II

La Société Mathématique de France a organisé un débat à la Sorbonne le 20.2.72 sur le thème "La réforme de l'enseignement des mathématiques".

Deux rapports y étaient présentés par D. Lehmann, directeur de l'I.R.E.M. de Lille et G. Glaeser, directeur de l'I.R.E.M. de Strasbourg. Les interventions qui ont suivi ont été enregistrées et soumises pour approbation à leurs auteurs. On trouvera ici le texte complet de ce débat.

Mathématique et dogmatique

par D. LEHMANN

Je me réjouis vivement que la Société Mathématique de France ait organisé un débat sur la modernisation de l'enseignement des mathématiques. L'impact social des problèmes d'enseignement est suffisamment important pour que mathématiciens et enseignants des divers ordres se sentent tous concernés. Il est vivement souhaitable que le plus grand nombre possible d'entre eux y collaborent à tour de rôle, afin que ces problèmes ne deviennent pas la chasse gardée de quelques spécialistes ; on s'y sclérose en effet très vite, et il serait profondément regrettable que la pédagogie devienne le refuge de ceux qui ne font pas de mathématiques.

A cet égard, il est extrêmement positif que figure, dans la plupart des projets de statut d'I.R.E.M., une clause impliquant que les animateurs d'I.R.E.M. ne peuvent y être détachés que pour un temps limité, et seulement pour une partie de leur service. Toutefois un juste équilibre doit être trouvé entre cette indispensable rotation, et la nécessité d'éviter le dilettantisme en recherches pédagogiques.

Afin d'encourager les chercheurs de valeur à s'intéresser à l'enseignement des mathématiques, il faut qu'une confiance réciproque s'instaure entre mathématiciens et pédagogues.

Dans ce but, on pourrait, par exemple, proposer de soumettre la nomination et le renouvellement des directeurs d'I.R.E.M. au comité consultatif de mathématiques, ce qui aurait de plus l'avantage de sensibiliser celui-ci aux problèmes d'enseignement, et de lui faire acquérir par ce biais des informations lui permettant de mieux prendre en considération les critères pédagogiques pour l'avancement dans l'enseignement supérieur.

De bons programmes ou de bons maîtres ?

Le reproche, fait parfois aux auteurs de la réforme, d'en avoir axé l'essentiel sur une refonte des programmes, au détriment des méthodes pédagogiques et de la qualification des maîtres qui seront chargés d'appliquer cette réforme, me semble fondé.

Certes, la Commission Lichnérowicz, soutenue en cela par l'Association des Professeurs de Mathématiques, a largement contribué à la création des I.R.E.M., dont l'une des missions est justement de participer à la formation des maîtres et de les sensibiliser à la recherche pédagogique. Mais la refonte des programmes a été le prétexte essentiel qui a permis d'obtenir du gouvernement la création des I.R.E.M. : on ne saurait mieux dire qu'aux yeux du gouvernement, les I.R.E.M. sont de simples instituts de "recyclage", chargés d'ingurgiter aux maîtres les nouveaux programmes, que l'expression "recherche sur l'enseignement des mathématiques" n'est là que pour la façade, et que les moyens des I.R.E.M. sont limités en conséquence.

Je crains en outre que la Commission Lichnérowicz n'ait sous-estimé gravement,

— le faible niveau de la majorité des maîtres enseignant en premier cycle (qu'ils sont d'ailleurs les premiers à reconnaître, et dont ils ne sont généralement pas responsables).

— le fait que les I.R.E.M. ne soient pas maîtres du contexte.

— le fait que les commentaires officiels des programmes du premier cycle, et parfois les programmes eux-mêmes, contiennent, en dépit de nombreuses précautions oratoires, des incitations certaines au dogmatisme, renforcées par la longueur de certains programmes (celui de quatrième en particulier) qu'il est impossible de traiter à la fois complètement et convenablement. Ce n'est que sur une matière qu'ils dominent suffisamment que la plupart des maîtres peuvent acquérir un recul suffisant vis-à-vis des commentaires du programme et des instructions de l'inspection générale, recul qui leur permettrait en particulier d'éviter les pièges pédagogiques. Tel ne peut être le cas d'un nouveau programme qu'ils apprennent au jour le jour : leurs préoccupations sont d'une toute autre nature.

Je ne partage donc absolument pas l'opinion selon laquelle les méthodes ne pouvaient être réformées qu'avec de nouveaux programmes. Je ne suis même pas certain que la situation ne soit que conjoncturelle. Mal éduqués et mal préparés, astreints à des horaires très lourds (beaucoup d'entre eux n'obtiennent même pas les 3 heures de décharge pour assister aux stages de l'I.R.E.M., mais doivent les suivre en heures supplémentaires), prisonniers d'un système scolaire ultra-centralisé et hiérarchisé, ces maîtres seront bien mal armés pour utiliser réellement les libertés que leur concèdent théoriquement les textes.

L'état d'esprit dans lequel beaucoup de ces maîtres arrivent dans les stages de l'I.R.E.M. est le suivant : il y avait d'anciennes règles que les nouveaux programmes ont abolies et remplacées par de nouvelles. Mais la notion de *règle* subsiste pour eux de façon essentielle.

Beaucoup de leurs questions, dans les stages organisés par l'I.R.E.M., sont formulées ainsi :
"A-t-on le droit de ... ? "
"Comment doit-on noter ceci ... ? "

Si on leur explique qu'ils ont tous les droits, pourvu qu'ils posent clairement leurs définitions et leurs notations et qu'ils raisonnent ensuite correctement, ils vous regardent alors avec des yeux ronds, et vous prennent pour des farfelus. La première exigence, pour eux, est en effet l'uniformité : tout le monde doit utiliser les mêmes définitions et les mêmes notations. Ils ont certes en partie raison, dans la mesure où, lorsqu'un minimum de standardisation est possible, mieux vaut en profiter. (Il serait par exemple absurde, sous prétexte que tout est question de définition, d'appeler systématiquement "angle" ce que tout le monde appelle "polynome").

Mais ils ne se rendent absolument pas compte que ce souci de standardisation, pour justifié qu'il soit, ne doit pas devenir omni-présent au point

— d'une part, de faire perdre complètement de vue le côté conventionnel des notations et des définitions et de donner des mathématiques une image figée et dogmatique ("c'est comme ça et ça ne se discute pas").

— d'autre part, et surtout, de ramener les mathématiques à des questions de vocabulaire, à une liste de définitions, de règles, de conventions, bref à une sorte de catéchisme, au détriment de la démonstration de *théorèmes* non triviaux et de la recherche de *problèmes*.

Des problèmes et des mots

Certains maîtres, bien mal guidés par la rédaction de programmes et de commentaires ne mentionnant explicitement que fort peu de problèmes ou de théorèmes, bien mal aidés aussi par une avalanche de manuels dont les auteurs se croiraient souvent déshonorés s'ils donnaient une définition de moins que leur concurrent (quitte d'ailleurs, à ce qu'on ne s'en serve nulle part dans la suite du livre), se complaisent dans un pédantisme ridicule auquel ils prétendent parfois astreindre leurs élèves : on n'a plus le droit de parler du "nombre d'oeufs contenus dans le panier" ; il faut dire "le cardinal de l'ensemble des oeufs".

On n'a plus le droit "d'ajouter 3" : on fait "agir l'opérateur $\overset{+}{\ }3$". On ne donne plus "la liste des éléments d'un ensemble" : on le "décrit en extension", etc ...

Disons-le tout net : cela n'a rien à voir avec les mathématiques, modernes ou pas ! On assiste aussi à une *inflation de terminologie*, particulièrement en langage ensembliste. On apprend ainsi ce que sont des ensembles "définis en compréhension" (les éléments de l'ensemble sont, paraît-il, définis par une "propriété caractéristique", ce qui ne veut strictement rien dire : d'une part, on ne sait pas ce qu'est une "propriété", et si on le savait, la propriété d'appartenir à l'ensemble mériterait probablement l'épithète de "caractéristique").

[Il est vrai que les commentaires de sixième et cinquième déconseillent de "s'attarder" sur ces termes qui, dit-il, "appartiennent à la langue philosophique plutôt qu'à la langue mathématique"].

