

# Un petit tronc pas cher

par M. DUMONT

## 1 PRELIMINAIRES

A. — *Appel à votre générosité pour le tronc commun des pauvres*

Des nécessités sociales sont en train de renverser les barrières séculaires séparant littéraires, scientifiques et autres castes diverses. Pris de court, spécialistes et généralistes d'hier sont à court d'idées. Or des hommes à court d'idées font n'importe quoi. Pis, s'ils sont chargés de grandes responsabilités, c'est tout le prestige de leur fonction qui les oblige à faire quelque chose même quand ils ne savent pas quoi. Dans les temps ordinaires, le statu quo est évidemment une grande preuve de sagesse et d'autre chose. Mais les temps ne seront pas de sitôt ordinaires. Alors, de grâce, apportez quelques idées pour alimenter un tronc qui risque d'être rachitique ou oedémique. Les responsables n'en tiendront pas compte sur le moment : Noblesse oblige ! Mais ils reprendront ces idées à leur compte juste assez tard pour qu'on ait oublié leurs auteurs. Ne sabotons pas les prestiges bien établis !

B. — *Entre autres contextes*

Cette tentative de tronc commun en Seconde n'est que l'une des secondes réactions inconscientes contre un système de culture dépassé par son temps. L'une des premières réactions, qui n'est pas encore terminée, est la tendance aux spécialisations de plus en plus précoces, d'où la mise en place de systèmes d'orientation prématurés et reposant sur des bases plus que douteuses. Conscients de ces excès, les responsables de l'éducation essaient de réagir en créant des troncs communs. Mais ils se gardent bien de toucher au fond du problème, ce qui remettrait en cause la compétence de hautes et même très hautes autorités. La culture dite générale, il y

a vingt ans, n'est plus générale aujourd'hui : c'est une culture orientée vers le passé, ignorant tout ou presque du présent.

Un enseignement qui se veut général est un enseignement à l'issue duquel un élève peut s'orienter vers n'importe quelle profession. Ce qui implique que

- 1°) l'éducation reçue doit être transférable en n'importe quel domaine,
- 2°) un minimum de connaissances fondamentales sur les objectifs, méthodes et moyens concernant chacun de ces domaines doit être dispensé.

Ce n'est plus le cas actuellement : pour la masse des élèves quittant l'enseignement général à seize ans, la plupart des connaissances dont ils ont besoin pour comprendre le monde actuel sont acquises à l'extérieur de l'école. C'est la raison pour laquelle les enseignements techniques et professionnels publics et surtout privés se développent sous la pression accrue des besoins. En vingt ans, de nouvelles disciplines, de nouvelles professions se sont créées, exigeant des aptitudes ou plutôt des comportements et méthodes auxquels rien dans la culture générale traditionnelle ne fait allusion. D'anciennes disciplines explosent. Seules les castes d'anciens spécialistes et d'enseignants spécialisés maintiennent artificiellement les barrières (et plus les titres sont élevés, plus les hommes s'accrochent aux motifs qui les leur ont valus).

Autrement dit, tant que l'on n'aura pas redéfini les objectifs d'un Enseignement Général adapté à l'époque actuelle, tant que l'on n'aura pas fait les choix qui s'imposent pour les connaissances à transmettre, les comportements à développer, alors toutes les réformes ne seront que des réformes de façade, même si elles mettent en oeuvre des moyens colossaux sur le plan des techniques d'enseignement (ce qui est loin d'être le cas). Le déplacement des jours de congé, les réformes d'examens, les petits troncs communs, les nouveaux programmes nécessitant des allègements dès que conçus, les fausses réformes de l'enseignement de disciplines traditionnelles comme celui des mathématiques, etc, ne sont que des amusettes pour journalistes, politiciens et spécialistes en mal de publicité.

Le tronc commun en Seconde n'est donc qu'un tout petit maillon dans une chaîne rouillée. Le contexte étant ouvert par ces évidences qui se chuchotent pour ne pas troubler la hiérarchie sacrée, glissons une obole banale pour ce tronc commun. Mais auparavant qu'on me permette d'évoquer un souvenir.

