

# 4

## ÉCHANGES

---

### Baccalauréat et culture mathématique

*par P. JACQUEMIER (Grenoble)*

On sait que les Instituteurs sont recrutés par les concours d'entrée dans les Ecoles Normales, et également (c'est le cas de la majorité d'entre eux) par la voie que suivent les Remplaçants : bacheliers, ils se voient confier une classe, reçoivent une formation professionnelle (fort modeste) pendant leurs deux premières années de métier et, sauf insuffisance notoire, après succès au Certificat d'Aptitude Pédagogique, deviennent Stagiaires à la fin de leur troisième année puis Titulaires un an après.

Le nombre de candidats à un poste d'Instituteur Remplaçant dépend bien sûr du marché du travail ; l'offre fut, voici encore une dizaine d'années, souvent inférieure à la demande ; elle est maintenant bien supérieure, ce qui place les Inspections Académiques face à un problème de choix.

Celle de l'Isère, devant choisir 150 futurs maîtres parmi 500 ou 600 candidats, désirant évidemment recruter ceux qui, à priori, feraient les meilleurs instituteurs, regrettant l'absence de moyens sûrs d'apprécier les qualités psychologiques souhaitables (altruisme, amour des enfants, aptitude à enseigner, équilibre nerveux, conscience professionnelle ...) décida, voici trois ans, d'ajouter au traditionnel entretien (d'une demi-heure, passé devant un jury de trois personnes) des épreuves écrites de Français, de Mathématique et de culture générale. Les impératifs sont : épreuves de courte durée, une heure chacune, et correction facile et rapide.

Il m'a paru intéressant de présenter dans le Bulletin les 46 questions qui constituaient l'épreuve de Mathématique de 1972, et de faire suivre chacune d'elles du pourcentage de réponses correctes qu'ont données les 537 candidats.

1 à 3 — Terminer les égalités suivantes en écrivant un nombre entier comme membre de droite :

$$80 : 0,025 = \dots \quad (57 \%)$$

$$80 \times 0,025 = \dots \quad (80 \%)$$

$$\frac{35}{4} : \frac{5}{8} = \dots \quad (74 \%)$$

Ces premiers pourcentages surprendront peut-être : il n'y a que 80 % que 57 % des candidats qui répondent correctement à ces questions, qui leur furent posées quand ils entraient en Sixième. Ce qui surprend surtout, c'est qu'ils ne disposent, semble-t-il, que d'un seul moyen de calcul : le mécanisme habituel, appris par coeur (et pas si sûr qu'on pourrait croire) ; ils n'entreprennent pas un second calcul qui leur permette de contrôler leur résultat ; les nombres s'y prêtent pourtant.

La fraction renversée, utilisée pour diviser par une fraction, a eu prise sur les mémoires ; le pourcentage relatif à la question n° 3 est, paradoxalement, un des meilleurs.

4 — Quel est le plus grand commun diviseur de 40, 400 et 480 ? (66 %)

5 — Quel est le plus petit nombre qui soit multiple de 5, 10, 20 et 50 ? (44 %)

27 % des candidats répondent par le nombre 5, confondant p.p.c.m et p.g.c.d. Confusion dont l'origine est probablement la confusion des mots *multiple de et diviseur de* ; présenter aux enfants ces mots un même jour, c'est risquer des confusions, tenaces.

6 — Trouver 3 nombres entiers consécutifs dont la somme soit 57. (64 %)

7 — Trouver 3 nombres proportionnels à 1, 2 et 3, et dont la somme soit 66. (27 %)

8 — Trouver 3 nombres proportionnels à 1,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$  et dont la somme soit 66. (8 %)

Le pourcentage aurait-il été moins mauvais si l'énoncé avait adopté la formulation archaïque classique *inversement proportionnels à 1, 2, 3* ? (C'est douteux).