On apprend, sans toujours s'en servir dans les problèmes sérieux (ce qui d'ailleurs ne devrait pas impliquer nécessairement qu'on enseigne la terminologie correspondante), ce que sont des diagrammes de Venn ou de Carroll, des schémas sagittaux ou cartésiens, des compositions de relations, voire même ce que sont des relations injectives ou surjectives. On apprend à distinguer une application, une fonction (application non partout définie), un opérateur (application d'un ensemble dans lui-même).

Les mathématiciens, en particulier ceux de la Commission Lichnérowicz, savent bien que le nombre des définitions générales "utiles" en langage ensembliste est extrêmement réduit, qu'il sera toujours temps, à la rigueur, d'introduire une définition le jour où on en aura besoin, et qu'il n'est pas plus long de parler d'application définie sur un sous-ensemble ou d'application d'un ensemble dans lui-même, que d'introduire une terminologie inutilement subtile et qui encombre l'esprit.

Cette notion d'utilité ou de besoin d'une terminologie est liée au fait que celle-ci n'a pas d'intérêt en soi, mais qu'elle doit être conçue pour permettre de formuler le plus commodément possible des *problèmes*, des *théorèmes*, des *démonstrations*, ce qui doit rester le but essentiel de toute mathématique.
Une définition ne vaut la peine d'être donnée que si elle permet, dans un énoncé ou dans un raisonnement, d'éviter la répétition de périphrases (la périphrase n'étant faite qu'une seule fois, lors de la définition), et il vaut mieux alors ne donner cette définition qu'au moment où on en a effectivement besoin ; (rien ne serait plus ridicule, en effet, qu'un cours qui fournirait tellement de définitions préliminaires réputées utiles, qu'il n'aurait plus de temps de les utiliser effectivement).
Lorsqu'on ne se sert pas de définitions, elles sont plus qu'inutiles ; elles sont nuisibles, car elles encombrent le cerveau au détriment des raisonnements ; elles transforment les mathématiques en un catalogue pédant et dogmatique.

Les auteurs du programme de sixième et cinquième ont certainement été conscients de ce danger puisque les commentaires officiels précisent, sous la rubrique "ensembles et relations (sixième et cinquième)" : "Ces notions sont mentionnées simultanément en tête du programme parce qu'elles doivent *être utilisées*, comme il est dit, au cours de l'étude des chapitres ultérieurs ; il pourra cependant sembler opportun de réserver l'introduction de chacune d'elles, sous ces aspects divers, *pour le moment même de son emploi*".

Une ambiguïté est toutefois créée dans le programme de sixième lui-même qui stipule : "toujours sur des exemples concrets, description précise de relations et de leurs propriétés", alors que les notions de relations d'équivalence, de relations d'ordre, d'applications, d'ensembles produits ne figurent explicitement qu'au programme de cinquième. Et le commentaire précise bien : "A chaque année suffit sa tâche ; il est des anticipations à éviter par prudence du professeur vis-à-vis de ses élèves ; il est des sujets à ne pas déflorer par égard pour l'action du professeur qui suivra".

En plus du peu de sérieux de ce dernier argument, qui témoigne d'une conception vieillotte de l'autorité du maître, et qui ignore la nécessité pédagogique de certaines anticipations, cette instruction, rappelée d'ailleurs plus loin [on évitera de prononcer en sixième des mots qui sont écrits pour la première fois au programme de cinquième (produit cartésien, relation d'équivalence, relation d'ordre) "] a pour effet d'insensibiliser les professeurs au souci d'utilité de la terminologie introduite : ils se croient presque tous obligés de n'enseigner en sixième, sur les relations, que des généralités sans intérêt, afin de ne pas "déflorer" le programme de cinquième.
En outre, le commentaire a beau dire que "l'acte de nommer consacre normalement la prise de possession définitive d'une notion", cet excellent principe me semble difficile à appliquer en sixième si l'on veut simultanément introduire explicitement le mot "relation" et s'interdire de parler "d'ensembles produits".

L'axiomatique, pour quoi faire ?

Venons-en maintenant à l'un des points les plus fortement controversés, concernant la géométrie en quatrième (et accessoirement en troisième). Il paraît absolument indispensable de distinguer le programme lui-même des commentaires officiels qui s'inspirent fortement d'un premier projet que la Commission Lichnérowicz avait abandonné sous le flot des critiques, mais qu'elle a quand même résumé sous forme d'une "annexe". Cette annexe est malheureusement restée unique, ne fournissant qu'un exemple de façon d'interpréter le programme, alors qu'il devait y en avoir d'autres.

Disons tout de suite que le programme proprement dit, qui a seul valeur réglementaire, n'est pas mauvais en soi : son originalité repose essentiellement sur la distinction, en géométrie plane, entre les propriétés affines (en quatrième) et les propriétés métriques (en troisième) ; l'idée de vouloir apprendre aux élèves à les distinguer et à ne plus utiliser des méthodes métriques pour démontrer des résultats de nature affine, n'a rien de déraisonnable, bien au contraire. Pour le reste, le programme est plutôt anodin : ce n'est qu'un squelette qui peut prêter aussi bien à la meilleure interprétation qu'à la pire.

Je signalerai cependant deux reproches auxquels il serait facile de remédier, mais qui risquent d'avoir de l'importance comme on le verra par la suite.

Le premier (valable aussi pour les autres programmes de premier cycle) est de ne suggérer explicitement que fort peu de théorèmes ou de résultats susceptibles d'eveiller la curiosité des élèves, mais de contenir surtout des définitions générales. Certes, avec les seules rubriques du programme, il est cependant possible de bâtir toute une problématique présentant une foule de résultats non "évidents" : c'est en particulier ce à quoi s'emploient Glaeser et son équipe à l'I.R.E.M. de Strasbourg. Leur travail me paraît particulièrement intéressant, dans la mesure où le but des mathématiques, ainsi que nous l'avons déjà dit, est de poser, chercher et résoudre des problèmes, de démontrer des théorèmes, et non pas d'allonger des listes de définitions. Il aurait été souhaitable que le programme et les commentaires y engagent plus explicitement.

Mon second reproche concerne la rédaction du préambule dont je suis obligé de citer la fin intégralement : "A la fin de l'année scolaire, la géométrie, née de l'expérience, devra apparaître aux élèves comme une véritable théorie mathématique ; c'est-à-dire que des faits ayant été admis (axiomes), d'autres en sont déduits (théorèmes). Mais il est absolument indispensable que de nombreuses manipulations, des exercices pratiques utilisant les instruments de dessin, aient précédé à la fois l'énoncé des axiomes et tout raisonnement.

Le but de l'enseignement des mathématiques, dans cette classe, est de faire comprendre aux élèves ce que sont des démonstrations et de leur apprendre à en rédiger ; les prémisses devront donc être précisées avec soin.

On pourra adopter comme axiomes ceux qui sont indiqués dans les commentaires ; mais d'autres choix demeurent légitimes".

Ce texte, plein de bonnes intentions mais confus, fait allusion en fait à trois processus distincts :

— l'apprentissage du raisonnement déductif,
— faire comprendre ce qu'est l'axiomatisation d'une structure mathématique,
— faire comprendre enfin ce qu'est la mathématisation d'une réalité physique.

Cette confusion est regrettable dans la mesure où les exigences correspondant à chacun de ces trois processus sont tout à fait différentes.

Pour que des élèves puissent comprendre une démonstration, il est indispensable au préalable qu'ils en ressentent la nécessité : aussi, la première exigence après la rigueur, dans l'apprentissage du raisonnement déductif, est la motivation (cette notion est bien sûr relative : il existe plusieurs types de motivation, plusieurs niveaux de motivation aussi suivant les connaissances préalables des élèves et surtout les questions qu'ils se sont ou non posées).

