

2

## LA MATHÉMATIQUE ET SA PÉDAGOGIE

**Propositions de réflexions sur l'initiation mathématique de l'école maternelle au premier cycle dans le cadre de la rénovation pédagogique**  
*par G. BAL, directeur de l'école normale de la Martinique*

En tant qu'ancien professeur chargé par l'I.P.N. d'expérimenter des projets de programme de premier cycle, je me rappelle l'enthousiasme qui animait chacun de nous. Bien sûr, nous avons hésité, tâtonné, mais à cette époque les échanges au cours de stages trimestriels, la présence de certains collègues de l'Enseignement supérieur, les encouragements de A. Revuz soutenaient nos efforts. Je pense traduire l'opinion générale en affirmant que l'accord des expérimentateurs était réalisé sur de nombreux points, en particulier sur la nécessité :

- d'un contenu plus simple, tenant compte des besoins et du niveau des élèves, plus général, en accord avec la mathématique actuelle et plus cohérent — de nombreux projets de programme d'ailleurs forts voisins ont été élaborés dans cet esprit par les équipes d'expérimentateurs ;
- d'un renouveau pédagogique s'appuyant sur les résultats de la pédagogie expérimentale, c'est-à-dire faisant une très large part aux méthodes actives, variées et visant à développer le goût de la recherche.

En effet, je crois que nous étions tous persuadés que la mathématique peut être un moyen pédagogique de choix pour

l'éveil, le développement et même l'épanouissement des possibilités de l'enfant et de l'adolescent — en particulier sur le plan d'une plus grande maîtrise intellectuelle.

Donc une réforme nous semblait indispensable et ... elle a eu lieu ...

En tant qu'habitant — depuis plusieurs mois — d'un département situé à 7 000 km de l'hexagone, j'ai pu recueillir des propos pleins de bon sens et j'ai constaté que beaucoup d'enseignants sont passés par tous les sentiments que l'application de cette réforme inspire. Malheureusement, le plus tenace de ces sentiments est un extrême désarroi. Les bonnes volontés sont désemparées ; personne ne sait plus que faire.

Comment ne pas être désemparé devant l'attitude de certains physiciens qui, bien qu'ignorant sans doute les premiers rudiments de la pédagogie — et peut-être aussi l'évolution de la mathématique — se mettent à légiférer sur cette réforme et son application ? D'ailleurs, soit dit en passant, les physiciens n'utilisant pratiquement que la structure affine de la droite, on comprend mal leurs réclamations.

Comment ne pas être désemparé devant les programmes de quatrième et de troisième qui, en géométrie, proposent un assez considérable édifice bien au-dessus du niveau des élèves, et passent à côté de la "voie royale" consistant à ordonner des flots déductifs autour de quelques idées d'algèbre linéaire fort simples, fondamentales pour la suite et permettant des activités variées ?

Comment ne pas être désemparé enfin par la lecture de certains manuels soi-disant destinés aux bambins de sixième où le nombre de pages dépasse 250 et où des chapitres commencent par une définition ?

Dans le Bulletin n° 282, page 194, Madame MOTTE posait la question suivante :

"Faudrait-il s'étonner et douter de la bonne foi des expérimentateurs 67-71 nous décrivant le plaisir de leurs élèves, si dans quelque temps la mathématique en sixième et en cinquième distillait un ennui mortel ?

Afin d'apporter un début de solution à cette situation fort préoccupante, afin que nous puissions "accorder nos violons", je soumetts aux régionales, aux I.R.E.M. et plus précisément aux

animateurs et aux membres des groupes de travail, les quelques réflexions suivantes concernant l'initiation mathématique de l'École Maternelle au Premier Cycle dans le cadre de ce qu'il est convenu d'appeler la rénovation pédagogique.

Qu'on veuille bien me pardonner de proposer un texte parfois imprécis et très incomplet ; qu'on veuille bien également me pardonner d'enfoncer quelques portes ouvertes : ces portes ne semblent pas encore, hélas, ouvertes pour tout le monde.

