

Une recherche pédagogique mathématique en classes de quatrième et troisième

par Régis GRAS

Maître assistant de mathématique
à l'Université et l'I.R.E.M. de Rennes

1 — Formulation du problème :

1 - 1 Parmi les formulations diverses des reproches à l'enseignement actuel des classes de quatrième et troisième et notamment de la filière II, voici à mon avis celles qui paraissent les plus significatives (1) :

- *trop grande différence avec l'enseignement vivant pratiqué en sixième et en cinquième, dans sa forme et son contenu;*

- *enseignement trop "abstrait", trop axiomatique, empreint bien souvent d'un dogmatisme renaissant;*

- *calcul algébrique et géométrie euclidienne sont les parents pauvres dans les faits : les recommandations de sagesse ne peuvent avoir d'effet en raison des libellés des programmes et de leurs commentaires (même "recommentés");*

- *liaison à la vie (mesure, transformations, calculs numériques, statistiques, problèmes réels non artificiels) insuffisante par manque de temps et de circonstances susceptibles d'être favorisées par les programmes. Les mathématiques risquent de se développer en vase clos, de se réalimenter en elles-mêmes et par conséquent de s'appauvrir, de se dessécher, de se stériliser. L'enfant a de plus en plus tendance à considérer les mathématiques comme une science marginale, indépendante des autres : l'outil qui y est forgé n'est pas réutilisé à l'extérieur (ce n'est pas la seule faute des mathématiques !), car il semble inadéquat à toute expression réelle. Un phénomène trompeur, introduisant un biais dans les analyses favorables, réside dans l'intérêt que peuvent avoir certains jeunes enfants dans les jeux de l'esprit ;*

(1) Voir également "Mathématiques dans le Premier Cycle - Méthodes et objet de la Géométrie" par Danièle GAUTIER et Régis GRAS, publié par l'I.R.E.M. de Rennes.

- *peu d'initiation à la rigueur du raisonnement* car l'enseignement de la géométrie apparaît trop tard, (fin quatrième ou début troisième) et les autres formes favorables au développement de l'aptitude au raisonnement (algorithmes, par exemple) sont trop souvent absentes.

1 - 2 *Les variables à mesurer paraissent être les suivantes :*

- l'intérêt des enfants pour les mathématiques (conquête du nombre, des fonctions et de l'espace) et leur aptitude à poser et résoudre des problèmes;

- le goût de l'action (exploité en sixième et cinquième) et, plus généralement, de situations dynamiques et ouvertes;

- l'accessibilité des enfants de 13 à 15 ans à la modélisation : passage au modèle abstrait sur lequel une chaîne d'axiomes sera définie permettant l'élaboration d'une théorie hypothético-déductive;

- l'efficacité en quatrième et troisième de l'alternance : activités de groupe et interventions magistrales (rares) avec, cependant, usage de fiches donnant les fils conducteurs du thème étudié;

- une meilleure intégration des notions algébriques aux notions géométriques.

2 — Hypothèse de solution et méthodologie

Il paraît souhaitable de faire appel aux forces dynamiques contenues dans les manipulations de type technologique et dans l'observation du milieu naturel avec support audio-visuel (outils utilisés dans les professions, appareils de mesure, films, etc...). Il est indispensable d'ensemencer le terrain, d'où germera le modèle, d'une multitude de situations variées, puisées dans les champs non nécessairement scientifiques, situations imprégnées d'images et d'activités sensori-motrices. L'intuition, source de l'invention d'où partent les impulsions inductives et déductives, prendra appui sur un terrain vivant, riche et ferme. Aucune théorie (espaces affines, vectoriels, métriques) ne devra être sevrée de ce processus d'apprentissage. D'ailleurs, en fonction des moyens intellectuels de l'enfant, par un procédé de "flash-back" permanent, il sera possible de relier les modèles physique et mathématique.

De façon plus précise, trois niveaux d'importances inégales (à définir sur le tas) nous paraissent définir les activités mathéma-

tiques des classes du premier cycle et plus particulièrement celles de quatrième et troisième :

- 1er niveau : domaine physique (la nature)
- 2ème niveau : domaine représentatif (l'image)
- 3ème niveau : domaine modélisé (la déduction).

Le premier niveau est défini par des activités au sein du réel, par des réalisations au moyen d'outils, d'instruments. L'enfant observe, manipule, mesure, dénombre, invente, bricole ...