Une façon de rendre les élèves motivés (mais ce n'est pas la seule) consiste à ne s'intéresser dans un premier temps qu'aux seuls résultats dont la conclusion présente aux yeux des élèves un minimum de curiosité, et n'était pas a priori évidente (je parle de "l'évidence" de la conclusion, et non de sa démonstration) : par exemple, démontrer que les seuls axiomes d'incidence impliquent que deux droites (non munies a priori d'une structure affine) sont nécessairement équipotentes, n'est pas si facile ; mais le résultat semble évident à des élèves qui ne connaissent et n'ont à étudier que le seul plan habituel ; par contre, le fait que, lorsqu'un point M parcourt un cercle passant par les points A et B, l'angle $\widehat{AMB}$ reste constant modulo 180, est une curiosité dont les élèves sentiront mieux la nécessité d'une démonstration (en troisième, puisqu'il s'agit de géométrie métrique).

L'axiomatisation d'une structure relève d'un tout autre processus, qui correspond à une préoccupation de mathématicien "pur" (au sens large : un élève de quatrième peut très bien avoir, dans certaines circonstances, des préoccupations de mathématiciens purs).

Quand on a constaté des analogies entre plusieurs situations mathématiques apparemment très différentes qu'on a effectivement déjà rencontrées, il devient naturel de formuler ces analogies de façon précise, de les formaliser, bref d'axiomatiser la structure sous-jacente (l'axiomatisation correspondant alors à un processus dynamique : on axiomatise une structure qu'on a déjà manipulée sur beaucoup d'exemples : on ne parachute pas une axiomatique ; l'idéal est même que les élèves essayent de faire eux-mêmes cette axiomatisation).

Les critères d'une "bonne" structure sont à la fois d'être suffisamment générale pour recouvrir des *situations très variées*, et en même temps suffisamment riche pour prêter à des *théorèmes non triviaux*, et suffisamment puissante pour être *maniable techniquement*. Il est un excellent exemple d'une telle structure, qui figure au programme de quatrième : c'est celle de groupe [à condition de ne pas l'étudier trop tôt dans l'année scolaire, afin de laisser aux élèves le temps d'en rencontrer de multiples exemples nouveaux, ou de retrouver ceux qu'ils ont vus les années précédentes : non seulement l'addition ou la multiplication dans des ensembles de nombres, mais encore le groupe des translations du plan, le groupe des bijections d'un ensemble sur lui-même, le groupe des bijections qui "conservent" quelque chose, par exemple un polygone régulier à n côtés et la métrique du plan (il est secondaire qu'elle ne soit pas au programme) d'où les entiers modulo n, les heures (d'où les entiers modulo 12 ou 24), les angles (d'où les réels modulo 180 ou 360), les signes $\pm$ (d'où les entiers modulo 2), etc...].

Il est inutile d'insister sur la richesse de cette structure.

Par contre, tel n'est pas du tout le cas des axiomatiques élémentaires de la géométrie plane : elles ne correspondent qu'à un seul modèle naturellement rencontré par les élèves au préalable (tous les exemples de géométrie finie, que certains proposent d'introduire pour éviter ce reproche, sont en fait parachutés là de façon parfaitement artificielle). Si ces axiomatiques élémentaires sont évidemment suffisamment riches pour recouvrir toute la géométrie plane traditionnelle, on ne peut pas dire qu'elles soient puissantes : les démonstrations y sont souvent fastidieuses.

Il est une autre axiomatique, c'est celle d'espace affine sous-jacent à un espace vectoriel (muni ou non d'un produit scalaire), de dimension finie ou non, qui recouvre des situations extrêmement variées (tant en géométrie n dimensionnelle qu'en analyse), qui est extrêmement riche, et qui mène à des techniques beaucoup plus puissantes. Le problème se pose alors de savoir si cela ne vaudrait pas mieux d'attendre que les élèves soient en état de comprendre et surtout d'utiliser cette axiomatique (ce qui est, je crois, le point de vue de Dieudonné), plutôt que d'introduire une axiomatique "élémentaire" fort peu puissante, où l'on démontre péniblement des résultats qui paraissent aussi évidents aux élèves que les axiomes qu'on leur a demandé d'admettre au départ, ce qui risque de paraître artificiel aux meilleurs, de dérouter les autres, et de les dégoûter tous.

La mathématisation d'une réalité physique, enfin, correspond à une préoccupation de mathématicien "appliqué" : fournir un modèle mathématique décrivant une situation physique.

Les exigences de ce processus sont :

— d'une part, que le modèle mathématique *approche* le mieux possible la réalité que l'on veut décrire,

— d'autre part, que ce modèle soit suffisamment "*maniable*" mathématiquement.

Il est clair que les axiomatiques élémentaires de la géométrie plane satisfont suffisamment au premier critère. On peut admettre que certaines d'entre elles satisfont suffisamment au second pour traiter les problèmes de quatrième, bien qu'elles soient évidemment moins puissantes que celles de l'algèbre linéaire.

Il me semble donc que c'est essentiellement en tant que mathématisation du plan physique qu'une axiomatisation élémentaire de la géométrie peut avoir un intérêt en quatrième ou troisième. Cela signifie qu'il est probablement utile d'énoncer aux élèves un exemple de système d'axiomes qu'on leur demandera d'admettre en prémisses, qu'il faut aussi leur *dire* que toute la géométrie plane peut être entièrement construite à partir de ces seuls axiomes ; il est beaucoup moins évident qu'il faille le *faire*, du moins dans un premier temps si les élèves eux-mêmes ne le réclament pas.

J'approuve le souci d'honnêteté intellectuelle vis-à-vis des élèves dont témoigne le préambule du programme. Mais cette honnêteté ne consiste pas nécessairement à tout démontrer. Admettre un résultat n'a rien de malhonnête, pourvu que cela soit explicite ; je crois préférable de réserver les véritables démonstrations au cas où les élèves en ressentent la nécessité.

Rien certes, dans la lettre du programme, n'interdit explicitement de procéder ainsi. Disons seulement qu'il n'y encourage pas, tant par le faible nombre des problèmes qu'il propose, que par l'ambiguïté du préambule, et l'interprétation qui en est donnée dans le commentaire et dans l'annexe. Sur cette interprétation, d'une extrême précision, plane le spectre du dogmatisme, dont les auteurs ont d'ailleurs visiblement senti la présence, puisqu'ils éprouvent le besoin de le conjurer en répétant à longueur de pages que les maîtres ont toute liberté de faire autrement. Comme s'ils en avaient le temps et les moyens !

Expérimentation

L'annexe (qui n'a pas de valeur réglementaire) propose explicitement la définition suivante en quatrième. "On appelle droite un ensemble D d'éléments dits points, muni d'une bijection g de D sur R et de toutes celles f qui s'en déduisent de la manière suivante : a étant un nombre réel arbitraire, on a :

$$\text{soit } f(M) = g(M) + a,$$
$$\text{soit } f(M) = -g(M) + a$$

La famille des bijections f s'appelle une structure euclidienne." Nous n'insisterons pas sur le manque de rigueur dans les quantificateurs, bien mauvais exemples pour les maîtres et les élèves.

Il faut *deviner* que cela veut dire :
quel que soit f, il existe un nombre réel a et il existe un nombre ε égal à ± 1, tels que, quel que soit le point M de D, on ait :

$$f(M) = \varepsilon . g(M) + a$$

Je ne me prononcerai pas sur le point de savoir si une définition aussi abstraite peut être donnée à la masse des élèves de quatrième : c'est à l'expérimentation de répondre, et il se peut qu'elle démente nos préjugés. Mais a-t-elle été faite sérieusement, et en a-t-on tenu compte ? Le commentaire recommande, fort justement, de faire précéder cette définition de la "droite mathématique euclidienne" de manipulations concrètes réalisées sur des "droites physiques", le long desquelles on promène un double décimètre (représentant R) : "Il faudra, dit le commentaire, consacrer à cette étude expérimentale beaucoup de soin et un temps assez important."

Or tous les professeurs enseignant en quatrième, y compris ceux qui dominent parfaitement le programme, se plaignent du manque de temps. Une expérimentation sérieuse aurait dû permettre de s'en rendre compte. On imagine, dans ces conditions, les ravages causés par une pareille définition, que la plupart des maîtres se sentiront obligés de donner en dépit de toutes les mises en garde de l'I.R.E.M., qui sont parfois en contradiction avec les "conseils" donnés par l'inspection générale au cours des conférences d'information qu'elle a organisées sur les programmes de quatrième.

