est une mesure de la précision exigée.

Remarque intéressante : c n'est pas nécessairement un élément de l'intervalle. Il existe des situations où d' et d sont positifs.

b) Différentes conditions exigibles lors de la réalisation d'une surface.



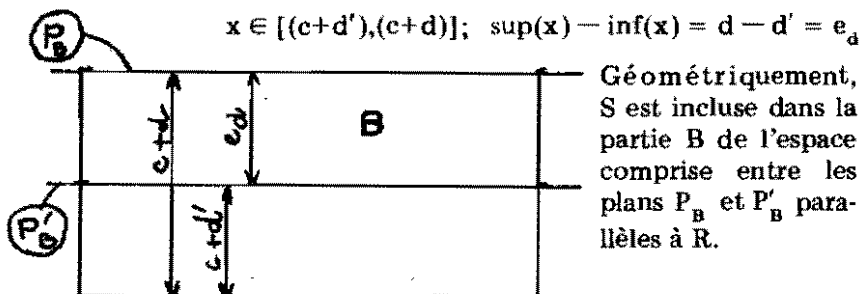
Problème : Ayant usiné une surface plane R dite de référence sur une pièce métallique, on se propose d'en usiner une autre S en enlevant la partie A de la pièce.

S doit satisfaire à quatre conditions :

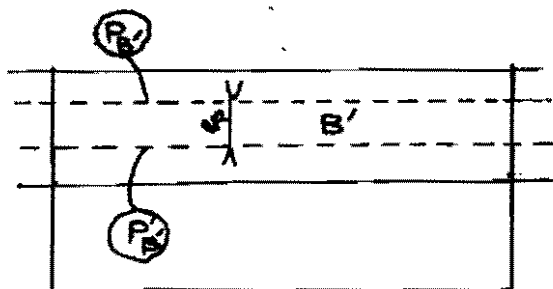
- condition de dimension
- condition de position
- condition de forme
- condition de rugosité.

Il est intéressant de savoir comment ces conditions sont définies et dans quelle mesure elles dépendent l'une de l'autre.

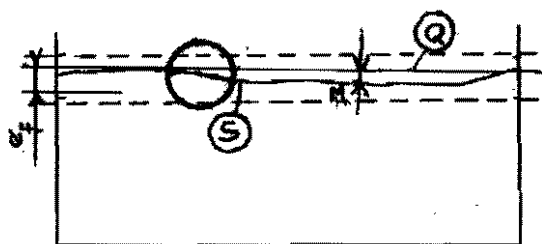
— Condition de dimension : la distance de S à R, x , est définie par la cote c_d^d .



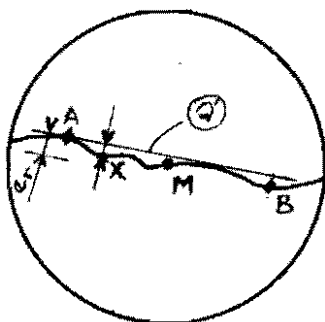
— Condition de position : S doit être parallèle à R ; écart toléré e_p (e_p est donné en mm) et $e_p < e_d$.



— Condition de forme : S doit être plane ; écart toléré e_f .



— Condition de rugosité : l'état de rugosité de la surface S est défini par le couple (α, e_r) . $e_r < e_f$.



$$MA = MB = \alpha \quad AB = \Delta S$$

$$MA = MB = \alpha \quad AB = \Delta S$$

Cela signifie :

. Pour tout point M de S , il existe une partie ΔS de S telle que si $X \in \Delta S$, alors $d(X, M) \leq \alpha$.

. Pour toute partie ΔS , il existe un plan Q' tel que si

$X \in \Delta S$, alors $d(X, Q') \leq e_r$ et

ΔS est du même côté de Q' .

On voit que les conditions imposées pour la réalisation d'une surface peuvent, au moins théoriquement, être contrôlées par des mesures de distances ou d'écarts. C'est pourquoi la géométrie métrique constitue un outil irremplaçable pour les techniciens de toute fabrication.

On voit aussi qu'il existe un ordre dans l'ensemble des écarts tolérés pour une même surface, ce qui induit un ordre dans les opérations de fabrication et de contrôle.

Lorsque les contrôles sont réalisés par des mesures, les instruments utilisés doivent être de plus en plus précis à mesure que les écarts tolérés sont plus faibles. C'est ainsi qu'on utilise :

- d'abord le simple réglet ; précision 0,5 mm
- puis le calibre à coulisse ; précision 0,05 mm
- puis le calibre à vis micrométrique (palmer) ou le comparateur mécanique à cadran ; précision 0,01 mm
- puis les appareils optiques agrandisseurs ; précision $0,01 \times \frac{1}{g}$ mm (g = grossissement)
- puis les appareils à interférence d'ondes lumineuses polarisées ou les appareils pneumatiques (type comparateur Solex) ; précision 0,0001 mm.

3 — Contradiction au niveau des propriétés due aux définitions technologiques et mathématiques du parallélisme.

P et P' étant deux plans de l'espace physique :

a) En mathématique $P \parallel P'$ signifie : il existe deux droites sécantes d_1 et d_2 de P et deux droites d'_1 et d'_2 de P' telles que :

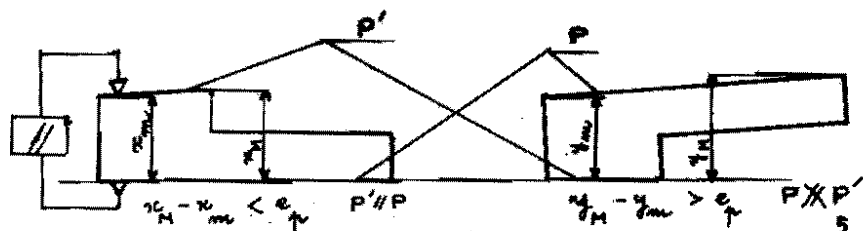
— d_1 et d'_1 sont dans un même plan et $d_1 \parallel d'_1$

— d_2 et d'_2 sont dans un même plan et $d_2 \parallel d'_2$

La symétrie de la relation de parallélisme dans le plan entraîne la symétrie de cette relation dans l'ensemble des plans de l'espace.

b) En fabrication mécanique, on travaille sur des portions de plans ; il y a un plan de référence, et le parallélisme est défini par une tolérance de position : écart toléré e_p .

La figure montre que la déduction $P' \parallel P \vdash P \parallel P'$ peut être fausse ; la relation de parallélisme n'est pas symétrique.



ANNEXE

Les mathématiques dans l'enseignement professionnel

Fabrications mécaniques

La partie mécanique d'une machine se compose d'éléments métalliques ou non, assemblés, fixes ou en mouvement les uns par rapport aux autres ; ces éléments, les pièces, sont généralement élaborés en deux temps :

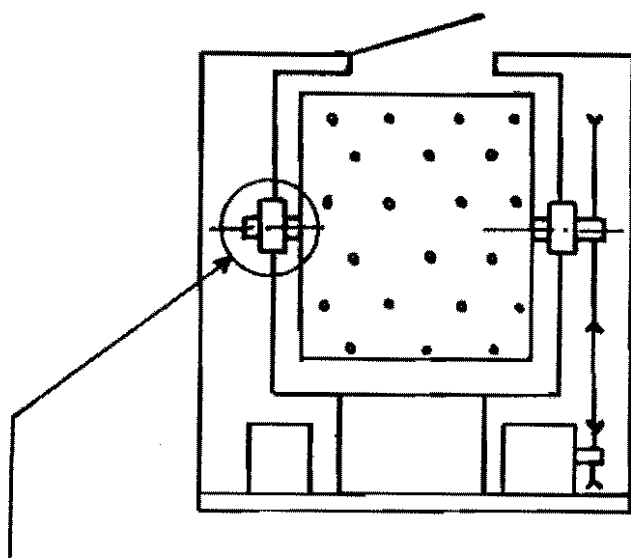
1. Obtention de la pièce brute en partant de la matière convenable par moulage, forgeage, etc...

2. Finition des parties de la pièce nécessitant des qualités particulières pour la fonction à laquelle elle est destinée ; on arrive ainsi à réaliser des surfaces élémentaires (plan, cylindre, cône, sphère, ...) dont l'état est parfaitement défini (qualité géométrique, rugosité) ; ces surfaces occupent les unes par rapport aux autres des positions géométriques rigoureuses ($\parallel$, $\perp$, $\angle$, $\odot$, $\equiv$, etc...) et des positions dimensionnelles précises.

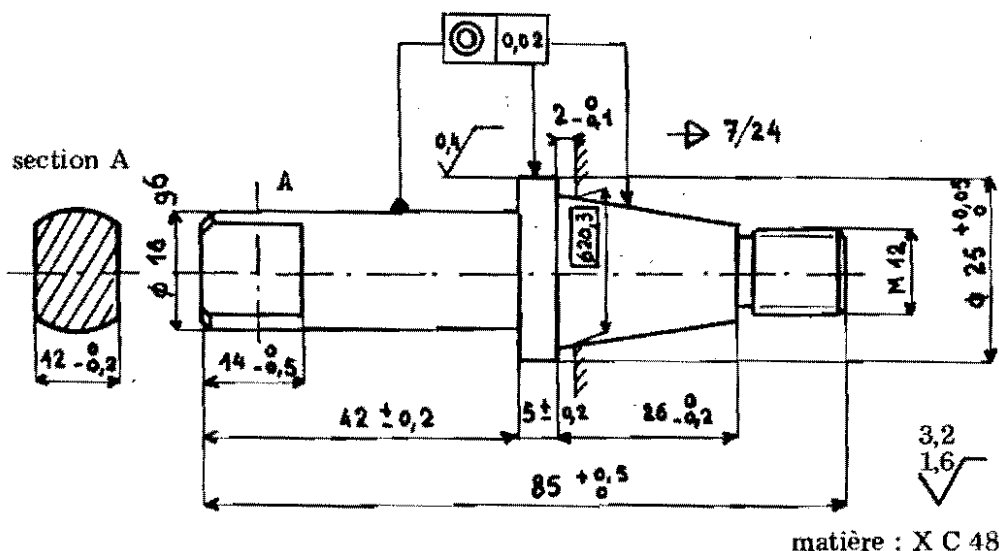
*
*
*

Pour illustrer, prenons un modèle en économie familiale.

(Le croquis ci-dessous représente une machine à laver le linge, très schématisée)



Sortons une pièce mécanique, par exemple un *demi-arbre* du tambour. Toutes les informations techniques concernant cette pièce sont consignées sur un document : le *dessin de définition*, que voici :



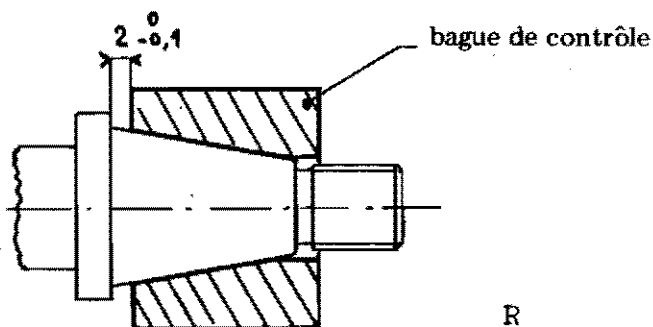
Ce document est un contrat que doivent respecter ceux qui ont la charge de la fabrication. *L'usinage* en est effectué sur un tour, machine travaillant par enlèvement de matière à l'aide d'un outil de coupe. Si la machine est capable de réaliser les surfaces élémentaires, c'est l'ouvrier qui monte les outils, règle la machine, agit dans un ordre chronologique des opérations donné par la fiche d'instructions, contrôle la qualité du produit.

* * *

C'est à l'atelier, au niveau du poste de travail, que se posent les problèmes de fabrication ; parmi ceux-ci, attardons-nous sur les incidences de la réalisation en regard du calcul et de l'aspect géométrique qu'elle pose.

Exemple : réalisation de la partie conique.

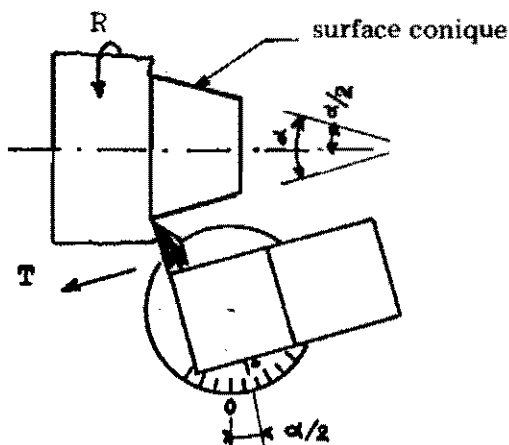
Principe du contrôle



Usinage de la partie conique

1 — Principe

La surface conique est obtenue par génération.



2 — Réglage de la machine

Il faut calculer l'angle d'orientation du chariot porte-outil :

angle du cône : α

angle d'orientation : $\alpha/2$

Deux relations sont intéressantes :

- la demi-conicité = la "pente" de la génératrice
- valeur de la "pente" = tangente de l'angle d'orientation.

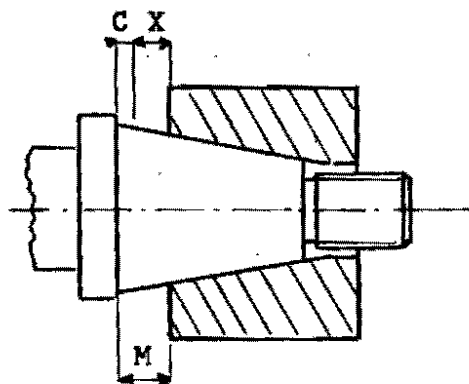
Calculons :

$$\operatorname{tg} \alpha/2 = \frac{7}{\frac{24}{2}} = 0,145$$

$$\alpha/2 = 8^{\circ} 15'$$

3 — Détermination de la quantité de métal à retirer pour obtenir la cote C

— Contrôle en cours de fabrication

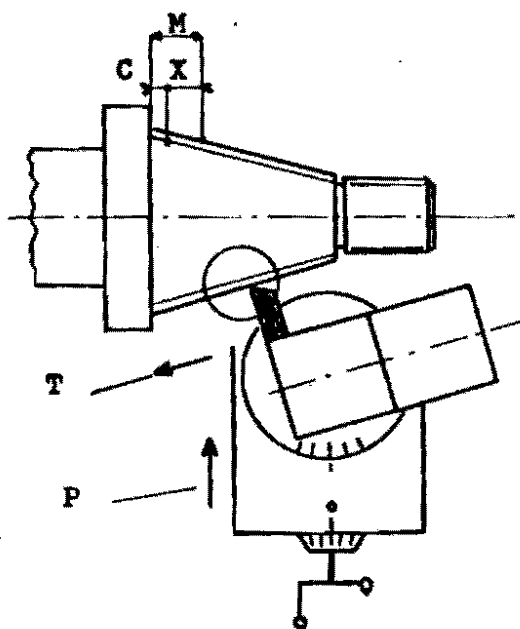


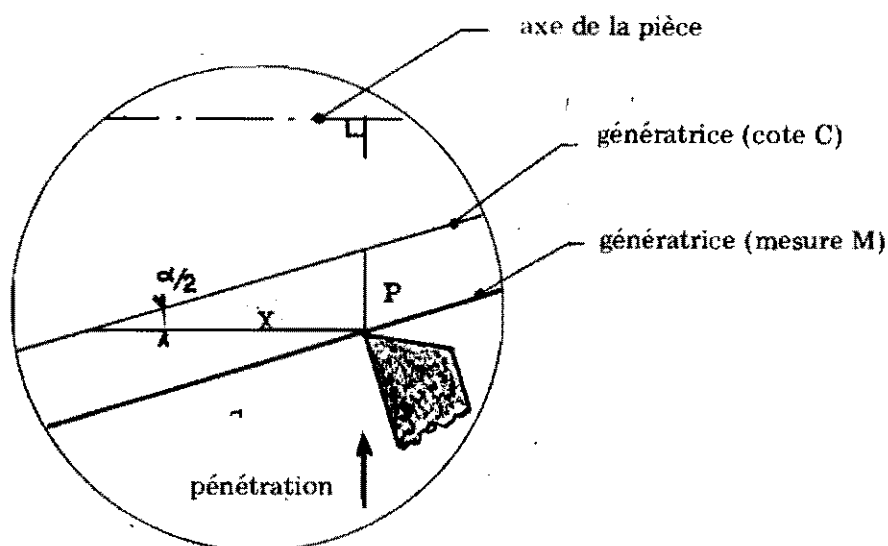
M = mesure

C = cote à obtenir

La bague doit encore avancer de $M - C = X$

— Calcul de P (profondeur de passe)





La profondeur de passe P (pénétration de l'outil dans la matière) se calcule ainsi :

$$P = X \operatorname{tg} \alpha/2$$

Abordons maintenant l'ordre chronologique des opérations d'usinage d'une pièce. C'est l'élève qui, en troisième année, est capable d'établir la fiche d'instructions. Il peut procéder de deux manières :

- soit empiriquement, en faisant appel à ses connaissances antérieures ;
- soit logiquement, en affichant les contraintes d'antériorité des surfaces à réaliser dans un tableau à double entrée :

(Les surfaces sont repérées par un numéro quelconque)

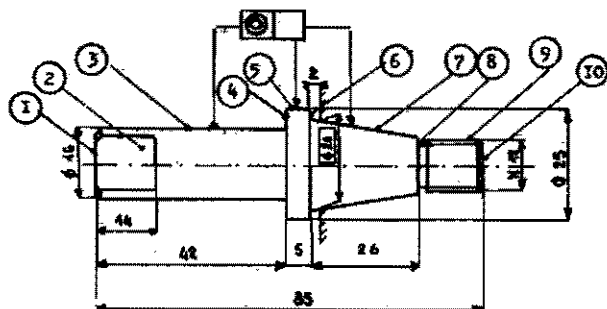


Tableau des contraintes

 (Il faut)

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1											
2		X		X							
3		0			0						
4		X		0							
5				X	0		0				
6		0		0	X						
7				X		0	X		0		
8				0	0	0	X	0			
9				0		0		0	X		0
10		X									
totaux par colonnes :		5	0	7	4	3	3	2	2	0	1

 (Pour faire)

Antériorité du premier ordre (X)

contraintes imposées par la cotation :

- 1
- |
- dimensionnelle 2 — X
- 3
- |
- de position 5 — X

Antériorité du deuxième ordre (0)

- relation de transitivité : 6—X—4, 4—X—1 $\Rightarrow$ 6—0—1

3
|

— contraintes de position implicites : 8 — 0

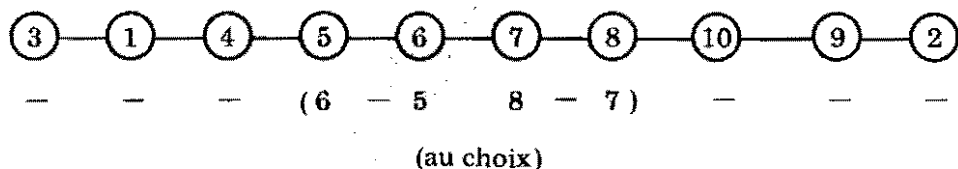
4
|

— limites de surface : 5 — 0

(Les exemples se lisent : pour faire ↗ il faut)

L'ordre chronologique est l'ordre décroissant des totaux (surfaces correspondantes)

— graphe :



*
* *

Les automatismes constituent une discipline nouvelle dans l'Enseignement Technologique. Nécessaire pour une bonne compréhension et utilisation des techniques modernes, elle présente également un aspect culturel intéressant. Voici comme exemple un problème simple de logique combinatoire :

Vérification d'une cote bi-limites

Dans le cas d'une fabrication en grande série, les moyens de contrôle mis en oeuvre sont adaptés au nombre de pièces à contrôler.

