

Les 17^{èmes} olympiades internationales de mathématiques

Rapport de Georges GLAESER et Denis GERLL (responsables de la délégation française).

Les 17^{èmes} O.I.M. se sont déroulées à Burgas (Bulgarie) du 4 au 16 juillet 1975. Dix-sept nations y participaient. On notait, cette année, le forfait des équipes cubaines et finlandaises : en revanche, la Grèce entrait en lice pour la première fois.

I. Organisation

Nous n'insisterons pas sur les grosses difficultés que les organisateurs bulgares ont eu à surmonter pour l'hébergement des 250 personnes concernées.

Par contre, l'organisation scientifique du jury et des épreuves a été satisfaisante.

La participation de la délégation française a été décidée beaucoup trop tard : le 1er juin 1975, faute de crédits suffisants, le principe même de cette participation était remis en question.

Signalons que les 18^{èmes} Olympiades sont prévues pour juillet 1976 en Autriche (et les 19^{èmes} (1977) en Yougoslavie) : il est souhaitable que les décisions concernant une participation éventuelle à ces manifestations soient prises dès maintenant, ce qui favorisera une préparation pédagogique qui nécessite du temps.

II. Choix des sujets

Les organisateurs bulgares avaient présélectionné seize sujets, parmi ceux que les délégations avaient envoyés : le choix des six énoncés retenus n'a pas présenté de notables difficultés (cf. Annexe).

Le jury a beaucoup discuté, a priori, sur la difficulté ou la facilité de l'épreuve : il apparaît que de telles estimations ne peuvent être que très subjectives dans l'état actuel de nos techniques d'évaluation.

On a voulu éviter les questions vraiment faciles : l'énoncé ④ est d'un meilleur niveau que les deux questions triviales de l'an dernier.

Par contre, il ne semble pas qu'il y ait eu cette année de problème vraiment difficile : si l'énoncé ⑥ a opposé le plus de résistance, c'est en partie parce qu'il venait après des problèmes qui avaient exigé des efforts de la part des candidats.

Il est impossible d'estimer la difficulté des problèmes, grâce à un examen statistique des résultats, en l'absence de renseignements sur les stratégies adoptées. Ainsi, on aurait pu croire que tous les candidats qui ont résolu ⑥ étaient venus à bout de ④. En fait, on a trouvé des candidats qui avaient concentré leurs efforts sur ⑥ et ⑤ et qui n'avaient pratiquement pas pris le temps de chercher ④ !

Les rapporteurs français ont été extrêmement déçus par le comportement face à l'énoncé ③. Il s'agit d'un exercice classique de géométrie qui se résout immédiatement lorsqu'on compose deux similitudes planes directes pour aboutir à une rotation. On prévoyait que tous les participants français résoudraient rapidement cette question, par cette méthode standard.

En fait, seul un candidat hongrois (sur les 135 participants) trouva cette solution et les correcteurs ont été ensevelis sous un déluge de vérifications trigonométriques.

Quelques solutions élégantes ont comporté des calculs sur les nombres complexes.

Un prix spécial a été attribué au candidat roumain qui raisonna ainsi :

Si z désigne l'affixe du vecteur $\overrightarrow{RA}$, on constate que le résultat demandé se traduit par une égalité entre deux fonctions affines, de la forme :

$$az + b = az + c$$

Sans expliciter les calculs, le candidat remarque que la validité du théorème ne dépend pas de z : il suffit donc de faire une vérification sur un triangle ABC particulier.

On remarquera que les six énoncés présentent tous un certain intérêt scientifique : pas d'"amusettes artificielles" cette année.

III. Les résultats

Six candidats (dont un français) atteignirent la note maximale de 40. On leur attribua un premier prix, ainsi qu'aux candidats notés 39.

Les vingt-cinq concurrents suivants (parmi lesquels un français et une jeune fille soviétique), dont la note fut supérieure à 30, reçurent un second prix.