## I — LA MATHÉMATIQUE D'AUJOURD'HUI

La mathématique est une science créée par les hommes réagissant pour s'adapter à leur environnement.

On crée chaque jour de nouvelles branches de la mathématique en vue de besoins particuliers.

Cette science n'est donc pas figée, absolue et donnée à priori. Elle est au contraire, comme les autres sciences, comme la pédagogie, toujours inachevée, en constante évolution.

Etant créée par les hommes et pour les hommes, elle ne peut exister que dans l'esprit humain. Comme ce dernier elle a des qualités et des défauts.

La mathématique accroit sans cesse son champ d'application : la linguistique, l'économétrie, la recherche opérationnelle traitent de problèmes qui relèvent désormais de l'analyse mathématique.

## II — LA MATHÉMATISATION

Devant les problèmes pratiques posés par certaines situations, le mathématicien construit des modèles qui sont en première approximation des schémas ou des langages isolant les rouages essentiels de ces situations. Les modèles mathématiques sont des moyens de compréhension, de prévision et d'action ; n'isolant que ce qui est nécessaire pour comprendre, prévoir et agir, ils sont dits abstraits.

Il est à remarquer que ces modèles ne sont pas complètement étrangers les uns aux autres. Ils ont entre eux de nombreux aspects communs. En particulier il existe des modèles dits fondamentaux qui ont été dégagés au cours des siècles, comme les systèmes de numération. Mieux connus, organisés en structure mathématique

se retrouvant dans de très nombreuses situations, ils sont souvent appelés notions ou concepts. Sociologiquement, ils sont les éléments d'une certaine culture.

L'activité mathématique est donc, essentiellement, la création de modèles — on dit aussi la mathématisation ou la modélisation des situations — puis leur application à des fins de prévision ou d'action.

### III — LES FINALITES DE L'ENSEIGNEMENT MATHEMATIQUE

Schématiquement, il apparaît donc possible de grouper les finalités de l'enseignement mathématique en trois grandes classes correspondant à trois objectifs :

- 1°) L'éveil de l'enfant qui apprend à observer, à isoler certains caractères communs à plusieurs situations, à classer, à établir des relations, à schématiser — autrement dit à approcher et éventuellement à formaliser et à appliquer des modèles. Cet objectif est commun à la plupart des disciplines : l'initiation historique, l'initiation géographique, l'initiation biologique et expérimentale, sont avant tout, comme l'initiation mathématique, des moyens permettant à l'enfant de s'intéresser aux problèmes qui se présentent à lui.
- 2°) L'acquisition d'une première culture mathématique, c'est-à-dire de quelques notions fondamentales intervenant dans de nombreux modèles.
- 3°) L'utilisation de la mathématique au service des autres disciplines dans une optique de "décloisonnement". Par exemple, au Cours Préparatoire, le langage et la lecture peuvent s'appuyer sur une activité mathématique. Cela remplace fort avantageusement la traditionnelle et fastidieuse "lecture d'image" encore trop souvent pratiquée.

### IV — VERS UN PROGRAMME DE CONCEPTS

Ainsi, il paraît souhaitable d'établir un programme minimum de quelques notions ou concepts qui, intervenant dans de nombreux modèles et étant susceptibles d'être abordés très tôt, semblent constituer un bagage fort utile pour nos jeunes élèves. Voici une ébauche d'un tel programme :

- 1°) A l'École Maternelle, première approche de certaines notions : ensembles, relations, groupes d'opérateurs, logique.