9 — Vers quel nombre tend la somme  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$  dont chaque terme est égal à la moitié du précédent, lorsque le nombre de ses termes croît ? (31 %)

Si quelque chose tend vers quelque chose, ça ne peut être que vers 0 : c'est la réponse que donnent 13 % des candidats, ne résistant pas à cet entraînement verbal. A moins qu'ils n'aient pas vu les signes "plus", confondant le même terme et la somme des n premiers termes ; mais voir, cela s'apprend aussi ; et même dès l'école primaire : le vieux exercice de copie avait des vertus. Ou bien, ça ne peut être que vers l'infini : c'est ce que répondent 6 % des candidats. Il est réconfortant, après tout, de voir que la moitié des candidats ne répondent pas à cette question, que le lecteur considérera peut-être comme hors du programme de certains baccalauréats. Pourtant, dessiner un segment de longueur prise pour unité, en hachurer la moitié, hachurer la moitié de ce qui reste, etc, cela est-il étranger aux habitudes de nos élèves ? C'est dommage ; des dessins aident parfois à faire comprendre les nombres.

10 — Vers quel nombre, à écrire sous la forme de fraction irréductible, tend la somme  $0,6 + 0,06 + 0,006 + \dots$  lorsque le

nombre de ses termes croît ? C'est-à-dire à quelle fraction irréductible est égal le nombre 0,8666 ... ? (17 %)

A côté de ces 17 % (seulement) de réponses correctes, on trouve 6 % de réponses qui révèlent une méconnaissance totale des réels (666/1000, 333/500). Les autres candidats répondent par d'autres erreurs ou ne répondent rien. Les actuels programmes de quatrième amélioreront peut-être la situation.

11 — Calculer  $1,03 \times 1,03$  à 0,01 près. (72 %)

Les réponses 1,09 sont 8,5 %.

12 — Calculer  $1,03 \times 1,03$  à 0,001 près. (11 %)

1,0609 ne fut arrondi en 1,061 que par 11 % des candidats. Était-ce un piège ? 53 % ont écrit 1,060, peut-être victimes d'habitudes non clairement normalisées chez les professeurs, de mathématiques et de physique.

13 — Calculer  $1,0003 \times 1,0003$  à 0,01 près. (70 %)

Ces 70 % ont pour les deux tiers environ répondu 1,00 plutôt que 1, habitude qui provient probablement de nos collègues physiciens, bonne habitude à mon avis.

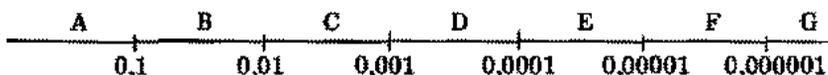
14 — Calculer  $\frac{100}{98}$  à 0,01 près. (79 %)

Un candidat sur 5 n'a pas retenu l'intérêt des calculs approchés et reste arrêté par cette question de l'ancien examen d'entrée en sixième.

15 — Un carré a pour aire  $1,04 \text{ m}^2$ . Quelle est la longueur de son côté, exprimée en mètres, au centimètre près ? (38 %)

4 % des candidats donnent une réponse étrange : 0,26. Le flair d'une institutrice, membre de la commission de correction, permit de découvrir qu'ils avaient divisé 1,04 par 4. Tant furent nombreux les problèmes qu'ils ont pu faire dans leur enfance à propos du périmètre et de l'aire du carré ("Surtout, ne confondez pas").

16 — Quelle erreur relative commet-on en prenant pour valeur approchée de  $\pi$  le nombre 3,14 plutôt que le nombre 3,1416 ? (Répondre par la lettre désignant celui des intervalles ci-dessous qui convient) (36 %)



17 — Le rayon d'un cercle augmente de 5 cm. Quelle est, en cm, l'augmentation du périmètre de ce cercle ? (40 %)

L'égalité  $p = 2\pi R$  est connue, mais  $p$  n'est pas souvent perçu comme fonction de  $R$ , et encore moins comme fonction linéaire, avec son  $\Delta p$  égal à  $2\pi \Delta R$ . C'est la notion de proportionnalité qui est mal installée. "On pourrait faire une ronde autour du monde si tous les gens du monde voulaient s' donner la main". Elle serait plus longue au niveau de leurs bras qu'au sol. Demandez de combien et observez comment l'adulte cultivé comprend vos explications.

