

# 6

## LA TRIBUNE LIBRE DE L'A.P.M.E.P.

---

### Pour une détente en mathématiques<sup>(\*)</sup>

*La première partie de cet article est due à la coopération de Jeanne BOLON, Pierre SAMUEL et François WALTER. Les propositions qui suivent ont été formulées par Pierre SAMUEL. La troisième partie, commentant ces propositions, est de Jeanne BOLON.*

Les "nouveaux" programmes de mathématiques de l'enseignement secondaire ont maintenant pris quelque ancienneté. Il est devenu possible de les apprécier sans que le jugement soit taxé de précipitation. On ne nous reprochera pas non plus de les juger dans un esprit partisan. Deux d'entre nous ont appartenu à la Commission qui les a élaborés, ils y ont travaillé pendant plusieurs années, avec un espoir tenace et que nous ne renions pas : la modernisation de l'enseignement mathématique était nécessaire — elle l'était depuis trop longtemps. Mais nous avons à dire aujourd'hui qu'elle n'a pas été assez bien faite. Des erreurs ont été commises qu'il faut avoir le courage de reconnaître et de rectifier. Ces programmes sont trop arides, trop ardues et trop lourds. Ils se dressent en épouvantails sur les chemins de l'orientation, où ils ont fait fleurir les leçons particulières — pour les élèves que leurs familles sont en mesure de "pousser". Ils servent d'instrument de sélection n° 1. Ni leur utilité pratique ni leur valeur formatrice ne justifient ce barrage qu'ils opposent à des adolescents normalement doués et travailleurs. Ils ne valent pas le temps et l'énergie qu'ils coûtent, ni les injustices qu'ils aggravent.

---

(\*) Texte publié dans la lettre d'information n° 44 de Novembre 1973 de "Défense de la Jeunesse scolaire".

Ces erreurs se situent de la Quatrième incluse aux Terminales. Pour l'enseignement élémentaire, la Sixième et la Cinquième, la réforme est énoncée dans des textes raisonnables, elle est saine (il reste à en obtenir une meilleure application, mais nous n'y reviendrons pas aujourd'hui). Au-delà les textes sont à reprendre. Nous insisterons surtout sur les programmes qui s'enseignent dans les classes scientifiques des lycées, de la Seconde à la Terminale, parce qu'il s'avère que les programmes de ces classes, déjà critiqués par D.J.S. (notamment dans nos n°s 32 et 38), doivent l'être plus vigoureusement.

### UNE CRITIQUE

Nous ne proposerons pas cependant de les bouleverser, ni de revenir à des programmes périmés. Nous ne souhaitons nullement qu'un nouveau traumatisme soit infligé aux maîtres, aux élèves, à l'opinion. Nous nous bornerons volontairement à proposer des mesures de *détente*. Dans une situation ainsi rendue plus supportable, moins agitée, plus propice à la réflexion, de plus lointaines ambitions cesseront d'être illusoire ou dangereuses, et assez vite de nouveaux progrès seront généralement souhaités.

Mais avant de préciser — autant que faire se pourra dans un article encore très général — ces propositions de détente, essayons de caractériser mieux cette situation présente que nous estimons indispensable de modifier. Ces explications aideront peut-être à désarmer les résistances du premier moment qui sont quasi automatiques parce que personne n'aime constater une erreur et un échec ; nous n'y prenons pour notre part nul plaisir. Que nos partenaires et amis de la Commission Lichnérowicz ne voient pas dans nos propos une attaque contre eux, qui serait attaque contre nous-mêmes. Bien plutôt il s'agit de sauvegarder la modernisation à laquelle ils sont attachés et qui "passe" si difficilement.