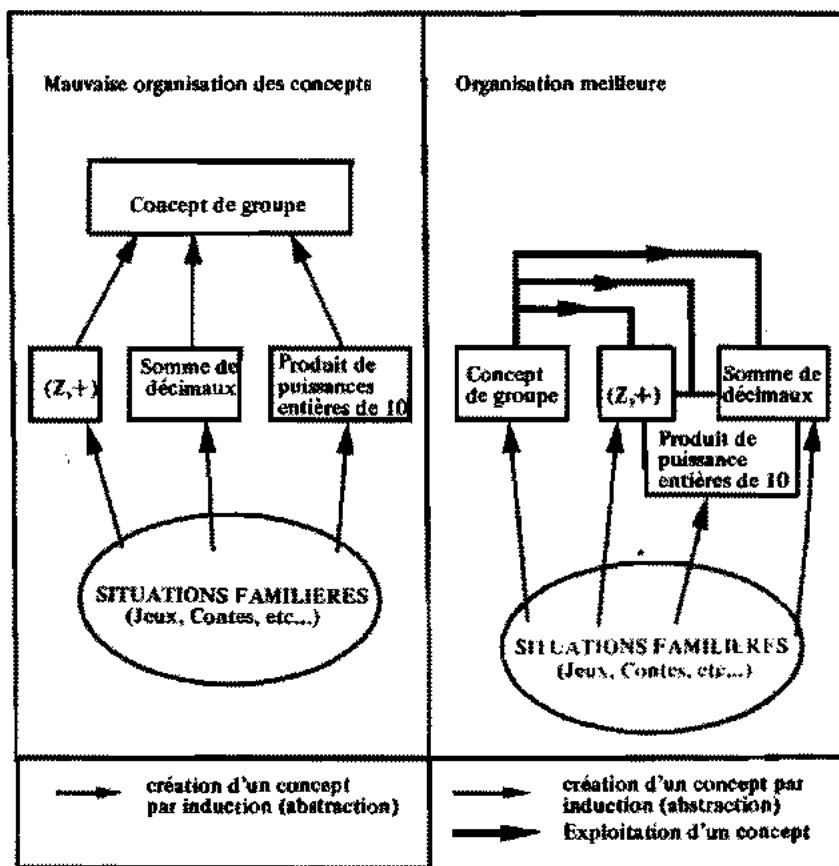
- 2°) Au Cours Préparatoire, continuation de l'approche de notions ensemblistes logiques, relationnelles et topologiques, premières formulations et applications des concepts de nombre naturel et de somme de deux naturels.
- 3°) Au Cours Élémentaire, renforcement des acquisitions précédentes, première formulation des notions de différence, produit, quotient entier. Ebauche d'un modèle géométrique et première approche de la notion de mesure.
- 4°) Au Cours Moyen, construction de modèles permettant la mathématisation de certaines situations ; enrichissement du modèle géométrique ; notion de mesure.
- 5°) En sixième, renforcement des acquisitions concernant les notions d'ensemble, de relation, de numération de position. Calculs numériques dans  $(\mathbb{Z}, +)$ .
- 6°) En cinquième, approfondissement de la compréhension du principe de la numération de position et en particulier de la numération décimale pour permettre plus tard une meilleure approche des réels. Premières notions d'arithmétique dans  $\mathbb{N}$  ; calculs numériques dans  $(\mathbb{Z}, +, \times)$ .
- 7°) En quatrième, prise de conscience de quelques structures algébriques : corps finis,  $(\mathbb{R}, +, \times)$ , algèbre linéaire, structure affine.
- 8°) En troisième, application de toutes ces notions à des domaines variés : linguistique, recherche opérationnelle, etc ... Notions métriques.

## V — VERS UNE ORGANISATION DES CONCEPTS

L'expérience montre qu'une notion est en général facilement compréhensible si elle est créée à partir d'une situation familière ; elle semble plus difficile si elle est plus "éloignée" du concret ou de ce à quoi on est habitué, c'est-à-dire créée, par exemple, à un "second niveau d'abstraction", à partir d'autres concepts découverts depuis peu.

Donc, pour créer un concept nouveau, il vaut mieux, chaque fois que cela est possible, faire une large part à l'observation et aux manipulations. Et les notions les plus simples et les plus générales, qui peuvent être abstraites à partir de situations familières, n'ont pas à être découvertes à partir d'exemples dits mathématiques. Par

exemple, la notion de groupe, pour laquelle de nombreuses situations simples permettent une intériorisation : formation de l'intuition dans le sens d'une suite "d'expériences individuelles condensées en habitudes mentales" — FISCHBEIN, BARBAT et MINZAT. Il vaut mieux ne pas expliquer la notion de groupe à partir d'exemples tels que  $(Z, +)$  mais au contraire utiliser cette notion pour éclairer les exemples numériques.



