MATHÉMATIQUE A L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE

Animateur : RENAUT

Le programme des trois séances fut arrêté ainsi :

31 Mai 1973 de 10 heures à 11 h. 30 : Concept mathématique et représentation concrète ou situation concrète et conceptualisation.

Secrétaire de séance : BARAS

31 Mai 1973 de 14 heures à 15 h. 30 : Où s'arrête le modèle, où commence la symbolisation ?

Secrétaire de séance : ALLEMAND

2 Juin 1973 de 10 heures 30 à 11 h. 45 : Les difficultés du symbolisme et en particulier le problème de l'égalité.

Secrétaire de séance : Mme SANCHEZ

Voici les comptes-rendus des deux premières séances. La troisième, plus technique, pourra faire l'objet d'un article séparé dans le Bulletin.

1ère séance : Concept mathématique et représentation concrète, ou situation concrète et conceptualisation.

1) Le nombre est un des exemples les plus délicats de concept mathématique à l'école élémentaire.

2) Comment un nombre se concrétise-t-il à l'école élémentaire ?

a) Il semble préjudiciable d'utiliser une seule représentation du nombre ; exemples : constellations, dominos.

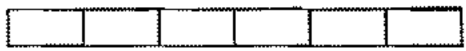
b) Un moyen de concrétiser le nombre consiste à envisager dans un premier temps divers ensembles équipotents comme par exemple : une boîte de cinq allumettes, une plaque de cinq bâtons... et dans un deuxième temps à regrouper ces "ensembles" dans une grande boîte qui concrétise alors le nombre *cinq*. Remarquons qu'ici, cinq apparaît plus comme *classe d'équivalence* que comme *propriété* d'ensembles (ce qui est plus précis sur le plan mathématique).

c) Il arrive aussi que le nombre se concrétise par l'emploi de réglettes.

d) Mesures :

d 1 — La notion de mesure doit être dans un premier temps évitée pour aboutir au concept de nombre. Exemple : dans un exercice, un enfant ne percevait que les graduation d'une règle et était incapable de donner la "longueur" d'un objet (locomotive et trois wagons).

d 2 — Néanmoins, le regroupement d'éléments matériels analogues peut servir, sans parler de mesure, à une pré-initiation à la mesure :



On rejoint la réglette signalée plus haut.

e) Concrétisation du nombre au niveau des systèmes de numération en bases diverses.

e 1 — Le matériel. C'est en même temps un modèle concret et un système d'expérimentation. Il est déconseillé de n'utiliser qu'un seul matériel afin d'éviter que concept mathématique et matériel ne soient identifiés par les enfants. Exemple : après utilisation exclusive de cubes emboîtabless, on a fait exécuter des regroupements de cahiers ; les enfants n'ont fait aucun rapprochement avec les manipulations antérieures.

Le matériel peut constituer un écran.

e 2 — Le travail en base deux est considéré comme difficile.

e 3 — Vocabulaire : Il y a en numération des vocabulaires multiples (sacs, paquets, barres, etc...), mais cela ne doit pas être considéré comme une gêne. Il ne faut pas, en effet, que le vocabulaire *conditionne* les enfants et les gêne dans leurs recherches.

L'enfant peut avoir son propre vocabulaire, il a besoin de s'adapter. C'est pour communiquer qu'il apprendra à modifier son vocabulaire et à l'aligner sur une convention.

La mathématique étant une formation de l'esprit, l'enfant qui a compris le concept mathématique devrait être capable, si besoin est, de modifier son vocabulaire. Une difficulté d'adaptation à un vocabulaire peut traduire une difficulté de compréhension de la mathématique. Ainsi, il semble même que dans certaines conditions, l'on puisse se permettre de prononcer "cent" le nombre écrit 100, quelle que soit la base.

e 4 — Systèmes de numérations irréguliers.

Si un enfant propose un système de numération irrégulier, il ne faut pas le refuser, mais lui faire découvrir les inconvénients de ce système. Exemple : un enfant a proposé le regroupement par 5 au premier niveau, puis par 3 au second niveau, enfin par 2 au troisième niveau. Lui faire étudier concrètement sa proposition.

e 5 — Le calcul dans des systèmes de numération de bases diverses a entre autres pour but de faire acquérir de l'agilité mentale aux enfants.

f) Modèles et situations de la vie.

f 1 — Les problèmes que pose le modèle concret.

Premier exemple : "On considère un ensemble de trois triangles en plastique. On en casse un en deux. Qu'est devenu l'ensemble initial ? "

Deuxième exemple : "A la demande du maître, chaque enfant dispose sur sa table l'ensemble des blocs logiques rouges de sa boîte. Le maître fait alors au tableau *un* dessin de l'ensemble des blocs rouges. Y a-t-il dans la classe un seul ensemble en plusieurs exemplaires (comme le laisse supposer le dessin du tableau) ou, au contraire, des ensembles tous distincts ayant seulement la même apparence ? "

— Ceci montre qu'il est nécessaire au groupe maître-élèves de fixer des conventions qui donneront au modèle concret la rigueur qui lui est nécessaire.

— Ces conventions pourraient être modifiées en fonction des nécessités pédagogiques.

— Ces conventions seront parfois intuitives : "le chat mange la souris". Chacun fixera lui-même sa convention.

f 2 — Il est important de partir des réalités et de la vie des enfants.

— Commencer par présenter un concept et tenter de l'adapter aux situations de la vie courante risque d'aboutir à un échec.

— Au contraire, partir de la vie courante, débroussailler les situations et, par analogie, découvrir les structures fera sentir bien mieux le processus mathématique.

g) Le myte de la ficelle.

Ce mythe serait à détruire en tant que mythe.

Chacun des onze équipiers dans un match de football appartient à l'ensemble "équipe".