Comment en est-on arrivé à ces programmes redoutables — alors que la Commission dans une phase préliminaire, avait opéré de salutaires allègements ? Il faut d'abord se rappeler que, pour ce qui regarde les programmes du second cycle secondaire, elle n'a pas opéré en terrain vierge. Une décision administrative des plus malencontreuses avait, dès 1966, procédé précipitamment à une révision des programmes de Première et de Terminale qui créait pour ces classes une sorte de fait accompli, et creusait un

hiatus entre elles et les classes antérieures. La réforme était mal partie, et elle n'a pas réussi ensuite à se dégager franchement des conséquences de ce faux départ. Puis, lorsque la Commission s'est mise à l'oeuvre, certaines idées pédagogiques qu'il est aujourd'hui presque banal de tenir pour fondamentales n'avaient encore pris racine que dans un très petit nombre d'esprits. Les cloisonnements entre disciplines apparaissaient comme une donnée à accepter jusqu'à nouvel ordre. L'idée, que nous sentons aujourd'hui quelque peu monstrueuse, de modifier *séparément* les programmes de mathématiques — en laissant donc aux professeurs de sciences physiques ou de technologie, pour ne pas parler des autres, le soin de s'adapter ultérieurement à ces programmes conçus en dehors d'eux — cette idée, n'était guère mise en question. De même on était alors bien moins persuadé qu'aujourd'hui de la nécessité de se mettre au clair sur les *finalités* de l'enseignement mathématique avant d'entreprendre d'en changer le contenu. Notre enseignement devait-il être fait pour les futurs professeurs de mathématiques, les futurs candidats aux grandes écoles, ou bien s'agissait-il d'un enseignement de formation générale ? Avions-nous à nous soucier de prérecruter les taupins dès la Seconde, en rebutant plus ou moins les autres, ou bien notre tâche était-elle, dans cette classe comme dans les autres classes secondaires, d'éveiller chez le plus grand nombre possible d'élèves — de nous efforcer, pour de bon, d'éveiller chez tous — la curiosité et le goût des mathématiques, de les initier à la méthode déductive en les aidant à percevoir quelque chose de sa valeur, de sa puissance, de sa fécondité ? Et d'ailleurs, entre ces deux types de finalités, où le conflit se situait-il ? De même que les champions d'athlétisme ou de natation sont nombreux surtout dans les pays où stades et piscines sont fréquentés, n'était-ce pas en servant la finalité large que nous aurions par surcroît bien formé de futurs spécialistes ? Si la Commission avait pris le temps de réfléchir sur le choix à faire et sur ses implications — et si les programmes de Première et de Terminale mis en vigueur en 1966 n'avaient pas en fait, singulièrement restreint sa liberté de choix — peut-on douter que les programmes eussent été très différents de ce qu'ils sont ?

Le temps pressait, en raison des mauvais programmes en vigueur et parce qu'une réforme qui traîne risque de ne pas se faire du tout. La Commission fut ainsi amenée à se départir de la sage règle qu'elle avait adoptée en principe, à savoir de ne rien décider qui n'ait été sérieusement expérimenté, ce qui aurait obligé à n'agir qu'avec beaucoup de modération.

Ces conditions si propres à empêcher une réflexion pédagogique suffisante étant réunies, les spécialistes qui composaient la Commission suivirent leur pente. Ils pensèrent aux mathématiques plus qu'à l'enseignement. Après la cinquième, un souci de perfectionnisme formel a régné. On s'est donné beaucoup de mal pour avoir des énoncés "propres", impeccables aux yeux des mathématiciens du Supérieur, et des suites de déductions sans lacune ni bavure. On a bâti des programmes d'une cohérence logique assez remarquable — sans se demander à quelle logique pédagogique ils pouvaient répondre.

Dans l'édifice majestueux, froid, peu motivé et souvent pédantesque qui fut ainsi édifié, on retrouve tous les excès du fonctionnalisme. Ce que ces programmes ont de pire, c'est leur masse. Elle oblige le professeur, si recyclé soit-il, à suivre les méthodes traditionnelles d'enseignement par administration de formules toutes faites. (Sauf prouesses pédagogiques, peut-être ? Sont-elles même possibles dans une classe nombreuse, avec peu d'heures de travaux dirigés ou pas du tout ?) Dans les conditions qui résultent de cet amoncellement, que peut-on faire de bonnes intentions dont les instructions sont pavées ? La surabondance du programme réduit les principes pédagogiques, souvent rappelés (un peu fadement) par les instructions, à une phraséologie creuse, voilant mal la réalité du bourrage — et du barrage.

