Rapport sur les XV^{èmes} olympiades internationales de mathématiques

par G. GLAESER, représentant français au jury.

Les Olympiades se sont déroulées à Moscou, avec la participation de 16 délégations comportant généralement 8 concurrents chacune.

Du 5 juillet au 8 juillet 1973, les responsables scientifiques (membres du jury) ont procédé au choix des énoncés de problèmes et à la fixation des barèmes.

Les 9 et 10 juillet, les concurrents, arrivés la veille accompagnés de leurs "animateurs pédagogiques", ont eu à résoudre 3 + 3 problèmes (cf. appendice). Les résultats ont été proclamés le 15 juillet, dans la Salle du Théâtre d'enfants du Palais des Pionniers.

Je n'insisterai pas ici sur la qualité de l'accueil que les organisateurs soviétiques nous ont réservé. La préparation d'une Olympiade Internationale est une opération complexe et variée qui nécessite une année d'efforts.

Je me borne à fournir ici des informations et des suggestions sur des points énumérés en titre des paragraphes.

I. LE CHOIX DES CANDIDATS

Les délégations qui ont remporté de meilleurs résultats que la France (U.R.S.S., Hongrie, Pologne, R.D.A., Grande-Bretagne) ont procédé à une sélection pyramidale.

Par exemple, la Grande-Bretagne a fait subir un premier test à choix multiples (élaborés et étalonnés aux U.S.A.) à tous les lycéens des classes terminales, ce qui a permis de présélectionner plusieurs centaines de candidats. Ces derniers ont participé à des pré-Olympiades internes : les 20 meilleurs ont subi une préparation spéciale et les 8 meilleurs ont été envoyés à Moscou.

Les autres pays cités font débuter ce choix pyramidal avec quelques années d'avance, ce qui leur permet de connaître les candidats potentiels suffisamment tôt pour pouvoir les "chauffer" suffisamment.

Signalons la participation de deux garçons de 13 ans : l'un d'eux avait déjà obtenu un premier prix l'an dernier ! Il étudie actuellement au gymnase, mais il est dispensé des mathématiques. Pour cette matière, il fréquente l'Université !

J'avoue que ces aspects élitistes me sont souverainement désagréables. L'objectif de l'Education Nationale n'est pas de promouvoir 8 champions, mais d'élever le niveau général des études mathématiques de la nation. Mais la sélection pyramidale favorise indirectement cette élévation dans la mesure où toute la population scolaire participe aux premières éliminatoires.

J'ai recueilli à Moscou une abondante documentation concernant les diverses sortes de pré-Olympiades.

La sélection française a été improvisée assez tard. On s'est borné à choisir les meilleurs lauréats du Concours Général, parmi ceux qui ont accepté de venir à Moscou. Les épreuves du Concours Général diffèrent essentiellement de celles d'une Olympiade ; mais une corrélation étonnante semble se dégager au premier examen entre les résultats obtenus au Concours Général et à Moscou.

De plus, ce ne sont que les hasards d'une telle confrontation qui font que les candidats français n'ont pas obtenu de premier prix : avec un peu de chance, ils étaient tout à fait capables d'y parvenir.

Il semble cependant souhaitable que les énoncés des Concours Généraux futurs évoluent vers des problèmes de types olympiques.

Un caractère fort regrettable de la sélection française apparaît lorsqu'on constate que les 8 représentants français étaient parisiens, et que 4 d'entre eux ont été "mitonnés" au Lycée Louis-le-Grand. Il est invraisemblable qu'il n'y ait pas d'élèves doués dans le reste de la France : s'il en était ainsi, ce serait fort grave !

On note la présence de 4 ou 5 candidates seulement sur les 125 concurrents. Les filles sont absentes du palmarès. Nous savons qu'il est possible de trouver en France des jeunes filles fort douées pour les mathématiques et que les nombres cités sont certainement le reflet d'un mauvais recrutement.

II. LE CHOIX DES SUJETS

Sur la soixantaine de sujets proposés par les différentes délégations, les organisateurs soviétiques ont retenu 14 énoncés, en écartant ceux qui sont notoirement connus, ou ceux qui risquaient d'être écartés pour des raisons de curriculum. Le fait que la réforme des programmes de mathématiques, générale dans tous les pays participants, s'y introduit à des rythmes divers a causé beaucoup de tracas. Par exemple, l'U.R.S.S. prépare actuellement les manuels et la formation des maîtres en prévoyant le lancement de la réforme auprès des élèves en 1975 seulement. Mais l'évolution est déjà visible.