Le rôle ambigu de l'Inspection générale

Il faut dire, à cette occasion, que divers recoupements à l'échelon national permettent de penser que l'inspection générale a joué dans cette affaire un rôle pour le moins ambigu, au point que le président de l'Association des Professeurs de Mathématiques a écrit à chaque inspecteur général pour l'informer du "désarroi" provoqué dans le corps enseignant par les instructions de l'inspection générale, dont voici quelques exemples :

"Il faut traiter tout le programme"... "si l'enseignement, cette année, se révèle difficile, on reviendra aux programmes antérieurs..."

"Il est "normal" qu'il n'y ait qu'un tiers des élèves qui suivent..."

"Le programme de quatrième doit préparer à celui de seconde..."

Le doyen des inspecteurs généraux de mathématiques, dans sa réponse, refuse de discuter ces affirmations sous prétexte qu'elles sont isolées de leur contexte, et les confirme ainsi implicitement.

Mon but n'est pas de faire un procès d'intention aux inspecteurs généraux, qui sont d'ailleurs probablement soumis à des courants contradictoires. Si certains d'entre eux font appliquer loyalement la réforme, le fait est qu'on ne sait plus très bien pour les autres :

— s'ils cherchent à glisser des peaux de banane sous les pas de la commission Lichnérowicz, afin de faire capoter la réforme,

— ou s'ils veulent utiliser les points faibles de celle-ci pour en faire un meilleur instrument de sélection.

Démocratie et réalité de la sélection

"Veut-on, demande Lichnérowicz à ses contradicteurs, sacrifier la démocratie, former deux espèces de citoyens ? D'un

côté des spécialistes, une élite qui monopolise le pouvoir, parce qu'elle a accès au savoir scientifique, et, de l'autre, un troupeau d'ilotes, qui se contenteront de subir, parce qu'ils ne parleront pas la langue du monde où ils vivront ? "
Il ne faut pas, dit-il encore, "qu'il y ait dans vingt ans ceux qui savent et ceux qui ignorent". Comme dit "l'Express" (du 31 janvier), "la force du professeur Lichnérowicz est celle des idéalistes... — Mais c'est aussi sa faiblesse. Il a tendance à négliger la pesanteur des choses. La réforme dont il est le père exige beaucoup plus que des programmes originaux et le recyclage hâtif de quelques milliers de maîtres..."

Il faut d'abord remarquer que la réforme ne concerne de toute façon pour l'instant que les seuls élèves de premier cycle de types I et II et *ignore ainsi environ 60 % des enfants*, compte tenu des élèves des classes de type III ou de C.E.T. (20 %) et de ceux qui n'entrent pas ou n'achèvent pas leur études de premier cycle (40 %).

Ensuite, on ne peut manquer d'observer :

— d'une part que l'inspection générale, dont on a vu plus haut les instructions, dispose de l'essentiel des leviers de commande dans l'application de la réforme,

— d'autre part, que la publication des programmes de sixième et cinquième et de second cycle n'a pas posé de pareils problèmes : c'est dans les classes de quatrième et troisième, précisément au moment où se décide l'orientation entre vie professionnelle, second cycle court et second cycle long, que ceux-ci apparaissent.

En outre, il ne faut pas se faire trop d'illusions sur l'utilité des mathématiques enseignées : ceux qui, dans leur vie, se serviront *effectivement* des mathématiques apprises à l'école, sont fort peu nombreux, quels que soient les programmes : la tendance générale est en effet à la *déqualification* à tous les niveaux par une extrême parcellisation des tâches, qu'il s'agisse de celles du manoeuvre ou de celles de l'ingénieur ; chacun apprendra sur le tas les quelques connaissances dont il aura besoin. Je me demande, finalement, si ces élèves d'un lycée technique ne pressentent pas davantage la réalité, quand ils écrivent : "Le lycée technique va nous inculper l'esprit de supériorité sur les ouvriers en nous enseignant un savoir inutile. La théorie des ensembles, par exemple, n'est qu'un symbole culturel qui nous place au-dessus des ouvriers mais dont on se servira jamais".

A la place du latin

Je ne doute pas un instant, bien entendu, de la sincérité de Lichnérowicz et de ses collaborateurs qui veulent oeuvrer à la démocratisation de l'enseignement et contribuer à l'égalisation des chances. Je crains, en revanche, qu'ils aient par trop sous-estimé le caractère sélectif de l'enseignement des mathématiques. C'est "l'Express" qui le dit, tout en remarquant que ce phénomène est antérieur à la réforme : "On utilise les mathématiques, comme autrefois le latin, pour sélectionner les élèves."

Tout en voulant améliorer la qualification de ses cadres, la société cherche à justifier l'élimination des autres par des critères scientistes. Le fin du fin consiste à faire *semblant* de délivrer un enseignement moderne pour tous, en faisant surtout de celui-ci un instrument de sélection. Voyons comment une mauvaise mise en place de la réforme de l'enseignement des mathématiques risque de renforcer le caractère social de cette sélection. Il faut d'abord se placer dans le contexte réel. On peut en effet, répéter que la réforme aurait été excellente si la masse des maîtres était qualifiée, si l'inspection générale avait un autre rôle, si les horaires des maîtres n'étaient pas si lourds, s'ils avaient des classes à faibles *effectifs*, si les éditeurs n'avaient pas la liberté de gagner beaucoup d'argent en publiant sans aucun contrôle des manuels hâtivement préparés et non testés, etc. Le malheur est qu'il n'en est pas ainsi, qu'il n'en sera pas ainsi avant longtemps et que ce n'est pas une simple "bavure". C'est donc dans ce contexte réel qu'il faut juger de l'application de la réforme, et non dans un contexte idéal.

Pour commencer, il se trouve (ce qui n'est pas non plus une simple bavure) que la qualification moyenne des maîtres enseignant dans les premiers cycles de lycée, dont beaucoup sont au moins certifiés, est supérieure à celle des maîtres enseignant en C.E.S. ou C.E.G. (P.E.G.C. pour la plupart, ou maîtres auxiliaires). Or la composition sociale moyenne des élèves issus des deux types d'établissements n'est pas la même : la grande masse est dans les C.E.S. Tout ceci est évidemment indépendant du programme ; mais les ravages causés par la sous-qualification des maîtres de C.E.S. risquent d'avoir des conséquences bien plus graves avec les nouveaux programmes, qu'ils dominent mal, et dont les pièges pédagogiques sont — nous l'avons vu — beaucoup plus nombreux.

Toutefois, il y a autre chose. Traditionnellement, les mathématiques contribuaient beaucoup moins à la ségrégation sociale que les disciplines humanistes. Ce n'était pas une tare, dans la bonne bourgeoisie, que de n'être pas doué en mathématiques : on allait même se vanter de n'avoir pas "la bosse".

Les terminales techniques, à fort programme de mathématiques, recrutaient au contraire dans les milieux beaucoup plus modestes en moyenne que les terminales littéraires. Cela s'expliquait en partie par le fait que les élèves issus de milieu modeste et leurs parents étaient motivés dans l'étude des mathématiques : ils avaient l'impression, à tort ou à raison, que ces mathématiques étaient utiles dans l'acquisition d'une situation professionnelle, contrairement à beaucoup des exercices auxquels on s'entraîne dans les disciplines humanistes.

Ces exercices littéraires leur paraissaient (et leur paraissent encore) artificiels et inutiles ; de fait il est maintenant généralement reconnu que leur forme convient mieux aux enfants issus de milieux socio-culturels élevés, qui y sont préparés par toute une tradition, et qui y trouvent mieux que les fils d'ouvrier les moyens d'exprimer leurs problèmes et leur idéologie.

Les conditions actuelles d'application des nouveaux programmes risquent de renforcer le rôle des mathématiques dans la ségrégation sociale, non seulement parce qu'ils seront souvent mieux enseignés aux enfants des lycées qu'à ceux des C.E.S., mais encore parce qu'un mauvais enseignement de ces nouveaux programmes aura moins de conséquences auprès d'un fils de bourgeois que d'un fils d'ouvrier.