### C. — Inefficacité et gaspillage des énergies

Il y a vingt ans, un jeune collègue débutait, plein d'enthousiasme et de naïveté, dans l'enseignement secondaire. En 1954, dès la classe de Sixième, il utilisait systématiquement les arbres pour tout dénombrement combinatoire, les organigrammes pour chaque démonstration. Il enseignait arithmétique et algèbre à l'aide de flèches d'opérateurs qu'il appelait "petites machines" (c'étaient les homothéties et translations sur  $\mathbb{Q}$  et  $\mathbb{R}$ ). En 1957 il utilisait diagrammes et graphes et naïvement écrivait à un inspecteur général pour lui signaler que l'emploi des flèches permettaient aux élèves de comprendre beaucoup plus vite et mieux.

L'honorable inspecteur répondit une courte missive priant le "Mon Cher Collègue" de se reporter au texte d'une "remarquable conférence" prononcée trente ans auparavant par un autre inspecteur général, texte n'ayant aucun rapport avec la communication. En 1960, ce collègue eut l'audace de critiquer en plein congrès APM les incohérences et ambiguïtés de l'enseignement donné, à cette époque, des mathématiques. Il eut même le toupet, sans titres donc sans compétences, de prétendre que d'autres domaines, telle que la Recherche Opérationnelle, pouvait apporter une aide considérable à la pédagogie des mathématiques. De telles impudences firent très mauvaise impression sur les notabilités présentes. On le tint à l'écart par méfiance et très vite, pour éviter que le virus venant d'en bas ne se propage, on demanda aux bonnes autorités de répandre les paroles de vérité. Les bonnes autorités firent tant et tant que de nombreux projets de programmes furent élaborés, conformes à l'idée que se faisaient ces autorités des mathématiques qu'elles connaissaient et à leur propre inexpérience pédagogique. Incorrigible, ce collègue qui entretemps avait abandonné une publication pour ne pas être taxé de mercantilisme, arrivisme et autres tapagismes, protesta contre ces projets, osa ouvertement critiquer et les anciennes et les bonnes autorités. Pour avoir osé dire en 1968 que les programmes de quatrième et troisième proposés étaient absurdes, il faillit même passer pour un affreux saboteur de la Réforme et pis encore. Mais dans ce pays où chacun se dit plus démocrate que son voisin, seuls les avis autorisés émanant de personnes déclarées compétentes par de plus compétentes qu'elles, seuls ces avis sont bien vus.

Combien d'autres se sont usés ainsi, dans un combat solitaire contre l'aveuglement et la routine. Mais si peu d'habitudes ont changé qu'il faut bien tirer leçon de tels gâchis d'énergies.

Il n'y a d'efficacité que dans la solidarité, une solidarité lucide qui exige de chacun une prise de conscience de sa responsabilité propre au sein de la collectivité, une critique, permanente et indépendante, de l'activité personnelle et collective et surtout l'expression libre et sincère de cette critique.

#### D. — *Prophètes et idoles*

Les prophètes n'existent que dans les textes religieux. Il n'y a pas d'individus ayant vingt ou trente ans d'avance sur leur temps. Il y a seulement des gens ayant un peu ou parfois beaucoup de retard sur leur temps et qui ferment obstinément les yeux sur le monde qui les entoure. Quant aux idoles, elles n'existent que parce qu'il y a des adorateurs. Supprimons l'adoration : tout espoir de devenir une idole disparaissant des esprits ambitieux, on verra renaître les activités désintéressées et fécondes. Supprimons l'infailibilité des uns et la servilité des autres et renaîtront les critiques constructives ralliant toutes les bonnes volontés.

Ces préliminaires peuvent paraître hors propos. N'oublions pas cependant que l'atmosphère de l'enseignement à un niveau donné n'est souvent que le reflet des mauvais exemples et du climat rencontré à d'autres niveaux.

## 2 LE PROBLEME

### A. — *Généralités*

Il s'agit :

1) de préciser, au niveau des élèves, les objectifs possibles, les méthodes et moyens d'y parvenir,

2) d'envisager au niveau des maîtres, des responsables et de l'opinion publique en général les systèmes de sensibilisation et de mise en place.

(Les meilleures intentions sont vouées à l'échec si elles ne s'appuient pas sur une adhésion sans réserve et une participation active de la masse. Tout système imposé de façon plus ou moins arbitraire risque de n'avoir qu'une efficacité à court terme et de provoquer à long terme une réaction d'autant plus brutale que les erreurs — inévitables — seront flagrantes).

