

Le Robinson de la mathématique

par P. MAHAUT (Caen)

1er épisode : "Vendredi range sa cuisine"

Le maître de Vendredi, Robinson, avait sauvé du naufrage une vieille commode avec des tiroirs. Il avait aussi trouvé des caisses contenant des verres ; sans doute un chargement que le bateau devait livrer.

Robinson avait demandé à son fidèle serviteur de prendre ces verres, de les laver et de les ranger.

Vendredi était dans l'embarras car il ne possédait que cette commode et ce n'est point commode de ranger des verres dans une commode !

Il y avait là des verres de plusieurs formes, des verres à apéritif, des verres à jus de fruit, des verres à vin rouge, des coupes à champagne ... dont il n'aurait d'ailleurs pas à se servir longtemps car s'il avait trouvé du vin en bonne quantité il avait trouvé fort peu de bouteilles de champagne.

Vendredi. (désignant un lot de verres de même forme). Je mettrais bien tous ces verres dans un même tiroir.

Robinson. (amusé). Oui, pourquoi ?

Vendredi. Parce qu'ils ont la même forme.

Robinson. C'est parce que tu fais une relation entre plusieurs verres que tu fais cela ?

Vendredi. Une relation ? qu'est-ce que c'est ? Cela se mange ?

Robinson. (riant). Non, une relation c'est un lien verbal que l'on peut établir entre deux éléments d'un ensemble. Par exemple ce verre-ci, nous pouvons dire qu'il a la même forme que ce verre-là.

Vendredi. Ah oui, j'ai compris, tu veux dire que c'est la relation "avoir la même forme que" qui me permet de m'apercevoir que deux verres ont la même forme et c'est elle qui va me permettre de les mettre dans le même tiroir.

Robinson. Oui, c'est cela. Mais si je me rappelle bien ce que je faisais avant mon naufrage, il faut, avant de faire ce que tu viens de dire, s'assurer que la relation remplit trois propriétés.

Vendredi. Oh, lala, quel langage ! moi qui n'ai jamais su que remplir des tonneaux, comment une relation peut-elle remplir des propriétés ?

Robinson. (riant). Disons qu'elle doit vérifier des propriétés.

La première : La réflexivité. Tu vois ce verre, il a la même forme que lui-même. Il est donc en relation avec lui-même.

La deuxième : La symétrie. Si ce premier verre a la même forme que ce second, alors ce second a la même forme que ce premier.

La troisième : La transitivité. Si ce premier verre a la même forme que ce second et que ce second a la même forme que ce troisième, alors le premier a la même forme que le troisième.

Vendredi. (impatient). Alors je peux les ranger maintenant, mes verres ?

Robinson. Oui bien sûr, mais en mathématique c'est seulement maintenant que tu aurais le droit de le faire. Nous dirions que nous avons une relation d'équivalence et que l'on peut faire alors une partition de l'ensemble des verres.

Vendredi. Une partition ! Un partage tu veux dire, et tu voulais dire qu'il est équivalent de boire dans ce verre ou dans ce verre puisqu'ils ont la même forme.

Robinson. Si tu veux. On divise l'ensemble des verres en sous-ensembles ; c'est-à-dire que tu mets tous les verres qui ont la même forme dans un même tiroir ; chaque sous-ensemble, c'est-à-dire chaque tiroir, s'appelle une classe d'équivalence.

