1

DANS NOS CLASSES

Organisation et réalisation d'une loterie "mathématique"

par Mlle BERTHOLD, Mme HENNING et Mme MANGENEY
(Lycée Paul-Bert, Paris)

1 Approche intuitive et expérience pratique

Nous avons trouvé intéressant de demander aux élèves ce qu'était pour elles le hasard, ce qui a amené des réflexions très diverses : par exemple, une élève de cinquième a répondu : "Le hasard, c'est quand on se marie" ; une élève de quatrième a répondu : "Quand le professeur m'interroge, pour lui ce n'est pas le hasard, mais pour moi, oui" ; une autre encore a répondu : "Le hasard, c'est les accidents de la route".

A la suite de ces réflexions, nous avons entrepris l'expérience suivante :

Dans l'une des classes de quatrième, de 30 élèves, on demande à chaque élève d'apporter une boîte de 4 boules rouges et 2 boules bleues. L'expérience consiste à tirer au hasard, sans remise, deux boules, chaque élève effectuant 20 tirages.

Dans la classe de cinquième furent constitués 5 groupes de 3 ou 4 élèves, chaque groupe effectuant, dans les conditions précédemment données, 120 tirages. Cela se passe de la même façon dans l'autre classe de quatrième.

Dans chaque classe furent donc effectués 600 tirages.

Avant de commencer l'expérience, on demande aux élèves si elles peuvent prévoir ce qui sortira le plus souvent : ou une boule bleue et une boule rouge, ou deux boules rouges, ou deux boules bleues. Dans chaque classe, la majorité des élèves pense que l'on a plus de chances de tirer deux boules rouges, car il y a plus de boules rouges, disent-elles.

On écrit alors au tableau les résultats obtenus par toute la classe. Voici les résultats obtenus :

	Bleu-bleu	Rouge-rouge	Bleu-rouge
5e	63	210	327
4e 2	46	233	321
4e 3	39	223	338

Les élèves remarquent que leurs résultats ne correspondent pas à leurs prévisions puisque l'on trouve plus de tirages de deux boules bleu-rouge que de tirages de deux boules rouge-rouge

2 Etude théorique du problème

Classe de cinquième : devant la difficulté "matérielle" de tirer simultanément deux blocs logiques (qui remplaçaient les boules), des élèves ont proposé de les tirer successivement. Elles ont alors pensé à différencier ces blocs et, guidées par leur professeur, elles ont eu l'idée de les numéroter.

Spontanément, alors, la majorité a pensé à travailler sur des couples éléments du produit cartésien $E \times E$, avec $E = \{R_1, R_2, R_3, R_4, B_1, B_2\}$, en éliminant les six couples de la diagonale.

En observant le tableau suivant :

↗	R_1	R_2	R_3	R_4	B_1	B_2
R_1	(R_1,R_1)	(R_1,R_2)	(R_1,R_3)	(R_1,R_4)	(R_1,B_1)	(R_1,B_2)
R_2	(R_2,R_1)	(R_2,R_2)	(R_2,R_3)	(R_2,R_4)	(R_2,B_1)	(R_2,B_2)
R_3	(R_3,R_1)	(R_3,R_2)	(R_3,R_3)	(R_3,R_4)	(R_3,B_1)	(R_3,B_2)
R_4	(R_4,R_1)	(R_4,R_2)	(R_4,R_3)	(R_4,R_4)	(R_4,B_1)	(R_4,B_2)
B_1	(B_1,R_1)	(B_1,R_2)	(B_1,R_3)	(B_1,R_4)	(B_1,B_1)	(B_1,B_2)
B_2	(B_2,R_1)	(B_2,R_2)	(B_2,R_3)	(B_2,R_4)	(B_2,B_1)	(B_2,B_2)

Tableau I

les élèves remarquent que, théoriquement, sur 30 couples possibles, il y a

2 couples BB
12 couples RR
16 couples BR ou RB

Elles en déduisent, par un calcul simple, les résultats théoriques sur 600 tirs. Le tableau suivant établit la comparaison entre les résultats pratiques et théoriques.