La Commission Lichnérowicz ne voulait pas cela. Elle s'était proposée, à l'origine, d'introduire dans l'enseignement des C.E.S. et des lycées quelques notions simplificatrices fournies par les mathématiques modernes (ensembles, applications, groupes, corps, espaces vectoriels ...; une vingtaine à peine de termes nouveaux disait André Lichnérowicz). Mais le postulat admis, à savoir que nos séquences devaient être sans lacune, obligeait à beaucoup de minutie. A chaque pas d'ailleurs on rencontrait des notions et des résultats que tels ou tels membres de la Commission jugeaient importants et "à portée de la main". Les modérés grognaient, mais il leur était alors démontré que ces insertions allégeraient la charge des classes ultérieures, apportaient une "économie de pensée". Le mot, hélas, fit fortune. On était à l'époque de l'engouement pour les *autoroutes* : parvenir loin, aller vite, et tant pis si le paysage est monotone et le voyage insipide, et tant pis pour les accidentés ! Encore l'autoroute est-elle large et véhicule-t-elle beaucoup de monde. "L'économie de pensée" en question évoque plutôt pour

nous, maintenant que l'essai en a été fait, les chemins de montagne. Ils sont en lacet et cela peut faire crier à la contradiction, car allonger un chemin pénible ... ! Mais si, au nom de la logique, on traçait les chemins de droit fil, les ascensions seraient plus rares et plus dangereuses.

Parfois, nous prenions conscience d'un excès. Il y en a trop, disait-on, il faut élaguer. L'assentiment était à peu près général. Mais au moment de choisir les suppressions, une majorité se reformait contre chacune d'elles. Finalement, on gardait tout.

Pour prendre conscience du résultat d'ensemble, sans doute fallait-il quelque recul. Il fallait aussi que l'attention ne fût plus retenue par des critiques outrancières, atteignant le principe même de la modernisation, et auxquelles nous étions préoccupés de répondre. Cette querelle s'étant quelque peu calmée, quand aujourd'hui nous comparons la masse des programmes anciens, ceux de 1963 et a fortiori ceux que notre génération étudiait, et la masse des programmes actuels, reconnaissons que le contraste a quelque chose de stupéfiant. Et dire que c'est bien avant 1963 qu'on s'était mis à parler de programmes démentiels ! On n'avait encore rien vu... Les vrais programmes démentiels, ce sont les derniers-nés.

Il est vrai qu'en dehors des mathématiques, des allègements ont été consentis. Mais ces reculs de la pédagogie de l'entassement ont été surcompensés par l'extension des programmes de mathématiques. Les allègements pour lesquels nous nous sommes battus, qui ont été si difficiles à obtenir, n'ont pas procuré un enseignement plus aéré, plus intéressant, où il y aurait plus de place pour la réflexion, la recherche personnelle, la lecture ou le sport. Le total des exigences disciplinaires s'est accru — non pas, d'ailleurs, celui des connaissances que les élèves s'approprient. Les études se font dans l'ennui, sans grand fruit et non sans effets abêtissants. Et dans ce système, le rôle oppressif appartient surtout aux mathématiques. Quand on sait tout ce qui s'est dépensé de dévouement et d'intelligence pour la rénovation de leur enseignement, quel amer paradoxe !

Or ces malheureux programmes que nous ne pouvons pas, maintenant, rejeter et bouleverser sans provoquer une nouvelle crise, sont conçus de telle manière qu'il est très difficile de les amender. Cette difficulté tient à leur cohérence même, à laquelle

on a tant travaillé ! Les fondations, très développées, perdent de la logique qui leur est essentielle dès qu'on en ôte une pierre ; et aux étages, plutôt minces, c'est là que se trouvent des applications intéressantes dont la suppression rendrait l'ensemble encore plus austère !

A y regarder d'assez près, cependant, quelques améliorations paraissent possibles.