Enfin, les cinquante-huit candidats (dont un français et une jeune fille vietnamienne) dont la note égalait au moins 23, obtinrent un troisième prix.

En outre, on attribua trois prix spéciaux à deux concurrents roumains et à un américain (U.S.A.), pour des solutions jugées particulièrement brillantes.

On peut aussi s'intéresser à l'homogénéité des équipes, en examinant le total des points obtenus. En tête de ce classement on trouve la Hongrie et la R.D.A. (bien qu'aucune de ces équipes n'ait obtenu un premier prix), les U.S.A. (avec trois premiers prix) suivis de l'U.R.S.S. (un premier prix). Dans ce classement, la France occupe la neuvième place.

Il faut signaler que le Viet-Nam obtint aussi d'excellents résultats, bien qu'il ne pût être classé : l'un des candidats vietnamiens, souffrant, ne participa pas aux épreuves.

En 1975, six jeunes filles sur 135 concurrents participaient aux O.I.M. Nous avons signalé que deux d'entre elles furent primées.

IV. La préparation des équipes

Nous avons profité de cette rencontre internationale pour nous documenter sur les méthodes utilisées dans divers pays pour choisir et entraîner leurs concurrents.

Certains pays — notamment les pays de l'Est — attachent une très grande importance à ces Olympiades. Ils préparent les équipes plusieurs années à l'avance grâce à des préolympiades régionales ou nationales, qui mettent en compétition des lycéens bien avant la classe terminale. C'est ainsi que l'équipe soviétique a bénéficié d'une préparation spéciale aux O.I.M. Mais chacun des membres de l'équipe a participé à une quinzaine d'épreuves analogues, aux échelons de la ville, de la région, de la république. Les participants aux O.I.M. sont les vainqueurs des Olympiades fédérales, qui ont lieu au printemps.

D'autres pays font un effort pour connaître, en gros, les candidats susceptibles de participer aux O.I.M. dès le début de l'année scolaire.

Par exemple, les U.S.A. entraînent chaque année une équipe de soixante demi-finalistes pendant trois semaines, au cours d'un camp de vacances. C'est parmi ces jeunes gens que sont choisis les 8 concurrents de l'an prochain. Ainsi, les membres de l'équipe américaine bénéficient de deux camps d'entraînement mathématique à un an d'intervalle.

La même méthode a été utilisée par l'équipe vietnamienne.

La Suède a fait un effort pour recruter ses équipes au début de l'année scolaire. Mais la préparation s'est ensuite déroulée "par correspondance" : on adressait des énoncés de problèmes aux sélectionnés tout au long de l'année. Le résultat s'est révélé plutôt décevant.

Enfin, la Hollande s'est bornée à organiser un concours national ; les vainqueurs ont été envoyés en Bulgarie sans autre préparation, ce qui s'est traduit par un très mauvais classement. Cependant, nous avons pu constater que l'équipe hollandaise comportait des jeunes gens assez doués, passionnés par la recherche de problèmes, qui regrettaient beaucoup de s'être présentés à Burgas sans autre préparation.

Signalons que le recrutement français est basé, presque uniquement, sur les résultats du Concours général.

A priori, cette méthode est comparable à une sélection pour une équipe de natation qui se baserait sur des épreuves d'athlétisme !

En gros, les lauréats du Concours général se comportent d'une façon convenable aux Olympiades, mais l'on constate néanmoins quelques distorsions : depuis trois ans nous avons observé d'excellents jeunes mathématiciens doués pour l'organisation synthétique d'un chapitre de mathématiques (tels qu'ils apparaissent dans les épreuves de nos concours) et qui n'ont pas été inspirés par des problèmes difficiles isolés, présentés d'une façon laconique (comme aux Olympiades).

Ces faits attirent l'attention sur la complexité de la caractérolgie des jeunes mathématiciens doués : il n'est pas douteux que le système français avantage et désavantage certains types d'élèves et que l'organisation parallèle de rallyes mathématiques permettra de mettre ce fait en pleine lumière et de corriger ce biais.