## VI — VERS UNE ATTITUDE PEDAGOGIQUE

La pédagogie est régie par certaines règles. Mais celles qui, ci-dessous, schématisent une attitude pédagogique du maître en classe, nécessitent évidemment des modifications pour s'adapter aux cas particuliers.

- 10) Choisir et proposer aux enfants des situations illustrant le concept à abstraire. Tenir compte des goûts, du niveau et de la vie du groupe-classe.
- 20) Laisser aux enfants le temps de réagir librement devant ces situations, de réaliser des observations "sauvages" ou des "jeux libres". N'intervenir qu'en cas de nécessité absolue ou à la demande des enfants.
- 30) Favoriser un procédé de codage en créant le besoin de communiquer certaines des informations ponctuelles perçues par les enfants au cours de leurs travaux libres.
- 40) Favoriser le codage de l'organisation de ces informations en créant le besoin de les communiquer dans leur ensemble.
- 50) Rassembler les résultats obtenus afin de créer un message permettant de transmettre le concept.
- 60) Contrôler l'acquisition du concept par la résolution d'exercices.
- 70) Exploiter le concept par la création de modèles où il intervient, par son application à des situations diverses, etc ...

Selon le cas, la recherche individuelle, le travail par équipes, le travail sur fiches peuvent être proposés. Mais attention ! il s'agit là de techniques pédagogiques et non d'attitudes pédagogiques : le travail par équipes et le travail sur fiches ne sont pas nécessairement de bonnes solutions. Employés systématiquement ce sont de très mauvaises solutions : "varier les techniques" est l'un des premiers principes de pédagogie.

## VII — VERS UN PROGRAMME DE MOYENS

### a) *Le travail en classe*

Les situations proposées sont essentiellement des problèmes apparaissant au cours de jeux, observations, manipulations et adaptés au niveau et aux goûts des élèves, à la vie de la classe, etc ... Le maître trouvera des documents dans les diverses productions du commerce et les diverses publications de l'I.N.R.D.P., des C.R.D.P., C.D.D.P., I.R.E.M., etc — qu'il pourra adapter aux besoins de ses élèves.

### b) *Le travail hors de la classe*

. Le professeur pourra proposer des recherches, des enquêtes, des lectures, etc.

. Les élèves ayant été absents ou ayant mal compris certaines notions pourront, à partir d'un certain niveau, consulter leur livre — à condition que celui-ci soit simple, propose un véritable travail de recherche et favorise la découverte. Les ouvrages où chaque chapitre commence par une ou plusieurs définitions ne sont pas des manuels d'élèves ; ils ne peuvent être utiles qu'aux maîtres.

### VIII — QUELQUES ERREURS A EVITER

- 1°) Donner des définitions à priori et enseigner une mathématique déductive et toute faite.
- 2°) Vouloir obtenir trop rapidement la formalisation d'une notion : une longue approche de plusieurs semaines, à partir de nombreux exemples, est souvent indispensable.
- 3°) Utiliser trop souvent les situations stéréotypées de certaines fiches vendues dans le commerce et construire sa classe sans tenir compte du travail qui se fait dans les autres disciplines, du goût des élèves, du milieu dans lequel ils vivent et surtout de leur niveau.

### IX — CONCLUSION

Ces quelques pages essaient de montrer comment, avec les moyens dont il dispose, l'instituteur ou le professeur peut aborder ou consolider l'acquisition de certains concepts mathématiques depuis l'Ecole Maternelle jusqu'à la fin du premier cycle, dans le cadre de ce qu'il est convenu d'appeler la rénovation pédagogique — dont la mathématique constitue, en tant qu'activité d'éveil, un incontestable élément moteur.

Mon souhait serait que, reprises par les collègues désireux de les préciser, de les compléter, ou de les rectifier, elles deviennent un document de base permettant de coordonner nos actions.