MODÈLE ET RÉALITÉ

Animateur : R. MOHR

Nous étions convaincus que les enseignants de mathématiques doivent faire parcourir à leurs élèves le passage réalité-modèle (et retour) afin de :

— motiver les élèves ;

— parfaire leurs connaissances : faire apparaître un modèle demande de l'avoir compris, alors que travailler dans le modèle relève souvent plus de la technique ;

— développer les capacités d'analyse, de synthèse et d'abstraction ;

— ouvrir l'enseignement des mathématiques sur l'extérieur et sur les autres matières.

Ce passage peut se faire selon deux méthodes complémentaires : la découverte (à partir d'un problème concret, découvrir ou introduire un modèle) et l'application d'un modèle déjà introduit.

Malheureusement, les problèmes réels sont souvent trop complexes et se placent dans un contexte long à introduire, ce qui limite le nombre des sujets qui peuvent nous intéresser, et faute de temps, le nombre d'applications qui peuvent être traitées. On doit donc recourir le plus souvent à du faux-concret ou à des jeux qui permettent plus facilement de situer le problème.

La démarche du concret vers l'abstrait doit faire apparaître un certain "isomorphisme" entre l'objet et le modèle. Les étapes en sont : isoler les concepts, donner des noms aux objets, schématiser pour ne conserver que l'essentiel du problème, faire apparaître des relations entre les objets (mise en équation, représentations sous forme de graphe ...), formuler des hypothèses simplificatrices. Toute cette démarche, souvent évidente lorsque l'élève l'a parcourue, demande beaucoup de temps pour être faite la première fois. Elle exige beaucoup et développe la curiosité, la créativité et l'esprit de décision de l'élève.

Dans cet esprit, le professeur de mathématiques devrait :

— éviter les problèmes prédigérés,

— éviter les notations imposées (tout en demandant une certaine homogénéité),

— fournir des habillages variés d'un même modèle, en particulier pour les schémas afin que ne soient pas confondus schéma et objet mathématique,

— mener des applications jusqu'au bout et interpréter les résultats pour ne pas décevoir les élèves (si la méthode de résolution est simple, elle sera vite traitée et ce ne sera pas perdu pour tous).

Voici enfin par tranches d'âges des élèves quelques réflexions plus précises :

Ecole élémentaire

Les élèves peuvent découvrir et élaborer des concepts, sans toujours les nommer. Ils sont capables d'imaginer par le "discours" ce qui ne peut plus être réalisé expérimentalement (introduction de l'infini par exemple). Coder et schématiser sont deux activités aussi très importantes ; on peut par exemple leur faire dessiner des plans, des dessins schématiques (par opposition à "réalistes") et imaginer des plans qui ne respectent pas le métrique quand cette notion n'est pas essentielle.

Ecole moyenne

C'est là que doit se faire la prise de conscience de l'intérêt de la démarche déductive (c'est en effet à cet âge que l'on passe de la pensée opératoire au raisonnement déductif).

Il faut veiller à ce que ne soient pas confondues axiomatisation et réalité matérielle et expérimentale, et à dissocier axiomatisation et action déductive.

Il ne semble pas que la géométrie soit le domaine idéal pour faire comprendre l'intérêt d'une mathématisation qui permette de résoudre des problèmes qu'on ne sait résoudre par expérience ; car souvent le gros outil ne sert qu'à démontrer des évidences pour l'esprit des enfants. Que le modèle soit utilisable pour plusieurs réalités n'est guère saisi en quatrième. La démonstration reste cependant nécessaire lorsque la capacité d'expérience est épuisée :

— difficultés techniques : épaisseur du trait ...

— extrapolation à l'infini.

Second cycle

La découverte est peut-être moins importante ici mais le concret doit être introduit par des applications. Le domaine privilégié en est les probabilités : par exemple discussion sur plusieurs espaces probabilisés possibles pour un même cas, adéquation du modèle choisi. L'analyse fournit aussi des applications et sans le dire on peut y trouver des fonctions à plusieurs variables (en fixant certaines comme paramètres) pour rechercher des optimums par exemple.

Enseignement Superieur

Le concret pour les étudiants n'est plus le même que celui des élèves de C.E.S. ; certains objets mathématiques parfaitement assimilés peuvent être considérés comme objets concrets et doivent être utilisés pour faire sentir les problèmes (cf. Eléments de Topologie de Revuz par exemple). Il serait souhaitable d'expliquer davantage les systèmes axiomatiques introduits, de parler de l'historique du problème et de ses applications. Si c'est possible on pourrait aussi donner de petits sujets de "recherche" à nos étudiants, ce qui oblige à un effort d'analyse et de synthèse.

En conclusion, nous demandons que les professeurs de mathématiques, comme leurs collègues étrangers, fassent l'effort de se tourner vers les aspects "pratiques" (applications, utilisations de machines ...).

Pour remédier à la pénurie de problèmes concrets (et de jeux) qui peuvent intéresser nos élèves, nous créons une banque d'exercices que Mlle Lopata (1) centralisera (tâche qu'elle assume déjà partiellement dans le cadre de la commission informatique de l'A.P.M.). Ces exercices donneront des situations à mathématiser, avec la présentation la plus claire possible et accompagnées des commentaires utiles. Faites-lui connaître aussi les références d'ouvrages pouvant nous intéresser et tous les exercices pluridisciplinaires.

A ceux qui s'engagent hardiment sur cette voie du concret, un conseil de prudence cependant : on ne peut pas exiger un effort de modélisation sans que se soit faite une décantation des outils mathématiques.

---

(1) Mlle LOPATA Geneviève - 31, rue Coulanges, 94370-SUCY-en-BRIE