Conclusions et propositions

La participation aux O.I.M. soulève d'abord une question de principe : un effort national pour présenter chaque année une dizaine de lycéens doués à un tournoi international de mathématique est-il justifié ?

Si l'on ne vise que le succès d'une demi-douzaine de jeunes gens, dont la réussite universitaire est assurée d'avance (*), l'effort demandé ne se justifie pas.

Mais la popularisation du "sport mathématique" doit entraîner d'excellentes *retombées pédagogiques* : proposition d'un enseignement de qualité ; sensibilisation du corps enseignant sur d'autres objectifs que l'acquisition d'un savoir formel ; intérêt de larges couches de la population scolaire pour l'activité scientifique.

Bref, c'est dans le cadre d'une promotion scientifique comportant l'animation de clubs, l'organisation de rallyes mathématiques, l'édition d'une presse scientifique destinée aux jeunes, que la participation aux O.I.M. prend tout son sens.

Cela suppose que l'événement ne passe pas complètement inaperçu : une large information doit être fournie à toute la couche du public qui s'intéresse à l'éducation nationale.

La participation doit être décidée avec un an (ou à la rigueur six mois) d'avance et il faut prévoir un entraînement plus systématique des membres de l'équipe. Une formule intermédiaire entre les quelques jours de mise en train organisés en France jusqu'à présent et les stages de vacances de deux semaines à Pâques comme aux U.S.A. et au Viet-Nam, est à mettre au point.

(*) On constate, par exemple, que les membres de l'équipe de France en 1973 se retrouvent en 1975 dans les listes des reçus à l'Ecole Normale Supérieure et à l'Ecole Polytechnique.

ANNEXE

ENONCES DES SIX PROBLEMES

XVIIIèmes Olympiades Internationales de Mathématiques

- ① Soit x_i, y_i ($i = 1, 2, \dots, n$) des nombres réels tels que

$$x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n$$

$$y_1 \geq y_2 \geq \dots \geq y_n.$$

Soit $z_1, z_2, \dots, z_n$ une permutation arbitraire des nombres $y_1, y_2, \dots, y_n$.

Démontrer l'inégalité

$$\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2 \leq \sum_{i=1}^n (x_i - z_i)^2$$

- ② Soit $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ une suite d'entiers strictement positifs tels que, pour $1 \leq k, a_k < a_{k+1}$.

Démontrer qu'il existe une infinité de termes a_m qui peuvent s'écrire sous la forme

$$a_m = x a_p + y a_q$$

avec x, y entiers strictement positifs et $p \neq q$.

- ③ Dans le plan d'un triangle ABC quelconque, on construit, extérieurement à ce triangle, les triangles BCP, CAQ, ABQ tels que :

$$\widehat{PBC} = \widehat{CAQ} = 45^\circ$$

$$\widehat{BCP} = \widehat{QCA} = 30^\circ$$

$$\widehat{ABR} = \widehat{RAB} = 15^\circ$$

Démontrer que $\widehat{QRP} = 90^\circ$ et $RQ = RP$.

- ④ Soit A la somme des chiffres du nombre 4444^{4444} et B la somme des chiffres du nombre A.

Trouver la somme des chiffres du nombre B.

(Le système de numération utilisé est le système décimal).

- ⑤ Est-il possible de disposer sur un cercle de rayon unité 1975 points tels que leurs distances mutuelles soient toutes rationnelles ?
Démonstration.

- ⑥ Trouver les polynomes P à deux variables tels que :

1° Pour tous réels t, x, y

$$P(tx, ty) = t^n P(x, y)$$

où n est un entier positif (c'est-à-dire que P est homogène de degré n).

2° Pour tous réels a, b, c

$$P(a + b, c) + P(b + c, a) + P(c + a, b) = 0.$$

3° $P(1, 0) = 1$.