Par exemple, c'est pour la première fois que le mot "vecteur" apparaît dans des Olympiades Internationales ; de plus, le problème 5 (cf. appendice) (adopté contre mon avis) a été jugé trivial par les concurrents polonais et français (plus avancés dans la réforme) et a causé des ravages parmi les délégations "retardataires". Mais il est à prévoir que les Olympiades ultérieures proposeront des énoncés sur des thèmes "modernes" (sic), pour lesquels nos concurrents seront favorisés.

Le choix des sujets a donné lieu à de longues discussions. Par exemple, la formulation du problème 5, présenté d'abord sous une forme inintelligible qui sous-entendait les quantificateurs, a nécessité une longue élaboration pour être acceptable par toutes les délégations. L'expression "groupe de transformations affines" ne pouvait pas figurer dans l'énoncé.

Le sujet que j'avais présenté, au nom de la délégation française, chaleureusement appuyé par près de la moitié du jury, a été écarté après 4 heures de délibérations : il a été jugé trop difficile par une faible majorité.

Cependant, les débats ont gardé tout au long un caractère courtois et constructif.

III. LA CORRECTION

Chaque membre du jury examinait les copies de ses propres concurrents (ce qui est inévitable à cause de la diversité des langues). Une équipe de "coordinateurs" soviétiques, comprenant plusieurs anciens champions d'Olympiades, examinait avec chaque délégation les diverses copies et décidait, après discussion, de la note à attribuer.

Il y a eu relativement peu de litiges : un sujet controversé portant sur les problèmes tels que le 2, où la seule difficulté était d'imaginer un exemple et où quelques concurrents se sont bornés à affirmer que la vérification était évidente (ce qui était le cas). Quelques désaccords apparaissaient au sujet de l'attribution d'un point ou deux pour une remarque ingénieuse, concernant un problème que le concurrent n'avait su résoudre.

IV. LES RESULTATS

Un premier prix a été attribué à tout candidat qui avait résolu les six problèmes (avec éventuellement quelques défauts mineurs). Trois candidats soviétiques (dont l'un a obtenu 40 sur 40), un hongrois et un anglais (!), ont obtenu un premier prix.

Un second prix revenait à ceux qui n'avaient essentiellement échoué qu'à l'un des problèmes : ce fut le cas pour 15 lauréats, parmi lesquels trois français.

Le vainqueur du Concours Général 1973, qui avait résolu en une demi-heure le premier et le troisième problèmes, s'était vainement acharné pendant trois heures et demie à démontrer que l'ensemble évoqué dans le problème ② n'existait pas. Cependant, deux des concurrents français ont résolu ce problème ②, sans difficultés.

Un troisième prix a été attribué aux 48 qui ont fourni au moins quatre solutions. Ce fut le cas d'un autre candidat français. Toutes les délégations ont eu au moins un candidat primé. Tous les candidats soviétiques et hongrois ont obtenu au moins un troisième prix.

On notera que le système ne comporte pas de véritable *classement*, dans la mesure où il y a plusieurs premiers prix.

CONCLUSION

La poursuite de la participation française aux Olympiades Internationales ultérieures (la prochaine sera organisée en 1974 en R.D.A., et est déjà en voie de préparation matérielle !) me semble souhaitable, sous les conditions suivantes :

a) On peut décider de participer ou de ne pas participer. Mais, si la décision est prise dans le sens affirmatif, il est indispensable que le Ministère fournisse les moyens (d'ailleurs modestes) d'une telle participation. Par exemple, l'équipe de professeurs chargée de préparer la compétition doit être connue dès la rentrée scolaire ; et un demi-poste au moins doit être attribué au responsable principal, pour prospecter les possibilités et populariser la formule olympique.