L'appareil ci-dessous possède un palpeur dont la partie supérieure se déplace entre les touches de deux capteurs a, b (micro-contacts). Ces capteurs sont réglés selon la tolérance de la cote à vérifier (a, valeur mini ; b, valeur maxi). Ces capteurs commandent trois lampes de couleurs Verte, Rouge, Blanche, indiquant à l'opérateur :

Verte : cote bonne. Rouge : cote mauvaise. Blanche : retouche possible.

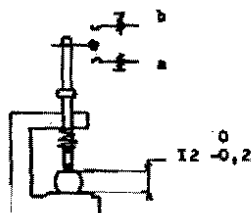
Par hypothèse la cote sera bonne (lampe verte) si $a = 0, b = 0$.

Etablir le schéma booléen de l'installation.

Tableau d'analyse

a	b	V	R	B	
0	0	1	0	0	cote bonne
0	1	0	0	1	remontage possible
1	1				
1	0	0	1	0	cote mauvaise

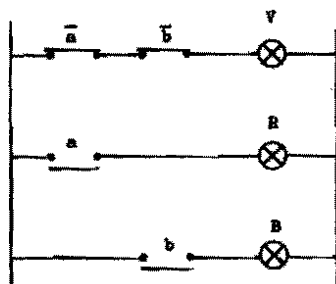
Appareil



Tableaux de Karnaugh

$\begin{array}{cc} & 0 & 1 \\ b & 0 & 1 \\ -V & \begin{array}{ c c } \hline 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} & V = \bar{a}\bar{b} \end{array}$	
$\begin{array}{cc} & 0 & 1 \\ b & 0 & 1 \\ -R & \begin{array}{ c c } \hline 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 \end{array} & R = a \end{array}$	
$\begin{array}{cc} & 0 & 1 \\ b & 0 & 1 \\ -B & \begin{array}{ c c } \hline 0 & 0 \\ \hline 1 & 1 \end{array} & B = b \end{array}$	

Schéma booléen



Groupe E 2 :

Mathématiques en secteur " bâtiment et travaux publics "

Compte rendu de C. PAGANO

Liste des participants :

THOMAS Roger, P.E.T.T. Géomètre, C.E.T. Saint-Jean-de-Braye

PAGANO Claude, P.E.G., C.E.T. La Seyne-sur-Mer

BERTRAND J.-Pierre, P.E.G., C.E.T. Gien

BIROT Hélène, C.R.E.D.I.F. Paris

BOUREAU Marcel, P.E.G.C., Formation continue, Saint-Denis

PIGEONNAT J.-François, certifié, L. Polyvalent B. Franklin, Orléans

ROUALEC Michel, P.E.G., C.E.T. Clamart

Objectifs généraux de la Commission

1) Mettre en évidence la nécessité d'une liaison étroite entre les enseignements théoriques et pratiques, en particulier pour une meilleure connaissance réciproque par les professeurs des nécessités et des contraintes de chaque discipline.

2) Aider les élèves (et les autres...) à vaincre le sentiment de distorsion entre les différents types d'enseignement.

La diversité des enseignants de la commission nous a permis, à partir d'un cas concret (le métier de géomètre), de commencer à étudier l'interdisciplinarité entre les différents enseignements et à faire apparaître les multiples problèmes de liaison entre la mathématique et la profession. Cette étude ponctuelle, faite à l'initiative de professeurs, peut et doit être reprise pour chaque profession dans des conditions matérielles et financières qui restent à négocier.

Activités du géomètre

(Notre collègue Thomas, par la présentation de documents nombreux et précis, nous a dressé un tableau détaillé de la profession de géomètre ainsi que des difficultés rencontrées par les élèves dans le maniement de la mathématique-outil).

Activités sur le terrain

- Opérations de mesurage (longueurs "horizontales", différences de hauteur, angles ...) ;
- relevé (codage) topographique sur un terrain non nécessairement plan ;
- implantation d'une construction.

Activités de bureau

- Calculs de coordonnées, de longueurs, d'angles, d'aires, de volumes, ... de prix, calculs d'encadrements d'erreurs ;
- réalisations graphiques de "plans" (projections parallèles, projections centrales, usages d'échelles de réduction).

Formation souhaitée

(Il apparaît nécessaire que le professeur de mathématique et le professeur de technologie, au moins, se concertent dans leur C.E.S. afin d'harmoniser leur enseignement pour aider à cette formation).

- Manipulation aisée d'instruments élémentaires de tracé et de mesure : règle, règle graduée, compas, rapporteur, équerre ... ;
- lecture et écriture de tableaux de nombres ;
- lecture et tracé d'abaques ;
- familiarisation avec les calculs numériques, algébriques, avec les transformations de "formules" ;
- notion d'ordre de grandeur et changement éventuel d'unités de mesure ;
- connaissance qualitative de l'espace physique (Exemple : représentations de polyèdres simples).

La commission émet l'hypothèse que certains objectifs méritent une concertation plus soutenue entre enseignants ; par exemple :

- linguistique et usage du langage mathématique (parlé, écrit et codé) ;
- dessin d'art, perspective, représentation d'un volume (polyédrique ou non).

La commission éprouve le besoin d'utiliser un multigraphe pour représenter les liaisons souhaitées entre les divers enseignants :

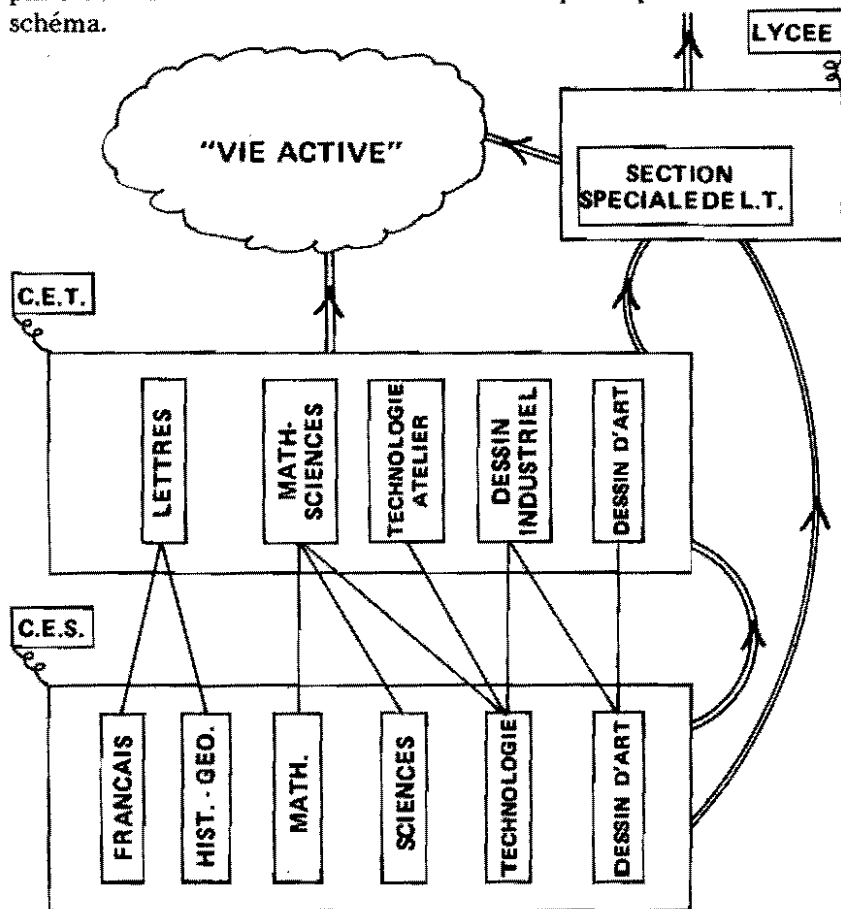
— liaisons “horizontales” : nécessité pour les enseignants d’un même établissement de former une “clique” afin de réaliser le maximum d’interdisciplinarité ;

— liaisons “verticales” :

. connaissance réciproque des contenus entre C.E.S. et C.E.T. ;
 . nécessité impérative de garder le contact avec les techniques industrielles nouvelles ;

. atténuation du choc dû au passage C.E.S.-C.E.T. (l’atténuation du choc C.E.S.-Lycée nécessite, sans doute, une réflexion analogue).

Dans chaque cycle, la nécessité des liaisons de chaque discipline avec les autres est évidente et n’est pas représentée sur ce schéma.



La commission conclut en pensant que ces objectifs d'interdisciplinarité seront atteints plus facilement lorsque la formation initiale des enseignants sera harmonisée à l'intérieur de modules interdisciplinaires, et lorsque les établissements disposeront des moyens nécessaires à la concertation et à la globalisation de l'enseignement.

Groupe F 1 :

Carrières paramédicales

(F, second cycle professionnel long)

Compte rendu par Josèphe BADRIKIAN

Liste des participants :

Yvonne CAMBON, Lycée de Sèvres
Catherine GRISVARD, Lycée de Nice
Madame KOHL, Lycée d'Orléans
Daniel REISZ, Lycée d'Auxerre

tous quatre professeurs de mathématiques, et :

Madame PERRAULT, professeur d'enseignement social au Lycée d'Orléans
Josèphe BADRIKIAN, Assistante en mathématiques à l'I.U.T. de Clermont-Ferrand

} Animatrices

Plan du compte rendu

- 1 — Les carrières paramédicales :
Quelles sont-elles ? Pourquoi les choisit-on ?
Quelles classes les préparent ? Comment entre-t-on dans ces classes ?
- 2 — Quel enseignement distribue-t-on dans ces classes ?
- 3 — Interaction de l'enseignement des mathématiques et des autres disciplines.

1 — Le mot fabuleux — qui fait sensation —, le mot *paramédical*, est souvent responsable du choix d'un élève pour son orientation en fin de Troisième.

Cependant — et d'ailleurs comme son nom l'indique — il ne s'agit pas de faire de la médecine, mais de travailler autour du domaine médical. Une grande place est ainsi faite au *secrétariat médical* ou *socio-médical*. Les carrières *soignantes* ne sont accessibles qu'après l'acquisition d'un Brevet de Technicien Supérieur, deux ans après le baccalauréat.

Une seconde motivation est la non-admission en classe de Seconde C, soit que l'élève ne se sente pas attiré par les mathématiques, soit que le conseil des professeurs ne l'ait pas admis en section C.

Enfin, si les parents s'inquiètent des débouchés, il leur semble que dans le vaste domaine paramédical, leur enfant pourra trouver du travail.

Le tableau ci-joint — peut-être incomplet — donne la liste des professions paramédicales et du cheminement scolaire normal qui prépare l'accès à chacune d'elles.

J'aurais aimé trouver ces indications à l'O.N.I.S.E.P., où, tout en me recevant fort gentiment, on m'a assuré que si l'on envisageait une carrière paramédicale "le mieux était de passer un bac C".

En fait, le nombre d'adolescents demandant les sections préparant aux professions paramédicales est important. Il s'augmente des "refusés" en Seconde C qui se voient souvent proposer cette direction.

Il faudra donc faire un choix parmi les élèves : il se trouve que l'on prendra les meilleurs en mathématiques.

2 — Dans ce groupe de travail, nous nous sommes intéressés aux sections T3, T4 suivies des sections F7, F8.

Nous pensons avoir dégagé qu'un enseignement, quel qu'il soit, doit se faire :

- en vue de la profession ;
- en conséquence du niveau des élèves ;
- pour la formation de l'individu ;
- pour la "formation à la formation continue".

Cette énumération n'est évidemment pas ordonnée. L'enseignement principal dans les classes T et F est celui que donne le professeur de sciences médico-sociales et il semble répondre surtout au premier point. Qu'en est-il de l'enseignement des mathématiques ?

	CYCLE LONG				ETUDES SUPERIEURES			Ecoles spécialisées	Formation continue
	2ème		1ère et T.						
	T3	T4	F7 et F7	F8	2 ans après le bac. → B.T.S.	I.U.T.	U.E.R.	diplôme d'état au bout de 3 ans	
Secrétaire socio-médicale		X		X					
Laborantine en biochimie et biologie	X		X						
Kinésithérapeute		de préfé- rence		de préfé- rence				X	
Animateur socio-culturel			n'importe quel bac			X			
Assistante sociale				de préfé- rence				X	
Conseillère en économie familiale et sociale				X	X				
Podo-orthopédiste				X	X				
Opticien lunetier				X	X				
Prothésiste				X	X				
Ergothérapeute			n'importe quel bac			X			
Orthophoniste			n'importe quel bac			X			
Infirmière			bac non obligatoire					28 mois d'école	
Adjoints de cadres hospitaliers									X

En faisant le tour de la question, nous avons découvert un certain nombre de paradoxes :

— *au niveau du recrutement :*

Rappelons que nos élèves, non jugés capables de faire des études mathématiques, sont cependant admis en Seconde T d'après leurs connaissances mathématiques. C'est le premier paradoxe, mais non une surprise, car nous savons bien qu'aujourd'hui c'est une manie de sélectionner par les mathématiques.

— *au sujet du programme :*

Nous pouvons donc considérer que nos élèves, peu "doués" en mathématiques, sont cependant suffisamment accrocheurs pour avoir acquis des connaissances, mais ils ont des difficultés pour suivre un enseignement mathématique classique de classe C. Quel programme leur propose-t-on alors ? En Seconde : le programme de Seconde C. Cette deuxième contradiction est la suite logique du classement des sections F dans la série scientifique, cela afin de se défendre de l'emprise de la profession sur le choix des enseignements.

— *sur l'enseignement effectif :*

Le programme est impossible à enseigner. Les professeurs de ces classes nous disent leurs difficultés à avoir un impact, à faire passer certaines notions. D'ailleurs, dès la Première le nombre d'heures est réduit à 3 par semaine pour passer à 2 en Terminale et finalement on n'exige à l'examen qu'un contrôle oral de 20 minutes.

Sachant le peu de poids des mathématiques à l'examen, les élèves ont intérêt à porter leur effort sur d'autres disciplines ; les professeurs n'ont pas le sadisme de les en punir.

La troisième contradiction est qu'avec un barrage mathématique et de grandes ambitions au départ, on ne demande que très peu en fin d'études et — en conséquence — peu de choses également en cours d'études.

3 — Ce bilan étant fait, nous nous posons alors la question : dans quelle mesure l'enseignement des mathématiques est-il nécessaire aux autres disciplines ? Comment les aide-t-il ? Répond-il à leurs besoins ?

Certaines notions de mathématiques sont nécessaires à la compréhension du cours de physique. Ainsi le professeur de physique signale à son collègue qu'il va "avoir besoin de la fonc-

tion exponentielle" ; le travail est alors partagé : le professeur de mathématiques va donner une théorie, le professeur de physique pourra l'utiliser dans son cours.

C'est peut-être une motivation d'attention pour les élèves. Les deux cours : enseignement des mathématiques, enseignement de la physique, restent bien séparés.

Le professeur de sciences médico-sociales déclare pour sa part qu'elle ne voit pas en quoi les mathématiques pourraient être nécessaires à son enseignement.

A ce stade nous concluons, un peu pantois, que la pratique de la profession ne fait pas appel à des connaissances mathématiques et que l'enseignement de celles-ci est — au mieux — culturel, mais qu'il n'est en réalité qu'une préparation à l'épreuve orale de 20 minutes et à l'épreuve écrite de physique.