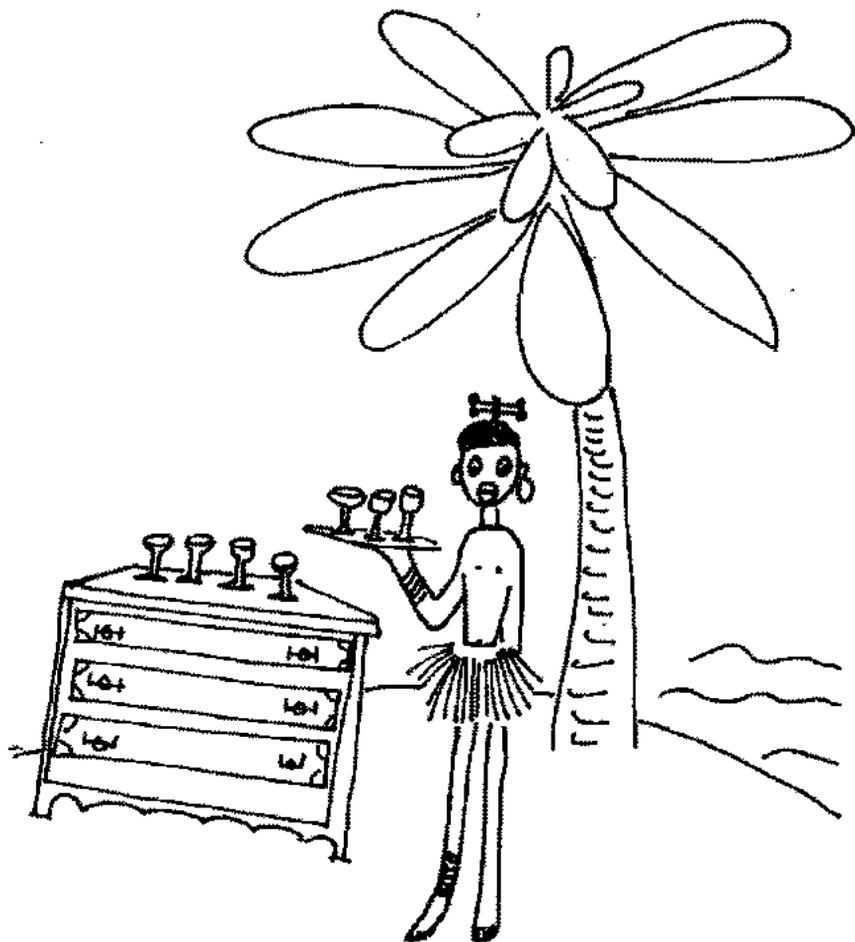
Vendredi. J'ai compris, alors rangeons !

Après avoir fait son rangement, Vendredi se redresse, ferme les tiroirs, mais il n'a pas l'air satisfait ; une idée vient de lui traverser la tête.

Vendredi. (se tournant vers Robinson). Je te vois d'ici. A chaque fois que tu voudras un verre, comme tu ne te rappelleras pas dans quel tiroir il est, avec la chance que tu as, tu les ouvriras tous avant de trouver le bon. Tu rentreras dans une colère folle d'autant que les tiroirs glissent mal.

Robinson. Ce n'est pas grave, tâche de trouver un système pour que je sache lequel est le bon tiroir.

Vendredi. (après réflexion). J'ai trouvé, j'ai des outils, je vais faire un trou dans chaque tiroir sur le devant, comme ça on pourra regarder par le trou ce qu'il y a dans le tiroir.



Robinson. (sarcastique). Et puis comme on ne verra rien, tu mettras une bougie à l'intérieur !

Vendredi. (ne goûtant pas les sarcasmes de son maître). Non, mais je vais faire un trou assez gros pour qu'en plaçant un des verres derrière le trou on puisse le voir.

Robinson. C'est une solution, et comment appelleras-tu le verre que nous verrons de l'extérieur ?

Vendredi. Qu'importe ! Je l'appellerai le représentant puisqu'il représentera tous ceux d'une même classe.

Robinson. Tu as raison ; et lequel choisiras-tu pour mettre derrière le trou ?

Vendredi. N'importe lequel puisque tous les verres d'une même classe ont la même forme.

Robinson. Bien ; l'ensemble rangé s'appelle d'ailleurs l'ensemble quotient ; en fait c'est l'ensemble des classes.

Vendredi. (sentencieux) "Où la relation d'équivalence passe, le désordre trépassé".

Robinson. Mais non ! Le désordre c'est le contraire de l'ordre et ici nous n'avons pas fait d'ordre.

Vendredi. Mais si, j'ai fait de l'ordre puisque j'ai rangé tous mes verres.

Robinson. Oui, les verres sont rangés dans la commode, ou tout au moins c'est ce que l'on dit. Mais l'ordre c'est autre chose.

Vendredi. Alors je n'y comprends plus rien ; que c'est difficile de s'entendre avec quelqu'un qui fait de la mathématique !

Robinson. Ce n'est pas grave, une autre fois je t'expliquerai ce que c'est que l'ordre.

(à suivre)