Quand je dis que  $p = 2\pi R$  est connue, j'exagère ; 10 % des candidats répondent 16,7 au lieu de 31,4.

18 — Le côté d'un carré s'allonge de 3 % ; de quel pourcentage croît le périmètre de ce carré ? (14 %)

C'est réellement la notion de proportionnalité qui est mal installée.

A moins qu'elle soit trop omniprésente ; la majorité des candidats (58 %) répondent 12 % pensant que 4 côtés à 3 %, cela fait 12 %.

19 — Le côté d'un carré s'allonge de 3 % ; de quel pourcentage, approximativement, croît l'aire de ce carré ? (10 %)

Près de la moitié des candidats (48 %) répondent 9 % sans doute parce que 9 est le carré de 3. La notion de pourcentage elle-même est-elle vraiment comprise ?

20 — Un corps en chute libre, partant du repos, a parcouru 2 m pendant un certain temps. Qu'aurait-il parcouru (en mètres), partant du repos, pendant un temps double ? (12 %)

L'égalité  $e = \frac{1}{2}gt^2$  est peut-être connue, mais  $e$  n'est pas non plus perçu comme une fonction de  $t$ . La proportionnalité est omniprésente : 38 % des candidats répondent 4, sans doute parce que 4 est le double de 2 (ou peut-être parce que, dans  $2 \times 2^2$ , il y a trop de nombres 2 ...).

21 — L'accélération de la pesanteur est à peu près 10 m/s/s. Un corps, en chute libre, a, à un certain moment, une vitesse de 8 m/s. Quelle est sa vitesse une seconde plus tard ? (36 %)

C'est là tout ce qu'il reste de la notion d'accélération et du nom de l'unité utilisée (qu'on gagnerait peut-être à écrire (m/s)/s ou  $\frac{m}{s^2}$ ).

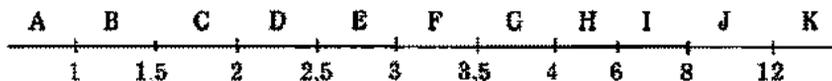
22 — Sur un volant tournant à grande vitesse, autour de son axe O, dans le sens marqué par la flèche, se trouve fixé un point matériel. A un certain moment, ce point se détache du volant. Soit M sa position au moment où il se détache ; son mouvement se continue alors. Selon quelle direction orientée ? Choisir celle-ci parmi les suivantes : Mx, My, Mz, MO. (50 %)

Un schéma était joint au texte. Mx et My étant portés par la tangente en M, MO et Mz par la normale. Les candidats ont peut-être trop entendu parler de force centrifuge : 12 % répondent par Mz ; ou bien de force centripète et de vecteur accélération d'un mouvement circulaire uniforme : 9 % répondent par MO ; les uns et les autres ignorent-ils l'expression, classique dans les Lycées, prendre la tangente ? La réponse Mx (Mx était portée par la tangente, mais dans le mauvais sens), est donnée par 11 % des candidats ; je ne sais réellement quelle théorie échafauder à leur sujet ; la flèche du schéma était placée sans trafrise, peu avant le point M.

A moins que ces réponses Mz, MO et Mx, (12 %, 9 % et 11 %) soient données au hasard, par des candidats qui s'aperçoivent qu'en répondant n'importe quoi, ils ont une chance sur quatre de gagner (dans ce cas, il faudrait retirer des 50 % de réponses corrigées les hasards heureux).

Les 18 % qui manquent sont les candidats qui ne répondent rien, peut-être parce qu'ils ne s'aperçoivent de rien, peut-être parce qu'ils ont quelque honnêteté scientifique, qualité estimable si on veut faire d'eux des enseignants : la Commission aurait dû leur en savoir gré.

