

QUELLE MATHÉMATIQUE POUR LES ÉLÈVES REBELLES A L'ABSTRACTION

Animateurs : R. GAUTHIER et C. VERSET

Certains enfants sont rebelles à l'abstraction car ils ont des difficultés à passer du concret à l'abstrait, d'autres parce qu'ils n'ont jamais vécu le concret auquel ils doivent se référer. La notion de concret est donc tout à fait relative. Peut-être vaudrait-il mieux parler de familier et de non-familier ?

A quel âge un enfant est-il capable d'abstraction ?

Le langage est la première étape puisqu'il traduit sa pensée par des symboles. Le passage à l'abstraction est un long apprentissage progressif qui doit commencer très tôt. Malheureusement, à cause des conditions de la vie moderne, les enfants ont de moins en moins d'expériences personnelles leur permettant un passage aisé à l'abstraction. Cependant les nouveaux programmes de l'école élémentaire, puis ceux de la sixième et de la cinquième, pourront pallier ces inconvénients.

La pensée concrète apparaît entre 7 et 9 ans, il faut donc cultiver cette pensée et habituer l'enfant à réfléchir ; à ce stade l'enfant pense à condition qu'il touche l'objet de ses réflexions ou qu'il le voit. Nos élèves de troisième et de seconde ont-ils tous dépassé ce stade de pensée ? A quel niveau y a-t-il abstraction réelle ? A quel âge peut-on raisonner ? Les enfants rebelles à l'abstraction sont les lents, qui ont besoin de beaucoup d'expériences ; l'abstraction est dans ce cas une affaire de maturité. Ceux qui, malgré de nombreuses expériences, ne parviennent pas à l'abstraction sont des débiles : ils sont extrêmement peu nombreux.

Il semble donc qu'il faille, très tôt, repérer les élèves "concrets" par des problèmes du type suivant :

— Dans un verre contenant de l'eau, on introduit un morceau de sucre, le niveau de l'eau monte, le sucre disparaît. L'enfant au stade de la pensée concrète pense que le verre contient plus d'eau après avoir introduit le morceau de sucre qu'avant. Il a oublié le sucre, il ne pense plus qu'à l'eau.

— Quel lien y a-t-il entre une souris, un chat et un éléphant ?

- aucun, répondent les concrets,
- ce sont des animaux, répondent les abstraits.

— Dans un ensemble de phrases, on demande aux enfants de trouver la maxime complémentaire de :

- il n'y a pas de roses sans épines,
- on se pique en faisant des bouquets.

Cette maxime est la suivante : il n'y a pas de plaisir sans peine. Pour trouver cette dernière phrase, il faut faire abstraction de l'idée de roses, ce dont ne sont pas capables les concrets.

Les élèves rebelles à l'abstraction en mathématique le sont en général aussi dans d'autres disciplines, en particulier en composition française et en géographie. Si un élève est au stade concret uniquement pendant le cours de math, c'est qu'il a subi un blocage. Quelles peuvent être les causes de ce blocage ?

— le passage du concret à l'abstrait a peut-être été exigé prématurément : un professeur a bien du mal à aller au rythme de chaque élève dans une classe nombreuse.

— trop peu de classes ont fait l'expérience d'une mathématique vécue par les enfants, les maîtres et les professeurs trouvant bien souvent que manipuler, faire découvrir les concepts, les formules aux élèves est une perte de temps.

-- les élèves ont trop de choses à "ingurgiter".

— le blocage peut être dû aux parents ; soit qu'ils trouvent que les mathématiques ne servent à rien, soit au contraire qu'ils estiment qu'il est primordial d'être excellent dans cette matière.

— le professeur peut aussi plaire ou ne pas plaire à un élève.

Par quels moyens remédier à ces blocages ou faciliter le passage du concret à l'abstrait ?

Quelquefois une discussion avec l'élève permet de connaître les causes du blocage ; il suffit alors que l'élève reprenne confiance en lui.

Pour les autres, il est parfois difficile lorsqu'un élève a 15 ans de revenir à un enseignement concret. Les manipulations ne sont plus acceptées, il se juge trop grand. Les moyens audio-visuels sont sûrement, par contre, d'un grand secours.