Personne, les spécialistes pas plus que d'autres, ne peut prétendre traiter à lui seul, un seul de ces deux points. Pour faire des choix, il faut recueillir toutes les initiatives, toutes les idées et suggestions possibles, d'où qu'elles viennent : les querelles stupides entre partisans et opposants a priori ne sont que des cabotinages

destinés à faire valoir leurs auteurs. Les réflexions qui suivent sont banales et destinées à en susciter d'autres moins banales et ouvrir peut-être un très large débat faisant appel autant aux membres des différentes professions actuelles qu'aux enseignants. Il ne s'agit pas de rendre professionnel l'enseignement ; il s'agit d'extraire de toutes les activités humaines ce qu'il est souhaitable de développer et qui permettra de choisir les concepts mathématiques en fonction d'objectifs généraux et non en fonction des idées fixes de tel ou tel grand patron. Ces choix ne seront pas faits pour aider les professions, mais pour rendre les hommes aptes à vivre dans leur monde et à contrôler son évolution sur tous les plans, sociaux, techniques, etc. Ils auront donc inévitablement une incidence politique au sens noble du terme.

Toutefois, il est évident que les mots ne sont que des mots et qu'une simple énumération risque d'être interprétée de façons multiples, voire opposées. Il serait peut-être utile de prévoir :

- a) pour les non-mathématiciens, une liste de comportements à développer, liste susceptible de satisfaire tout le monde et surtout les "éducateurs" (que signifie ce mot ?). Chacun de ces comportements serait accompagné en toile de fond des outils mathématiques sous-jacents ;
- b) pour les mathématiciens et enseignants de mathématiques, une liste des concepts mathématiques accompagnés de deux types de commentaires :
  - les uns précisant pour chaque concept que l'objectif n'est pas le maniement automatique de l'outil (c'est-à-dire d'une écriture) mais qu'il est un comportement mental ou gestuel conscient et adapté à certaines classes de situations ;
  - les autres suggérant méthodes et moyens entre autres pour faire saisir le climat de l'enseignement en fonction des objectifs ;
- c) et enfin les relations entre ces deux listes, relations significatives des objectifs.

### Exemple

Dans la liste n° 1, parmi les comportements, les activités de "classification" avec des domaines variés où peuvent s'exercer de telles activités : archéologie, documentation, minéralogie par exemple ou plus généralement sciences biologiques, sociales, économiques, humaines, politiques, physiques, etc. A dessein je ne signale pas les activités de classification en sciences mathématiques

car faire des mathématiques sur des mathématiques c'est déjà restreindre les objectifs à ceux du spécialiste.

Dans la liste n° 2, correspondraient à ces activités, en particulier les concepts suivants :

Partitions, treillis de partitions, graphes divers, arbres, arborescences

Relations de préordre, d'équivalence, d'ordre, etc.

Filtres et topologies, etc.

Les concepts de la liste n° 2 seraient accompagnés de commentaires qu'il serait trop long d'explicitier ici (en particulier pour éviter une mauvaise interprétation du "etc"). Il importe de remarquer que ces outils mathématiques apparaîtront au travers d'autres types de comportements. De même ces comportements sont étroitement imbriqués. Ainsi les deux listes ne sont ni des listes ni des partitions au sens mathématique. Le principe d'un enseignement linéaire est manifestement absurde dans les temps actuels où se restructurent les connaissances. Peut-être l'est-il aussi pour des raisons purement psychologiques mais cela est moins évident.

### B. — Principes

Foin des principes ! Pourtant il faut bien s'en fixer pour pouvoir prendre conscience qu'il est parfois nécessaire de les enfreindre ou d'en changer selon les circonstances.

1) Si un enseignant oublie que l'objectif fondamental des enseignements élémentaire et secondaire est avant tout de former des hommes curieux, aptes à comprendre le monde qui les entoure, à s'adapter à son évolution, à influencer sur celle-ci, s'il est persuadé que l'objectif est d'asservir ses élèves à sa propre discipline, alors il vaut mieux qu'il abandonne définitivement ces niveaux d'enseignement et peut-être l'enseignement tout court.