23 — Une mesure usuelle de volume, d'un litre, a la forme d'un cylindre de révolution. Celle d'un décalitre a la même forme, c'est-à-dire qu'elle est géométriquement semblable à la précédente. Quelle est le rapport des dimensions du second cylindre aux dimensions correspondantes du premier ? (Répondre par la lettre désignant celui des intervalles ci-dessous qui convient). (5 %)



24 à 27 — Soit un point M de la sphère terrestre. On envisage les points suivants : (*un schéma était joint au texte*).

N et S : Pôles Nord et Sud

P : Intersection du Méridien de M et de l'équateur

G : Observatoire du Greenwich

H : Intersection du Méridien de Greenwich et du parallèle de M

K : Intersection du Méridien de Greenwich et de l'équateur

O : Centre de la terre

A : Centre du parallèle de M

Parmi les angles suivants : KOP, POM, GOM, HOM, KOM, HAM, HAP, KOH, NOM, GAM, deux désignent la latitude de M. Lesquels ? Deux désignent la longitude de M. Lesquels ?

31 % des candidats savent lire la latitude de M sur le méridien de M (angle POM) ; il n'y en a plus que 10 % qui sachent la lire sur celui de Greenwich.

La longitude n'est vue que par 15 % des candidats sur le parallèle de M et par 12 % sur l'équateur.

Ces faibles pourcentages baisseront-ils quand la physique de l'espace qu'était la géométrie aura davantage disparu des programmes et des habitudes des professeurs ? Latitude et longitude ne font pas partie des mathématiques, dira-t-on. Les pourcentages ci-dessus pourront faire penser qu'il n'y a pas grand-chose à perdre à ne plus les enseigner, ou au contraire qu'il y aurait beaucoup à gagner à les enseigner. On peut très bien ignorer ce que sont latitude et longitude ; on peut même employer ces mots, dans un salon ; mais avec des enfants ?

28 — Le plan horizontal de M (même figure et mêmes notations que ci-dessus) est perpendiculaire à (écrire la réponse convenable) ; NM, GM, OP, HM, OM, NS, AM. (6 %)

6 % des candidats seulement, et même un peu moins, voient en OM, verticale de M, la perpendiculaire au plan horizontal de M. Par contre, 57 % donnent pour réponse la droite des pôles NS, sans doute parce qu'ils la voient verticale sur leur feuille de papier (parallèle aux grands bords de la feuille) ; ainsi le plan horizontal de M est pour eux le plan du parallèle de M.

Ces deux pourcentages, en dépit de ce qu'on pourrait espérer, ne résultent pas d'erreurs matérielles dans le décompte des réponses ; ils sont pratiquement les mêmes que ceux de l'année précédente, où cette question avait déjà été posée, sous la même forme exactement : c'est précisément à cause de la surprise d'alors que cette question fut utilisée à nouveau.

Ces 57 % de réponses fausses sont-ils une image de l'abîme qui sépare nos prétentions d'enseignants et les résultats que nous obtenons ? Quelle est l'efficacité de notre enseignement si la verticale d'un point, en ce temps de satellites artificiels, est gentiment NS ? L'adulte sortant du Lycée a-t-il perdu grand-chose de l'égocentrisme de l'animal humain si, dessinant une droite qu'il déclare verticale, il la considère comme référente universelle ?

29 — Quand on lance une pièce de monnaie, la probabilité qu'elle donne "pile" est  $1/2$ . Quelle est la probabilité pour que, lancée 2 fois, elle donne 2 fois "pile" ? (35 %)

19 % répondent qu'elle est  $1/2$ . Certains bacheliers n'ont jamais étudié les probabilités, mais n'en ont-ils jamais entendu parler ? L'école parallèle, qui enseigne beaucoup dit-on, ne leur a ici rien enseigné.

30 — Quelle est la probabilité pour que, lancée 2 fois, elle donne, en tout, une fois "pile" ? (22 %)

20 % répondent qu'elle est  $1/4$ .