En effet, des discussions pseudo-philosophiques pour savoir par exemple si la relation "être compatriote de" est réflexive ou non, ou une démonstration de ce qu'un plan contient au moins trois directions de droite (alors que chacun sait bien qu'il en a une infinité), dérouteront davantage le fils d'ouvrier et ses parents, qui ne s'efforcent de lui faire poursuivre des études que dans le but de lui faire acquérir un métier et voient mal comment ce qu'on leur présente comme étant les "maths modernes" y contribue : au premier accrochage, ils admettront qu'on déclare leur enfant "non doué pour les mathématiques" et qu'on "l'oriente" en conséquence.

Ce souci d'utilité immédiate existe moins en milieu bourgeois où il est "normal" de poursuivre ses études, où l'on aide davantage l'enfant à surmonter les difficultés qu'il rencontre, et où d'ailleurs la tradition "culturelle" prépare mieux à disserter sur ce genre de problèmes, fussent-ils de faux problèmes.

Que faire ?

Il serait naïf de croire que le clivage entre partisans et adversaires de la réforme est celui qui sépare les progressistes des conservateurs. Il existe en effet une contradiction fondamentale entre les conservateurs que la réforme dérange dans leur routine, et ceux qui ont compris comment l'utiliser comme un merveilleux instrument de sélection. De même, il existe chez les progressistes une contradiction entre les idéalistes, et ceux qui craignent que cet instrument de sélection ne renforce la ségrégation sociale.

En résumé, la réforme serait excellente, dans un autre contexte, si l'on n'avait pas mis la charrue avant les boeufs. Bien entendu, je pourrais vous dire que les boeufs, c'est la révolution, mais ça ne ferait pas sérieux. A plus brève échéance, je ne vois pas d'attitude plus raisonnable que celle, purement conservatoire, de suspendre provisoirement l'application des nouveaux programmes en quatrième et troisième, jusqu'à ce que les choses soient "mûres", afin de préserver l'avenir. [J'ai bien parlé de suspension provisoire, et non de contre-projet.]

Sans doute faudrait-il préciser ce qu'il faut entendre par "mûrissement des choses". Cela veut dire pour le moins :

— que les programmes aient été expérimentés dans tous les types d'établissement, avec des élèves issus de tous les milieux, par des maîtres honnêtement recyclés mais non triés sur le volet et *qu'il soit tenu compte de cette expérimentation.*

— que des recueils d'exercices et de problèmes adaptés aux nouveaux programmes aient été rédigés et testés en même temps que les programmes eux-mêmes.

— qu'une fois les programmes et les exercices retenus, tous les maîtres aient le temps de s'y préparer et suffisamment longtemps avant leur entrée en vigueur.

— que l'inspection générale renonce à son rôle dirigiste.

— que les promoteurs de la réforme éditent un matériel pédagogique qu'ils auront au préalable testé, au lieu d'en laisser l'initiative à des éditeurs et auteurs dont les buts sont avant tout lucratifs.

Quel est le délai nécessaire pour cela ? Je l'ignore. Mais négliger ces conditions, dans le but de hâter les choses, risque de provoquer un désastreux retour en arrière. N'oublions pas en effet que la commission Lichnérowicz a bien précisé qu'elle ne légiférait pas pour l'éternité et que la réforme n'était garantie que pour 4 ans. Il serait dommage que ce caractère provisoire soit son principal mérite !

Même lorsqu'ils sont conscients des difficultés rencontrées, les promoteurs de la réforme objectent généralement deux arguments à une telle mesure de suspension provisoire :

— d'une part que la réforme est un tout et que les élèves qui se seront vu enseigner les nouveaux programmes de sixième et cinquième, doivent avoir aussi un programme réformé en quatrième et troisième. .

— d'autre part qu'une telle suspension apparaîtrait aux adversaires de la réforme comme une victoire.

Le premier argument n'est pas convaincant : la continuité de la mise en place des nouveaux programmes d'année en année aurait effectivement été souhaitable, elle n'est pas d'une nécessité telle qu'on doive y sacrifier tout le reste : l'aménagement des anciens programmes de quatrième et troisième, pour des élèves ayant suivi les nouveaux programmes de sixième et cinquième, ne doit pas poser de problèmes insurmontables !

De toute façon, les nouveaux programmes de seconde sont en place depuis la rentrée 1969, et ne s'adressent pas à des élèves ayant eu un enseignement réformé en premier cycle.

Au second argument, je voudrais répondre qu'effectivement, il y aura des adversaires de la réforme qui croiront pouvoir chanter victoire : et ! bien, on les laissera chanter. Le problème est en effet le suivant : ou bien on accepte de reconnaître une erreur partielle et d'y remédier, auquel cas la réforme pourra peut-être être sauvée ; ou bien on refuse, et alors on tombe dans le piège autrement plus dangereux de voir la réforme capoter parce qu'insuffisamment préparée ; c'est là que les adversaires de la réforme les plus conscients nous guettent au tournant ; c'est là qu'ils auront raison de chanter victoire !

La réforme de l'enseignement

par G. GLAESER

Les mathématiciens face à la réforme

Il y a dix ans les mathématiciens professionnels étaient unanimes sur la nécessité d'une réforme de l'enseignement des mathématiques. Les programmes dataient alors, pour l'essentiel, de plus d'un siècle et étaient centrés sur des matières ayant perdu tout intérêt, tant théorique que pratique. L'algèbre, encore mêlée aux rudiments d'analyse, culminait dérisoirement à l'équation du second degré : la "trinomite" se distillait dans ses raffinements les moins utiles. La géométrie était devenue un amalgame où les traditions d'Euclide, de Poncelet et de Chasles, et le langage "nouveau" du calcul vectoriel se juxtaposaient sans souci d'unité. L'étude des coniques se fondait sur des artifices saugrenus. A force de ressasser des "trucs" certains finirent par y attacher de l'importance : ne vit-on pas un Inspecteur Général réclamer dans un rapport officiel que l'on introduise, d'urgence, l'étude des cercles paratactiques dans les programmes du baccalauréat !

Devant ces jeux désuets, les mathématiciens rompant avec la tradition de Jacques Hadamard et d'Henri Lebesgue affichaient une indifférence méprisante pour tout ce qui touchait à l'enseignement préuniversitaire. Mais ils étaient agacés d'accueillir des étudiants qui n'étaient pas préparés à assimiler rapidement les rudiments d'algèbre linéaire, et dont les exigences logiques étaient incompatibles avec l'étude des mathématiques pures ou avec le maniement d'un ordinateur.

Vers 1956, un tournant décisif s'opéra. L'A.P.M. prit contact avec la S.M.F. L'enseignement supérieur se mit en devoir de recycler le secondaire. Les nombreuses conférences prononcées par des mathématiciens de toutes tendances devant des professeurs de lycée, la parution des livres de Choquet et de Dieudonné, la participation d'universitaires au bureau de l'A.P.M. marquent la fin d'un isolement.

Nul ne doutait de la nécessité d'une remise en cause de l'enseignement des mathématiques, et aujourd'hui même les mathématiciens, adversaires déclarés de la réforme, préconisent encore un apprentissage modéré du langage ensembliste ainsi qu'une initiation précoce aux éléments de l'algèbre linéaire et à la théorie élémentaire des groupes.

La nécessité d'une réforme étant communément admise, il fallut réfléchir sur son contenu. On assista pendant dix ans à des "chambardements" désordonnés : les textes devenaient caducs six mois après leur promulgation. Combien de "réformes" du baccalauréat n'avons-nous pas essuyées ? La prolongation de la scolarité obligatoire, généreuse sur le papier, ne fut assortie d'aucun des moyens pédagogiques ou financiers indispensables. Et aujourd'hui, les jeunes qui savaient à peu près lire, écrire, compter au cours moyen, se retrouvent illettrés après quelques années de contre-enseignement, dans les "bidonvilles" de l'Education nationale.