Nous décidons alors de réfléchir sur les deux points suivants :

- 1° Est-il vrai que, dans l'exercice de leur profession, nos élèves n'aient jamais à employer aucun outil mathématique ?
- 2° En quoi consiste l'enseignement médico-social qui semble être beaucoup moins loin que les mathématiques des préoccupations d'avenir des élèves ?

C'est surtout le secrétariat médico-social — confié essentiellement à des femmes, et que connaît bien Madame Perrault — que nous étudions.

Que demande-t-on à une secrétaire médico-sociale ? Un exemple : Si elle est employée dans un hôpital, le médecin responsable pourra lui demander d'établir un planning de service des médecins et du personnel soignant.

Cela peut être un travail considérable. Comment s'y prendra la secrétaire ? Elle aura déjà quelques habitudes de ce genre d'organisation car on lui aura fait traiter à l'école des cas fictifs (et sans doute parfois simplifiés) de tels aménagements.

L'enseignement des sciences médico-sociales propose en effet un grand nombre "d'études de cas" complexes, concrets, qui sont de véritables exercices professionnels. Voici quelques sujets :

- 1 — Création d'une crèche dans une entreprise (travail exécuté par une secrétaire d'un service social d'entreprise) : enquête auprès de la main-d'œuvre féminine et sur les désirata des employés ; représentation des résultats statistiques obtenus.

- 2 — Planning des malades dans un service de pneumologie : classement par occupation des chambres, par catégorie de malades, par sorte de traitement distribué ; possibilité d'obtenir rapidement des renseignements statistiques sur les différents types de la maladie.
- 3 — Enquête sur les conditions de vie dans un quartier neuf (travail confié à une secrétaire sociale ou à une assistante sociale) : âge de la population, milieux sociaux, milieux familiaux, activités des jeunes, besoins des personnes, etc... ; proposition en conséquence de créations de centre culturel ou de crèche ou de garderie ou de moyens de communication, etc...

Pendant deux heures, par groupe de 3 ou 4, les élèves établissent un dossier après avoir :

- pris connaissance de données,
- éventuellement dressé un questionnaire permettant d'obtenir ces renseignements,
- élaboré — si nécessaire — un modèle de lettre jointe au questionnaire,
- donné une représentation des renseignements obtenus,
- tiré des conclusions d'aménagement : création d'un planning, de fichiers, de tableaux statistiques.

C'est véritablement l'étude d'un problème et l'élaboration d'une solution : choix de l'information, classement de l'information, accès aux renseignements — démarche que connaît bien le mathématicien.

Nous voyons combien de structures mathématiques sont sous-jacentes à tous ces cas et combien de méthodes mathématiques peuvent être fructueusement employées :

Théorie des graphes : pour les plannings

Algèbre de Boole : pour établir des questionnaires

Calculs : pourcentages, moyenne, etc... : pour toute étude statistique

Codage : pour la lecture rapide des fichiers

Tableaux à double entrée, matrices : pour le classement des données

Connaissance des méthodes algorithmiques et informatiques : pour l'établissement rapide des classements (beaucoup de centres hospitaliers sont actuellement équipés d'ordinateurs).

Notre enseignement est tellement cloisonné que :

- le professeur de sciences médico-sociales — de formation littéraire — n'avait pas conscience du support mathématique de la propre science qu'elle enseignait ;
- le professeur de mathématiques ignorait cette variété et cette richesse des "thèmes" proposés aux élèves, qui pouvaient lui permettre de développer et d'illustrer les notions enseignées dans son cours.

Nous pensons qu'il ne s'agit pas de donner des "techniques" permettant de mieux remplir un office de secrétaire médicale ; mais les mathématiques ont en propre de dégager des méthodes s'appliquant à des domaines très différents. Les élèves qui auraient conscience de cela auraient confiance en leur "outil mathématique", quelle que soit la réflexion qu'on leur propose, sachant qu'il leur permet une économie de recherche et de résolution, en même temps qu'une clarté d'exposition.

Nous sommes très conscients également qu'il ne faut pas être trop ambitieux ; nous ne pouvons pas — au niveau d'un baccalauréat — donner une qualification réelle. Ce que nous espérons faire est une *sensibilisation* au rôle des mathématiques, donnant à chacun la certitude qu'il pourra, le cas échéant, s'informer d'une théorie et s'initier à une technique, être prêt à s'adapter, capable d'apprendre : "être en formation continue".

Notre secrétaire médicale pourrait donc proposer elle-même, grâce à son imagination, à son esprit d'initiative, à sa connaissance d'outils mathématiques, tel codage mieux approprié, tel nouveau classement, telle méthode de travail, au lieu d'accepter comme c'est le cas actuellement les consignes "du patron" ou les habitudes d'une maison, ce qui fait d'elle une simple exécutante. C'est ainsi que les mathématiques peuvent servir à la *formation de l'individu*. Il n'est pas nécessaire de leur donner une place prépondérante dans un examen. Un contrôle oral de 20 minutes peut sembler bien réduit mais ce qu'il est important (et sans doute malaisé) de juger, c'est l'adaptation à des situations nouvelles, la meilleure appréhension des problèmes que les mathématiques permettent et les qualités qu'elles ont pu développer. Tout ce qu'on peut appeler "leur application".

Ces réflexions nous portèrent à faire quelques projets :

- Madame Cambon propose de faire cette année même une expérience d'enseignement pluridisciplinaire au lycée de Saint-Cloud.
- Madame Perrault serait prête à participer à une recherche d'adaptation des mathématiques et des sciences médico-sociales, avec un groupe de professeurs de mathématiques.

En commun, nous décidons de lancer une espèce "d'appel d'offre" aux I.R.E.M. Le domaine médico-social fourmille de "thèmes", que nos collègues de sciences médico-sociales ont su intégrer à leur enseignement ; ces "thèmes" relèvent aussi des mathématiques ; la coopération mathématiques — sciences médico-sociales est à faire et sans doute beaucoup de personnes pourraient y être intéressées.

Enfin, nous ne pouvons que nous réjouir, dans ce groupe, de l'initiative d'avoir cette année ouvert — pour ainsi dire — les journées A.P.M.E.P. à d'autres que des mathématiciens.

Après avoir essayé de rapporter et le déroulement de nos réflexions et les points essentiels que nous avons dégagés, il me reste encore à m'excuser auprès des membres du groupe si je n'ai pas tout retenu ou tout bien compris. Mais nous pouvons en rediscuter ... peut-être avant les prochaines journées.

LA VIE DE L'ASSOCIATION

Projets ministériels de réforme

Le Ministre de l'Education rend peu à peu publics ses projets de décrets d'application de la loi de juillet 1975 sur l'Enseignement, en les communiquant aux Syndicats, aux Associations de Parents d'élèves, à la presse, ... mais pas, à notre connaissance, aux Associations de Spécialistes. Nous nous demandons pourquoi.

Les futurs horaires ne sont pas connus, mais nous craignons une réduction de ceux-ci et une diminution sensible de celui de l'enseignement de Mathématiques et nous sommes, en outre, inquiets de la brièveté du temps qui sera consacré à l'élaboration de nouveaux programmes.

Les membres du Comité National et les représentants des Régionales et Départementales se réuniront les 24 et 25 avril à Paris pour définir l'action de l'APMEP. Nous demandons à tous les adhérents de relire les pages du Bulletin consacrées à la réforme (depuis le n° 298) et de se tenir informés.

le 15 mars 1976
Michel DE COINTET

Dernière minute : Nous apprenons que :

1° Les horaires seraient :

- de 3 séquences de 50 à 55 minutes (plus une de soutien ou d'approfondissement) pour chacune des classes du premier cycle ;
- de 3 heures pour tous les élèves de Seconde (Tronc Commun).

2° Les programmes de Sixième et de Seconde doivent être élaborés avant le 1er mai 1976 par l'Inspection Générale, pour entrer en vigueur à la rentrée 1977.

Nos craintes n'étaient que trop fondées !

D'une part, on en revient à des programmes élaborés sans aucune des garanties réclamées par l'APM (Bulletin n° 300, page 550 et Bulletin n° 301, page 798).

D'autre part, les réductions d'horaires envisagées, contraires aux propositions de la Conférence des Présidents des Associations de Spécialistes (voir page 466), seraient lourdes de conséquences.

Votes 1976

Aux adhérents de l'A.P.M.E.P.

Vous recevrez, au plus tard dans les premiers jours de mai (sauf événements imprévisibles), une enveloppe contenant le matériel de vote, c'est-à-dire :

- une brochure où vous trouverez : les modalités du vote, le rapport d'activité, le compte rendu financier, la liste des candidats pour le renouvellement partiel du Comité National et leurs déclarations de candidature ;
- un bulletin de vote (d'un modèle différent de celui des années précédentes) ;
- une enveloppe bleue ;
- une enveloppe bulle ; (1)

(1) Contrairement aux années précédentes, vous ne trouverez pas dans le matériel de vote de "carte d'électeur" ; le contrôle sera assuré d'une autre manière.

VOTEZ !

Votez dès réception du matériel de vote.

Date limite d'expédition : 20 Mai 1976
--

Dès à présent, nous publions ci-après, à l'intention de tous les lecteurs du Bulletin, le rapport d'activité et le compte rendu financier.

Le Bureau de l'APMEP

Rapport d'activité

L'action du Bureau National actuel s'inscrit en continuité de celle du Bureau National précédent, en référence à la Charte de Caen, aux vœux de l'Assemblée Générale de septembre 1975 à Orléans et aux décisions du Comité National. Le Bulletin rend compte régulièrement de cette action et de la vie de l'Association. Nous en rassemblons ici quelques traits plus marquants.

1. Au service direct de l'Association et de ses adhérents.

1.1. Le Bulletin : Rappelons que la Commission du Bulletin n'est pas un comité de rédaction mais un comité de lecture des articles que les collègues nous envoient pour publication : le nombre et la diversité de ces articles témoignent de la vitalité de l'A.P.M. Pour mieux répondre aux demandes des lecteurs et leur fournir un meilleur outil de travail, le Bureau National, après avoir recueilli l'avis des Régionales, a été mandaté par le Comité National pour la mise en place d'une nouvelle formule (à dater de 1977) dont on trouve la description dans le Bulletin n° 303 : les collègues, tout en continuant à disposer d'un outil commun à tous les maîtres de la Maternelle à l'Université, bénéficieront d'un certain choix pour des articles plus spécialisés rassemblés en brochures.

1.2. Le service des "Maths-Annales" à la carte est en place, permettant aux adhérents de recevoir celles qui leur conviennent le mieux.

1.3. Les Régionales et Départementales : En tenant plusieurs réunions inter-Régionales au printemps 75 et en désignant en son sein deux responsables aux Régionales, le Bureau National a voulu mieux soutenir l'action des Régionales et Départementales, dans le

respect de leur autonomie et de leur originalité. Mais leur vitalité dépend d'abord des collègues. En de nombreux endroits, les sections locales témoignent d'une nouvelle vitalité : saluons le dynamisme de ceux qui les animent et souhaitons qu'il soit toujours plus contagieux.

1.4. Comme l'an dernier, une campagne d'information sur les travaux et objectifs de l'APMEP a été faite auprès des futurs professeurs de l'enseignement secondaire et de l'enseignement technique.

2. Le travail d'année.

2.1. Les programmes "Noyaux-thèmes" : Le chantier avance : le numéro 300 et la brochure "Savoir minimum en fin de Troisième, à la recherche d'un noyau des programmes du Premier cycle" (qui va paraître incessamment) en témoignent, ainsi que les équipes de collègues qui, ici et là, se sont engagés dans un tel enseignement. Les collègues réaliseront, à la lecture de cette brochure, l'immense travail que son élaboration a nécessité à son équipe de rédaction. Mais, quel outil !

2.2. Les Commissions : Le Bulletin rend compte régulièrement de leurs travaux. Relevons, parmi ceux-ci : l'action entreprise auprès des Universités par la Commission "Formation des Maîtres" ; les brochures Elem-Maths I puis Elem-Maths II mises au point par celle de l'Elémentaire ainsi que l'enquête menée par celle-ci auprès des instituteurs ; le travail sur les objectifs de l'enseignement par celle du Premier Cycle ; le travail sur les contenus de l'enseignement par celle du Second Cycle classique et technique ; l'information régulière sur les problèmes rencontrés dans la formation des adultes et la publication prochaine d'une brochure APM par celle de "Formation Permanente" ; la renaissance de celle des "Enseignements Post-baccalauréat" et de celle de "L'enseignement technique court" ; la mise en route de celle des "Manuels scolaires".

Qu'il me soit permis de dire que ces Commissions sont ouvertes à tous ceux qui veulent y travailler ; elles ne rassembleront jamais trop de collègues ... pour le travail à y faire.

Soulignons le travail très régulier de la Commission du Dictionnaire, et de la Commission "Mots" : "Mots II" à peine sorti des presses, "Mots III" est en chantier !

2.3. Les Journées Nationales d'Orléans ont été une réussite saluée par la presse spécialisée ou non : elles ont concrétisé les efforts de l'APM en faveur d'un décloisonnement entre les enseignements des différentes disciplines et de leur collaboration. Rassemblant plus de cinq cents collègues dont une centaine de non-mathématiciens, elles ont permis un travail fructueux qu'il est indispensable de poursuivre, pour mieux définir le rôle des mathématiques dans l'enseignement, et pratiquer une meilleure collaboration avec les autres disciplines.

2.4. Au sein de la Sous-commission Française de la Commission Internationale de l'Enseignement des Mathématiques et à travers différents séminaires et enquêtes, l'APMEP prépare activement le Congrès International de Karlsruhe 76, plus particulièrement pour les questions concernant "les Finalités", "la Dynamique des programmes", "l'Enseignement Secondaire" et "la Formation Permanente".

L'APMEP prépare, conjointement avec les IREM et l'INRDP, une exposition sur les "Nouvelles tendances de l'enseignement des Mathématiques", pour ce congrès.

2.5. Les demandes réitérées au Ministre de l'Education de créer une Commission Permanente de Réflexion sur l'Enseignement des Mathématiques, destinée en particulier à faire bénéficier cet enseignement de la somme d'expériences, de travaux et de réflexions qu'ont les enseignants et les chercheurs à leur actif, sont restées sans réponse. A l'initiative de l'A.P.M.E.P. et des I.R.E.M., différents organismes et associations préparent la mise en place de cette commission.

3. Les relations extérieures.

3.1. Le Bureau National a continué de travailler activement au sein de la Conférence des Présidents des Associations de Spécialistes. Celle-ci, après avoir fait des propositions précises d'organisation du Second Cycle, en fait pour le Premier Cycle (Bulletin n°304). Cette participation aux travaux de cette conférence a constitué une constante de notre action.

L'APMEP continue de participer aux travaux de la Commission de Réforme des Enseignements de Physique et Technologie.

L'APMEP a participé à la journée sur la Formation des Maîtres organisée par l'Association des Chercheurs en Sciences de l'Education et l'Association française des Enseignants de Français, et au colloque organisé sur le même sujet par différents syndicats.

3.2. Le Bulletin a rendu compte des travaux et publié le rapport du groupe de travail ministériel du printemps 75. Le Bureau National a, en outre, régulièrement informé les Directions du Ministère de l'Education, l'Inspection Générale, des réalisations, des positions et objectifs de l'APMEP.

*
* *
*

Comme celui de l'an dernier, ce rapport ne rend pas compte de l'activité de tous au sein de notre Association. Au terme de mon mandat, je voudrais remercier très sincèrement tous ceux avec lesquels j'ai travaillé, de près ou de loin, tous ceux qui m'ont fait part de leurs critiques positives et de leurs encouragements à propos de l'action des instances nationales de l'APMEP. Ils m'ont, tous, beaucoup appris et l'Association leur doit beaucoup plus qu'ils ne le pensent.

Le 1er mars 1976
Michel DE COINTET

Une ancienne brochure de l'A.P.M.E.P. :

L'ENSEIGNEMENT DE LA MECANIQUE

reste disponible : l'exemplaire 2 F (franco 3,50 F)

Au sommaire de cette brochure de 40 pages :

Paul GERMAIN : Principes et notions fondamentales de la mécanique classique.

R. MAZET : Les méthodes de la mécanique vibratoire des structures déformables.

J. KAMPE DE FERIET : Les équations fondamentales de la mécanique des milieux continus.

P. GERMAIN : Pour l'introduction d'éléments de dynamique dans le programme de Mathématiques de la classe de Mathématiques Élémentaires.