Au deuxième niveau, la représentation, bien que toujours plongée dans l'espace physique, s'élève d'un degré au-dessus du concret manipulatoire. C'est déjà une substitution de la machine par une figuration de son effet qui la devancera quelquefois, qui révélera le phénomène prédictif né de la manipulation. A ce niveau, l'enfant dessine, schématise et symbolise. Déjà l'anticipation sera obtenue à l'aide d'un procédé inductif, révélateur des aptitudes au raisonnement. Les travaux sur quadrillages doivent ici être abondants, accompagnés de nombreux calculs numériques. Il paraît alors raisonnable de penser qu'un assez grand nombre d'adolescents ne dépasse pas véritablement ce cap, ce qui ne peut être considéré comme un signe de débilité intellectuelle.

Lors du troisième niveau, le modèle se dégage et l'enfant doit choisir ou tout au moins reconnaître à travers les axiomes de celui-ci, les règles de jeu qui ont animé les objets ou leurs images. Le raisonnement est de type hypothético-déductif : on opère dans une théorie, mais la référence à l'image ou aux réalisations est toujours admise et même souhaitée. On peut imaginer, dans une pédagogie de soutien, un balancement, dont l'amplitude est fonction de l'aptitude à abstraire, entre le niveau trois et les deux niveaux précédents qui alimentent, réinjectent des situations puisées hors du champ mathématique. C'est un des éléments de la réversibilité de l'esprit, trop souvent négligé. De toute façon, il sera toujours nécessaire de revenir au niveau physique par le biais d'applications prouvant l'adéquation du modèle à la réalité et la meilleure maîtrise de celle-ci, argument majeur de la construction d'une théorie.

En conclusion, ces trois niveaux nous paraissent mieux définir les étapes de conquête et maîtrise de l'outil mathématique que les contenus de l'enseignement eux-mêmes. Le comportement des enfants, les caractères relationnels professeurs-élèves s'en dégagent plus aisément. La notion même de classe de niveau apparaît plus

clairement dans l'espace à deux dimensions : (ensemble des noyaux) \times (ensemble des trois niveaux), que dans le triste espace linéaire des seules notions selon l'usage actuel. Piaget (1) définit l'intelligence comme "l'état d'équilibre vers lequel tendent toutes les adaptations successives d'ordre sensori-moteur et cognitif, ainsi que les échanges assimilateurs et accomodateurs entre l'organisme et le milieu". S'il en est ainsi, le projet développé plus haut paraît alors de nature à fournir un terrain de choix au développement de l'intelligence. N'est-ce pas la préoccupation majeure du pédagogue ? Démontrer, c'est chercher le moyen de convaincre : bien souvent, le niveau de la conviction sera atteint sans faire appel à des arguments de type théorique. Par contre, la démonstration paraîtra nécessaire, voire indispensable, lorsque le résultat ne sera pas évident à l'interlocuteur. On voit donc que la déduction n'est pas le seul apanage du niveau trois et que l'adaptabilité est une qualité qui se développe à travers des situations d'ordres divers.

3 — Plan de recherche

3 - 1 — Recherche antérieure

En 1973-1974, Mme D. Gautier a mené une expérience au C.E.S. St-Exupéry à Vannes, avec l'aide de R. Gras, dans deux classes dont elle avait la charge : une quatrième II aménagée et une troisième I. Cette expérience a consisté à extraire de la vie quotidienne des situations motivant, illustrant les modèles mathématiques des programmes actuels ou s'appliquant à eux. De nombreuses manipulations ont accompagné ces différentes activités, bousculant quelque peu l'ordre linéaire de l'axiomatique de la géométrie de ces classes. Apparemment les élèves n'ont souffert d'aucun préjudice au niveau des connaissances, par contre, au niveau du comportement, les enfants ont manifesté un très grand intérêt au cours, en raison de son appui sur le concret et de la multiplication des activités de groupe.

3 - 2 — Objectif 1974-1975

Notre attention se portera essentiellement sur la classe de quatrième. L'ensemble des cours de mathématiques se présentera sous forme d'une suite de thèmes d'origine concrète, conduisant à l'enseignement d'un noyau de notions de mathématiques considérées comme essentielles et proches des programmes actuels, mais

(1) J. Piaget : "La psychologie de l'intelligence" Collection U-A Colin.

surtout dégagant les principes de représentation et de modélisation, ainsi que les applications au niveau physique et quotidien des acquis scientifiques. On retiendra comme axe essentiel de l'ensemble des thèmes, la notion de transformation (numérique ou géométrique) en raison de son aspect dynamique.

Schématiquement, chaque thème sera abordé aux trois niveaux cités plus haut, dans un ordre chronologique quelquefois différent et d'une accessibilité variable selon les enfants ou les groupes d'enfants.