2) L'enseignement des mathématiques ne doit à aucun moment donner aux élèves l'impression qu'il s'agit d'une chapelle coupée du monde extérieur. L'objectif n'est pas d'apprendre des mathématiques, il est d'apprendre à vivre en homme responsable. Toute activité scolaire mathématique devrait donc être motivée par des activités dans un domaine réel pratique. Tous les domaines devraient être utilisés pour souligner l'universalité ou la spécificité de tel ou tel outil de pensée.

3) L'idée fondamentale à communiquer est sans aucun doute celle de modélisation, ce qui nécessite à chaque fois a) une situa-

tion source et son fonctionnement inconnu posant un problème de prévision, b) un modèle et son fonctionnement créé pour les besoins de la cause (le plus souvent il s'agit de systèmes d'écritures) c) l'adéquation de l'un à l'autre (à ne pas confondre avec la notion très précise mais différente de morphisme). Mais la mathématique ne commence que lorsqu'on construit soi-même un modèle. Tout le reste n'est que le reflet d'un dressage.

4) L'école ne peut plus, ne doit plus être une ménagerie où l'on dresse des animaux savants, fauves devenant moutons qui redeviennent un jour ou l'autre des fauves. Les raisons n'en sont pas seulement sociales de toute évidence, elles sont aussi d'ordre mathématique. L'activité mathématique n'est pas une activité de répétition ; elle est une activité de recherche et de création permanente. Faute de l'avoir compris, la plupart des responsables d'examens et de concours en France sont devenus, à leur insu, des montreurs d'ours. Ils recrutent de zélés imitateurs recrutant à leur tour de non moins fidèles imitateurs. Cela est indépendant des programmes et explique deux phénomènes : l'origine sociale de la plupart des cadres en France — pour bien imiter, il suffit d'y mettre le temps c'est-à-dire de l'argent ; un fils de famille aisée finira toujours par accéder à un poste de responsabilité — et la pauvreté des initiatives sensées prises par ces responsables. (j'exagère à peine : les exceptions me pardonneront !). Cela explique peut-être aussi pourquoi, à un concours international comme celui des Olympiades, depuis plusieurs années (avant donc la mise en place de nouveaux programmes) les candidats français occupent les dernières places. Bien sûr, ce sont les collègues étrangers qui nous font part de leurs inquiétudes ; les responsables français cherchent toujours à rassurer à moins qu'ils ne passent sous silence de tels faits ou finalement qu'ils évitent de telles confrontations en enfermant l'enseignement français dans un vase clos. (Est-il exact qu'aucun candidat français n'a été présenté aux Olympiades 1972 ? Je souhaiterais que des informations publiques soient données à ce sujet — où sont donc les journalistes curieux ?). On remarquera par ailleurs le déficit croissant de la balance française concernant les importations et exportations de brevets dans presque tous les domaines.

Les âmes rassurantes diront qu'il y a bien encore de-ci de-là quelques médailles prouvant la valeur de la culture française. L'inférence est hâtive. C'est plutôt une preuve de la résistance de l'homme à toute oppression. Il y a toujours heureusement de

mauvaises têtes rebelles à tout dressage. Mais une façade de valeureux isolés ne peut dissimuler les carences du système.

Récemment, dans une Ecole Normale Supérieure, un mathématicien renommé consacrait aux normaliens une conférence sur la recherche. De telles initiatives se situent hélas beaucoup trop tard dans la scolarité. Si l'école depuis le cours préparatoire jusqu'au baccalauréat ne bloquait pas les initiatives mentales des enfants, peut-être aurait-on moins de mal à obtenir des idées originales et bénéfiques pour tous.

À une époque où les tâches automatiques sont confiées aux machines, le développement de l'imagination doit être le souci majeur des éducateurs. Un tel objectif exige un climat de liberté, liberté dans la pensée, dans son expression, liberté d'expérimenter, de questionner, de répondre, etc. C'est une perte de temps manifeste si l'on vise avant tout une efficacité immédiatement contrôlable (quels sont les objectifs d'un contrôle ?). Mais le temps passé à cette recherche valorise au centuple les connaissances acquises ultérieurement. Tant qu'il y aura abus de dressage, il faudra prôner la liberté d'imagination.

