

Notes sur l'introduction éventuelle des "filtres" dans l'enseignement du second degré

par Henri CARTAN

Au moment où certains songent à introduire la notion de *filtre* dans les classes de mathématiques du second degré (donc avant le baccalauréat), qu'il me soit permis de donner mon opinion en tant qu'enseignant.

Je voudrais dire pourquoi cette introduction me semble *tout à fait déraisonnable*. Certes la notion de filtre permet de formuler la notion de limite dans toute sa généralité, et c'est bien pourquoi il a fallu l'inventer. Mais, comme tant d'autres notions en mathématiques, elle ne prend d'intérêt pour un individu que lorsque celui-ci a déjà eu l'occasion de rencontrer (expérimentalement, si j'ose dire) des cas où elle est susceptible de s'appliquer. L'enseignement actuel, dit des "mathématiques modernes", est déjà trop

encombré d'une série de notions qui ne peuvent guère éveiller l'intuition de l'élève, pour la simple raison que celui-ci ne connaît pas assez d'exemples où elles s'appliquent.

C'est ainsi qu'il n'est pas bon de donner la définition générale et abstraite d'un *groupe* lorsque l'élève n'a encore rencontré que des groupes commutatifs (il est d'ailleurs facile de lui présenter des exemples de groupes non commutatifs, et cela me semble indispensable).

Pour en revenir aux filtres, il m'est arrivé, voici quelques années, de recevoir un appel téléphonique d'une jeune élève de première dans un lycée de la banlieue parisienne qui, ayant à traiter un petit exercice sur les filtres, espérait qu'en s'adressant à l'inventeur des filtres elle allait se faire donner la solution de son petit problème, sans autre effort de sa part. Il n'en fut hélas rien. Je tentai de lui faire dire quels *exemples* de filtres avaient été donnés dans le cours ; réponse : "le filtre des voisinages d'un point dans un espace topologique". C'est une réponse qu'elle n'aurait pas pu inventer toute seule ; je ne poussai pas la cruauté jusqu'à lui demander ce qu'est un espace topologique, et quels exemples elle en connaissait. D'autres exemples de filtres, point. On n'avait même pas mentionné le filtre des complémentaires des parties finies d'un ensemble infini. Dans ces conditions, je me demande ce que la notion de filtre pouvait bien éveiller dans l'esprit de cette élève, et comment elle aurait pu être capable d'en faire un usage intelligent.

Je crois que l'on devrait surtout, dans l'enseignement secondaire, s'attacher à bien faire comprendre la notion de limite d'une *suite* de nombres réels, ainsi que celle de continuité d'une fonction d'une variable réelle à valeurs réelles ; à donner des *contre-exemples*, et aussi à apprendre à *calculer explicitement des limites* dans des cas simples où elles existent.

Certes, je comprends bien quelle pourrait être la satisfaction intellectuelle du professeur qui découvre la notion de filtre et se convainc qu'il a là l'outil le plus approprié pour la notion de limite. Mais, de grâce, que l'on veuille bien ne jamais oublier que l'enseignement n'est pas fait pour la satisfaction des enseignants, mais pour la formation des élèves !

5 décembre 1975