### PROPOSITIONS (Pierre SAMUEL)

Nous ne pensons pas qu'il faille trop toucher à la partie Statistique-Probabilités, — intéressante, concrète et vite applicable, — ni à l'arithmétique de Terminale C, — qui fournit de multiples exemples concrets des notions algébriques déjà introduites. Mais il y a des détentés possibles en analyse et en géométrie.

Commençons par l'*analyse*. Les critiques habituelles ne portent pas sur cette partie des programmes, car elles s'occupent beaucoup plus de l'agencement interne que du poids global, et il y a peu de divergences sur l'agencement interne de l'analyse. Si les approximations et les encadrements sont des notions importantes dont il est bon que les élèves prennent assez vite conscience, leur exposé systématique est plein de lourdeur et de pédantisme. Malgré les précautions de langage de la partie "Nombres décimaux et approche des réels" du programme de Quatrième, il faut beaucoup de courage à un enseignant pour rester léger et expérimental, surtout que les commentaires de 1971 et bien des manuels "en remettent". En Première et en Terminale, on pourrait sauter le plus légèrement possible par dessus les définitions rigoureuses des limites et de la continuité et insister surtout sur leurs aspects intuitifs, — quitte à accroître la précision dans les (rares) cas où il faut lever des ambiguïtés ; hélas, les commentaires sur la Terminale (circulaire du 26/7/71) invitent à de longues listes de définitions et à de vastes développements théoriques ! La situation est pire pour le calcul intégral : au lieu, comme de notre temps en Math. Elem., d'admettre la notion d'aire, de montrer qu'elle fournit des primitives et d'en déduire bravement quelques autres calculs (volumes, masses, moments d'inertie...), — on parle des sommes de Riemann jusqu'en Terminale B et le commentaire pour Terminale C invite à une approche très rigoureuse (via les fonctions en escalier), adaptée peut-être à l'enseignement supérieur scientifique et directement tirée du traité de N. Bourbaki. Quant aux aires planes, ce même commentaire, — tout en "excluant la théorie des ensembles

quarrables", — suggère instamment qu'on donne une axiomatisation (partielle) de ces ensembles. Enfin, bien qu'exclues des épreuves du baccalauréat, quelques équations différentielles sont au programme ; il est indéniable qu'elles servent à résoudre de beaux problèmes mathématiques et expérimentaux, mais trop c'est trop.

Les programmes de *géométrie* ont fait couler beaucoup plus d'encre, mais souvent sur des litiges qui ne sont pas fondamentaux ; mettre l'affine avant le métrique ou l'inverse, c'est une question qui ne nous excite guère ! Plus profond était le choix à faire entre les points de vue de G. Choquet (une axiomatique proche des données sensibles d'où l'on déduit une structure d'espace vectoriel) et de J. Dieudonné (parachuter la structure d'espace vectoriel et constater qu'elle rend compte du monde sensible) ; on a finalement coupé la poire en deux, avec une axiomatique "géométrique" pour la géométrie plane (Quatrième) et une axiomatique "vectorielle" pour la géométrie dans l'espace (Première). Dans l'abstrait, cette solution n'a rien de déraisonnable. Mais, dans l'application qui en est faite, elle soumet des enfants de 13 ans à un exposé déductif délicat ; le préambule du programme de Quatrième parle de présenter la géométrie comme "une véritable théorie mathématique". Il est vrai qu'un texte récent a un peu détendu la situation en décrivant ce qui est essentiel dans les programmes de Quatrième et de Troisième ; on devrait aller nettement plus loin en disant qu'il n'est pas nécessaire de donner un enseignement entièrement déductif dans ces classes, et que des "flots déductifs" suffisent largement.