Compte rendu financier pour l'année 1975

par Robert LEBoulleux

Recettes		Dépenses	
Cotisations et abonnements	645 850,42	Frais d'impression :	
Ventes de Bulletins et Math-Annales	2 669,55	5 Bulletins	270 277,84
Recettes brutes de publicité	64 348,80	Math-Annales 75	101 060,00
Ventes :		Mots 75	25 050,00
Mathématiques à l'Ecole Elémentaire	3 679,00	Carrés magiques	7 150,00
Cours APM Topologie	5 287,90	Elem-Math I	14 350,00
Probabilités	1 105,00	Frais de port, routage, encartage, timbrages, diffusion des publications	82 570,84
Dictionnaire	4 408,00	Papeterie, formulaires pour journées d'Orléans	
Angles et logique	950,00	matériel de vote, bulletins d'adhésion, enveloppes, pochettes, cartes d'appel des cotisations	27 096,10
Mots 74	20 044,00	Frais de gestion	23 916,54
Mots 75	4 616,00	T.V.A.	17 783,93
Carrés magiques	5 298,00	Traitements employés	15 900,81
Musique classique	729,00	Sécurité Sociale	6 261,97
1ère étape	964,00	Ristournes Régionales	24 058,00
Charte de Caen	194,00	Aide à la Régionale de Poitiers	800,00
Elem-Math 1	122,25	Frais de réunions des journées d'information Interrégionales, Bureau, Comité, Commissions, Séminaires	63 362,85
Brochures diverses	2 493,06		
Souscription fin de 3e	10 823,00		
Reversement journées Nancy	1 550,00		
Total	775 131,98	Total	679 638,88
Report du 1er Janvier 1975	33 221,89	A reporter au 1er Janvier 1976	128 714,99
	808 353,87		808 353,87

Le bilan financier pour l'année 1975 laisse apparaître un excédent de recettes non négligeable, ce qui permet à notre

association d'étendre ses activités. En particulier, celle-ci s'oriente vers une politique de publications de brochures plus importante et plus régulière. Afin de ne pas freiner celle-ci par des considérations financières, nous avons besoin d'une situation saine, permettant des investissements échelonnés sur plus d'une année.

Recettes

En 1975, la cotisation a été portée de 40 à 50 F, soit une majoration de 25 %. La comparaison avec l'année précédente indique que le nombre des adhérents est stable. Mais il faut remarquer que nous avons enregistré environ 10 % de nouveaux adhérents.

Pour les Math-Annales 75, l'augmentation est justifiée par la qualité du service : nous avons pu répondre à la demande de tous nos adhérents par un choix selon leurs vœux. Sans être trop optimiste, je pense que les prévisions pour l'année 1976 seront bonnes.

Publicité : l'augmentation constatée ne provient pas d'une hausse des recettes pour l'exercice, mais du fait que pour répondre au désir des annonceurs, les factures leur sont adressées, depuis le début de 1975, dès la parution du Bulletin. Les recettes constatées proviennent donc de la publicité 1974, pour 43 300 F, et pour le surplus, de la publicité des quatre premiers numéros de 1975, réglée en grande partie. Aussi faut-il prévoir une recette plus réduite pour 1976.

Ventes : en dehors des résultats comparables aux années précédentes, signalons le bilan sur les brochures.

Mots I : la recette couvre actuellement le prix de l'impression.

Mots II — Elem-Math I : il est trop tôt pour effectuer un bilan.

Il faut signaler que les ventes de ces brochures se font essentiellement par le canal des régionales. Aussi nous demandons aux responsables de celles-ci de faciliter notre travail sur le plan national, et en particulier celui de Mr Blondel, par des compte rendus sur l'état des ventes de ces brochures.

La souscription "Savoir minimum fin de troisième" s'est poursuivie en 1976, et les demandes seront comptabilisées pour cette année.

Dépenses

Je ne tiens à souligner ici que les "différences" importantes par rapport à l'année précédente.

L'augmentation des frais postaux d'expédition est très sensible et malheureusement difficile à éviter. Aussi nous insistons auprès des adhérents pour qu'ils signalent le plus tôt possible leur changement d'adresse ou de situation à notre siège national, qu'ils renouvellent leur cotisation dès le premier appel (il a fallu envoyer 2 500 lettres de rappel de cotisation en 1975).

L'augmentation des charges de T.V.A. est due à l'augmentation de la vente des brochures sur laquelle nous payons une T.V.A. de 7 % et le versement de la T.V.A. de la publicité 20 %.

L'augmentation de 30 % des frais de réunion, en dehors de l'augmentation générale de 10 %, est due à la prise en charge par l'A.P.M. nationale d'un plus grand nombre de réunions, journées interrégionales et séminaires. N'est-ce pas la preuve que notre activité ne cesse de s'accroître ? Qui pourrait s'en plaindre ?

Communiqué sur la réduction du nombre des postes

L'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public a insisté, à plusieurs reprises, auprès du Ministère de l'Education, sur la nécessité de créer de nouveaux postes de professeurs de Mathématiques dans l'Enseignement Public.

Il convient en effet :

- 1°) de réduire le plus rapidement possible l'effectif maximum d'une classe à 25 élèves ;
- 2°) de permettre aux enseignants de bénéficier d'heures de décharge effectives pour leur formation permanente ;
- 3°) de satisfaire les nouveaux besoins nés de la formation continue de tous les salariés, de façon que celle-ci fasse partie du service normal des enseignants au même titre que la formation initiale ;
- 4°) de promouvoir puis de multiplier les expériences effectives d'enseignement pluridisciplinaire en confiant les élèves non plus à un seul professeur mais à une équipe réunissant les connaissances de ses spécialistes pour traiter globalement un sujet ;

5°) de mettre à la disposition des pays étrangers qui le souhaitent, pour des contrats de coopération, un ensemble de professeurs de haut niveau.

Faute d'une telle politique,

- la surcharge des effectifs accentue les inégalités aux dépens des plus défavorisés ;
- la multiplication des heures supplémentaires accroît le surmenage des enseignants et sclérose l'enseignement ;
- la formation continue des salariés est confiée à des organismes privés plus préoccupés de rentabilité que d'efficacité pédagogique ;
- le cloisonnement étanche en disciplines déroute et désoriente les élèves qui souhaitent une étude synthétique des problèmes de notre Société.

Le Bureau National de l'A.P.M.E.P., qui s'était étonné en 1975 de la forte réduction du nombre de postes offerts aux concours d'agrégation et du CAPES, s'indigne que le Ministère, ne tenant aucun compte de sa position, réduise de nouveau ce nombre de 20 % en 1976.

Si le Ministère de l'Education doit poursuivre encore plusieurs années cette réduction, cela conduira inéluctablement à une diminution du potentiel scientifique et du niveau intellectuel de la Nation.

1er Février 1976

Compte rendu de l'entrevue accordée par l'Inspection Générale au bureau le 10 janvier 1976

Le Bureau est représenté par M. De Cointet, R. Hebenstreit, P.L. Hennequin ; l'Inspection Générale par A. Magnier, M. Pognand, P. Sauser.

1°) Réforme des horaires et des contenus

De nouveaux programmes et de nouveaux horaires doivent être mis en place en sixième et en seconde à la rentrée 1977. Les textes doivent être soumis aux divers conseils à la fin de l'année scolaire 1975-76 pour la sixième et pour la seconde, à la rentrée

1976 pour les autres classes ; aucun horaire n'est arrêté à cette date. Les programmes seraient proposés au Ministre par l'Inspection Générale. Les délais ne permettent pas de mettre en place une commission analogue à la commission Lichnérowicz.

L'Inspection Générale affirme la volonté du Ministre de mettre en place une véritable réforme et non de procéder à un "replâtrage".

Le Bureau de l'A.P.M. insiste sur la nécessité, pour toute réforme des contenus, de définir des objectifs en terme de comportements et de savoir-faire suivis d'un libellé de programme suffisamment bref pour laisser au professeur une grande liberté dans l'organisation de son enseignement.

Le Bureau insiste sur les difficultés spécifiques de la classe de seconde compte tenu de la diversité des élèves à accueillir ; en particulier, dans le cas où elle serait de type "tronc commun", l'enseignement des mathématiques devrait disposer d'un horaire hebdomadaire de cinq heures pour atteindre des objectifs précis et limités (cf. Bulletin 300, p. 470).

2°) Formation des maîtres

Le Bureau insiste sur la gravité du problème qui engage l'avenir pour une cinquantaine d'années au moins et s'inquiète des informations relatives aux conventions passées par certaines Universités. L'Inspection Générale signale au Bureau l'écart dramatique entre les besoins (100 départs par an) et les effectifs recrutés en 1975 (plus de 1 000). Elle souhaite que les heures de décharge pour la formation permanente des maîtres soient effectives et que soit levée, pour le calcul du nombre de postes nécessaires, l'obligation d'assurer des heures supplémentaires.

3°) Intégration dans le corps des P.E.G.C.

Le Bureau remet à l'Inspection Générale le texte de la Commission "Formation des Maîtres" et insiste sur la nécessité d'une formation préalable à tout changement de fonction.

4°) Journées sur l'enseignement d'analyse

L'Inspection Générale a voulu profiter du calme relatif dans l'évolution des programmes pour "nettoyer l'enseignement de l'analyse" et a suggéré quelques textes d'exercices qui "sortaient des sentiers du baccalauréat". Il n'est pas dans son intention

d'augmenter les programmes actuels, mais elle souhaite au contraire recevoir de l'A.P.M. des propositions possibles de réduction. Prêter à quiconque l'intention d'introduire les filtres dans l'enseignement secondaire est un "bruit malveillant dénué de tout fondement".

5°) Interdisciplinarité

Le Bureau rend compte du succès des journées d'Orléans. L'Inspection Générale doute qu'il soit possible d'obtenir des moyens spécifiques pour favoriser un travail commun entre spécialistes de diverses disciplines, le Ministère considérant que cette mise en commun fait partie du service normal des enseignants.

Luis Massera

Dans le Bulletin n° 302, les collègues ont pu lire ces quelques lignes ajoutées en cours d'impression — ce qui explique leur brièveté — :

"Conformément au mandat reçu de l'Assemblée Générale d'Orléans 75, le Bureau National est intervenu auprès de l'Ambassade d'Uruguay en France, en faveur de Luis MASSERA, professeur de mathématiques à l'Université de Montevideo, actuellement détenu par les autorités de son pays".

Cette brièveté ne doit pas cacher la gravité de la situation du Professeur MASSERA, mathématicien uruguayen connu des mathématiciens français. Apprenant début janvier qu'il a été arrêté au début de novembre 1975, qu'il est atteint d'une fracture du bassin à la suite des traitements qu'il a subis et que sa vie est en danger, le Bureau National décide le 17 janvier 1976 d'intervenir en sa faveur et j'adresse le 19 janvier 1976 à M. l'Ambassadeur d'Uruguay en France, 33 rue Giraudoux, Paris 16e, la lettre suivante :

"Monsieur l'Ambassadeur,

Notre Association s'émue profondément, de par les informations dont elle dispose, du sort de notre collègue mathématicien José-Luis Massera. Elle me charge de vous prier de bien vouloir transmettre aux autorités de votre pays notre demande expresse de libération de notre collègue.

En espérant que les autorités de l'Uruguay accéderont à notre demande, nous vous prions d'agréer, Monsieur l'Ambassadeur, l'expression de notre considération."

Cette action fait suite à plusieurs autres, en particulier celle des mathématiciens H. CARTAN, J. DIEUDONNE, J.P. KAHANE, L. SCHWARTZ et Y. AMICE et du Comité International des mathématiciens (18, rue du Général Pujol, 77130 Montereau). Mais à ce jour, nous n'avons reçu, hélas, aucune réponse de l'Ambassade d'Uruguay ni de nouvelles du professeur Massera. Ce silence nous inquiète.

le 11.3.76
M. DE COINTET

Compte rendu du comité du 19 octobre 1975

par Michèle CHOUCHAN

Présents : M. De Cointet ; P. L. Hennequin ; C. Pelé ; M. Chouchan ; R. Hebenstreit ; R. Leboulleux ; V. Leclercq ; H. Bareil ; J. Chabrier ; N. Chouchan ; G. Gribonval ; C. Hameau ; P. Mahaut ; G. Mehl ; J. Sirois ; A. Pfeiffer ; M. Chaussier ; J. Maria ; A. Fabre ; F. Ducrocq ; C. Pagano ; J. Blion ; L. Duvert ; D. Reisz ; Chambadal ; A. Rouchier ; O. Renaut ; R. Crépin.
M. Leveilley (Rennes) ; M. Thiriot (Besançon).

Excusé : Aymes.

Ordre du jour :

- ① Problèmes financiers : Cotisation 1976, publications de l'APM, Math-Annales.
- ② Bilan des Journées 1975.
Journées nationales 1976.

③ L'année 1975-76

- a) Compte rendu de l'audience accordée par le Directeur des Lycées au Bureau National
- b) Les Commissions Nationales
- c) Les Régionales.

④ Divers.

① Problèmes financiers (R. Leboulleux)

A l'unanimité, la proposition du Bureau est adoptée quant à l'augmentation de cotisation. Pour les publications, un petit stock de présentation sera envoyé aux Régionales, qui feront leurs commandes. Celles qui paieront comptant auront une ristourne plus importante. Plusieurs problèmes sont soulevés :

- jumelage des brochures, peu satisfaisant
- la variation des prix a été rapide pour certains
- envois gratuits qui coûtent cher à la Régionale. On pourrait envisager, bien que cela conduise à une augmentation des prix, des envois supérieurs à ceux demandés pour un même prix.

Il faut promouvoir des collections telles que Mots I, Mots II, Mots III.

Il faudra signaler qu'il reste des séries d'anciennes brochures chez Blondel, essentiellement une brochure regroupant des conférences sur la Mécanique.

Le point est fait sur les Math-Annales et le contrat avec CEDIC.

② Bilan des Journées 1975 - Journées 1976

Il y a eu à Orléans plus de 500 participants, dont une centaine de non-mathématiciens. Un article de l'Education a été consacré à une interview de C. Pelé sur ce sujet.

Le bilan financier et le bilan des groupes ne sont pas terminés.

Les Journées 1976 auront lieu à Rennes une semaine plus tard qu'en 1975.

③ L'année 1975-76

a) M. Saurel, directeur des lycées, a accordé une entrevue au Bureau le 29 septembre. P. L. Hennequin en a rédigé un compte rendu dans le Bulletin 301.

M. Imbert, directeur des personnels enseignants du deuxième cycle, recevra le Bureau le 30 octobre. Il faudra essentiellement lui poser des questions sur la formation des maîtres, en particulier à propos des conventions signées avec certaines universités, et sur l'Inspection générale (cf. article du Monde à propos des Journées sur l'Inspection générale).

M. Gouteyron, directeur des collèges, recevra le Bureau le 20 octobre. Il faudra en particulier lui poser la question du devenir de certaines recherches (OPC, Minicalculateurs, ESE).

b) Les Commissions Nationales

— Commission "Mots" : "Mots II" est sorti en Septembre. Il est à prévoir que "Mots III" sortira en Septembre 1976. Un problème : celui de la diffusion.

— Commission Élémentaire : Il y a environ 20 % de réponses au questionnaire diffusé, ceci en partie grâce au système de l'enveloppe T.

— Commission Premier cycle : A Orléans, de Cointet a rendu compte du travail de la Commission ministérielle.

— Commission Second cycle : D. Reisz relancera les gens intéressés. Il faut entreprendre un nouveau travail de rédaction.

— Commission post-baccalauréat : Elle ne regroupait que 8 personnes à Orléans, qui ont prévu de se retrouver à Rennes l'an prochain.

— Commission Technique court : Il faudrait faire connaître l'APM par un document. Le Comité est d'accord pour donner les moyens financiers à une action dans les CET.

— Commission Formation des maîtres : Elle était en sommeil depuis un an et demi. Elle s'est réunie à Orléans et se réunira à nouveau le 22 novembre à Paris (INRDP, 9 h).

— Commission Formation permanente : D. Poisson a convoqué cette commission le 26 octobre à Paris (rue du Jura, 9 h). J. Maria y sera le correspondant du Comité.

— Commission Manuels Scolaires : Dans le Bulletin 301 paraîtra l'article de Duval et Pluvinaud sur une analyse de certains manuels. Prochaine réunion le dimanche 25 janvier.

— Régionales : Une circulaire est prévue, ainsi que des rencontres individuelles, et quelques possibilités d'activités inter-régionales (bulletins par exemple).

4 Divers

a) Des Journées sur l'analyse dans le Second Cycle sont prévues dans chaque Académie, organisées par l'Inspection générale. Il faudrait, dans chaque réunion, prendre position contre des alourdissements de programmes. Les Régionales devront avoir une position nette, qui pourra être prise au cours d'une discussion sur un texte qu'enverra le Bureau National.

b) Congrès de Karlsruhe. Il y aura un appel dans le Bulletin aux collègues intéressés.

c) Les Journées de Nice pour les professeurs d'Ecoles Normales (fin Janvier) auront pour thème : Situations d'apprentissage à l'Ecole Elémentaire.

Compte rendu du comité du 18 janvier 1976

par Michèle CHOUCHAN

Présents : M. De Cointet ; P. L. Hennequin ; M. Chouchan ; D. Duclos ; R. Crépin ; O. Renaut ; L. Duvert ; C. Pagano ; V. Leclercq ; A. Rouchier ; R. Mehl ; J. Siros ; Chambadal ; Pfeiffer ; Hameau ; R. Métréliste ; R. Hebenstreit ; J. Maria ; Mahaut ; G. Gribonval ; N. Chouchan ; F. Ducrocq ; J. Chabrier ; J. Aymes ; H. Bareil ; M. Reynet ; C. Pelé ; R. Leboulleux ; M. Chaussier.

Thiriot (Régionale de Besançon).

Excusés : D. Reisz ; A. Fabre ; M. J. Papazian ;

(D. Reisz a confié une procuration à M. De Cointet).

Ordre du jour :

I Les candidatures au Comité National 1976.

II Les publications de l'APMEP : Perspectives 1977.

III Les Commissions de l'APMEP.

IV Les "relations extérieures" de l'APMEP : IREM, Associations de Spécialistes, Sous-Commission Française de la CIEM, CLEN.