Les principaux thèmes abordés seront les suivants :

- Lignes et surfaces (objectif mathématique : axiomes d'incidence)
- Ombres (objectif mathématique : projections et axiome de Thalès)
- Abaques (objectifs mathématiques : fonctions, relevés, prévisions, statistiques, ensemble des rationnels)
- Itinéraires (objectif mathématique : distance)
- Appareils de mesures (objectif mathématique : graduations)
- Equilibre autour d'un point (objectif mathématique : milieu, barycentre, symétrie centrale, parallélogramme, groupe des puissances de 10, ...)
- Le glissement (objectif mathématique : translations, vecteurs du plan).

L'axiomatique nécessaire à la progression déductive au sein de la théorie lors de chaque thème (au niveau trois) nécessitera l'admission de termes et notions primitifs et de règles souvent surabondantes. Mais cette concession d'ordre mathématique nous paraît mineure si elle est exprimée clairement ; en outre, pour des enfants de 13 à 14 ans, elle paraît moins préjudiciable que le manque d'intérêt et l'inaptitude à mathématiser et appliquer. De plus, elle autorise un rattrapage régulier de la part d'enfants qui, pour des raisons diverses (maladie, difficulté momentanée), seraient par contre définitivement "décrochés" dans un déroulement linéaire de l'enseignement.

3 - 3 — *Equipe 1974-1975*

Responsable pédagogique : Mme D. Gautier - Professeur au C.E.S. Saint-Exupéry de Vannes.

Responsable scientifique : R. Gras.

Expérimentateurs :

D. Gautier (quatrième II au C.E.S. Saint-Exupéry)

Y. Bloch (quatrième tous niveaux au C.E.S. J. Simon)

Mme J. Le Carn (quatrième tous niveaux au C.E.S. J. Simon)

J. Le Cunff (quatrième tous niveaux au C.E.S. J. Simon).

Psychologue : M. Bessière - Conseiller d'orientation.

"Consultants" et "conseillers" :

M. Delafoulhouse (professeur de physique et technologie au C.E.S. J. Simon)

M. Cornec (professeur au C.E.S. J. Simon)

M. Le Coz (professeur au C.E.S. Saint-Exupéry)

G. Saggerre (professeur à l'E.N.G. de Vannes)

B. Le Dily (professeur à Rennes).

Soulignons que les enfants des classes expérimentales seront originaires des niveaux I, II et II aménagés. Notre intention ne cherche ni à favoriser les enfants dits de niveau fort ni à faire considérer l'expérience, tout au moins pour l'instant, comme un sauvetage pour les enfants orientés fin de cinquième vers le cycle trois.

Les expérimentateurs se réuniront tous les lundis après-midi à Vannes, la matinée du lundi étant consacrée à différentes visites mutuelles dans les classes expérimentales.

En particulier, le psychologue, M. Bessière, se rendra périodiquement dans chaque classe (témoin ou expérimentale) et pourra évaluer, sous un angle différent de celui des enseignants mathématiciens, les obstacles épistémologiques et les différences de comportement en fonction des méthodes utilisées.

L'équipe complète se réunira une fois par mois le lundi après-midi.

3 - 4 — *Les moyens*

L'I.R.E.M. de Rennes fournit l'essentiel des moyens.

Trois films viennent d'être réalisés à l'I.R.E.M. en témoignage des activités 73-74 ou en préparation de celles de 74-75 : un film sur les ombres et deux films sur l'axiome de Thalès et ses applications.

Du matériel didactique (didagraphe) est en préparation : l'I.R.E.M. se charge des fournitures diverses.

3 - 5 — *Évaluation prévue*

Un test d'entrée sera présenté dans les quatre classes expérimentales et dans deux classes témoins en septembre 74 : il doit servir d'évaluation préalable des connaissances de l'espace, du nombre et de la notion de fonction.

Un deuxième test de mise au point en cours d'année et un troisième test de sortie seront passés dans les six classes précédentes.

Une analyse se fera à l'aide des observations du psychologue et des moyens mathématiques (analyse de correspondances et en classification automatique et hiérarchique) fournis par le Département de Mathématiques de l'Université de Rennes.

Il est très naturel de penser qu'un biais apparaîtra dans ces différentes analyses : il est toujours présent mais pudiquement rarement souligné ; de toute façon, il n'est pas éliminable et nous essaierons honnêtement d'en tenir compte. Il s'agit du biais dû à l'enthousiasme et à la foi des professeurs expérimentateurs. Mais, après tout, n'en faut-il pas un peu (ou plus) pour tenter cette aventure ? ...