5) Les mathématiques du XXe siècle ne se parlent pas ; elles s'écrivent. Jusqu'à ce jour les mathématiques, à leur étape ultime ou plutôt considérée comme telle, sont des systèmes d'écriture avec leur propre syntaxe, souvent très éloignée des syntaxes des langues naturelles. Les gens qui prétendent le contraire sont inconscients du fait que leur démarche verbale, leur discours en langue naturelle s'appuient presque toujours sur des images mentales qui sont essentiellement des écritures ou graphismes variés. En conséquence, l'observation — attitude expérimentale — des formes graphiques doit avoir une place reconnue publiquement dans l'éducation au même titre que les langues naturelles.

6) Il n'y a pas un âge auquel on expérimente et un âge auquel on "fait la théorie". Tout est une question de richesse d'expériences. Dans un domaine nouveau pour lui, l'adulte, autant sinon plus que l'enfant, a besoin d'enrichir cette expérience avant de subir la théorie. (C'est peut-être pour cette raison qu'il est si difficile de convaincre nombre de hautes autorités).

7) Des mots tels que "rigueur", "raisonnement", "vrai", "faux", "concret", "abstrait", etc. devraient être bannis car ils entretiennent une grave confusion. L'heuristique est une chose, l'automatisation d'un discours en est une autre, la prévision en est



encore une autre, etc. Croire que l'on apprend à "raisonner" aux enfants en les emprisonnant dans un type de discours (quel qu'il soit) n'est pas une erreur : c'est un non-sens.

Il n'y a de "rigueur" absolue qu'au niveau des machines. Le déroulement formalisé d'un calcul laisse encore place aux abus, aux raccourcis ; un programme machine ne peut se permettre aucune ambiguïté, aucune entorse aux règles, qui ne fasse elle-même l'objet d'une règle. La seule différence tient peut-être au fait que dans ce dernier cas, toutes les règles utilisées le sont implicitement par celui qui crée le programme, bien que toujours présentes dans son esprit, alors que dans le premier cas, on demande parfois d'explicitier les règles utilisées justement parce qu'elles ne sont pas toujours présentes à l'esprit de celui qui construit le calcul.

Si le mot rigueur a un sens, ce ne peut être qu'au niveau des machines.

8) Aucun outil mathématique n'est définitif : à chaque époque, les derniers créés le sont toujours pour des raisons d'efficacité. En aucun cas, ils ne peuvent être considérés comme tabous. Seuls des cerveaux prématurément obscurcis peuvent croire à la consécration définitive de leurs méthodes. Un seul critère doit être retenu : l'efficacité en fonction des objectifs du problème. Evidemment des incompatibilités d'objectifs tels que universalité d'un outil de pensée et adaptabilité à un problème particulier, créeront des préférences diverses. C'est l'éternel dilemme : un outil bien adapté à un problème particulier peut ne pas être généralisable et vice-versa. La validité d'un outil est donc relative à beaucoup de facteurs.

Pour abréger cette énumération de principes, concluons seulement en soulignant qu'il vaut toujours mieux juger les hommes d'après leurs actes que d'après leurs déclarations de principes !

### C. — *Suggestions*

Avant d'amorcer les deux listes indiquées précédemment, observons le paradoxe suivant : nous prétendons redonner un sens pratique aux activités mathématiques et nous omettons les domaines réels où s'exerce l'activité humaine et qui motivent les outils mathématiques. La raison est simple : beaucoup de ces activités font l'objet de véritables, autonomes et nouvelles disciplines ne figurant pas aux programmes de l'enseignement

secondaire général. Introduire leur nom pose immédiatement le problème de leur enseignement : pourquoi, qui, quand, quoi, comment ?

Il est à peu près inévitable que ceux qui les enseigneront devront avoir une certaine culture mathématique. Laquelle ? La réponse ne se dégagera qu'au cours des ans. On peut seulement dans un premier temps essayer d'en tirer certains thèmes et comportements à partir desquels apparaissent des outils mathématiques.

I — Quelques-uns des nouveaux domaines qui devront apparaître, sous une forme ou une autre, dans l'enseignement général, donc dans un tronc commun.

#### a) INFORMATIQUE

Tous les élèves, et surtout ceux qui ne se spécialiseront pas en informatique, doivent être sensibilisés à ce qui est la véritable révolution de notre civilisation : l'outil informatique qui permet de libérer l'homme des tâches répétitives ou portant sur un grand nombre de données et de traitements.