31 — Combien y a-t-il de nombres entiers compris entre 324 et 648 ? (25 %)

Ces 25 % répondent 323. Faut-il accepter comme bonnes les réponses 325 données par des candidats qui envisagent *entre* au sens large ? Ils sont moins de 2 % ; la double signification de mots tels que *supérieur* à auxquels il devient nécessaire d'adjoindre un ou sens strict ou au sens large, n'a pas encore atteint le mot *entre*. Pour d'autres candidats, le sens serait strict à un bout, large à l'autre ... ; ils ont simplement soustrait 324 de 648 ; ceux-là sont malheureusement 24 %. Le vieux problème des poteaux et des intervalles n'est pas compris. A tel point que 13 % font descendre leur 324 à 323, et que 36 % répondent par un autre nombre, ou ne répondent rien.

32 — Notre système de numération est dit de base dix. Dans un système de base quatre, quel est le nombre qui précède 2213 ? (28 %)

33 — Quel est celui qui suit 2213 ? (19 %)

Des candidats répondent 2217, ajoutant 4, la base, au nombre donné ; ce sont sans doute les mêmes que ceux qui avaient retiré 4, à la question précédente, et trouvé 2209. Ils sont 9 %.

34 — Un nombre étant écrit 111 en base huit, écrire le même nombre en base dix. (17 %)

35 — Deux nombres étant écrits 100 et 1000 en base trois, écrire leur produit dans cette même base. (22 %)

36 — Deux nombres étant écrits 100 et 1000 en base trois, écrire leur produit en base dix. (11 %)

37 — Un nombre étant écrit 100 en base huit, écrire dans la même base le quotient de ce nombre par 2. (11 %)

38 — Les nombres étant écrits en base six, calculer la somme  $2124 + 203$ . (13 %)

Les pourcentages relatifs à ces diverses questions, et en particulier celui de la question n° 34, montrent à quel point les principes de notre numération de position sont peu compris. On peut penser qu'après l'actuelle rénovation des programmes de l'école primaire, ils le seront mieux.

39 — Sept personnes se réunissent. Chacune d'elles a l'occasion de parler avec chacune des autres. Combien y a-t-il de telles conversations bipartites ? (25 %)

18 % répondent 42 au lieu de 21 ; 13 % répondent 49.

40 — Parmi ces 7 personnes, 5 déjeunent ensemble à l'issue de la réunion. Combien y a-t-il de façons de choisir ces 5 personnes ? (11 %)

Les candidats ne semblent pas avoir vu l'étroite parenté de cette question et de la précédente.

10 % misent sur 35, qui est  $7 \times 5$ .

41 — Un polygone convexe a 7 sommets. Les segments de droite qui joignent deux sommets sont des côtés ou des diagonales. Combien y a-t-il de diagonales ? (16 %)

Les candidats ne semblent pas avoir vu non plus de parenté avec la question n° 39. 8 % oublient de diviser par 2 et trouvent 28.

De façon étrange, 9 % trouvent 7 diagonales, se référant peut-être à une autre définition de *diagonale* ; mais laquelle, puisque le nombre de sommets est impair ? La définition figurait dans l'énoncé.

Parmi les segments de droites joignant deux sommets d'un cube, on distingue :

42 -- 10) Les arêtes ; combien y en a-t-il (57 %)

43 -- 20) Les diagonales de faces ; combien y en a-t-il ? (49 %)

44 -- 30) Les diagonales intérieures ; combien y en a-t-il ? (40 %)

Le premier de ces 3 pourcentages est celui qui a le plus stupéfait les instituteurs qui ont aidé à la correction : "Compter les arêtes d'un cube, tout de même ..." 6 % ne trouvent que 8 arêtes ; plus surprenants encore, 6 % répondent par un nombre impair. Les autres donnent des nombres divers, pas toujours multiples de 4 ni de 3. En regard du premier, le dernier de ces trois pourcentages paraît bon.

45 — Etant donné 8 points (les 8 sommets d'un cube par exemple) on les joint 2 à 2 de toutes les façons possibles par des segments de droite. Combien y a-t-il de segments ? (19 %)

L'invitation à relier cette question aux trois précédentes a fait que 23 % des candidats répondent par un nombre qui, juste ou faux, est la somme de ceux qu'ils donnent à ces trois questions-là.