	B B	R R	B R
Résultats théoriques sur 30 tirages	2	12	16
Résultats théoriques sur 600 tirages	40	240	320
Résultats pratiques en cinquième	63	210	327
Résultats pratiques en quatrième$_2$	46	233	321
Résultats pratiques en quatrième$_3$	39	223	338

Les élèves se rendent compte que l'on peut prévoir "à peu près" les résultats pratiques à partir de réflexions théoriques, *et cela seulement sur un grand nombre de tirages.*

ORGANISATION ET REALISATION DE LA LOTERIE

A partir de cette expérience, nous avons décidé d'organiser une loterie avec les trois classes (une cinquième et deux quatrièmes) et leurs professeurs. Il y avait quatre-vingts personnes. Chaque tirage consistait à tirer deux boules dans un sac contenant quatre boules rouges et deux boules bleues, et nous voulions qu'à chaque tirage le joueur gagne un lot.

L'étude précédente a permis aux élèves de prévoir que ce qui serait probablement tiré le moins souvent était un couple de deux boules bleues. Elles ont donc décidé que le plus gros lot serait attribué au tirage d'un couple (B,B), un moyen lot serait attribué au tirage d'un couple (R,R), et un petit lot au tirage d'un couple (B,R) ou (R,B). Nous disposions d'un fonds de 150 F pour acheter les lots. Une petite recherche mathématique a permis d'organiser avec les élèves l'achat des lots. Les petits lots étaient des bonbons, les moyens lots des crayons, feutres, stylos bille amusants, les gros lots des blocs de papier à lettre, de gros feutres, des boîtes de crayons, etc... Nous avons pensé que nos prévisions avaient d'autant plus de chances d'être correctes qu'il y avait plus de tirs. Nous avons donc décidé que chacune pourrait faire 5 tirages, ce qui en tout correspondait à $5 \times 80 = 400$ tirages. La loterie a eu lieu le dernier jour de classe avant les vacances de Noël. Chaque participant a acheté, pour 50 centimes, un carton sur lequel il y avait 5 bâtons, ce qui lui donnait le droit de tirer 5 fois. Chacun a noté sur son carton le résultat de ses 5 tirages. Trois élèves étaient chargées de noter tous les résultats au tableau.

Sur 400 tirs, voici les résultats :

	B B	R R	BR ou RB
Résultat théorique	27	160	213
Résultat pratique	40	159	201

La distribution des lots a eu lieu pour finir dans une salle voisine, dans une ambiance sympathique.

Conclusion

Cette expérience a soulevé beaucoup d'enthousiasme parmi les enseignants et les élèves. Elle présente l'avantage de faire aborder aux élèves de manière vivante et concrète la notion de probabilité et de prévision pratique à partir d'un calcul théorique.

Références

L'idée est entièrement tirée d'un film réalisé par Monsieur Rossi (Ecole Normale de St-Cloud) en liaison avec l'IREM de Lyon.

EXTRAITS DE COPIES D'ELEVES

1. Marie-Noëlle Fontenat (2^e A_5)

Expérience faite avec Mme Mangeney, le mardi 30 octobre 1973.

Problème :

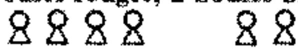
Un monsieur veut planter si géraniums, quatre rouges et deux bleus, selon une disposition particulière.

Le téléphone sonne : il va répondre.

Ses enfants pour lui faire plaisir plantent les géraniums mais dans le désordre.

Combien y a-t-il de possibilités afin que les géraniums soient plantés selon le désir du monsieur ?

Matériel : un sac, 4 boules rouges, 2 boules bleues.



Conditions : Le nombre des élèves est seize.