Le professeur de lycée commençait l'année dans la crainte de la parution, vers Pâques, du décret rectificatif qui modifierait, in extremis, les programmes d'examen. Il lui fallait "potasser" à la hâte des rudiments de statistiques qu'il n'avait pas étudiés auparavant. De ces prétendues "réformes" rien ne subsiste, hormis les substantiels bénéfices de quelques fabricants de manuels.

Les principes d'une réforme

Peu à peu quelques idées fondamentales commencèrent à se dégager.

1. une réforme de l'enseignement doit s'effectuer selon un plan étalé au moins sur dix ans ;
2. une réforme doit comporter de nombreuses coordinations entre les classes parallèles, avec l'enseignement des autres matières, etc. ;
3. les programmes doivent être expérimentés dans quelques classes spécialisées, au moins deux ans avant leur promulgation définitive ;
4. toute réforme suppose la formation d'un corps enseignant compétent. Toute modification importante des programmes demande que les professeurs étudient et assimilent ces modifications avec au moins un an d'avance ;
5. la confection du matériel pédagogique (manuels, fiches, livres du maître, énoncés de problèmes, etc.), ne doit pas être improvisée au dernier moment. Elle doit être confiée en priorité à ceux qui ont déjà expérimenté le nouveau programme. Les textes doivent être supervisés par des mathématiciens de profession ;
6. une réforme de l'enseignement ne légifère pas pour l'éternité. C'est, au contraire, un processus de réajustement permanent ;
7. une réforme de l'enseignement doit prévoir honnêtement les moyens financiers nécessaires, non seulement à sa promulgation mais aussi à sa préparation et sa mise en place.

Il faut proclamer que la réforme actuelle marque un progrès décisif sur les tentatives avortées qui l'ont précédée, par l'adoption de quelques-uns des principes cités. Rien ne s'accomplira de sérieux si nous n'imposons pas la prise en considération de tous ces principes.

En ce qui concerne la préexpérimentation, la situation a été satisfaisante pour les programmes de sixième et de cinquième, préparés avec trois ans d'avance. Le résultat a été moins brillant pour les programmes de quatrième et troisième. Mais en France, c'est l'administration qui a le pas sur la pédagogie ! Il n'a pas été possible d'expérimenter les programmes du second cycle, pour ne pas perturber le baccalauréat !

Pourtant on n'a pas fait tant de "chichis" en ce qui concerne le B.E.P.C., pour lequel il a été facile de prévoir des épreuves spéciales destinées aux quelques centaines d'élèves des classes expérimentales. L'introduction des programmes du second cycle se fera dans "le brouillard" par la faute de l'ultrajuridisme de nos institutions abusivement centralisées joint au fétichisme du baccalauréat.

Tout citoyen qui désire contester la réforme en cours doit prendre quelques précautions qui sauvegardent en tout état de cause le caractère planifié de la réforme.

L'an dernier nous avons bien failli retomber dans l'ornière ! Dès que le "Canard Enchaîné" eut alerté l'opinion, quelques collègues insatisfaits rédigèrent un contre-projet séduisant en apparence. En fait, leur texte boitait de toute part : il n'était même pas cohérent avec lui-même. Les auteurs n'avaient pas envisagé les implications de leur projet sur l'enseignement des classes antérieures ou suivantes. Ils n'avaient pas songé à faire tester leurs projets dans des classes.

Mais surtout, ils ne s'étaient pas souciés du sort des centaines d'enseignants qui se préparaient en vue de l'échéance d'octobre 1971. Fallait-il leur annoncer au mois de septembre : "Pendant deux ans vous vous êtes préparés à enseigner conformément aux nouveaux programmes. Eh bien ! La semaine prochaine vous oublierez tout ce "recyclage". Ce que vous allez enseigner n'est pas encore au point. Dans huit mois paraîtront — peut-être — quelques textes officiels. Les commentaires verront le jour dans deux ans ! "

Il ne faut sous aucun prétexte que l'on revoie ces virages en épingle à cheveux. "La réforme, oui ! — La chienlit, non ! "

La grande misère du corps enseignant

Le facteur décisif qui détermine le succès ou l'échec en matière d'instruction tient à la compétence du corps enseignant.
L'administration centrale s'emploie surtout à pourvoir des postes : même sur ce terrain la situation n'est pas brillante. En 1971, plus de 160 classes terminales scientifiques n'étaient pas pourvues d'un professeur de mathématiques après le mouvement de juin.

Mais il ne suffit pas de nommer n'importe qui n'importe où. Et sur ce plan, nous sommes au fond de l'abîme !

Il y a actuellement, dans l'enseignement public secondaire, environ 20 000 personnes chargées d'enseigner les mathématiques, dont 12 000 à 13 000 seulement sont titulaires.

Mais il n'y a que 8 000 de ces enseignants qui ont fait des études de mathématiques, à l'université, pendant plusieurs années.

Et les autres ? Certains se sont frottés à de la physique, des sciences naturelles ou de la psychologie. D'autres beaucoup plus qualifiés peuvent se prévaloir, après le baccalauréat, de plusieurs échecs en propédeutique ! Le nombre de ceux qui sont seulement nantis d'un baccalauréat de philosophie, parfois complété d'un certificat de S.P.C.N., est important.

Par exemple, dans le département de la Moselle (si l'on excepte Metz, sa banlieue et Thionville) l'enseignement des mathématiques est "assuré" à 60 % par des auxiliaires. Presque tous les autres maîtres sont des P.E.G.C., anciens instituteurs ayant une bonne expérience du contact avec les enfants, mais (sauf exception) n'ayant jamais étudié de mathématiques.

Cet état de fait est le handicap majeur auquel se heurte la réforme. Mais ne nous y trompons pas ! Ce corps enseignant-là n'est pas en état, présentement, d'enseigner les mathématiques — modernes ou traditionnelles. Si les nouveaux programmes devaient être remplacés par d'autres, le problème de la sous-qualification des maîtres resterait aussi dramatique.
La seule différence est qu'avant la réforme, nombreux étaient les enseignants qui avaient l'illusion d'être capables d'enseigner des matières qu'ils n'avaient pas étudiées. Ils ronronnaient des manuels, et les parents d'élèves n'étaient pas conscients des ravages causés par cette "pédagogie".

Aujourd'hui, grâce aux changements de programmes, la masse des enseignants sous-qualifiés a pris courageusement conscience de ses manques. Elle se presse dans nos I.R.E.M. pour y recevoir un complément de formation. Mais il ne faut pas avoir la naïveté de croire que là où il faut cinq ans d'études à temps plein à de bons bacheliers scientifiques pour acquérir une formation satisfaisante, on pourra "recycler" en deux ou trois ans à raison de trois heures par semaine des maîtres dont les bases sont mal assurées. D'autant plus que ces enseignants sont surchargés de travail.
Il n'est pas question de leur dispenser une culture mathématique. Tout ce que nous pouvons faire, honnêtement ou humblement, c'est de leur apprendre le programme de sixième et cinquième. Il ne s'agit évidemment pas de recyclage, qui, par définition, s'adresse à des adultes ayant fait de sérieuses études qui s'avèrent malheureusement périmées.

Ces efforts de précyclage prudent sont souvent annihilés par la bureaucratie. J'ai récemment reçu la visite de quelques P.E.G.C.E.T. qui n'étaient que bacheliers ès-lettres et qui enseignaient les mathématiques depuis des années dans des collèges techniques. Conscients de leurs lacunes, ils avaient suivi deux ans de stages à l'I.R.E.M. Après quoi, l'administration leur a enlevé l'essentiel de leur service d'enseignement des mathématiques pour leur confier l'initiation à la technologie et à l'éducation musicale, matières dont ils assurent ignorer les rudiments.

A côté des P.E.G.C., les maîtres auxiliaires constituent une réserve disparate. Un petit nombre d'entre eux ont fait quatre ans de bonnes études de mathématiques à l'Université mais ont échoué au concours du C.A.P.E.S. L'intérêt pédagogique commande que l'on donne à ces auxiliaires un complément de formation et que l'on n'insiste pas sur le précyclage de ceux dont l'éducation mathématique est à reprendre à zéro. Cependant les règlements interdisent aux I.R.E.M. de s'occuper des M.A. !