Chaque fille d'une classe appartient à l'ensemble des filles de la classe.

Dans ces deux cas, il n'y a pas besoin de ficelle pour *voir* les ensembles.

La ficelle induit une confusion avec la topologie (spatialisation de l'ensemble), confusion néfaste à l'acquisition du *concept* d'ensemble.

Comment se dégager de la topologie ? Maillots de footballeurs, cartes d'identité des garçons, des filles. D'une manière générale, un étiquetage individuel des éléments peut donner des possibilités bien plus grandes que la ficelle : maniabilité des éléments, déspatialisation, etc...

h) Faut-il que les enfants sachent quand ils font de la mathématique ?

Il serait parfois souhaitable qu'ils fassent de la mathématique sans le savoir, le terme était bloquant pour certains d'entre eux.

Exemple : Opérations faites sur des panneaux du code de la route sans que les enfants se rendent compte qu'ils faisaient de la mathématique.

2ème séance : Où s'arrête le modèle et où commence la symbolisation ?

1) *Quelques exemples :*

a 1 — *Le matériel multibase.*

Son rôle est double. Au départ de la manipulation, les petits cubes unités sont des modèles concrets d'éléments. Une fois ces cubes assemblés, cela devient un symbole du nombre (chiffres concrétisés par un certain nombre de barres, plaques, etc...).

Difficultés : au moment de la retenue de soustraction : la barre (rôle symbolique) est "cassée" en cubes (modèles d'éléments).

a 2 — *Les nombres négatifs.*

Adoptés dès le C.P. par certains maîtres, ils font appel très rapidement à un symbolisme élaboré (rôle du signe + ou —, des parenthèses). Un bon modèle concret adapté aux nombres négatifs est le levier arithmétique.

b) *Les étiquettes.*

Deux types d'étiquettes sont fréquemment utilisés : étiquette-attribut et étiquette-nombre.

* Ne pas s'enfermer dans un systématisme
— en les "accrochant" tout le temps aux ensembles,
— en leur donnant tout le temps la même forme.

* L'étiquette-nombre est pour l'ensemble ce que l'étiquette-attribut est pour l'élément.

Toutefois l'étiquette-attribut peut caractériser un ensemble (en le remplaçant par une phrase, rôle voisin de l'écriture "en compréhension" de l'ensemble).

Dans certains cas l'étiquette-nombre pourrait, selon certains, être une sorte d'attribut de l'élément : un enfant d'une famille de six personnes, caractérisé par son appartenance à cette famille de six personnes, dira parfois "je suis six".

* L'étiquette-attribut rend service si on représente les éléments de l'ensemble par des points (symbolisme déjà élaboré).

c) *La ficelle.* Son rôle est symbolique : se retrouver "à l'intérieur" signifie symboliquement "appartenir à l'ensemble" ; ceci n'empêche pas la ficelle d'être très *matérielle*.

2) *Nécessité du symbolisme.*

a) *Sur le plan pédagogique :*

* Les symboles doivent s'introduire d'eux-mêmes quand l'enfant en éprouve le besoin : modèle concret, modèle concret dessiné, dessin simplifié, symbole "abstrait", telles sont les phases les plus courantes de la démarche adoptée par l'enfant.

* Le travail doit s'effectuer "en dent de scie", en revenant fréquemment aux modèles concrets et aux manipulations.

b) *Sur le plan mathématique :*

* Le symbolisme apparaît comme indispensable à toute *démarche* mathématique.

* Dans un premier temps, il permet de simplifier la tâche et joue un rôle d'économie. Dans un deuxième temps, il s'avère irremplaçable dans tout acte mathématique non empirique.

c) *Sur le plan social :* Le symbolisme est évidemment nécessaire à toute communication.

3) *Ce qu'est un acte mathématique.*

a) *Quelques exemples :*

— Un enfant met le couvert : il réalise de nombreuses bijections...

— Un chien va chercher son os : il choisit un chemin en fonction des obstacles qu'il rencontre.

— Un élève va porter ses devoirs à un copain malade : on discutera pour choisir celui qui habite le plus près, parmi ceux qui ont un vélo, etc... (il y a des intersections là-dessous).

b) Si de nombreux actes sont en eux-mêmes mathématiques et se résolvent par une tacite utilisation de la mathématique, il semble néanmoins qu'ils ne constituent qu'une racine à la mathématisation de la situation.

c) Pour savoir que 8 + 7 = 15, un enfant procédera empiriquement : il alignera 8 billes à côté de 7 billes, puis il comptera le tout : 15 billes.

Pour savoir ce qu'est 80 + 70, il peut encore procéder empiriquement, mais la situation mathématisée par le concept d'addition et par la technique d'addition lui permettra un gain de temps énorme. A la limite, il est tout aussi simple de savoir ce qu'est 8 000 000 + 7 000 000, l'addition étant acquise, mais le résultat est impossible à obtenir empiriquement.

d) *Pédagogie de la mathématisation.*

d 1 — Une classe allait recevoir des correspondants, les enfants devaient chercher toutes les manières d'organiser un programme pour leurs visiteurs. A partir de procédés différents, ils sont néanmoins arrivés à des résultats analogues. Ils avaient dégagé une structure.

Donc, partir d'une situation complexe, la simplifier (symboles), extraire les structures fondamentales, revenir aux situations concrètes.

d 2 — *Automatismes ou mécanismes :* Presque toutes les situations nécessitent des automatismes (tables pour l'addition, règles du calcul algébrique...) ; il est bon de les distinguer des mécanismes : si un enfant dit "4 + 4 = 8" alors qu'il travaille *en base six*, c'est que sa table est un mécanisme.

4) *Conclusion :*

L'outil mathématique apparaît comme un moyen d'appréhender le monde et la vie dans de meilleures conditions.