Un moyen simple est de l'introduire au sein même des enseignements traditionnels (dans un premier temps). En mathématiques par exemple, l'emploi de calculateurs programmables dont les langages très diversifiés évoluent de plus en plus vers ceux des ordinateurs, permet à la fois d'initier aux idées fondamentales de cette discipline et de matérialiser pédagogiquement des concepts mathématiques.

#### b) AUTOMATIQUE

Il est impensable que des élèves quittant l'école à seize ans puissent tout ignorer des techniques qui les environnent quotidiennement. Indépendamment de l'aspect technologique, il faut retenir ici l'importance que revêtent aujourd'hui les calculs dans les algèbres de Boole.

Nous avons là, à la fois un objet d'études et en même temps un moyen pédagogique certain de motiver une structure algébrique qui est hélas abordée bien maladroitement dans l'enseignement actuel : ou bien on présente les Algèbres de Boole à partir d'ensembles (c'est clair mais les élèves demandent avec raison à quoi ça sert), ou bien on les présente à partir de notions dites de Logique (les élèves devinent que "ça sert", mais ce n'est pas clair du tout — le mot "vrai" a au moins deux sens différents : valeur d'une fonction constante et valeur d'une variable, sans oublier toutes les ambiguïtés dues aux propositions de la langue naturelle).

Par contre, en automatique, les variables et fonctions booléennes sont parfaitement claires et ont un intérêt pratique évident. Enfin l'étude des circuits séquentiels élargit considérablement le problème des moyens d'expression.

### c) LINGUISTIQUE

L'intérêt social d'une telle étude est évident : richesse et pauvreté des langues naturelles (de grâce, ne les sclérosions pas si nous voulons qu'elles survivent). On peut retenir les aspects suivants :

- distinction entre niveau formel et niveau sémantique d'un langage,
- distinction entre vocabulaire et syntaxe,
- distinction entre les niveaux de langue (langues, métalangue, métamétalangue, etc),
- distinction entre règles de construction et règles de déduction,
- distinction entre interprétation et application vers  $\{0 ; 1\}$ ,
- distinction entre terme et relation (autre sens de ce mot),
- distinction entre variable et constante (voir à ce sujet toutes les maladresses commises dans l'introduction des notions dites de logique).

### d) RECHERCHE OPERATIONNELLE

(On devrait plutôt l'appeler ALGORITHMIQUE car la plupart des problèmes reviennent à la recherche d'algorithmes).

Indépendamment de l'aspect économique, c'est l'aspect culturel qui doit retenir notre attention avec quelques idées clefs telles que : algorithmes, optimisation, ordonnancement, linéarisation (au sens algébrique du mot), etc.

### e) DYNAMIQUE DE GROUPE

Un enseignement général peut-il être satisfaisant si on ne donne pas au futur adulte le sens de la vie sociale, la prise de conscience de son comportement dans un groupe ? En particulier, l'étude de la communication, de l'organisation, des systèmes d'élection et de scrutin dans un groupe sont des motivations combien puissantes de certains outils mathématiques.

N'oublions pas en outre les domaines traditionnels dont l'évolution, parfois lente et pénible au travers de leur morcellement, permet cependant de rencontrer des types nouveaux d'activités (en particulier de nombreux problèmes de simulation). Mais il serait peut-être bon d'ajouter parmi ces nouveaux domaines, pour une raison qui apparaîtra plus loin, des activités

traditionnellement considérées comme une branche des mathématiques.

### f) STATISTIQUES ET PROBABILITES

Ces notions ne doivent pas être l'apanage d'une classe de spécialistes. Elles sont un véritable besoin social permettant à l'individu de mieux distinguer les truquages de toutes sortes auxquels il est soumis en permanence.

Avec un tel exemple, on voit mieux ce qui doit différencier un tronc commun d'un enseignement spécialisé. En effet, l'essentiel à propos de ces notions n'est évidemment pas de faire pratiquer des systèmes d'écriture, d'appliquer mécaniquement règles, définitions et formules : il est de comprendre et reconnaître sous une forme ou une autre les idées maîtresses.

### 3 LISTE 1 : TYPES D'ACTIVITES

Les mots utilisés dans cette liste sont plus ou moins vagues. C'est la raison pour laquelle ils sont nombreux. Ils recouvrent des idées qui se recoupent mais qui conduisent à l'élaboration et l'utilisation d'outils mathématiques précis.