Les enseignants face aux nouveaux programmes

La situation est tout à fait différente selon qu'il s'agit de la masse sous-qualifiée des maîtres ou au contraire de professeurs ayant préalablement assimilé ce qu'ils enseignent.

Pour les premiers, la tentation est grande de se documenter hâtivement dans les diverses "Mathématiques pour tante Ursule" dont le marché du livre est actuellement encombré. Ils choisissent avec prédilection les livres les plus insignifiants, les plus creux, car ce sont évidemment les plus faciles à lire. Et de cette basse littérature ils ne retiennent que le jargon, les mots pédants, sans avoir accès aux motivations profondes.

Cependant, s'il leur arrive de comprendre quelque chose plus profondément, ils ne résistent pas au plaisir d'enseigner les "trucs" qu'ils ont bien saisis.

Par exemple, nul ne contestera qu'il est instructif d'expliquer aux élèves les principes de la numération de position, d'autant plus que le système binaire a des applications techniques très importantes. Mais comme il s'agit d'une question suffisamment facile pour qu'un maître n'ayant aucune culture scientifique puisse l'assimiler, ce point très intéressant mais marginal est développé à longueur d'année jusqu'à l'écoeurement. Les parents d'élèves finissent par croire qu'étudier des mathématiques "modernes" (sic) c'est "faire des bases".

Si le maître n'a compris ni l'intérêt, ni la motivation d'un point du programme, il est bien obligé de dicter un manuel.

Il rabâche des mots, des mots, des mots qui ne débouchent sur aucune réflexion intéressante. C'est cette bouillie-pour-les-chats que des journalistes osent qualifier d'excès d'abstraction !

Tous les hommes de sciences savent que les idées fécondes, les découvertes significatives, sont liées à un progrès de l'abstraction. Nous ne pouvons tolérer que l'on établisse une confusion entre l'abstraction, forme supérieure de la pensée, et la verbosité prétentieuse, conséquence d'une désastreuse politique de recrutement des maîtres.

Quand nous pénétrons dans une classe dont le professeur est suffisamment compétent, la situation est complètement différente. Les nouveaux programmes permettent de soumettre aux élèves des questions intéressantes, qui aiguisent la sagacité. Jamais on n'a recueilli tant de témoignages concordants sur les succès pédagogiques remportés dans des classes entières non sélectionnées. *Les élèves prennent goût aux mathématiques.* Jamais on ne vit tant d'élèves chercher avec obstination à résoudre de véritables problèmes dans une atmosphère de joyeuse émulation.

Il y a toujours eu de bons et de mauvais professeurs ; de bons et de mauvais élèves. Mais ce qui frappe l'observateur, c'est le contraste entre le désastre pédagogique qui se constate dans de nombreux établissements et la réussite spectaculaire portant sur l'ensemble des élèves de certaines classes (et non uniquement les quelques élèves doués). Il faut avouer qu'il arrive malheureusement que la fraction informée du corps enseignant commette des lapsus ou des inexactitudes. Mais c'est là un phénomène transitoire : pour modifier sa façon d'enseigner, le maître a besoin d'un temps d'adaptation (disons un an). Il ne faut pas dramatiser certaines bavures qui s'élimineront rapidement.

Les nouveaux programmes

Les modifications de programme constituent un élément formel dont il ne faut pas exagérer l'importance.

Pourtant c'est sur le programme que portent toutes les exégèses ! C'est à peu près aussi ridicule que de vouloir juger des moeurs démocratiques d'un pays en étudiant sa Constitution !
Pour juger des programmes il convient d'examiner les activités mathématiques qu'ils permettent de proposer aux élèves.
L'I.R.E.M. de Strasbourg, qui travaille intensivement sur ce sujet, est arrivée à la conclusion que les nouveaux programmes offrent de meilleures possibilités que les anciens.

Mais il faut pour cela réunir un nouveau stock d'énoncés d'exercices, problèmes ou travaux pratiques, ce qui nécessite une prospection systématique. Il s'agit là d'une activité de recherche à plein temps. Si l'on fournit aux I.R.E.M. le personnel compétent, déchargé temporairement de toute autre tâche pour mener à bien ce programme de documentation et d'imagination, il suffira de moins d'une année pour obtenir des résultats patents.

Il n'est pas question d'examiner point par point chacun des alinéas des nouveaux programmes. Signalons simplement quelques tendances :
Une des originalités consiste à faire acquérir très tôt, en quatrième, les notions indispensables aux calculs sur les *nombres réels*. Autrement dit, on étudie en détail la géométrie de la droite pendant plus d'un trimestre en quatrième avant d'aborder la géométrie affine du plan.

Cette étude est une initiation aux calculs approchés, à l'évolution des ordres de grandeur et aux encadrements des erreurs. Elle devrait remplir d'aise les physiciens qui se plaignaient naguère de l'irréalisme d'un enseignement inadapté à l'étude des situations pratiques.
Du point de vue pédagogique, il s'agit d'un pari. Est-il possible d'expliquer la notion de nombre réel à de si jeunes enfants ? Pour savoir si ce pari peut être gagné, on ne connait qu'une seule méthode : il faut essayer ! J'admire l'aplomb de certains adversaires qui déclarent péremptoirement que ce point du programme est catastrophique et que la nouvelle génération ne saura pas aussi bien calculer que la précédente. Ah ! qu'elle calculait bien, la génération précédente !

Ensuite les nouveaux programmes repoussent l'étude métrique de la géométrie et l'étude des angles en troisième et en première. A priori, on ne peut savoir si une telle dichotomie de l'affine et du métrique est valable.

Cependant, il apparaît que toutes les notions et connaissances fondamentales de géométrie qui s'étudiaient dans l'ancien programme apparaîtront sous un aspect plus économique dans les nouveaux. Nul ne regrettera, je pense, l'élimination des "arcs capables" en forme de lentilles.

Mais le critère essentiel ressort du recueil des anciens énoncés de problèmes de géométrie. Il s'agit de savoir si les énoncés les plus formateurs pourront encore être soumis aux élèves, dans un contexte modifié et un ordre différent. La réponse est résolument affirmative : cela ne demandera qu'un peu d'imagination.

Un autre aspect des nouveaux programmes est d'encourager, à côté de l'étude déductive de certaines théories, l'expérimentation sur des situations suggérées par le dessin, l'emploi de schémas, le calcul numérique, et la mathématisation de situations pratiques. Cette intrusion de l'expérimentation n'est acceptable que parce que l'on fait constamment la distinction nette entre la mathématique déductive et la physique expérimentale. L'ancienne tradition au contraire entretenait systématiquement la confusion.

Pour une politique de l'édition

La réforme s'est constamment heurtée aux difficultés créées par des éditeurs plus soucieux de vendre des manuels que de favoriser le progrès pédagogique. La première vague des manuels de type traditionnel a été hâtivement rédigée par des professeurs qui n'avaient pas eu le temps matériel de comprendre les changements apportés à l'enseignement. Certains sont parvenus à organiser le squelette de leur cours. Mais ils ne pouvaient pas, dans des délais si brefs, se livrer au travail d'imagination créative qui permet d'incorporer une substance nutritive à un canevas.

D'autres éditeurs semblent avoir joué plus systématiquement la carte de l'enseignement au rabais. Ils ont produit des ouvrages particulièrement creux et puérils, destinés à rassurer les maîtres auxiliaires et les P.E.G.C. qui trouvaient d'autres exposés trops savants. L'argument de vente est la clarté. Ainsi, une des collections parmi celles qui battent actuellement le record des ventes est très claire, en vérité. Claire comme un bouillon d'eau chaude où l'on a fait barboter un os sans moelle. Le choix des "exercices" est particulièrement révélateur. On y prend constamment les élèves pour des imbéciles et des demeurés, agrémentant d'une terminologie savante des questions sans intérêt.

Et la publicité des maisons d'éducation vante les mérites des exercices complètement corrigés ! Faudra-t-il répéter constamment que les exercices sont faits pour exercer l'intelligence, et non pour être recopiés et appris par coeur.