V Divers

I Les candidatures au Comité National 1976

Le Comité vote, par 21 voix favorables, 3 voix contre et 4 abstentions, le soutien aux candidats proposés par le Bureau. Le tirage au sort induit indique que les candidats seront cités dans l'ordre suivant : Merlan, Brousseau, Ovaert, Carriot, Raynal, Laporte, Capron, Douady, Darenne, Cuculière, Hennecart, Lecoq, Vauthier.

D'autre part, suite à une initiative de la Régionale parisienne à propos d'un des candidats, il est voté (22 voix pour, 3 contre, 4 abstentions) que l'an prochain une phrase dans le Bulletin précisera le fait que des Régionales peuvent soutenir des candidats sans être en accord total avec leurs idées ; pour cette année il sera seulement précisé, avec la déclaration de Roger Cuculière, que la Régionale parisienne ne s'identifie pas à toutes les positions de ce dernier.

II Les publications de l'APMEP : Perspectives 1977

P. L. Hennequin présente la proposition du Bureau (voir annexe page 456) ; le principe en est adopté par 29 voix pour, et une abstention.

III Les Commissions de l'APMEP

a) Commission Second Cycle

La prochaine réunion aura lieu le 25 janvier à 9 h à l'INRDP. Elle orientera en particulier ses activités vers l'enseignement technique long.

Chabrier souligne le problème des travaux dirigés qui n'existent qu'en Seconde.

b) Commission Premier Cycle

R. Hebenstreit présente le projet de réduction des 4 heures hebdomadaires, dont une dédoublée, à 3 séquences de 45 minutes. Cela risque d'accroître la sélection (H. Bareil) et de toutes façons, il faut protester contre l'introduction de nouveaux programmes non expérimentés. G. Mehl souligne qu'il faudrait a priori faire la liste des notions indispensables pour les Mathématiques ou la Physique et évaluer le nombre d'heures minimales pour les acquérir correctement.

R. Crépin expose le scandale de l'intégration dans le corps des PEGC d'instituteurs à qui on ne donne pour formation que celle du CNTE. Le Comité décide d'envoyer un communiqué à la

presse, aux syndicats, au Ministère, aux Associations de Spécialistes pour protester contre cette parodie de formation (vote à l'unanimité). (Bulletin n° 302, p. 174).

La prochaine réunion de la Commission n'aura lieu qu'à Toulouse (27-28 février 1976).

c) Commission CET

La Commission élabore actuellement une brochure destinée aux professeurs de CET, membres ou non de l'APMEP.

d) Commission Formation des Maîtres

La dernière réunion était le 22 novembre, la prochaine aura lieu le 21 février. Une enquête a été diffusée à 250 exemplaires. Le 21 février elle sera dépouillée et un document sera élaboré (Bulletin n° 302, p. 168).

e) Commission Formation Permanente

Un premier questionnaire a été élaboré, difficile à dépouiller. Un second doit donc être proposé, s'aidant des réponses reçues. Une brochure sera ultérieurement préparée, ainsi qu'un additif à la Charte de Caen.

La prochaine réunion aura lieu le 7 mars.

f) Commission Manuels scolaires

La prochaine réunion aura lieu le 24 janvier, rue du Jura.

IV Les "relations extérieures" de l'APMEP

a) Relations avec les IREM

L'an dernier avait été demandée la création d'une Commission permanente de réflexion sur l'enseignement des Mathématiques. Cette demande n'a reçu aucune réponse du Ministère. Les IREM et l'APM ont décidé de créer cette Commission ; De Cointet interviendra sur ce point à la prochaine réunion des directeurs d'IREM.

b) Relations avec les autres Associations

A propos des projets de réduction d'horaires dans les Premier Cycle, un texte est proposé par Bareil, et approuvé par 25 participants, 4 s'étant abstenus ; Colette Pelé le présentera à la Conférence des Présidents d'Associations (Bulletin n° 302, p. 167).

Cette conférence a réagi par un communiqué de presse, qui n'est pas passé, et une lettre au Ministère, à un article du Courrier de l'Education de Novembre faisant état de Commissions qui pourraient éventuellement consulter des gens concernés (Bulletin n° 302, p. 192).

c) Sous-commission française de la C.I.E.M (commission désormais permanente). Le Bureau élu, ayant réuni une certaine somme d'argent, peut subventionner la participation au congrès de Karlsruhe d'une centaine de collègues français.

Une commission, où l'APM est représentée par Maria, Deledicq, Myx, prépare une exposition IREM - APM - INRDP pour Karlsruhe.

Les Affaires Etrangères prennent en charge un film, d'environ 20 minutes, sur les IREM considérés comme une expérience originale sur le plan international.

d) Relations avec le CLEN (Comité de liaison pour l'Educacion Nouvelle). L'APM s'est associée au texte de protestation contre la censure d'un numéro de "Textes et Documents" (cf. articles de la presse).

e) Relations avec l'Inspection générale.

Hennequin donne le compte rendu de l'entrevue du 10 janvier (voir page 446). D. Reisz fera une synthèse des échos des "Journées d'Analyse dans le Second Cycle".

V L'affaire PLIOUCHTCH

Siros proteste contre la parution dans la Tribune Libre du Bulletin 301 de l'article d'Archambault, lui reprochant son caractère politique, et de ce fait contre celle de l'article de G. Walusinski du Bulletin n° 300.

Comme Siros, Roger Cuculière a protesté et a adressé un article pour la Tribune Libre du Bulletin, pour répondre à Archambault.

De Cointet précise que l'essentiel réside d'abord dans la mise en liberté de Leonid Pliouchtch, qu'ensuite il a accepté la publication de l'article d'Archambault par respect d'une opinion contraire à l'action entreprise par le Bureau National et qui reflétait un certain nombre de critiques émises à ce propos lors de l'Assemblée Générale. Une discussion très animée s'engage alors sur le rôle de l'APM : doit-elle rester apolitique ? Jusqu'à quel point peut-on l'être ? Doit-elle fermer ou non la Tribune Libre du Bulletin à des articles polémiques ? Louis Duvert pense qu'on ne peut répondre de façon définitive. C'est à la Commission du Bulletin de prendre, chaque fois que le cas se présente, ses responsabilités, avec toute la prudence qui s'impose.

Le Comité National tombe d'accord unanimement pour arrêter la polémique sur cette affaire.

Le prochain Bulletin (302) rendra compte de l'action entreprise par le Bureau National en faveur du mathématicien uruguayen Massera.

VI Divers

a) Pour les Journées de Rennes, un appel a été lancé aux Régionales pour rechercher des animateurs.

b) Est remarqué le fait que les Comités sont mal répartis dans l'année par rapport aux dates de parution du Bulletin.

* * *

ANNEXE

LES PUBLICATIONS DE L'A.P.M.E.P.

Principe

Les publications se composent chaque année de :

5 numéros du Bulletin (5 × 150 pages environ)

4 fascicules de math-annales (BEPC - BAC - BAC TECHNIQUE - DEUG)

n brochures (autant que possible le volume d'une brochure sera évalué en fonction du nombre de fascicules, un fascicule représentant environ 100 pages).

Les math-annales paraissent en Octobre et les brochures autant que possible entre Avril et Juin.

En payant sa cotisation (entre Janvier et Mars) l'adhérent est invité à remplir une fiche de mise à jour du fichier qui peut alors servir à faire des statistiques et une fiche d'adhésion et de commandes de publications. La cotisation comporte la cotisation proprement dite échelonnée en fonction du salaire (1-2-3), une somme fixe d'abonnement qui donne droit au Bulletin et au choix à 4 fascicules parmi les annales ou les brochures.

Sur cette même fiche, l'adhérent est invité (en cochant des cases et en calculant le montant de son chèque en conséquence) à *commander*

des brochures ou annales de *l'année* (à recevoir dès parution)

des brochures ou annales des *années antérieures* (à recevoir immédiatement).

Un adhérent peut toujours faire des commandes complémentaires en cours d'année au secrétariat national ou à sa Régionale.

Les Régionales se chargent d'écouler les stocks à un prix qui comporte une ristourne substantielle qui leur permet d'organiser leur publicité comme elles l'entendent.

Programmation des brochures de l'année n

Entre Novembre de l'année n-2 et Avril de l'année n-1, la commission des publications retient, parmi les articles proposés, un certain nombre d'articles pouvant constituer les éléments d'une brochure.

En Avril de l'année n-1, la commission décide de la liste des brochures à publier l'année n et désigne pour chacune d'elles un responsable. Celui-ci se charge de préparer pour le mois d'Octobre le manuscrit de la brochure.

En Novembre de l'année n-1, il établit le prix (voir ci-dessous), la table des matières de la brochure et un document de présentation destiné au Bulletin de Janvier de l'année n.

L'adhérent reçoit en Janvier, en même temps que son Bulletin, la fiche de commande.

De Janvier à Avril, les brochures sont composées ; les épreuves corrigées.

En Avril, on fixe le tirage de chaque brochure en fonction du nombre de commandes.

Les brochures sont envoyées au souscripteur entre Avril et Juin.

Prix des brochures

Compte tenu de l'évolution du prix du papier d'une part et des Mathématiques d'autre part, il y a lieu de prévoir des tirages suffisamment limités (2 000 semble un nombre raisonnable ; 5 000 un maximum à ne pas dépasser sauf pour des brochures de propagande).

Le responsable de chaque brochure fixe, après discussion avec la commission des publications, un tirage estimé E. Le prix de souscription est égal au prix de revient. Le prix de vente (par l'intermédiaire des Régionales) est fixé au double du prix de souscription.

Le tirage définitif est fixé au double du nombre de souscriptions.

**SEMINAIRE SUR L'ENSEIGNEMENT
DE LA PHYSIQUE
MONTPELLIER - FRANCE — SEPTEMBRE 1976**

Vous trouverez ici la première annonce officielle de la tenue en France, en Septembre 1976, d'un séminaire sur l'enseignement de la physique.

ORGANISATEURS

Ce séminaire fait partie d'un cycle de réunions internationales organisées régulièrement par le G.I.R.E.P. (Groupe International de Recherche sur l'Enseignement de la Physique). Le précédent séminaire "G.I.R.E.P." s'est tenu à Venise en Octobre 1973, et avait pour thème : "L'enseignement de l'électricité, du magnétisme et de la physique quantique à l'école secondaire".

La conférence de 1976 est organisée en France avec l'appui conjoint de la Société Française de Physique et de l'Union des Physiciens. Un comité d'organisation nationale a été établi qui contient des représentants de deux sociétés.

BUTS DU SEMINAIRE

La conférence entend rassembler des enseignants de Physique et des chercheurs se consacrant à des études sur l'enseignement de la Physique.

Deux thèmes d'études spécialisées ont été retenus :

1 — Statistiques et Probabilités dans l'enseignement de la Physique à l'école secondaire.

Il est entendu que ce thème ne doit pas être traité à un niveau trop avancé. Cependant, on pourra admettre d'aborder certains de ses aspects en relation avec le début de l'enseignement universitaire, dans la mesure où cela pourrait fournir des suggestions pour l'école secondaire.

Quelques domaines possibles sont suggérés :

— Statistiques et mesures. Inférence statistique. Etude de l'idée de hasard chez l'enfant (à tous niveaux de l'enseignement secondaire et en relation avec la physique).

— Mécanique statistique élémentaire (théorie cinétique, loi de Boltzmann, réversibilité — irréversibilité, etc...)

— Aspects probabilistes de l'introduction à la mécanique quantique.

En relation avec ce thème, on envisage de consacrer un peu de temps au problème critique suivant : "L'emploi des statistiques dans les recherches menées sur l'enseignement de la physique : intérêts, dangers, limites".

2 — Les premières étapes de l'enseignement de la physique au début de l'école secondaire. (11 — 14 ans).

Ce thème présente actuellement un intérêt pratique considérable pour divers pays (la France par exemple, envisage de développer dans les prochaines années son enseignement introductif aux Sciences physiques pour les enfants d'âge 11 — 13 ans).

Une étude comparée des objectifs, méthodes et contenus des approches réalisées ou envisagées dans divers pays serait particulièrement importante.

Les questions porteraient sur :

— Les problèmes soulevés par la place de la physique dans un curriculum destiné à de jeunes élèves (11 — 14 ans).

— L'enseignement de la physique : représentations spontanées, théories de l'apprentissage et développement de l'enfant.

— Une attention particulière sera apportée aux problèmes de liaisons interdisciplinaires (physique en relation avec les mathématiques, les autres sciences expérimentales, les activités manuelles, etc...)

— Les recherches menées sur la formation initiale et continue des enseignants qui, à ce niveau, enseignent la Physique.

Autour de ces deux thèmes, les buts du séminaire sont de :

— Permettre aux participants d'échanger leurs expériences en la matière.

— Dégager les problèmes didactiques en relation avec la pratique directe de l'enseignement dans les classes.

METHODE DE TRAVAIL

Le temps du séminaire sera partagé à peu près pour moitié, entre des réunions plénières sous forme de conférences, en général le matin, et des réunions en groupe de travail qui se constitueront directement autour des questions abordées par les conférenciers, ou autour des questions retenues à la suggestion des participants en relation avec les deux thèmes.

Une exposition de matériel et de documents audiovisuels divers permettra aux participants de mieux connaître diverses réalisations, en particulier concernant le thème II.

Le texte des conférences, les rapports des groupes de travail, seront publiés sous forme d'un livre publié par le G.I.R.E.P., avec l'aide financière de l'U.N.E.S.C.O. La conférence sera *bilingue* — français — anglais. Le nombre de participants sera limité à 150.

LIEU ET DATE

La conférence se tiendra dans les locaux de l'Université des Sciences et Techniques du Languedoc de Montpellier, du lundi 6 septembre 1976 au matin, au vendredi 10 septembre au soir. Six demi-journées seront consacrées à des séances plénières (conférences, rapports des groupes), quatre demi-journées seront consacrées aux réunions des groupes de travail. Chaque journée sera consacrée à un seul thème, et les thèmes alterneront d'un jour à l'autre.

Pour le Comité d'Organisation
Pr G. DELACOTE

Pour s'inscrire, pour demander des renseignements supplémentaires (en particulier pour recevoir la seconde circulaire), écrire à :

Monsieur HIGOUNET — Université des Sciences et Techniques du Languedoc — Place Eugène Bataillon — MONTPELLIER — Tél. 16 (67) 63.42.14

Commission du Second cycle

Réunion du 25-1-1976 à Paris

Présents : Aubain (La Réole), Capron (Amiens), Carle (Paris), De Cointet (Sélestat), Décombe (Ferney-Voltaire), Fisset (Amiens), Fleszot (Bordeaux), France (Belfort), Jobert (Lyon), Lavabre (Montpellier), Loi (Paris), Mallejac (Quimper), Mangeney (Paris), Marchivie (Bergerac), Morin (Montpellier), Protin (Compiègne), Reisz (Auxerre), Wetzel (St-Etienne), Zanni (Grenoble), Gribonval (Paris).

La situation actuelle, les projets en gestation ont amené une vingtaine de collègues à consacrer ce dimanche de janvier à une réflexion portant sur la politique de l'APM concernant les problèmes plus spécifiquement du second cycle. Après que Michel De Cointet eut donné les dernières informations, plusieurs thèmes furent abordés :

1 — Vision globale des horaires et des programmes.

1.1 Critique de la situation actuelle de l'enseignement dans le Second Cycle

La pratique des programmes actuels autorise à un certain nombre de critiques faites ici dans le seul but d'améliorer notre enseignement. La Commission Lichnérowicz n'avait-elle pas prévu une révision des programmes tous les quatre ans ?

1. L'enseignement mathématique dans le Second Cycle est d'une manière générale trop "conceptuel" : pour la majorité des professeurs, le fait d'être conceptuel est compris comme une exigence des programmes actuels, manifesté à leurs yeux par :

- le libellé purement mathématique des programmes et des commentaires existants ;

- le fait que les programmes soient pour la plupart et dans leur plus grande partie des "sous-ensembles" des programmes de la Section C ;

- les commentaires, quand ils existent, sont d'abord ceux de la Section C, munis ensuite de correctifs à l'usage des autres sections.

Du fait d'être trop conceptuel résultent les difficultés que cet enseignement rencontre dans de nombreuses classes de C, et de la plupart des autres sections. La consigne implicite : "Le professeur adaptera son enseignement au niveau de sa classe" ne leur semble pas suffire à résoudre ces difficultés.

2. Dans toutes les sections, et surtout dans les classes conduisant aux baccalauréats de techniciens, le TEMPS que nécessite l'appréhension, la réflexion, la maturation nécessaires à l'abstraction des concepts en vue de leur acquisition et de leur maîtrise étant insuffisant, beaucoup de ces concepts ne sont pour les élèves que des mots ; la pratique des mathématiques se réduit à l'utilisation, à bon escient, d'une série de recettes à retenir jusqu'aux examens. Le volume des connaissances exigées à ces examens est trop important car il favorise, s'il ne rend pas obligatoire, un enseignement dogmatique, assimilé par la majorité des élèves de chacune des sections de façon superficielle — les copies et interrogations orales de baccalauréat en témoignent —. La mathématisation de situations et la recherche de résolutions de problèmes semblent alors des luxes.

3. Les programmes ne prévoient pas explicitement des activités fondamentales pour la formation générale des élèves que sont par exemple la lecture de textes utilisant (bien ou mal) les mathématiques — que l'on peut lire quotidiennement dans les journaux, revues, livres — la lecture de textes mathématiques, l'utilisation critique de manuels, la recherche de documents — activités qui prennent du temps.