En les remettant chaque fois dans le sac,
14 élèves ont tiré 35 fois dans le sac au hasard 2 boules
2 élèves ont tiré 55 fois dans le sac au hasard 2 boules,
donc nous avons tiré 600 fois puis chacune a inscrit son résultat puis nous avons fait les totaux.

Prévisions des élèves :

RR : 13 voix, RB : 1 voix, BB : 0 voix
2 abstentions (avant le tirage).

	B B	B R	R R
Vuong	4	14	17
Lacoste	2	19	14
* Merlin	5	29	21
Weber	3	19	13
Britsch	4	16	15
* Fontenat	4	24	27
Repérant	4	12	19
Le Brun	1	19	15
Poulain	3	17	15
Swagier	2	16	17
De Boissoudy	3	22	11
Merceron	2	13	17
Gaud	5	14	18
Rosa	2	25	10
Polycarpe	1	23	9
Ghyslink	3	23	9
TOTAUX	48	305	247

* a tiré 55 fois (35 + 20)

	B B	B R	R R
Pratique sur 600	48	305	247
Théorique sur 30 (36—6)	2	16	12
Théorique sur 600	40	320	240

Pour trouver le nombre de couples, on utilise le tableau I.

2. *Claire Bordeaux des Barres, Geneviève François (5$^{e}{}_{1}$)*

Nous avons commencé le cours en nous réunissant en quatre groupes de 4 filles et un groupe de 3. Le nôtre composé de Michèle, Christine, Claire, Geneviève. Le professeur nous a demandé ce qu'était le hasard. Nous n'avons pas réussi à bien le définir. Puis Madame Henning a donné à chaque groupe 6 blocs logiques de mêmes épaisseur et dimensions ainsi qu'une boîte. Nous en avions 4 rouges et 2 bleus, nous devions mettre les blocs dans la boîte puis en tirer 2 au "hasard" et sans tricher, ceci pendant 120 fois, enfin noter le résultat de l'expérience.

Nous avons fait la somme des résultats de chaque groupe en un tableau (voir tableau I).

Nous avons décidé de numéroter les six blocs et de faire un tableau du produit cartésien $E \times E$ qui nous donne les chances théoriques sur 30.

	B - B	R - R	B - R
Groupe I	13	40	67
Groupe II	8	40	72
Groupe III	22	39	59
Groupe IV	17	42	61
Groupe V	3	49	68
	63	210	327

Nous avons barré les couples sur la diagonale car il ne pouvait pas y avoir de couple (R_1, R_1) par exemple, puis à l'aide de ce tableau nous en avons fait un autre qui calcule les probabilités.

	(B,B)	(B,R) ou (R,B)	(R,R)
Théorique sur 30	2	16	12
Théorique sur 600	40	320	240
Expérience sur 600	63	327	210

Enfin nous nous sommes aperçues que la théorie et l'expérience étaient à peu près identiques.

3. *Nathalie Wasserman, France Le Van, Sophie Trout*

D'abord on a essayé de définir le hasard.

1. *Les propositions sur le hasard*

Voici les avis :
— Je crois que c'est quelque chose que personne ne peut prévoir.
— C'est le synonyme de destin.
— C'est abstrait.
— C'est une coïncidence entre l'avenir et l'imprévisible.

Certes, ces exemples ci-dessus ne sont que quelques-uns qui ont été proposés.

La diagonale est barrée car l'on ne peut pas obtenir un couple tel que (R_1, R_1).

On ne tire jamais deux fois le même.

Donc nous obtenons 30 couples au lieu de 36 couples.

Remarque : La différence entre la pratique sur 600 et la théorie sur 600 n'est pas très importante.
— elle est de 8 pour les B.B.
— elle est de 15 pour les B.R.
— elle est de 7 pour les R.R.

Utilisation

Ces expériences sont utilisées pour les statistiques.

Ex. : Le monsieur a $\frac{16}{30}$ (BR) de chances d'avoir les géraniums plantés comme il le désirait.