Il est donc indispensable dans les petites classes de laisser les élèves utiliser le matériel tant qu'ils ne se sentent pas sûrs d'eux-mêmes. Mais est-il possible dans une même classe de faire en parallèle les deux types d'enseignement ? l'enseignement par niveaux résoud-il ce problème ? ou peut-être le travail de groupe ? Ne pourrait-on pas, pour les concrets, faire des séances préparatoires à un concept et non des séances de rattrapage ou de "bourrage" ? Il faudrait pour ces élèves un enseignement de soutien dès l'école maternelle, et les classes de perfectionnement devraient réellement exister. D'autre part, raisonner est bien souvent une question de langage, d'expression. Dans les petites classes beaucoup d'élèves ne comprennent pas les énoncés de problèmes, ne savent donc pas ce que le maître demande. Ce problème de langage se retrouve au niveau des I.U.T. où tous les élèves ne maîtrisent pas le langage mathématique.

Le travail en équipe peut lui aussi aplanir bien des difficultés ; les enfants se comprennent très bien entre eux. D'autre part, si les enfants jouent, s'ils sont intéressés, le langage et les symboles seront beaucoup plus vite assimilés. Dans un travail de groupe, chacun pourrait avoir sa place, sa fonction, et être excellent dans son domaine ; les concrets manipuleraient, d'autres utiliseraient ces manipulations pour parvenir à l'abstrait, certains se passeraient complètement de résultats concrets. Dans le système actuel, ceux-là seuls sont jugés. Les enfants ne peuvent pas rentrer dans un "moule" déterminé ; il ne faut pas brimer leur imagination.

Un simple détail suffit à dérouter certains élèves qui n'arrivent plus à se référer à un exemple familier : les formules à utiliser durant le cours de math varient d'un professeur à l'autre, pour l'équation d'une droite ; l'un utilise $ux + vy + w = 0$, l'autre : $ax + by + c = 0$. Les professeurs devraient obtenir des élèves qu'ils créent eux-mêmes leurs formules, quitte à les transformer jusqu'à qu'elles soient compréhensibles par des gens n'ayant jamais participé à l'élaboration de cette formule. C'est ce qui se passe au

niveau de l'école élémentaire : lorsque les élèves doivent trouver un symbole représentant le nombre sept, ils peuvent très bien dessiner 7 et se rendre compte ultérieurement que ce symbole n'est pas compris des gens de leur entourage, donc est inutilisable dans la vie de la classe. D'autre part, les concepts et les symboles sont liés : les élèves qui inventent leurs propres symboles ne peuvent s'en servir que s'ils ont bien compris le concept, aucun mécanisme n'intervient au départ.

Il faut donc conquérir les moyens de donner des chances à chaque enfant quel que soit l'âge auquel il parvient à abstraire, et pour cela ne plus imposer de programmes tels que ceux de quatrième et de troisième. La qualification des maîtres doit également être améliorée. Il est impensable qu'un professeur ne puisse présenter un concept de plusieurs manières et cela parce qu'il ne le domine pas. Or, les élèves ont besoin de maîtres sûrs d'eux.

Quelques "trucs" tout simples peuvent aider les élèves :

— tous sont capables d'effectuer des calculs du type $(a+b)^2$ lorsque a et b sont des monomes, mais si a et b sont des polynomes le problème se complique. Cette difficulté peut disparaître si dès le début, a est symbolisé par exemple par un triangle et b par un rectangle. On peut alors écrire n'importe quelle expression dans le rectangle ou dans le triangle :

$$\left(\triangle_{3x+5} + \square_{4y-2} \right)^2 = \triangle_{3x+5}^2 + \square_{4y-2}^2 + 2 \triangle_{3x+5} \cdot \square_{4y-2}$$

— en trigonométrie, certains élèves savent très bien calculer $\sin 2a$ à partir de $\sin a$, mais sont incapables de calculer $\sin \frac{a}{2}$. Le "a" ne signifie rien pour eux. Peut-être faudrait-il parler de sinus machin et de cosinus truc.

Mais alors quels sont les élèves "abstraits" ?

D'après certains professeurs les bons élèves des classes littéraires ont moins de difficultés que les scientifiques, peut-être parce que le raisonnement littéraire en lui-même est abstrait (on raisonne sur des idées), peut-être aussi parce que les programmes sont moins ambitieux. La rigueur de ces élèves dans l'emploi du vocabulaire est très grande. L'enseignement scientifique prépare-t-il à l'abstraction ?

Il semble que les élèves aimant les jeux gratuits (jeux de cartes, bataille navale, monopoly ...) aient plus de facilité pour

Bulletin de l'APMEP n°291 - Décembre 1973

passer à l'abstraction que les autres ; existe-t-il un lien entre ces deux activités ?

Etre doué en mathématiques est pour l'instant un critère de valeur (sans que les professeurs de mathématiques aient donné leur avis) ; est-ce un bien, est-ce un mal ? Faut-il condamner les individus rebelles à l'abstraction ? De quoi la vie moderne a-t-elle et aura-t-elle besoin ?