Il était raisonnable de vouloir disposer aussi tôt que possible de l'outil remarquable qu'est le calcul vectoriel. Mais, à cause du dogmatisme de notre système, il a fallu payer cela d'un prix très lourd, de trop longs développements sur l'*algèbre linéaire* (c'est-à-dire la théorie des espaces vectoriels). Cette théorie — assurément puissante et applicable dans de multiples branches des mathématiques, — a été récemment l'objet d'un grand engouement, beaucoup plus fondé sur des raisons intra-mathématiques que sur des raisons pédagogiques. C'est, en effet, une grosse machine bien huilée où une grande partie des résultats se démontrent par des vérifications quasi-mécaniques (des "ânes qui trottent", comme on dit), où le choix des énoncés et leur ordre sont primordiaux, — circonstance qui pousse à asséner dogmatiquement aux élèves le "bon" exposé. Le mal aurait été moindre si l'on s'était borné à ce

qui est strictement nécessaire pour les applications géométriques et les quelques illustrations du cours d'analyse (espaces vectoriels, applications linéaires, bases, matrices), et si l'on s'était permis d'admettre quelques résultats délicats (par exemple celui sur le nombre d'éléments des bases). On est, hélas, allé beaucoup plus loin ; pire, le programme de Seconde destiné aux élèves qui ont suivi les nouveaux programmes du premier cycle s'est enrichi de plusieurs notions nouvelles (noyau, image...).

Enfin, quelle que soit sa puissance, la notion d'espace vectoriel ne suffit pas pour un exposé puriste de la géométrie. L'espace qui nous entoure ne peut être décrit comme un espace vectoriel que si on y choisit une origine. Pour éviter ce choix arbitraire, on introduit la notion d'*espace affine*, voisine de celle d'espace vectoriel mais un peu plus compliquée. Les notions et résultats vectoriels se dédoublent en notions et résultats affines — de même qu'un autre cycle infernal conduit à dédoubler les autoroutes insuffisantes. Il est possible que des maîtres habiles, qui n'hésitent pas devant les identifications et les abus de langage, et qui ne craignent pas l'Inspection générale, puissent rendre la situation supportable. Mais il vaudrait beaucoup mieux admettre l'impureté du choix d'une origine et réserver les espaces affines pour l'enseignement supérieur.

D'autres allègements sont possibles en géométrie (orientation, produit vectoriel). Même s'ils ne portent que sur la section C, c'est important car elle donne le ton et de trop nettes différences entre les niveaux des programmes des diverses sections nous éloignent de ce qui serait souhaitable : un enseignement mathématique sérieux et modéré pour tous.

## DISCUSSION (Jeanne BOLON)

Quand nous traitons de programmes, nous devons toujours nous rappeler que tout notre effort pour les améliorer, tous les changements que nous pourrions obtenir, seraient stériles si l'enseignement restait figé dans son esprit. Que ce soit sous l'influence

des ouvrages de Bourbaki — qui ne sont pas des livres d'enseignement — ou en nous croyant "cartésiens", tout se passe comme si nous nous tenions pour obligés, dès que nous abordons un sujet, de l'épuiser en procédant du général au particulier, en plaçant la définition avant l'exemple, et en déroulant toute la chaîne logique de A à Z. C'est ignorer les difficultés d'apprentissage, c'est oublier que l'abstraction est une activité qui chez l'enfant et l'adolescent se développe progressivement. C'est brûler l'étape expérimentale où l'élève utilise implicitement le concept, pour devenir ensuite conscient des propriétés qui y sont attachées puis en faire consciemment un usage opérationnel où d'autres conceptualisations s'engendreront. Ce n'est donc pas parce qu'une notion s'inscrit en quelques mots dans une rubrique de programme que l'élève se l'appropriera vite ! Inversement, l'inscription d'une notion au programme ne devrait pas signifier que le professeur aura à développer, l'élève à suivre et apprendre, toute une théorie. Par cette méthode-là, on n'enseigne jamais que du tout fait, et l'on rend les mathématiques rebutantes pour la majorité des élèves sans pour autant éveiller mieux l'esprit, cultiver mieux les aptitudes mathématiques de ceux qui sont assez robustes pour supporter le traitement que nous leur faisons subir. (Ces réflexions peuvent aider à comprendre les programme anglais dont parle M. Griffiths (1).) Quand accepterons-nous de voir inscrites aux programmes des rubriques telles que dérivation, intégration, probabilités, sans nous imaginer que nous avons à livrer aux élèves, pierre par pierre, les théories les plus fines de l'Université ?

