

## 2

# ÉCHANGES

---

## Enseigner la mathématique aujourd'hui

par Yves CROZES

### Evolution prudente

Au cours des dernières décades le paysage mathématique a rapidement changé sous nos yeux ; par le simple désir de nous tenir au courant nous avons modifié notre façon d'enseigner ; certains chapitres se sont effacés, de nouvelles voies se sont ouvertes. De cette évolution les programmes devaient tenir compte.

On sait avec quelle prudence s'effectue la mise sur orbite des nouveaux programmes : 1969 classes de sixième et de seconde, 1970 cinquième et première, 1971 quatrième et classe terminale. Aujourd'hui, chaque classe est dotée de son "nouveau programme". Alors de quatre ans en quatre ans, par retouches successives et compte tenu de l'expérience acquise, le modèle sera perfectionné.

Bien que très mesurée, la réforme en cours suscite quelques questions que l'on ne manque pas de nous poser.

### Le calcul et l'idée

**QUESTION.** On connaît l'expression : "substituer les idées au calcul" (Lejeune-Derichlet) ; l'effort actuel ne risque-t-il pas d'accentuer la négligence du calcul humble, laborieux et pourtant efficace ?

— Le reproche date de loin ; lorsque nous étions lycéens nous désolions déjà nos professeurs par notre maladresse. Maintenant les élèves arrivant à destination s'entendent encore dire : "ils ne savent plus calculer". Pourtant leur formation a été traditionnelle ; les nouveaux programmes ne sauraient donc être tenus pour responsables d'un mal qui existait bien avant eux. Mieux, leur mise en application peut être l'occasion de repenser avec sérieux le problème du calcul, numérique ou littéral, dans sa forme et son exécution. Mais voyons la chose de près.

Le calcul des plus jeunes : les enfants que je connais ne semblent guère en être privés ; ils calculent même dans divers systèmes de numération, ce qui est excellent ; avec un seul système on peut s'abandonner à la routine ; avec plusieurs on est bien obligé de comprendre.

Le calcul des aînés : il est exact que nous réprouvons le calcul immense et machinal dans lequel on s'abîme alors que la solution transparente semble dire : "pourquoi ne me cueilles-tu pas tout de suite ?". Mais, dans sa sobre élégance, le beau calcul doit être à l'honneur ; nous souhaitons simplement pour lui, un peu moins d'encre de stylo et un peu plus de matière grise.

### La géométrie toujours présente

QUESTION. Traditionnellement l'étude de la géométrie était fondamentale ; or, on ne retrouve plus dans les nouveaux programmes certains chapitres autrefois vénérés (faisceaux de cercles, inversion). Enseigne-t-on encore vraiment la géométrie ?

— En classe de seconde je crois faire une initiation géométrique sérieuse à la structure d'espace vectoriel ; puis nous étudions les formes linéaires, les homothéties, les projections, le produit scalaire, l'orthogonalité, les distances. En classe de première sont mis à l'étude : le groupe des rotations du plan vectoriel (la trigonométrie) et les espaces de dimension trois. En classe terminale nous approfondirons l'étude des applications linéaires avec leurs images et leurs noyaux, nous apprendrons à les additionner et à les composer ; enfin nous placerons sur le métier les barycentres, les applications affines, les isométries, l'orientation, le produit vectoriel, les similitudes. C'est tout ce qui reste à la géométrie ? Avouez que c'est tout de même un beau reste.

Mais le style change, on ne s'extasie plus sur le beau détail, on préfère l'architecture. D'autre part, entre les grands secteurs de la mathématique classique, algèbre, analyse, géométrie, les frontières s'estompent. Il n'est plus question de séparer abruptement la solution analytique et la solution géométrique. L'algèbre linéaire qui donne à la géométrie élémentaire son nouveau visage concilie harmonieusement la sécurité du calcul et la finesse du raisonnement.

#### L'attention au concret technique

**QUESTION.** Vos élèves ne deviendront pas tous de purs mathématiciens ; ils seront le plus souvent de simples usagers des mathématiques ; pensez-vous à eux, vous efforcez-vous d'être "utiles" ?

— Dans le cours de Géométrie de mon enfance l'angle se présentait sous l'aspect d'une portion de plan, mais lorsque je me rendais, en vacances, chez mon grand ami l'arpenteur, l'angle prenait un autre visage, il était essentiellement de rotation et en manipulant le goniomètre, je jouais, sans le savoir, les axiomes de la structure de groupe. Le terrain était en avance sur le livre, car l'angle de rotation est exactement celui de notre nouveau cours de première.