b) Il ne s'agit pas de trouver 8 candidats possibles (dont l'existence est à priori évidente pour un pays comme le nôtre), mais de développer une certaine politique pyramidale. Lorsque les bienfaits de la réforme en cours commenceront à apparaître par élimination des bavures, on disposera en France de plusieurs milliers d'élèves ayant l'habitude, depuis la sixième, de résoudre eux-mêmes des difficultés mathématiques. Si nous parvenons à promouvoir ces lycéens, l'opération sera pleinement justifiée.
Mais, s'il s'agit uniquement de se tailler un succès facile en détectant les futurs majors à l'E.N. ou à Polytechnique, tout en laissant à l'abandon une masse scolarisée mal encadrée, on commettra une mauvaise action. L'exemple britannique est particulièrement intéressant à suivre, dans la mesure où les deux conditions a) et b) semblent avoir été constamment à l'esprit des organisateurs.

c) Des discussions officieuses s'étaient déroulées, à Moscou, sur l'opportunité d'interdire à un candidat de se présenter plusieurs fois. L'accord semble se faire pour admettre deux participations ; à condition que le candidat ne dépasse pas l'âge de 19 ans. Dans ces conditions, notre délégation de l'an prochain pourrait comporter les trois titulaires d'un deuxième prix et cinq nouveaux candidats issus de terminale. Un succès aisé serait alors assuré.

APPENDICE

ENONCES DES SIX PROBLEMES PROPOSES AUX XVèmes OLYMPIADES INTERNATIONALES DE MATHEMATIQUE

Durée de l'épreuve : 4 heures — Moscou, le 9 juillet 1973

1) Soit O un point appartenant à une droite l, et $\overrightarrow{OP}_1$, $\overrightarrow{OP}_2$, ...$\overrightarrow{OP}_n$ des vecteurs unitaires tels que les points P_1, P_2, ...P_n appartiennent à un plan contenant l et soient situés d'un même côté de l.
Démontrer que si n est impair

$$|\overrightarrow{OP}_1 + \overrightarrow{OP}_2 + ... + \overrightarrow{OP}_n| \geqslant 1$$

où $|\overrightarrow{OM}|$ désigne la longueur du vecteur $\overrightarrow{OM}$.

2) Existe-t-il dans l'espace à trois dimensions un ensemble fini M non contenu dans un même plan et satisfaisant à la propriété suivante :

Pour tout couple de points (p, q) de M il existe un couple (r, s) tel que les droites pq et rs soient distinctes et parallèles.

3) Trouver la valeur minimum de $a^2 + b^2$, où a et b sont des nombres réels pour lesquels l'équation $x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1 = 0$ admet au moins une racine réelle.

Moscou, le 10 juillet 1973

4) Un soldat doit vérifier qu'il n'y a pas de mine dans un terrain ayant la forme d'un triangle équilatéral (frontières comprises). Le rayon d'action de son détecteur est égal à la moitié

de la longueur de la hauteur du triangle.

Partant d'un sommet, quel doit être son itinéraire s'il veut minimiser la longueur du chemin parcouru, en explorant toute la région ?

5) Soit G un ensemble non vide de fonctions non constantes f, avec $f(x) = ax + b$ (où a, b, x sont réels), satisfaisant aux conditions suivantes :

1 Si $f, g \in G$ alors $g \circ f \in G$ (où $(g \circ f)(x) = g(f(x))$
(i.e. L'ensemble G est stable par composition)

2 Si $f \in G$, alors $f^{-1} \in G$ (si $f(x) = ax + b$ alors $f^{-1}(x) = \dfrac{x - b}{a}$)

3 Pour tout $f \in G$, il existe $x_f \in \mathbb{R}$ tel que $f(x_f) = x_f$.

Démontrer qu'il existe un nombre réel k tel que, pour tout $f \in G$, $f(k) = k$.

6) On donne n nombres réels positifs $a_1, a_2, \ldots, a_n$ et un nombre réel q, tel que $0 < q < 1$.

Trouver n nombres $b_1, b_2, \ldots, b_n$ satisfaisant aux trois conditions suivantes :

1 Pour tout k de 1 à n $\quad a_k < b_k$

2 Pour tout k de 1 à n − 1 $\quad q < \dfrac{b_k + 1}{b_k} < \dfrac{1}{q}$

3 $b_1 + b_2 \ldots + b_n < \dfrac{1+q}{1-q} \times (a_1 + a_2 + \ldots + a_n)$.