- Adaptabilité à la diversité des objectifs, des moyens d'expression, des comportements, des formes de problèmes, à l'ouverture de ces derniers, à leur fermeture aussi. (Il est aussi important de savoir fermer un problème pour des raisons d'efficacité que de savoir l'ouvrir pour des raisons de curiosité).
- Observation, identification, reconnaissance de formes,
- Classification, hiérarchisation, organisation (portant sur des sujets variés, organisation du travail par exemple), structuration,
- Imitation, simulation,
- Création, restructuration, imagination,
- Prévion, modélisation, interpolation au sens large,
- Répétition (à ne pas confondre avec imitation), itération,
- Expression, information, (sous des aspects variés : émission et réception, codage et décodage),
- Cheminements (dans des espaces à plusieurs dimensions dont le temps), ordonnancement, algorithmes, aspect séquentiel de l'action,
- Stratégies de l'action (travail ou jeux, mais où est la séparation entre les deux ?),
- Optimisation, sens de l'efficacité,
- Choix dichotomiques, tout ou rien, logique à deux valeurs,

- Choix trichotomiques, logique à trois valeurs (oui, non, peut-être), "à peu près" et approximations,
- Analyse et synthèse, détailler et esquisser,
- Cumuler et différencier, "accumuler et décumuler", niveaux de cumuls, niveaux de différences appliqués à d'autres domaines que l'étude des mouvements (vitesse et accélération à propos de phénomènes économiques par exemple),
- Traitement discret de phénomènes continus et traitement continu de phénomènes discrets, (voir calcul digital et analogique),
- etc ...

Certains de ces mots sont presque déjà du domaine mathématique car il est parfois difficile de leur superposer des mots de la langue courante au vocabulaire trop longtemps figé.

#### 4 LISTE 2 : THEMES MATHÉMATIQUES

Cette liste est volontairement très abondante pour deux raisons :

- 1) Il est inconcevable que notre enseignement général ne donne pas une petite idée sur l'existence de problèmes réels qui de toutes façons assailliront l'individu à sa sortie de l'école, et sur les outils qui permettent de les aborder.
- 2) Devant une telle abondance, peut-être perdrons-nous l'habitude de vouloir d'un seul coup tout dire à propos d'un thème et ne plus y revenir, tant nous croyons à la perfection d'un enseignement déductif (à ne pas confondre avec l'enseignement de la déduction).

Les thèmes qui suivent ne peuvent donc en aucun cas être considérés comme devant être traités de façon exhaustive, et complètement déductive. Une spécialisation ultérieure permettra alors de reprendre la construction pure des outils, indépendamment des situations qui les ont motivés.

Leur ordre n'est pas significatif.

- Codages et décodages :

systèmes de numération et numérotation (les ordinaux ont autant d'importance que les cardinaux), changements de bases, en particulier bases exponentielles, 2, 4, 8, 16, systèmes non-exponentiels, codes cycliques, complémentaires, utilisés en informatique,

codages de relations binaires et ternaires conduisant à des syntaxes différentes (usuelle, polonaise en préfixe ou en suffixe),

graphismes variés, diagrammes généralisables (Karnaugh par exemple), organigrammes, simplexes, arbres, réseaux, etc,

techniques de représentation de divers aspects de l'espace usuel, y compris des rudiments de descriptive, des codages variés à propos de situations de nature topologique ou métrique, transferts si possible entre les uns et les autres.

— Structures booléennes :

Algèbres de Boole, anneaux et treillis (en liaison avec l'automatique, puis avec la logique et les probabilités), recherche de techniques de calcul, en particulier linéarisation.

— Combinatoire :

Tableaux généralisés de Pascal introduits par diverses situations, récurrences associées, autres tableaux avec récurrences variées (partitions, simplexes, surjections et dénombrements divers).

— Algèbre linéaire :

groupe opérant sur un ensemble, vectoriels finis et infinis en liaison avec les techniques de calcul matriciel, homogénéité et espaces affines, (les applications linéaires sont plus importantes que les vectoriels) codages comparés entre modules et vectoriels ainsi que changements de base.

— Relations :

préordres, ordres, équivalences et autres relations classificatoires.