Il y a quelques années j'ai eu la joie d'assister à un film réalisé par nos collègues de l'enseignement technique. Il s'intitulait "La fraiseuse". On y voyait une usine, une machine, un outil. D'abord l'usine s'effaçait, puis la machine, puis l'outil ; seul restait sur l'écran, habilement schématisé et en pleine action, le groupe orthogonal direct.

Puis le groupe se rhabillait, il remettait son outil, sa machine, son usine. Depuis je l'appelle toujours "le groupe de la fraiseuse".

J'en ai retenu la leçon suivante. Il est fallacieux d'opposer l'abstrait au concret. Le concret aime l'abstrait qui le simplifie ; l'abstrait aime les concrets qui font de lui une réalité vivante. Quand nous présentons à nos élèves une structure, nous ne manquons pas de la rendre spectaculaire par de nombreux exemples, car nous savons bien que l'abstrait se qualifie par la richesse même de ses concrets.

#### L'attention au concret physique

**QUESTION.** Parmi les usagers des mathématiques, le physicien occupe une place privilégiée. La modification des programmes ne risque-t-elle pas de lui apporter une gêne sérieuse ?

— Pour travailler, sur un plan modeste, avec le physicien, l'étude des vecteurs vaut bien celle des cas d'égalité et l'angle du goniomètre vaut bien celui du découpage. Mais élevons le débat.

J'ai rencontré pour la première fois l'axiomatique fondée sur la structure d'espace vectoriel, axiomatique que nous utilisons aujourd'hui en première et en terminale, dans un ouvrage écrit en 1918 par Hermann Weyl et intitulé "Temps, espace, matière". Dans cet ouvrage il était effectivement question du temps, d'espace, de matière. L'homme du 19<sup>e</sup> siècle vivait avant la relativité, nous vivons après et toute notre façon de voir le monde et de vivre dans celui-ci s'en trouve modifiée. Il serait surprenant que nous nous séparions des physiciens alors que c'est justement l'évolution des idées en physique qui a précipité notre mouvement.

Maintenant que nos collègues physiciens possèdent, comme nous, une commission d'étude et des instituts de recherche sur l'enseignement, (I.R.E.S.P. est le frère de l'I.R.E.M.) nous saurons bien, au prix d'une minutieuse synchronisation, prouver l'accord profond d'une mathématique actuelle avec une physique plus actuelle encore.

### La logique et l'action

**QUESTION.** Ne donne-t-on pas trop d'importance à la logique, et le lycéen, épris de purs concepts, ne risque-t-il pas de se distinguer aristocratiquement du vulgaire ?

— N'exagérons rien, notre logique scolaire n'a pas de grandes ambitions. Il n'est nullement question d'agiter les grands problèmes de fondements, encore qu'une réflexion sur ces problèmes soit nécessaire aux professeurs. En classe il s'agit simplement de présenter aux élèves quelques tables de vérité, (négation, conjonction, disjonction, implication, équivalence), et quelques procédés de raisonnement d'usage courant. Cette présentation, modeste mais sans bavure, remplace avantageusement nos vieux discours un peu sibyllins sur les conditions nécessaires et suffisantes.

Méritons-nous d'ailleurs sur ce point l'accusation de gratuité ? Nos élèves, entrant dans la vie professionnelle, auront à prendre leurs responsabilités. Ils devront alors : choisir, classer, structurer, comparer, hiérarchiser, conjecturer, connecter, informer, programmer, planifier, ... en bref ils devront pratiquer la

“mathématique de l'action”. Mais chaque acte comporte une “logique ad hoc” avec laquelle il ne doit pas tricher. Ainsi nos modestes rudiments ne leur seront pas inutiles.

### **L'inéluctable nouveau**

Notre univers est en perpétuelle évolution. Les disciplines les plus variées, techniques, physiques, humaines réclament un appareillage mathématique actuel, pour leurs problèmes. Le nouveau de notre enseignement est inéluctable car le concret qui nous enserme l'exige.

D'ailleurs la mathématique d'aujourd'hui est agréable à apprendre et à enseigner. Je reconnais volontiers que l'agrément des élèves et des professeurs n'est pas le but ultime de l'enseignement, mais tout de même cet agrément est le signe d'une tendance favorable. Si la mathématique d'aujourd'hui est aimable c'est qu'elle est essentiellement active, dans les petites classes elle se joue, dans les grandes classes elle se vit. Les structures abstraites étudiées au Lycée se retrouvent partout dans le concret, imprégnant notre vision du monde et notre art de vivre. Ainsi, pour un enseignement plus agréable aux jeunes et plus utile aux hommes de notre temps, nous sommes certains d'être dans le droit fil.