4. L'enseignement souffre, par trop, de *cloisonnement entre les disciplines*. Faute de coordination entre les programmes et faute de temps pour "faire le joint" au moment opportun, la plupart des élèves, laissés à eux-mêmes pour tout essai de synthèse, n'ont pas les moyens de la faire. L'enseignement de culture générale fait place à celui de savoirs juxtaposés.

1.2 Principes d'élaboration de nouveaux contenus de l'enseignement du Second Cycle

1. L'enseignement des Mathématiques fait partie de la formation générale des élèves du Second Cycle : les principes qui le guident et son organisation relèvent des principes et des propositions d'organisation générale de l'enseignement énoncés par la Conférence des Présidents des Associations de Spécialistes : voir en Annexe.

2. Le temps consacré à l'apprentissage des Mathématiques n'est pas proportionnel à l'ampleur de la liste des notions inscrites aux programmes. Quel que soit le degré d'approfondissement auquel on souhaite parvenir, il y a un "investissement" de temps au-dessous duquel l'enseignement se réduit à celui de recettes et par là même se vide de sens.

L'activité de l'élève est primordiale dans son apprentissage des Mathématiques. L'horaire hebdomadaire des classes de Première et de Terminale doit comporter au moins une heure de Travaux Dirigés, celui de la classe de Seconde doit en comporter deux : en effet, la classe de Seconde est appelée à jouer un rôle particulièrement important ; elle est une classe *d'accueil* d'élèves aux formations très diverses ; elle est une classe *de début de cycle* qui doit permettre aux élèves d'acquérir une formation générale de base nécessaire à la poursuite de leurs études, quelles qu'en soient les orientations futures : pour permettre aux élèves de révéler leurs capacités et d'acquérir la maîtrise des quelques outils de pensée utiles aux autres disciplines autant qu'à un approfondissement en mathématiques, l'enseignement doit en avoir les moyens.

3. La compréhension de textes mathématiques, l'utilisation critique de manuels, l'analyse critique de textes utilisant les mathématiques, la recherche de documents, font partie intégrante de notre enseignement. Du temps doit être prévu pour cela.

4. Une coordination des enseignements de Mathématiques et des autres disciplines est non moins indispensable. Elle doit d'abord être inscrite dans les programmes, en veillant à ce que l'enseignement mathématique ne soit pas systématiquement dans l'impossibilité de fournir aux utilisateurs les outils dont ils ont besoin, au moment où ils leur sont utiles. Elle doit surtout pouvoir être vécue en classe en laissant aux professeurs du temps pour répondre, même partiellement, aux questions de leurs élèves sur ces outils au moment où ils les utilisent et pour les aider à en faire meilleur emploi. La différence d'approches de notions mathématiques par le mathématicien et par ses utilisateurs peut être très formatrice, à condition qu'elle soit l'objet d'une véritable réflexion de la part des élèves. Il faut, pour cela, en avoir le temps.

5. Il s'avère nécessaire que, désormais, les contenus de l'enseignement des mathématiques fassent l'objet de programmes fixant des *objectifs*, généraux mais aussi particuliers à chaque classe (tronc commun, options) en termes de comportements,

d'attitude, de capacités, de savoir-faire et distinguant un *noyau* de notions fondamentales qu'au terme de l'année tout élève doit avoir acquises, et une liste de *thèmes* parmi lesquels les élèves et le maître pourront choisir ceux qu'ils étudieront (cf. Assemblée Générale de l'APMEP de septembre 1975 et Charte de Caen). Les objectifs de l'enseignement doivent être définis explicitement et les professeurs doivent avoir plus de liberté dans le choix des moyens à prendre pour les viser. Ces objectifs doivent pouvoir être atteints par la majorité des élèves à qui ils seront proposés. La somme des connaissances exigées doit être réduite au profit d'une pratique plus longue, plus approfondie, mieux enracinée des mathématiques.

6. Les changements de programme doivent concerner *l'ensemble du Second Cycle* classique et technique. Ceux des tronc communs doivent être élaborés en premier, ceux des options en second, et non l'inverse.

Les nouveaux programmes doivent faire l'objet d'*expérimentations* engagées à cet effet, et tenir compte des résultats de ces expérimentations.

La mise en place de nouveaux programmes doit s'accompagner d'une *formation des maîtres*.

I.3 Annexe : Proposition de la Conférence des Présidents des Associations de Spécialistes

La Conférence est absolument opposée à toute *spécialisation prématurée et irréversible* ; elle n'admet qu'une *formation équilibrée*, dans un *cycle organique de trois ans* sanctionné par un *diplôme national*.

La Conférence a déjà remis au Ministère de l'Education Nationale, à cette fin, des propositions précises de grilles horaires ; chaque année y comprend, d'une part, un noyau d'enseignements communs, et d'autre part, des options progressivement diversifiées. Loin d'être constituées par adjonction de disciplines accumulées à partir des souhaits personnels de chaque association, ces propositions ont été constituées à partir de l'enveloppe horaire globale qui semble souhaitable si l'on ne veut pas imposer aux élèves une charge excessive ; à l'intérieur de cette enveloppe, enseignements communs et options ont été répartis de manière à assurer à l'adolescent une formation harmonieuse, et en même temps assez souple pour tenir compte de ses goûts et ses aptitudes.

Le noyau commun est indispensable pour plusieurs raisons. Il permet de considérer la personnalité de l'élève de manière globale et dans son ensemble. Il empêche que des lacunes considérables dans la formation initiale ne condamnent l'élève à se voir irrévérablement déterminé sans réorientations possibles. Il donne un enseignement cohérent formant des hommes, et non des outils conçus pour la seule profession. Il permet aux jeunes gens de bénéficier plus tard d'une formation continuée (on sait que les observations déjà faites sur la formation permanente montrent que celle-ci est d'autant plus efficace que la formation initiale a été plus poussée). Il met fin à la dichotomie périmée entre "littéraires" et "scientifiques", dont on a déjà pu voir les graves inconvénients. Il empêche que des jeunes gens ne se voient enfermés dans un cycle de préoccupations étroitement limitées, favorisant la "polarisation", les vues infantiles sur des secteurs importants de la pensée ou de l'activité humaines dont ils auraient été précocement séparés ; il faut au contraire préserver toutes les chances de l'élève de pouvoir entrer plus tard en communication avec d'autres secteurs, tant ces besoins de communication sont essentiels dans la civilisation d'aujourd'hui. Et l'élève d'aujourd'hui doit garder un esprit assez souple pour pouvoir s'adapter aux conditions imprévisibles de la civilisation de demain.

Pour toutes ces raisons, la Conférence estime qu'il importe d'assurer à tous les élèves et dans toutes les classes du second cycle l'enseignement des disciplines suivantes : français, philosophie en Terminale, une langue vivante, histoire et géographie, mathématiques, sciences physiques, sciences biologiques, éducation physique. Cela n'implique pas que dans le cadre de ce noyau commun l'enseignement de chaque discipline ne soit pas différencié suivant les groupes d'options choisies.

Au noyau commun s'ajoutent des options, assurant la souplesse de l'organisation. Ces options peuvent être, soit un approfondissement des disciplines du noyau, soit d'autres disciplines. Les Associations estiment nécessaire que l'élève ne soit pas tenu au seul régime du Tout ou Rien (mathématiques pour futurs polytechniciens, ou pas de mathématiques). Nous demandons donc qu'il soit prévu deux possibilités d'études pour des disciplines que les élèves pourraient choisir à des niveaux d'approfondissement différents.

La nécessité d'un enseignement cohérent exige l'organisation de groupes d'options permettant une continuité des études au cours de la scolarité.

La place des enseignements technologiques et artistiques est encore pour nous à l'étude, car les Associations concernées ont adhéré plus tardivement à la Conférence ; mais dès l'origine les Associations participantes ont tenu à faire une place de principe à ces enseignements, qui font partie intégrante de la formation de l'individu et ne doivent en aucun cas être négligés.

En ce qui concerne les enseignements technologiques, toutes les Associations estiment qu'ils ne doivent pas être conçus dans la seule et étroite finalité professionnelle ; les filières techniques ne doivent jamais être privées d'un enseignement général.

Propositions de Tableaux de grilles horaires et d'organisation globale pour le Second Cycle (décembre 72)

Ces propositions, qui dans leur ensemble ont été approuvées par les représentants de douze associations de spécialistes, constituent un document de travail susceptible de subir des retouches de détail.

Notes préliminaires

1. L'idée directrice est d'offrir à tout élève du Second Cycle un ensemble de disciplines communes, destiné à lui assurer une formation équilibrée ; cela n'implique pas que, dans le cadre de ce tronc commun, l'enseignement de chaque discipline ne soit pas différencié suivant les aptitudes de l'élève et suivant la filière optionnelle qu'il aura choisie.

2. Un enseignement plus spécialisé sera fourni sous forme d'options se diversifiant de plus en plus de la Seconde à la Terminale.

La nécessité de construire un enseignement cohérent entraîne que :

— Il sera obligatoire pour suivre une option d'avoir suivi la même option dans la ou les classes précédentes, sous réserve qu'elle y figure et sauf cas exceptionnels.

— Il apparaît des couplages obligatoires d'options, comme le montre l'organisation de filières optionnelles (Cf. ci-dessous). Par exemple le choix de Mathématiques approfondies II en Terminale

implique le choix de Mathématiques approfondies et de Physique approfondie en Première. Il en est de même du choix de Physique approfondie en Terminale.

3. Les propositions qui suivent ont pris comme base un horaire hebdomadaire obligatoire de 32 heures, dont 5 heures d'éducation physique ne figurant pas dans les tableaux. Exceptionnellement, pour certaines options technologiques ou dans le cas du choix, facultatif, d'une option supplémentaire, cet horaire peut dépasser légèrement 32 heures.

4. Les tableaux de grilles horaires ne contiennent pas les demandes spécifiques à chaque spécialité concernant les heures de travaux dirigés ou pratiques.

5. L'Association des Professeurs de Technologie souhaite que soient étudiées, dès maintenant, les conditions d'une implantation de l'enseignement de la technologie dans le tronc commun.

Classe de Seconde

Tronc commun : 23 heures		Options : Norme 3 ou 4 heures exception : 6 heures (Obligation : choix d'une option)	
Français	5		
Langue vivante I	3		
Histoire et géographie	4	Latin	3 ou 4
Mathématiques	5	Grec	3 ou 4
Physique (Sciences physiques et techniques)	4	Langue vivante II	3 ou 4
Biologie (Sciences biologiques et géographiques)	2	Langue vivante III	3
		Sciences économiques	3
		Technologie I	4
		Technologie II	6
		Arts plastiques	4
		Education musicale	4

Classe de Première

Tronc commun : 20 heures		Options : Norme 5 à 7 heures Exception 8 à 10 heures Obligation : choix d'au moins 2 options	
Français	4	Français	2
Langue vivante I	3	Latin	3 ou 4
Histoire et Géographie	4	Grec	3 ou 4
Mathématiques	4	Langue vivante II	3 ou 4
Physique	3	Langue vivante III	3
Biologie	2	Sciences économiques	4
		Mathématiques approfondies	2
		Physique approfondie	2
		Biologie approfondie	2
		Technologie I	3
		Technologie II	6
		Arts plastiques	4
		Education musicale	4

Classe Terminale

Tronc commun : 18 heures		Options : Norme 7 à 9 heures Exception 10 à 12 heures	
		Obligation : choix d'au moins 2 options	
Philosophie	4	Français	2
Langue vivante I	3	Latin	3
Histoire et Géographie	4	Grec	3
Mathématiques	3	Langue vivante II	3
Physique	2	Langue vivante III	3
Biologie	2	Sciences économiques I	2
		Sciences économiques II	5
		Philosophie approfondie I	2
		Philosophie approfondie II	4
		Mathématiques approfondies I	3
		Mathématiques approfondies II	5
		Physique approfondie	4
		Biologie approfondie	2
		Technologie I	3
		Technologie II	7
		Arts plastiques	4
		Education musicale	4

*
* *

II — Sujets d'examen

III — Les stages d'Analyse organisés par l'Inspection Générale

Ces deux sujets ont fait l'objet d'un large débat et ont amené l'APM à envoyer la lettre ci-dessous à Monsieur le Doyen de l'Inspection Générale (voir page 469).

IV — L'enseignement technique

Tout au long des thèmes abordés, il a été question des problèmes qui se posent dans l'enseignement technique. L'inadaptation de certains programmes, de certaines épreuves d'examen aux finalités de ces sections exige que l'APM s'oppose à toute nouvelle improvisation et impulse une réflexion spécifique en ce domaine.

Daniel REISZ

*Daniel REISZ, Vice-Président chargé du Second Cycle
au Bureau de l'A.P.M.*

à Monsieur le Doyen de l'Inspection Générale
de Mathématiques

Monsieur le Doyen,

Je me permets de me faire l'interprète de la position de l'APMEP sur un certain nombre de problèmes concernant le Second Cycle. Ces problèmes ont été soulevés par de nombreux collègues et ils ont fait l'objet d'un large débat lors de la réunion de la Commission du Second Cycle de l'APM à Paris, le 25 janvier.

Il s'agit tout d'abord des sujets proposés au baccalauréat et cela plus particulièrement en série C (encore que dans les autres séries on retrouve des critiques analogues). Nous estimons qu'il y a actuellement une tendance dangereuse à proposer des sujets de plus en plus difficiles, tant sur le plan du fond que sur celui de la rédaction. Il semble d'ailleurs que les responsables de ces sujets se rendent consciemment ou inconsciemment compte de cette difficulté et pour y pallier se lancent dans une atomisation des différentes questions, avec en moyenne (série C-75) 24 "questions" par problème (j'entends par "question" toute "unité" explicitement demandée) et 3,3 "questions" par exercice. Il en résulte une atomisation des barèmes qui nous semble favoriser l'élève rapide, voire superficiel, qui a abordé quelques questions par-ci et par-là, au détriment d'un candidat plus lent mais peut-être plus réfléchi. Je ne m'étendrai pas par ailleurs sur les acrobaties de barème auxquelles la longueur de certains sujets donne lieu pour arriver à une répartition "normale" des notes. On peut prendre pour exemple les problèmes de la série C-75 qui ont été proposés à RENNES, LYON (voir l'étude qui en a été faite dans le Bulletin n° 301 de l'APM) sans parler du fameux problème de PARIS.

Par ailleurs, que reste-t-il des "exercices, applications directes du cours" quand on voit, à BORDEAUX par exemple, un système de congruences dont la résolution devait sembler si problématique qu'on souffle une méthode au candidat, ou encore, à BESANCON,

la résolution trigonométrique d'une équation du troisième degré, sans parler de RENNES où un seul exercice compte sept questions (et quelles questions !).

L'APMEP, pour sa part, a ouvert dans son Bulletin une rubrique critique des énoncés proposés. Elle demande par ailleurs que l'Inspection Générale veille à ce que les sujets, conformément aux circulaires N° IV-64-870 du 25/11/68 et n° 73-471 du 14/11/73, ne soient ni trop difficiles, ni trop longs, afin de permettre un jugement aussi objectif que possible des candidats. L'APMEP suggère par ailleurs que l'élaboration des sujets se fasse sur le modèle de ce qui se passe dans l'académie de Strasbourg (et peut-être dans d'autres académies) : pour chaque section, une commission, présidée par un membre de l'enseignement supérieur, réunissant des collègues enseignant dans la dite section en nombre suffisant, se charge de façon responsable de proposer le ou les sujets, plutôt que de les choisir parmi des propositions d'autres collègues qui consciemment ou non pensent plus à briller devant leurs pairs qu'à la finalité de l'examen.

Je voudrais enfin aborder un autre point sur lequel mon attention a été appelée de nombreuses fois. Il s'agit des stages sur l'enseignement de l'analyse dans le second cycle. L'idée a été très favorablement accueillie par nos collègues qui se proposaient d'ouvrir un large débat sur les difficultés quotidiennes et très réelles de l'enseignement de l'analyse dans les différentes sections. Malheureusement en beaucoup d'endroits (et il faut reconnaître qu'il y a eu de brillantes exceptions) ces stages se sont résumés à une suite d'exposés, certes intéressants et utiles, mais avec une absence quasi-totale de tout véritable dialogue tant mathématique que pédagogique. En plus, beaucoup de collègues ont eu l'impression que seule existait la section C et que même dans cette section seuls les meilleurs élèves, ceux auxquels on pouvait laisser entrevoir quelques "notions fines", ceux auxquels on pouvait proposer ces exercices trop souvent tirés des oraux de concours de grandes écoles, comptaient.

L'APMEP, qui par ailleurs se félicite de l'organisation de telles réunions, demande à l'Inspection Générale que les objectifs, le contenu et la forme de telles réunions soient clairement précisés au départ et qu'elles soient l'occasion d'un véritable dialogue.

Je vous prie de croire, Monsieur le Doyen, à mes sentiments respectueux et dévoués.

Commission Post-Baccalauréat

Compte rendu de la COMMISSION POST-BACCALAUREAT réunie à Orléans, lors des Journées nationales, le samedi 20 septembre 1975.

8 participants.

Le présent compte-rendu ne peut pas se vouloir parfait. Il essaye de présenter les idées et les problèmes évoqués.

1/ *Le public de la faculté, des I.U.T., des classes préparatoires*

Beaucoup d'élèves se sont engagés dans une voie sans trop savoir où elle les mène, sans savoir quel genre de travail on leur demandera. Comment faire alors pour que les élèves s'orientent valablement ? et ceci avant le baccalauréat. Un exemple est cité d'un professeur de classe préparatoire allant dans un lycée s'entretenir avec des classes terminales.