Contrairement à un argument de l'immobilisme dont il a été fait grand usage ("Ce ne sont pas les programmes qui comptent, Monsieur, ce sont les méthodes !") les considérations qui précèdent ne signifient nullement que les programmes sont indifférents et qu'en conséquence le mieux est de conserver ceux qu'on a. Elles signifient que la rédaction des programmes et les commentaires qu'en offrent leurs auteurs devrait elle-même se dégager de notre perspective traditionnelle et y substituer une perspective pédagogique. Les professeurs français se familiariseraient, comme l'ont fait beaucoup de leurs collègues étrangers, avec les méthodes de "la spirale", l'introduction progressive des concepts, l'enrichissement que les notions reçoivent les unes des autres, les exemples

---

(1) Dans un article de la même Lettre d'Information de D.J.S. (NDLR).

inspirés de problèmes de la vie quotidienne et traités avec les moyens limités dont les élèves disposent ou qu'ils commencent à s'assurer. Il faut que le programme s'y prête, qu'il soit l'instrument d'une telle pédagogie, qu'il en propage l'esprit et d'abord qu'il ne l'étouffe pas sous l'accumulation de ses exigences. Et il ne serait plus question de ces programmes quantitativement monstrueux dont l'engorgement s'explique par le purisme de mathématiciens embrassant et ordonnant l'édifice dont les élèves, eux, rassemblent quelques matériaux, et par l'obsession d'une présélection pour les classes préparatoires aux grandes écoles.

Je ne m'imagine donc à aucun degré que les allègements de programmes puissent suffire à nous donner un bon enseignement mathématique, mais j'y vois l'une des conditions indispensables à un progrès dont nous avons absolument besoin — une condition de déblocage. Je souscris donc aux propositions de P. Samuel.

Je suggérerai cependant d'autres allègements encore. La partie des "coniques" au programme de Terminale C pourrait disparaître sans dommage important. Le sujet est certes passionnant par la variété des points de vue et des méthodes de résolution pour une même situation. Mais cette variété n'est perceptible que si l'on dispose d'heures pour la mettre en évidence, sinon l'enseignement ressemble à la lecture d'un catalogue. Dans un premier temps, j'estimerais raisonnable aussi de supprimer la partie arithmétique développée en Terminale C. (A dire vrai, j'aurais aimé que les notions d'arithmétique aient été étalées sur toute la durée de l'enseignement secondaire, pour des raisons qu'il serait trop long de développer ici.) En Terminale, on demande à la fois aux élèves d'avoir une bonne connaissance des propriétés des naturels ou entiers et de raisonner à partir des axiomes des nombres : il y faut du temps. Nous n'en prenons pas pour "l'imprégnation", la présentation ou la découverte d'exemples, nous courons la poste, nous énonçons des théorèmes, nous les démontrons en vitesse.

Des retranchements proposés par P. Samuel, le seul qui m'inspire des doutes concerne (encore en Terminale C) l'orientation et le produit vectoriel, que je garderais volontiers parce qu'il s'agit d'un moyen d'expression commode en physique pour l'étude des moments de force ou des champs magnétiques. J'avoue,

d'autre part, que je suis moins optimiste que P. Samuel en ce qui concerne les classes de Quatrième et de Troisième. Il est bon que les éléments essentiels des programmes aient été déterminés, les maîtres "francs-tireurs" en sont un peu moins dans l'illégalité, mais le programme reste pour beaucoup d'élèves pénible et rebutant, et pour tous l'instrument majeur de la sélection à l'issue de la Troisième.

Actuellement, l'Association des professeurs de mathématiques étudie l'ensemble des programmes de l'enseignement secondaire et cherche à déterminer pour chacune de leurs rubriques quel est l'objectif visé, quel intérêt on y voit, quel fruit on en espère, par rapport aux mathématiques, à l'usage qui en est fait dans d'autres disciplines, à l'apprentissage minimal du citoyen d'aujourd'hui... Espérons que tant d'efforts convergents aboutiront sans délais excessifs à quelques résultats heureux pour les élèves.

---