46 — Avec les lettres a, b, c, combien peut-on former de suites distinctes de 3 lettres, chaque lettre étant employée une fois ? (64 %)

Le lecteur aura peut-être été surpris par les pourcentages ci-dessus. Il appréciera l'importance des facteurs qui ont pu les déterminer : l'émotion du jour d'examen, la durée allouée, d'une heure seulement (mais les candidats, vus dans les diverses salles, n'ont pas paru gênés par le manque de temps ; l'épreuve était placée en début de matinée). Il observera que certaines questions, (peu nombreuses), ne figurent pas dans les programmes de toutes les sections de baccalauréat, que certaines autres ne sont pas du domaine du professeur de mathématique (mais elles en sont très voisines). Toutes, ou presque, ont été choisies proches de ce que l'instituteur a l'occasion de rencontrer dans la pratique quotidienne de son métier ; débordent-elles de la culture et du bon sens de l'honnête homme qui doit sortir du Lycée ?

Il observera aussi que les candidats, devant leur questionnaire, sont face à leurs responsabilités, plus que devant des questions en *démontrer que*, condamnées depuis longtemps, mais qu'ils ont cependant souvent rencontrées au cours de leur scolarité.

Le lecteur se demandera peut-être si les candidats constituent un sous-ensemble quelconque de l'ensemble des bacheliers (indépendamment d'une prédominance de littéraires) ou au contraire, s'ils sont d'un niveau moyen inférieur au niveau moyen des bacheliers, ou bien supérieur comme on le souhaiterait de futurs instituteurs. Voici un élément de réponse : le nombre de candidats, qui croissait régulièrement d'année en année, a légèrement baissé de 1972 (609) à 1973 (537) ; cette diminution, et d'autres indices, portent à croire que l'institution, maintenant connue, d'un certain barrage à l'aide d'épreuves écrites, a arrêté certains amateurs peu sûrs d'eux.

De toute façon, tous sont bacheliers, le baccalauréat étant le titre requis (le seul) pour l'inscription sur une liste de Remplaçants.

La répartition des 537 candidats selon les *types de baccalauréats* est la suivante :

A	B	C	D	E	F	G	BTS et BSEC
318	40	23	111	2	7	25	11

Les A sont majoritaires, évidemment ; ils ne constituent cependant que 59 % des candidats ; leur diplôme porte témoignage, comme les autres baccalauréats, d'une culture générale, donc d'une culture en mathématique.

Parmi les candidats, 89, soit 1 sur 6, ont suivi des études supérieures, dont 38 jusqu'à la licence ou au-delà, selon la répartition suivante :

Une partie du				Licence		Maîtrise		D.U.T.	TOTAL
DUEL	DUES	DUEL	DUES	Lettres	Sciences	Lettres	Sciences		
15	4	24	5	17	4	17	—	3	89

Sur les 537 candidats qui ont composé (si l'on peut appeler *composer* le fait d'écrire un nombre ou un mot en face d'une question) : 60 candidats (11,2 %) répondent correctement à au moins 23 des 46 questions. Parmi eux, 12 donnent 30 réponses correctes ou davantage ; le candidat le mieux placé en donne 41.

A l'autre extrémité de la courbe de répartition : 13 candidats ne répondent correctement qu'à 5 questions, ou moins.

La dominante se situe à 13 et 14 réponses correctes (48 et 47

candidats). Les quartiles sont situés à 11, 14 et 18 réponses correctes.

Les lecteurs pessimistes commenteront ce qu'ils appelleront les piètres résultats de l'Enseignement, dissertent sur leurs causes, échafauderont des remèdes.

Les optimistes estimeront que ces résultats ne sont pas si mauvais, que ces candidats, nés avant la généralisation de l'Enseignement, auraient été arrêtés par un grand nombre de ces questions, que c'est à l'Ecole qu'ils doivent leur savoir.

Les uns et les autres se rencontreront peut-être pour regretter que ce savoir soit à la fois si vaste et si peu sûr. Et pour déclarer que le métier d'enseigner est bien difficile.