2/ *Méthodes de travail*

Le travail par groupes est à encourager. Il semble plus facile à instaurer en classe préparatoire qu'à la faculté bien qu'il semble en contradiction avec l'esprit de concours.

Il y a plus de contacts humains possibles en classe préparatoire du fait de la présence commune en longue durée. En particulier, en faculté, il y a l'inconvénient de la scission entre cours magistral et travaux dirigés.

La classe préparatoire donne de bonnes habitudes et méthodes de travail mais quelle est la place faite à l'imagination, la créativité ? ... La faculté ne leur laisse pas plus de place. Comment enseigner de façon non magistrale ? Est-ce possible de sortir du programme ?

3/ *Le contenu (surtout mathématique)*

Peut-on faire des mathématiques intéressantes en classe préparatoire ? Cela semble incompatible avec la préparation au concours. Une démarche essentielle est de motiver, mais comment ?

Le contenu à lui seul ne suffit pas, le comportement du professeur et des élèves compte beaucoup. Il est facile en classe préparatoire d'utiliser des méthodes autoritaires. Ces classes s'intégrant dans un système sélectif, la sélection peut-elle se faire de façon libérale ? Il se pose alors le problème du rôle des mathématiques qui apparaît comme un bon moyen de sélection et non d'orientation.

4/ *Les enseignants*

Comme tout agrégé, les professeurs de classe préparatoire et les enseignants de faculté n'ont aucune formation pédagogique valable. Les agrégés stagiaires font plutôt des remplacements, il n'y a pas de formation. Peut-il y avoir pluridisciplinarité en classe préparatoire ? Les rapports entre collègues de différentes disciplines semblent très réduits.

Le Rapporteur : G. GRIBONVAL

Prochainement : Une brochure APMEP :

SUBSTITUTIONS & GROUPE SYMETRIQUE

par J. DAUTREVAUX

Dans son introduction, l'auteur déclare : "la théorie des groupes finis constitue en Mathématiques un des problèmes encore les plus ouverts, justifiant l'intensité des recherches par son utilisation dans des branches à priori très éloignées, par exemple la physique quantique. En outre, bien des aspects de cette théorie sont facilement illustrables à tous les niveaux de l'enseignement".

L'auteur étudie la structure du groupe symétrique et du groupe alterné. Les seules connaissances requises sont celles de groupes et de sous-groupes. La brochure introduit, au fur et à mesure des besoins, les notions de "groupe opérant sur un ensemble", d'orbite, de conjugaison (d'emploi systématique), de groupe cyclique, de groupe distingué et de centre d'un groupe.

Quarante huit pages.

Journées Nationales de l'A.P.M.E.P. Rennes, les 24-25 et 26 septembre 1976

I — PRESENTATION

Les Journées Nationales de l'A.P.M.E.P., au cours desquelles se tiendra l'Assemblée Générale Annuelle, sont organisées cette année par la Régionale de Rennes. Elles se dérouleront sur le campus universitaire de Rennes-Beaulieu les vendredi 24, samedi 25 et dimanche 26 septembre 1976.

Le thème retenu cette année est :

MATHEMATIQUE ET COMPORTEMENTS

L'A.P.M.E.P. souhaite, comme l'a rappelé l'Assemblée Générale d'Orléans en septembre 1975, que les contenus de l'Enseignement des Mathématiques fassent l'objet de programmes fixant des objectifs en termes de comportements, d'attitudes, de capacités, de savoir-faire, etc...

A la veille d'une nouvelle réforme, il paraît donc important de centrer les travaux des Journées de Rennes sur un thème où les contenus, placés en retrait, ne seraient qu'une illustration d'une étude de comportements des enfants, des adolescents ou des adultes dans une activité mathématique.

Cette activité n'est évidemment pas l'apanage du seul enseignement des Mathématiques, par les Professeurs de Mathématiques, pendant les cours de Mathématiques, avec les méthodes spécifiques aux Mathématiques : les disciplines sont artificiellement séparées par les contenus, alors que de multiples facteurs les unissent au niveau des comportements, l'enseigné ayant pour mission d'en assurer la synthèse.

D'autre part, on ne peut plus sous-estimer l'importance de l'apport extra-scolaire dans la formation scientifique.

Les Journées comprendront :

- Deux conférences générales.
- Des groupes de travail A_j (3 séances de 2 heures).
- Des groupes de travail B_j (1 séance de 2 h 30 environ pouvant éventuellement être suivie d'une autre séance).
- Des réunions des Commissions de l'A.P.M.E.P., pour lesquelles les responsables nationaux préciseront les objectifs précis avant les Journées.

— L'Assemblée Générale de l'A.P.M.E.P.

En outre, des expositions de manuels, de matériel didactique, de calcul et audiovisuel seront organisées sur les lieux des travaux.

Il importe que ces Journées nationales de l'A.P.M.E.P. n'en restent pas à une juxtaposition de groupes de travail, certes intéressants, mais qui ne conduirait pas à la définition des grandes lignes d'action de notre Association pour les mois qui suivront.

C'est pourquoi il est proposé, à la fin des Journées, que les Animateurs, les Rapporteurs et les membres du Bureau National envisagent le type de synthèse qui pourra être élaboré.

II — HORAIRE DES JOURNEES

Jeudi 23 septembre

à partir de 17 h : accueil des participants

Vendredi 24 septembre

9 h à 9 h 45 : Ouverture officielle des Journées par M. le Recteur de l'Académie de Rennes.

10 h à 12 h : Groupes de travail A_j .

14 h à 15 h 30 : Conférence générale : "Humaniser l'enseignement de la Mathématique" par W. Servais.

15 h 45 à 18 h 15 : Groupes de travail B_j .

Samedi 25 septembre

8 h 45 à 9 h 45 : Conférence générale.

10 h à 12 h : Groupes de travail A_j .

14 h à 16 h : Commissions nationales de l'A.P.M.E.P.
Suite éventuelle des groupes B_j .

16 h 15 à 19 h : Assemblée Générale.

Dimanche 26 septembre

9 h à 11 h : Groupes de travail A_j .

11 h à 12 h 30 : Réunion des Animateurs, Rapporteurs et membres du Bureau National : préparation d'une synthèse des Journées conduisant à des propositions d'action.

Les groupes sauvages pourront se réunir quand ils le souhaiteront ...

III — ORGANISATION DES GROUPES DE TRAVAIL

Le découpage en groupes A_i et B_j , pas totalement satisfaisant, doit permettre à chaque participant d'être inscrit dans une activité de type A_i (3 séances de 2 h) et une activité de type B_j (1 séance de 2 h 30 avec éventuellement une autre séance).

A la période où ce Bulletin est mis sous presse, la liste des Animateurs n'est, bien entendu, pas close. Elle sera complétée dans les prochains jours et certains groupes pourront être scindés en fonction de l'effectif.

Chaque groupe pourra également décider de former des sous-commissions en fonction de leurs directions de travail.

Les participants pourront choisir trois groupes A_i et trois groupes B_j et les indiquer par ordre de préférence.

Ils ne seront inscrits en définitive que dans UN groupe A_i et UN groupe B_j en fonction de l'ordre d'arrivée des inscriptions.

IV — LISTE DES GROUPES DE TRAVAIL

A — Groupes A_i

1) *Etude des blocages*

- | | | |
|------|---|-------------------|
| A 01 | L'échec en mathématiques | A. BIGARD |
| A 02 | Mathématiques et Affectivité | J. NIMIER |
| A 03 | Expérience avec enfants retardés | E. PINON |
| A 04 | Le "Pourquoi" en Mathématiques | F. JAULIN-MANNONI |
| A 05 | Les phénomènes d'incompréhension et de blocages | J. ADDA, J. MARIA |
| A 06 | Motivations | M. DUMONT |

2) *Analyse du comportement face à une activité mathématique*

- | | | |
|------|---|------------------------|
| A 10 | Niveau Préélémentaire et Élémentaire. | J. et J. CARON |
| A 11 | Niveau Élémentaire. | M. GLAYMANN, D. PICHOD |
| A 12 | Niveau Élémentaire. | G. BROUSSEAU |
| A 13 | Etude critique de quelques situations proposées par des manuels de mathématiques du Cours Préparatoire. | C. HUG |
| A 20 | Niveau Premier Cycle | F. PLUVINAGE |

- A 21 Etude du comportement des élèves face à une tâche de résolution de problèmes en classe de Sixième A. ROUCHIER, G. VERGNAUD
- A 22 Expérience en Sixième (Hypothèse de recherche. Rôle du sociologue) . . . J.C. SIDLER, F. MOLLET, J.L. GUIHARD
- A 23 Niveau Premier Cycle J. CHABRIER
- A 30 Niveau Second Cycle D. REISZ, X
- A 40 Niveau C.E.T. X
- A 50 Action Recherche : activités corporelles et mathématiques J. SAUVY
- A 51 La rigueur du Professeur de Mathématique et la notation M.C. DAUVISIS
- A 52 Mathématique et Formation des Adultes X
- A 60 Rôle des psychologues dans une recherche pédagogique E. CAUZINILLE, X
- A 61 Mise en oeuvre, difficultés, traitement et interprétation de l'observation J.M. DE KETELE
- A 62 Définition d'objectifs. Construction de moyens d'évaluation Y. TOURNEUR
- A 70 Introduction de l'informatique dans le Second degré (Bilan et Perspectives) J. KUNTZMANN

B — Groupes B_j

1) *Mathématique et autres disciplines*

- B 01 Conceptualisation en Mathématiques et en Physique F. HALBWACHS
- B 02 Mathématique et Français R. DUVAL
- B 03 Mathématique et Sciences Economiques D. FREDON
- B 04 Mathématique et Géographie J. CHABRIER
- B 05 Mathématique et Biologie X
- B 06 Mathématique et Enseignement Technique X

2) *Rôle du matériel didactique dans l'Enseignement des Mathématiques*

- B 10 Technologie Educative E. CAUZINILLE, R. GRAS
- B 11 Calculatrices . . . R. HEBENSTREIT, R. LE ROUX, J. JULO
- B 12 Audiovisuel X

3) *Heuristique*

- B 20 Analyse de comportements heuristiques d'étudiants d'enseignement supérieur . . . G. GLAESER, J. MARTINET

B 21 Olympiades — Rallyes	X
B 22 Clubs mathématiques	X
B 23 Analyse de comportements heuristiques	N. BALACHEFF, F. ROYOUX

V — RENSEIGNEMENTS PRATIQUES

a) Notre adresse :

Monsieur Roger LE ROUX
Journées Nationales APMEP
I.R.E.M.

B.P. 25 A — 35031 RENNES CEDEX
Tél. (99) 36.48.15 - postes 23-28 et 23-27

b) Pour s'inscrire aux Journées Nationales, utiliser le bulletin d'inscription encarté dans ce Bulletin.

Date limite des inscriptions : 1er JUIN 1976

Après cette date, les participants ne pourront être accueillis que dans les groupes de travail "déficitaires" et le logement ne pourra plus être assuré par nos soins.

c) L'hébergement est prévu :

— soit en résidence I.N.S.A. (sur le campus de Beaulieu, chambres individuelles uniquement, 19 F la nuit, petit-déjeuner compris).

Un service de cars et de voitures individuelles permettra aux participants d'aller le soir à Rennes et de revenir à Beaulieu.

— soit en hôtel (dans Rennes, à 5 km du campus).

Les repas seront pris au restaurant de l'I.N.S.A. (7 F, boisson non comprise).

d) Groupes de travail :

Nous vous demandons d'indiquer par ordre de préférence 3 groupes A_i et 3 groupes B_j .

Nous vous informerons, courant juin, des groupes (UN A_i et UN B_j) dans lesquels vous serez inscrit définitivement.

e) Loisirs :

Nous vous proposons :

- Le vendredi soir (sur le campus) : "Contes et musique celtiques" avec Pierre-Jakez Hélias et Guy Tudy.

- Le samedi soir (à la Maison de la Culture) : Théâtre avec la pièce de P.J. Hélias, "Le Grand Valet" par le Théâtre du Bout du Monde.

Pierre-Jakez Hélias : né en 1914 à Pouldreuzic, petite commune bigoudenne située au bord de la mer, près de Plozévet, dans la baie d'Audierne. Enseignant, il s'est consacré à la promotion de la langue et de la culture bretonnes. Conteur, poète, écrivain, traducteur, animateur des fêtes de Cornouaille...

Grâce à ses efforts tenaces, on assiste à la renaissance de toute une civilisation menacée de disparition.

P.J. Hélias s'est révélé au grand public international avec la parution en français du "CHEVAL D'ORGUEIL" en 1975. Cette oeuvre constitue la magnifique synthèse d'un talent qui s'est affirmé au fil des années et qui traduit le profond attachement de l'auteur à sa culture d'origine et sa fidélité au sol natal où plongent ses racines.

"LE GRAND VALET", oeuvre inspirée de la terre bretonne, âpre et dure, mais où les hommes gardent le sens de la grandeur et de l'humour, nous fait vivre indiscutablement un grand moment du théâtre.

Guy Tudy : compositeur et guitariste breton, créateur de la guitare dite celtique, grand prix du disque celtique en 1970. "L'oeuvre de Guy Tudy est tellement prenante, le caractère breton y est si vif, si authentique, que le jury a été unanime à lui rendre hommage".

G. Tudy ne veut pas être prisonnier des modes d'expression du passé qu'il respecte ; ses oeuvres traduisent classiquement les sources d'inspiration qu'il trouve dans les pulsations de sa terre natale que sa guitare chante depuis 1950.

Le Théâtre du Bout du Monde : Centre dramatique national, dirigé par Guy Parigot. Un répertoire très varié, au moins une création par an, de nombreuses tournées dans toute la Bretagne, très populaire dans notre Région ...

Les inscriptions aux loisirs sont fermes, mais le montant sera réglé sur place, lors du retrait du dossier du congrès. "Contes et musique celtiques" : participation aux frais ; Théâtre : de l'ordre de 15 F.

f) Règlement :

— Frais d'inscription de 50 F (secrétariat, matériel, transports...) dont sont dispensés les animateurs de groupes.

— L'I.N.S.A. nous obligeant à payer tout repas et toute chambre retenus, nous demandons aux participants de régler à l'avance *l'hébergement en résidence et les repas pris au restaurant I.N.S.A.*

- g) Un premier dossier sera communiqué aux participants dans le courant du mois de juin.
- h) Pour les participants désirant loger en hôtel, nous indiquerons, dans le dossier du mois de juin, les coordonnées de l'hôtel retenu.
Il appartiendra à ces participants de confirmer directement à l'hôtel cette réservation.
- i) Autorisation d'absence : la demander avant les grandes vacances. En cas de difficultés, s'adresser à Michèle CHOUCHAN, 16 rue du Bailliage, 76000 Rouen.

Errata du n° 302

Dans le sommaire, le nom d'un auteur (Walusinski), le prénom d'un autre (P. Anglès), les titres de deux articles (celui de J. Gadrey et la lettre au *Ministre*) ont été malmenés.

Des accolades manquent page 134 (ligne 24) et page 155 (lignes -1 et -4), ainsi que la lettre O dans la figure 3 de la page 161.

VIE DES RÉGIONALES

Section de la Seine-Saint-Denis

A.P.M.E.P.
Section de la Seine-St-Denis

I.R.E.M.
de Paris-Nord

Journée du MERCREDI 21 AVRIL 1976 consacrée à :

"L'apprentissage du calcul numérique dans l'enseignement élémentaire" avec une équipe de l'IREM de Bordeaux.

**Lieu : Théâtre de la Commune - Rue Edouard Poisson -
AUBERVILLIERS.**

Programme :

- 9 h : Conférence - débat sur "algorithmes et raisonnements" par
G. BROUSSEAU, projection de films.**
- 12 h : Repas au C.E.S. Diderot, rue du Commandant Lherminier
(20 francs).**
- 14 h : Travail par groupes au C.E.S. Diderot.**

Participation aux frais : 5 francs par personne.

**Pour l'A.P.M.
Maurice LOI**

**Pour l'I.R.E.M.
Paul ROUGEE**

Section départementale des Vosges Assemblée Générale constituante

J. MERLAN, après avoir évoqué l'historique de la création de la départementale (Assemblée préparatoire du 19 mars, réunion du bureau provisoire du 1er octobre, ...), rappelle que l'une des tâches essentielles de la section sera de favoriser la circulation de l'information (liaison entre les divers groupes locaux, information des parents, etc...). La réalisation de cet objectif étant fonction du dynamisme de la départementale, il est vital pour tous de faire connaître l'APM et d'encourager les adhésions.

M. DE COINTET présente les options de l'APM, issues de la Charte de Caen.

Programmes : Les programmes actuels sont lourds — particulièrement en Quatrième et Troisième (Géométrie) et dans l'enseignement technique. Une nouvelle conception s'imposait (Noyaux-Thèmes). Dans l'immédiat, tout allègement sera considéré comme un progrès.

Pluridisciplinarité : L'enseignement scientifique est compartimenté et manque de lieux de synthèse. Les mathématiques, qui d'une part jouent un rôle de sélection par l'échec, risquent d'autre part de n'être plus que pur jeu intellectuel. Il est urgent de définir quelles mathématiques enseigner pour une véritable formation des élèves.

Formation continue : Le bon fonctionnement des I.R.E.M. constitue dans ce domaine un élément positif dont il faut assurer la sauvegarde.