— Notions de logique formelle :

variables et constantes, métavariabes, poids des signes, quantification et niveaux de quantification (en liaison avec des langages machines).

— Listes et suites à plusieurs indices en liaison avec l'étude d'espaces à plusieurs dimensions (combattre l'opinion que seul un espace à trois dimensions est intuitif, réel et représentable),

types variés de récurrences, périodicité,

fonctions à plusieurs variables et représentations variées (la plupart des phénomènes réels qui nous entourent font intervenir des fonctions à plusieurs variables, souvent elles sont périodiques) à domaine et codomaine variés, discrets en particulier, finis, infinis.

- Exemples d'anneaux de polynômes et techniques de calcul, en particulier sur des corps finis en liaison avec des problèmes combinatoires.
- Notions de filtres, en particulier filtre de Fréchet, en liaison avec l'étude de suites et algorithmes variés, aperçus sur des notions de topologie, voisinages et ouverts en liaison avec des problèmes d'enquêtes, de régionnement d'espaces, de logique à 3 valeurs par exemple,
- Notions de probabilités et statistiques (ces dernières motivant le langage des ensembles),
- Espaces distanciés,
- Suites de cumuls, suites de différences (idées d'intégration et de dérivation),
- Idées sur les lois partout définies et non partout définies, sur les lois associatives et non associatives sur les deux aspects des structures (interprétation ensembliste et systèmes d'écriture ou structure libre),
- opposition entre techniques finies et infinies, en particulier concernant les écritures, idée de calculabilité, décidabilité (à propos de logique, une notion comme celle de compatibilité — contradictoire ou non contradictoire — est infiniment plus importante et plus précise que les valeurs d'une variable booléenne, valeurs appelées de façon parfaitement ambiguë le "Vrai" et le "Faux"),
- idées sur le passage
  - aux sous-structures et vice-versa,
  - aux structures quotients et vice-versa,
  - aux structures produits et vice-versa !

L'effarement provoqué par une telle liste où l'enseignant ne retrouve presque rien des thèmes précis qu'il a l'habitude de rencontrer dans les programmes et manuels est naturel (où sont la trigonométrie, les systèmes d'équations, l'espace euclidien à deux dimensions, etc, etc ?). Il faut que l'on prenne conscience du bouleversement indispensable de notre conception de l'éducation. Ce bouleversement se fera progressivement, bien évidemment, mais il ne pourra se faire que s'il y a changement radical des objectifs dans un accord général.

En quels termes peut-on définir le contenu d'un noyau central laissant toute initiative à l'enseignant ? Le problème n'est pas de limiter le nombre de mots avec lesquels on définit un

programme. Il est sans doute de susciter des idées. Mais il est surtout de limiter l'ambition du spécialiste qui cherche à enseigner l'aspect caractéristique de sa spécialité. Il est aussi de limiter le tâtilonnage de celui qui reproche de n'avoir pas tout dit sur tel sujet. Enfin il est d'augmenter l'ambition de l'éducateur qui cherche avant tout à donner à la masse les idées et suggestions qui lui permettraient de vivre mieux en continuant au-delà de l'école son effort de culture et de compréhension du monde.

Il est bien évident que c'est depuis l'école élémentaire et au travers de tout le premier cycle qu'il aurait fallu reconsidérer notre enseignement. Si cette accumulation paraît énorme au niveau du Tronc commun en Seconde, c'est parce qu'elle n'a pas été préparée dans les années antérieures. Là encore, la modification du climat, de la conception du système était plus importante que la substitution d'un savoir livresque à un autre savoir livresque (on a oublié que l'intelligence, si ce mot a un sens, commence par la main et les yeux).

Pour que de telles suggestions soient significatives, il faut un effort colossal pour créer, imaginer documents et matériels et méthodes. Cet effort ne peut être réalisé en un an, voire cinq ans. C'est pourquoi, dès maintenant, nous devons avoir en vue des objectifs assez larges pour que les tâches précises puissent commencer.

Cet effort exige une participation totale de toutes les bonnes volontés, à quelque niveau qu'elles soient, indépendamment de toute ambition personnelle, de tout parti-pris. Nous vivons en société. L'amélioration du sort des autres commence par l'oubli du sien. Puissent ces lignes, auxquelles on pardonnera peut-être quelques excès et beaucoup d'insuffisances, susciter des critiques constructives.