

Le guêpier "affine"

par P. ANTONINI (Lycée J. H. Fabre, Carpentras)

La commission Lichnérowicz, lorsqu'elle a élaboré les programmes de géométrie des classes de quatrième et troisième, n'a pas eu le bonheur de s'inspirer des idées exposées par DIEU-DONNE dans son "Algèbre linéaire et géométrie élémentaire".

Voici, en effet, quelques extraits de la préface de cet ouvrage :

"En somme, l'enseignement des premières années secondaires devrait être un mélange savamment dosé d'"expériences géométriques" bien choisies et de raisonnements partiels sur les résultats de ces expériences : quelque chose d'analogue à l'apprentissage de la physique ou de la chimie, une sorte de "physique de l'espace" (...)"

"Ce par contre à quoi je suis *tout à fait opposé*, c'est ce que l'on pourrait appeler "la méthode de l'échafaudage préalable". Sous prétexte que le système d'axiomes de l'Algèbre linéaire est "trop abstrait", on voudrait, avant de l'introduire, partir d'un *autre* système d'axiomes, réputé plus accessible, et en *déduire* ensuite les axiomes de l'Algèbre linéaire. C'est en somme ce qu'avait fait Hilbert dans ses célèbres travaux sur les fondements de la Géométrie, en prenant pour point de départ les axiomes d'Euclide convenablement complétés. Chacun sait que ce tour de force dépasse de loin le niveau de l'Enseignement secondaire, mais on a tenté depuis lors des "compromis" entre l'échafaudage d'Euclide-Hilbert et l'axiomatique "nue" de l'Algèbre linéaire ; le plus connu est sans doute le système d'axiomes proposé récemment par Choquet, d'une remarquable ingéniosité qui témoigne du grand talent de son auteur, mais que je tiens pour parfaitement inutile et même nuisible. Il ne se justifierait que si les notions qui sont à la base des axiomes du plan euclidien, addition des vecteurs, multiplication par un scalaire et produit scalaire de deux vecteurs, étaient extrêmement abstraites et difficiles à représenter graphiquement ; chacun sait qu'il n'en est rien, et quelques mois d'expériences sur le papier quadrillé devraient suffire pour accoutumer l'élève à leur maniement, et le préparer à admettre sans hésitation que l'on fonde l'édifice algébrico-géométrique sur des propriétés dont il lui est facile de vérifier l'exactitude expérimentale. Dès

lors, à quoi bon surcharger sa mémoire de soi-disant "axiomes" qu'il lui faudra s'empresse d'oublier ? En fait, on assiste simplement là à un curieux phénomène d'attachement sentimental à un système traditionnel d'axiomes, plus fréquent qu'on ne croit chez les mathématiciens professionnels, même bien au-delà du niveau de la Géométrie élémentaire, et que je ne me chargerai pas d'expliquer."

Que l'on examine maintenant le programme officiel de la classe de quatrième ; on s'aperçoit que le point de vue adopté est précisément l'un des compromis auxquels il a été fait allusion : les notions "affines" introduisent les notions "vectorielles" ; le "vecteur" doit son existence aux "bipoints". Que de temps perdu pour avoir négligé de prendre en considération le fait que tout espace vectoriel est un espace affine, ce qui permettait de confondre les notions de point et vecteur, et rendait possible une représentation simple de tous les phénomènes de l'Algèbre linéaire limitée aux dimensions 2 et 3 (et bien entendu aux scalaires réels) ; l'introduction de l'"espace affine", cauchemar des élèves sinon des professeurs — c'est bien connu dans le second cycle — devient de ce fait sans objet.

DIEUDONNE n'écrit-il pas ailleurs :

"La prétendue primauté du point de vue affine, plus "naturel" que le point de vue vectoriel, est une exigence de nature philosophique qui n'a rien à voir avec l'usage de l'Algèbre linéaire dans la pratique. Qui plus est, je prétends que ce point de vue ne peut donner que des idées fausses en ce qui concerne les applications à la Physique : le prétendu "espace sans origine" est, comme nous le savons depuis la théorie de la Relativité, une conception aberrante du point de vue physique ; il y a toujours dans les observations une *origine*, à savoir l'observateur, et il est donc plus "naturel" de commencer par l'espace muni d'une origine, qui est une première approximation de l'espace réel dans un voisinage de l'observateur ; et lorsqu'on veut s'élever à la conception globale de l'Univers, ce qu'on obtient, ce n'est pas du tout un espace affine, mais bien un "espace courbe" au sens de la théorie des variétés différentielles".

"(...) en tant que mathématicien professionnel, je sais que les notions "affines" n'interviennent par rapport aux notions "vectorielles" que dans un nombre de cas qui ne dépasse certainement pas le pourcentage de 1/100, et je trouve donc absurde et ridicule

l'insistance des programmes sur l' "espace affine", ce qui ne peut que semer la confusion dans l'esprit des débutants."

DIEUDONNE a eu le souci de se pencher sur le problème de l'enseignement de la Géométrie dans le Secondaire ; il est bien regrettable que la Commission Lichnérowicz n'ait pas su tirer parti d'une vision aussi lucide de la réalité. On peut espérer que, devant les objections soulevées par les programmes actuels des classes de quatrième et troisième, la Commission réagira de façon *rationnelle*.