Formation initiale : La hiérarchisation du corps enseignant doit être abandonnée au profit d'une formation de même niveau pour tous, le contenu seul variant avec la spécialité.

Expérimentation : De nombreux groupes (I.R.E.M., I.N.R.D.P., groupes locaux ...) souffrent du manque de coordination. Des travaux perdent toute portée faute d'information. La proposition de l'APM et des IREM de recréer une commission permanente sur l'enseignement des mathématiques est restée sans réponse.

Vie de l'association : L'association est faite de ce font et pensent ses adhérents. Si par exemple le Bulletin, dans sa forme actuelle, soulève des critiques, c'est en formulant ces critiques qu'il pourra y être remédié. Ce qu'écrit l'A.P.M. n'a de valeur que si c'est le fruit de la réflexion de l'ensemble des collègues.

La discussion qui suit permet d'apporter les précisions suivantes :

Programmes 77 : Ils seront appliqués sans expérimentation. L'Inspection générale semble désirer le moins de modifications possible.

Groupe de travail ministériel : Il ne tenait aucun compte, dans sa composition, de la représentativité des organisations concernées (sur 40 membres, une petite minorité d'enseignants dont un représentant de l'A.P.M.).

Manuels : Si le nombre des éditeurs n'améliore en rien la qualité des manuels, il serait à l'opposé dangereux que seul le ministère soit habilité à diffuser des ouvrages scolaires : il est absurde de vouloir imposer un livre unique à tous les élèves, et c'est en outre en contradiction avec le principe des noyaux-thèmes. L'A.P.M., par l'intermédiaire de sa commission "Manuels Scolaires", fait appel à la réflexion de tous pour une critique objective des ouvrages en circulation.

Fonction enseignante : Il est nécessaire de reconsidérer la fonction enseignante ; en particulier, la recherche pédagogique, la concertation, les relations avec les parents d'élèves entrent dans le cadre du service normal et non d'heures supplémentaires.

Bulletin : Les collègues présents sont en général satisfaits du Bulletin. Une nouvelle formule (tronc commun et suppléments optionnels) pourrait être envisagée dans l'avenir.

Statuts de la Départementale (Annexe 1)

Une seule modification est apportée au projet : à l'article 6, l'expression "les cotisations volontaires de ses membres" est supprimée et remplacée par : "les dons éventuels".

Les statuts sont adoptés, article par article, à l'unanimité (vote à main levée).

Comité d'animation (Annexe 2)

11 candidatures sont présentées ; le Comité est élu, globalement, à l'unanimité (vote à main levée). Le Bureau sera formé lors de la première réunion du Comité (le 12 novembre 1975 au C.A.D.P. de Remiremont).

ANNEXE 1

A.P.M.E.P.

Départementale des Vosges

STATUTS

Article 1 :

Il est constitué une section départementale des Vosges de l'A.P.M.E.P.

L'association est soumise au régime de la loi du 1er juillet 1901. Son siège est fixé au Centre Départemental de Documentation Pédagogique, avenue Henri Sellier, 88025 Epinal.

Article 2 :

Sont membres de la Départementale, les membres adhérents de l'A.P.M.E.P. qui résident ou enseignent dans le département des Vosges.

Article 3 :

La Départementale a pour but de mettre en oeuvre tous les moyens dont elle dispose en faveur du développement des études pédagogiques relatives à l'enseignement des mathématiques de la Maternelle à l'Université :

- . Organisation de conférences assurant l'information des maîtres à tous les niveaux.
- . Création de groupes de travail.
- . Réalisation d'expériences pédagogiques.
- . Participation aux travaux organisés sur le plan national, régional ou local (IREM, CDDP, Commissions diverses ...).
- . Diffusion de documents pédagogiques.

Article 4 :

La Départementale assure la liaison entre ses membres et les instances régionales et nationales de l'A.P.M.E.P. Elle représente l'A.P.M.E.P. auprès des autorités civiles et universitaires locales.

Article 5 :

La Départementale est administrée par un Comité d'Animation d'au moins huit membres, élu pour deux ans par l'Assemblée Générale. Le Comité d'Animation élit dans son sein un bureau comportant un Président, un Trésorier, et un ou plusieurs secrétaires.

Article 6 :

Les ressources de la Départementale sont :

- . Les ristournes de cotisations de l'A.P.M.E.P. nationale ou régionale,
- . Les subventions des collectivités locales,
- . Les dons éventuels.

Article 7 :

Seule une Assemblée Générale dûment convoquée peut modifier les présents statuts, ou prononcer la dissolution qui requiert au moins les deux tiers des membres présents ou représentés. Dans ce dernier cas, les fonds en possession de la Départementale sont reversés à la Trésorerie nationale de l'A.P.M.E.P.

ANNEXE 2

COMITE D'ANIMATION

GALMICHE Jean-Louis	C.E.S.	Cornimont	Président
LERICHE Philippe	Inst.	Saint-Arne	Trésorier
MIRGUET Jean-Louis	Lycée	Remiremont	Secrétaire
PROVIN Jean-Marie	C.E.T.	Thaon-les-Vosges	Secrétaire
BRUNIER Anne-Marie	Lycée	Remiremont	
CUNAT Marie-Christine	Inst. en FP.EN.	Epinal	
EMERAUX Daniel	C.E.S.	Contrexéville	
EURIAT Jacqueline	E.N.	Epinal	
GEHIN Martine	Inst. Mat.	Rochesson	
GUILLAUME Jean-Pierre	Inst.	Vittel	
MERLAN Jacques	I.D.E.N.	Remiremont	

COMMENT SE PROCURER LES SUJETS ET LES RAPPORTS DES CONCOURS DE RECRUTEMENT

Des collègues nous ont demandé de publier quelques renseignements à ce sujet ; les voici :

- Les sujets et les rapports de l'agrégation et du CAPES sont publiés par le SEVPEN et sont en vente dans tous les C.R.D.P. et C.D.D.P.

- Les fascicules relatifs à 1975 sont en vente, au prix de 8 F, à partir de mars-avril 1976. Il est préférable de les retenir ou de les commander à l'avance.

- Certains C.R.D.P. vendent jusqu'à épuisement de leur dotation les fascicules des années précédentes.

- Dans tous les C.R.D.P. et C.D.D.P., des exemplaires des années précédentes sont gardés au service de la documentation administrative où ils peuvent être consultés et éventuellement empruntés. On y trouve aussi tous les règlements et programmes relatifs aux examens et concours nationaux.

- Rappelons que les programmes et commentaires sont aussi en vente dans les C.R.D.P. (un fascicule pour le premier cycle et un autre pour le second cycle).

- Le CAPCEG n'est pas un concours national. Pour tout renseignement, s'adresser au Centre de Formation (en Mathématiques) le plus proche ; ces Centres sont implantés dans certaines Ecoles Normales d'Instituteurs ou d'Institutrices.

Voir ci-après les adresses des C.R.D.P. et des C.D.D.P.

AJACCIO - C.D.D.P. : Avenue Pugliesi - Conti
 ALBI - C.D.D.P. : Centre administratif - rue du Général Giraud
 ALENCON - C.D.D.P. : Place Bonet
 AMIENS - C.R.D.P. : 33, rue des Minimes
 ANGERS - C.D.D.P. : 9, rue Grandet
 ANGOULEME - C.D.D.P. : 1, rue Vauban
 ARRAS - C.D.D.P. : 39, rue aux Ours
 AUCH - C.D.D.P. : rue Boissy-d'Anglas
 AVIGNON - C.D.D.P. : 8, rue Frédéric-Mistral
 BEAUVAIS - C.D.D.P. : 22, avenue Victor-Hugo - B.P. 321
 BESANCON - C.R.D.P. : 16 et 17, rue Ernest-Renan - B.P. 78
 BORDEAUX - C.R.D.P. : 75, cours d'Alsace-Lorraine
 BOURG-EN-BRESSE - C.D.D.P. : 6, rue Jules-Ferry
 BOURGES - Antenne du C.R.D.P. : 9, rue Edouard-Branly
 BREST - C.D.D.P. : 108, rue Jean Jaurès
 CAEN - C.R.D.P. : 21, rue du Moulin au Roy
 CAHORS - Antenne du C.R.D.P. : Cité Administrative - Quai Cavaignac
 CARCASSONNE - C.D.D.P. : 56, avenue du Docteur Henri-Goût
 CHALONS S/MARNE - Antenne du C.R.D.P. : Cité administrative - Caserne Tirlet
 CHAUMONT - C.R.D.P. : rue Haeusler
 CHARLEVILLE / MEZIERES - C.D.D.P. : 18, rue Voltaire
 CLERMONT-FERRAND - C.R.D.P. : 15, rue d'Amboise
 DIGNE - C.D.D.P. : Ancien Lycée de jeunes filles - Place des Cordeliers
 DIJON - C.R.D.P. : Campus Universitaire de Montmuzard, Bld Gabriel - B.P. 490
 FOIX - C.D.D.P. : 31 bis, avenue du Général de Gaulle
 FORT-DE-FRANCE (Martinique) - C.D.D.P. : 49, rue Victor-Sévère
 GAP - Antenne du C.R.D.P. : 4, avenue du Maréchal Foch
 GRENOBLE - C.R.D.P. : 11, rue du Général Champon
 LAON - C.D.D.P. : rue Ferdinand-Thuillard - Impasse de l'Eglise
 LA ROCHELLE - C.D.D.P. : 19, rue Vaugoin
 LE MANS - C.D.D.P. : 31, rue des Maillets
 LILLE - C.R.D.P. : 3, rue Jean-Bart
 LIMOGES - C.R.D.P. : 44, rue Gay-Lussac
 LYON - C.R.D.P. : 47, rue Philippe-de-Lassalle (4e)
 MARSEILLE - C.R.D.P. : 55-57, rue Sylvabelle (6e)
 MONTAUBAN - C.D.D.P. : 5, rue du Fort
 MONT-DE-MARSAN - C.D.D.P. : Cité Galliane - Avenue Cronstadt
 MONTPELLIER - C.R.D.P. : allée de la Citadelle
 NANCY - C.R.D.P. : 99, rue de Metz
 NANTES - C.R.D.P. : 17, rue Gambetta - B.P. 1001
 NEVERS - C.D.D.P. : Ecole du Château
 NICE - C.R.D.P. : 117, rue de France
 NIMES - C.D.D.P. : 10, Grand'Rue
 ORLEANS - C.R.D.P. : 55, rue Notre-Dame-de-Recouvrance
 PARIS - C.R.D.P. : 29, rue d'Ulm (5e) - Librairie : 13, rue du Four (6e)
 PAU - C.D.D.P. : villa Nitot - Avenue Nitot - B.P. 299
 PERPIGNAN - C.D.D.P. : 24, rue Emile-Zola
 POINTE-A-PITRE (Guadeloupe) - C.D.D.P. : rue du Gouverneur Félix-Eboué
 POITIERS - C.R.D.P. : 6, rue Sainte-Catherine
 REIMS - C.R.D.P. : 47, rue Simon
 RENNES - C.R.D.P. : 92, rue d'Antrain
 RODEZ - C.D.D.P. : ENI, 12, rue Sarrus
 ROUEN - ST-CLEMENT - C.R.D.P. : Cedex 3038 - 2, rue du Docteur Fleury Le
 Mont-Saint-Aignan
 SAINT-DENIS (la Réunion) - C.D.D.P. : 12, rue de la Victoire
 SAINT-ETIENNE - C.D.D.P. : 16, rue Marcellin-Allard
 STRASBOURG - C.R.D.P. : 5, quai Zorn - B.P. 279/R7
 TARBES - C.D.D.P. : rue Georges-Magnoac - B.P. 205
 TOULOUSE - C.D.D.P. : 3, rue Roquelaine
 TOURS - C.D.D.P. : 1, rue Gutenberg
 TROYES - C.D.D.P. : 1, rue Bégand
 VALENCE - C.D.D.P. : "Ancienne Préfecture" - Place Le Cardonnet - B.P. 498

APPEL A COMMUNICATIONS

Dans le cadre du Congrès Panorama de la Nouveauté Informatique en France, organisé par la Division TTI de l'AFCT, les 3-4-5 novembre 1976 à Gif-sur-Yvette (91), Ecole Supérieure d'Electricité, le groupe Enseignement de l'Informatique organise une session parallèle consacrée spécifiquement aux problèmes d'Enseignement.

Cette session sera conçue comme une réunion de synthèse autour d'un certain nombre de communications relatant diverses réflexions ou expériences pédagogiques.

Deux thèmes ont été retenus :

— *CONCEPTION ET EXPERIENCE D'UN ENSEIGNEMENT EN INFORMATIQUE*

Finalité. Moyens. Outils. Contenu. Pédagogie. Contrôles.

— *LA DEMARCHE INFORMATIQUE DANS L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE*

Sensibilisation et Motivations. Formation des Animateurs. Finalité. Utilisation et Définition des Moyens. Contrôle Guidage. Problèmes rencontrés.

La durée de chaque communication est limitée à 15 minutes.

Les personnes souhaitant présenter une communication sont priées d'en adresser le titre et un résumé (5 lignes maximum) avant le 31 avril 1976 à :

- Monsieur GALINIER
U.E.R. Informatique
Université Paul Sabatier
118, route de Narbonne
31077 TOULOUSE CEDEX

Le texte définitif (10 pages maximum) des communications retenues devra être fourni avant le 26 juin 1976 à la même adresse. Ces communications seront diffusées lors du Congrès et publiées dans le Bulletin Informatique Enseignement.

Une des principales motivations de cette session est la valorisation et la diffusion maximale du travail pédagogique des enseignants concernés par l'Informatique. Nous souhaitons donc recevoir le plus grand nombre de propositions ; pour cela faites connaître cette information autour de vous et incitez les personnes concernées à proposer une communication.

**COMMISSION INTERNATIONALE
POUR L'ETUDE ET L'AMELIORATION
DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES**

Présidente d'honneur : A. Z. KRYGOWSKA (Pologne)

Président : C. GAULIN (Canada)

Vice-Présidents : E. CASTELNUOVO (Italie) ; T. VARGA (Hongrie)

Secrétaires : W. et R. SERVAIS (Belgique)

Commissaires : M. GLAYMANN (France) ; G. BROUSSEAU (France) ; S. AÏDI (Tunisie)

**XXVIIIe RENCONTRE INTERNATIONALE DE PROFESSEURS
DE MATHEMATIQUE** du 6 au 12 août 1976 à l'Université catho-
lique de Louvain à Louvain-la-Neuve (Belgique).

Thème : Problématique et enseignement de la mathématique

Judi 5 août :

Arrivée à partir de l'après-midi.
Accueil des participants.

Vendredi 6 août :

Séance d'ouverture
Le Problème des problèmes
Notion de problèmes, degré de difficultés d'un problème.

Samedi 7 août :

Les problèmes par rapport aux objectifs visés.

Dimanche 8 août :

Apprentissage ou construction de connaissances par les problèmes,
développement de stratégies, d'analyse et de résolution de problèmes.
Les problèmes comme moyen d'enseignement.
Analyse du contenu des problèmes.

Lundi 9 août :

Excursion.

Mardi 10 août :

Présentation des problèmes et les élèves

Mercredi 11 août :

Formes de présentation, difficultés liées à la présentation des pro-
blèmes : rôle du matériel didactique.
Aspects provocateurs des problèmes, invention de problèmes par les
élèves.

Jeudi 12 août :

Problèmes de mathématiques dans le contexte pluridisciplinaire de l'éducation.

Départ le 12 dans l'après-midi, quatre heures.

Organisation :

Amorces par des conférences ou documents individuels.

Le temps sera utilisé à part égale entre le travail de groupes et les séances plénières.

L'horaire sera précisé sur place.

Langues officielles : Anglais, français.

Coût du séjour : 6.000 FB — repas, logement, excursion et service compris.

Inscriptions auprès de

Madame Willy SERVAIS

rue des Déportés, 60 (tél. 064/441097)

B. 6510 Morlanwelz-Mariemont (Belgique)

Verser à l'inscription 600 F Belges à valoir sur le montant total au compte n° 271/0057137/36 de W. SERVAIS, Société Générale de Banque — Morlanwelz (Belgique)

DATE LIMITE : 15 juin 1976.

Le coût du séjour sera versé en francs belges à l'arrivée, à Madame Servais.

Louvain-la-Neuve est le nouveau site de l'Université catholique de Louvain sur la commune d'Ottignies, à une vingtaine de kilomètres de Bruxelles au-delà de Wavre.

Accès par route : Autoroute E 40 Bruxelles-Namur
sortie Louvain-la-Neuve

par train et bus : Bruxelles Ottignies (train)
Ottignies Louvain-la-Neuve (bus)
Arrêt : Sciences I.

Adresse : Rencontre de la C.I.E.A.E.M.
Chemin du Cyclotron, 2
B. 1348 Louvain-la-Neuve (Belgique)

Responsable local : Willy Vanhamme.

Depuis sa formation, la Commission s'est donnée pour rôle essentiel la confrontation des expériences, des vues et des orientations d'enseignants et de spécialistes (mathématiciens, psychologues, pédagogues, utilisateurs) pour promouvoir l'étude et l'amélioration de l'enseignement mathématique.

Les rencontres organisées se distinguent des stages de formation et de recyclage. En mettant en commun des apports venant de partout, elles veulent fournir un stimulant à l'action de ceux qui se sentent responsables de l'efficacité de l'éducation mathématique.

Ouverte à tous ceux qui entendent coopérer à ces échanges confraternels, la Commission doit néanmoins, pour atteindre ses objectifs, limiter le nombre de participants.