C'est sans doute en jetant un coup d'oeil sur ces publications que les détracteurs les plus virulents de la réforme tirent l'essentiel de leur information. Et chaque jour nous recevons des plaintes des parents qui se demandent pourquoi les mathématiques modernes proposent à leurs enfants l'étude des permutations de l'ensemble des chameaux qui ont sept pattes !
Mais contre l'effet désastreux de ces best-sellers nous nous sentons bien désarmés. En tout cas, les promoteurs de la réforme de l'enseignement ne peuvent pas assumer la responsabilité de cette campagne d'abêtissement.

Il serait souhaitable que la S.M.F. charge certaines personnes compétentes et complètement indépendantes vis-à-vis des éditeurs ou des auteurs de manuels de faire une critique sans complaisance de ce qui est édité. Et il faudrait que les établissements publics n'achètent que des ouvrages qui n'auront pas été rejetés par un comité consultatif.

A côté de cette production mercantile, existe une autre méthode de confection du matériel pédagogique qui est hautement recommandable. Il s'agit des travaux collectifs des séminaires comportant une cinquantaine de collaborateurs, pour la plupart expérimentateurs dans le second degré, qui éditent progressivement un matériel provisoire, suivi d'éditions améliorées tout en établissant des contacts avec des usagers, grâce à des bulletins de liaison.
En particulier, l'équipe Galion, de Lyon, a réussi grâce à quelques éditions successives à mettre au point un matériel pédagogique remarquable pour la sixième et la cinquième. En ce qui concerne les classes de quatrième et troisième les résultats sont plus discutables. Mais l'équipe y travaille. Le point faible de cette initiative est qu'elle est entre les mains de bons professeurs, mordus de pédagogie, qui ne sont pas secondés par un ou deux mathématiciens professionnels. Si des membres de l'enseignement supérieur, ayant une expérience de la recherche et de l'activité mathématique se joignaient à cette équipe, ils feraient une oeuvre très utile.

Conclusion

La réforme se met progressivement en place, avec quelques bavures inévitables. Mais il ne s'agit pas d'un projet improvisé. La commission Lichnérowicz y travaille depuis six ans avec des résultats certainement meilleurs que ceux qu'auraient obtenus des chambardements hâtifs. Une centaine de professeurs d'élite a testé les projets dans des classes expérimentales et les aménagements de dernière heure ont tenu compte des avis de ceux qui avaient expérimenté. Les I.R.E.M. ont tenté de préparer un contingent de professeurs capables d'enseigner les nouveaux programmes avec un minimum de formation. Enfin, les conclusions de la commission ne sont pas éternelles : elles sont destinées à être réajustées progressivement.

Pendant que ce travail sérieux s'accomplit selon un plan mûrement réfléchi, nous assistons à une campagne injuste, dirigée par des journalistes particulièrement incompétents. Cette campagne s'alimente, malheureusement, sur des déclarations tronquées de savants très respectables, mais qui n'ont visiblement pas pris le temps d'étudier tout le dossier.
Cette campagne de presse dissimule soigneusement le fait le plus important. A savoir : les effets désastreux d'une politique de recrutement qui a submergé l'Education nationale d'un personnel destiné à enseigner des matières qu'il n'a jamais apprises. Sur cet état de fait, je ne vous demande pas de me croire sur parole : chaque citoyen devrait être à même de faire son enquête personnelle et s'apercevoir de l'ampleur du désastre.

Une réforme de l'enseignement des mathématiques est essentiellement une *politique de formation des maîtres compétents.*
Pour la mener à bien, il faut tourner le dos à la méthode bureaucratique qui s'intéresse essentiellement à l'apparence juridique et aux organigrammes. Il faut prévoir dans le détail ce que sera cette fameuse "formation scientifique et pédagogique" que l'on donnera aux élèves-professeurs et dégager à

l'avance les moyens nécessaires pour préparer, puis réaliser la réforme.

Il ne faut surtout pas imiter le grotesque arrêté du 11 juillet 1966 (qui n'a heureusement jamais été appliqué) : il donnait l'équivalence du D.U.E.S. ou du D.U.E.L. à tout P.E.G.C. qui avait enseigné pendant plusieurs années dans l'enseignement secondaire ! Nul n'a encore pensé à attribuer le permis de conduire "poids lourds" à toute personne sachant se servir d'une bicyclette. Pour concevoir un programme de formation,

il faut donner les moyens de travailler à ceux qui se consacrent à plein temps à cette tâche. Et il est souhaitable que des mathématiciens confirmés suivent l'exemple de Polya, Behnke, Freudenthal, Hilton, Guelfand, Soboleff, Kolmogoroff et viennent grossir les rangs de l'équipe qui travaille à la rénovation de l'enseignement des mathématiques.

Intervention de M. GIBRAT

Tout d'abord je me présente très rapidement : je ne suis pas professeur de Mathématiques bien qu'appartenant à la Société depuis 40 ans et ayant été membre de son Conseil ; je suis ingénieur et je veux d'abord raconter une anecdote authentique.

J'ai, pendant les vacances de Noël, remonté avec ma femme, en pirogue, le Niger sur 800 km, avec Tombouctou comme point moyen : il fallait manger, donc de temps en temps, dans les rares villages de pêcheurs nous descendions pour acheter du poisson. Dans l'un d'entre eux, j'ai vu arriver un petit noir d'une douzaine d'années qui me dit : "tu sais je suis au Lycée en cinquième, en vacances, est-ce que je peux te poser une question ? ", "Bien sûr", lui dis-je. "Eh bien, je voudrais bien savoir si les blancs, à Paris, eux aussi, font des Mathématiques modernes" (sic).

Je m'intéresse à la formation des 200 000 ingénieurs français dans l'Industrie et je voudrais attirer votre attention sur le fait que l'industrie a subi, pour partie, une mutation très analogue à celle que vous examinez aujourd'hui dans les mathématiques. L'industrie n'a plus, dans sa totalité, la physionomie de l'industrie classique dans laquelle on étudie les propriétés des matières. On y constatait que ces propriétés sont difficiles à connaître, ne sont jamais linéaires, présentent des aspects extrêmement complexes. Selon une image qui n'est pas de moi, on espère qu'il y a une serrure et on en cherche la clé.

Or, il y a maintenant une partie importante de l'industrie, portant déjà peut-être sur 20 ou 25 % de son chiffre d'affaires, qui n'est plus cela ; elle ne s'intéresse plus aux propriétés physiques ou chimiques des matières. Quand elle fait une ligne de transport d'énergie, par exemple, elle ne cherche pas à savoir si la ligne va résister au vent, si les conducteurs résisteront au courant, d'autres s'en occupent. Mais elle achète des "composants" qu'elle admet parfaitement linéaires au départ.

La distinction est particulièrement nette en électronique où les composants sont des résistances, des selfs, des condensateurs, etc... et les systèmes sont des filtres, des amplificateurs, etc... (les ordinateurs sont des systèmes de systèmes) mais on la retrouve partout ou presque : calculs des charpentes métalliques, grands ensembles, etc...

Un exemple simple : quand vous téléphonez, quels que soient les processus extrêmement complexes, à un signal a correspond à l'autre bout un bruit A, à b correspond B, mais la propriété essentielle sur laquelle est bâtie toute la technique des télécommunications c'est que à (a + b) correspond (A + B) et qu'à k fois a correspond k fois A : or c'est la définition même d'une application linéaire dans un espace vectoriel. Vous voyez donc qu'il y a actuellement toute une industrie qui est extrêmement apte à utiliser les mathématiques que l'on appelle, à tort ou à raison, modernes. Il ne faut pas croire, comme le disent quelquefois les partisans des mathématiques modernes, que c'est déjà le cas et que cela fonctionne bien. En fait non, il y a encore très peu d'applications en dehors de la théorie des distributions, mais je suis persuadé que, si un jour, il s'établit entre les mathématiques modernes (celles du linéaire...) et l'industrie des systèmes les mêmes liens, extrêmement étroits, qui existent actuellement entre les mathématiciens dits classiques (ceux des équations aux dérivées partielles, etc...) et l'industrie, nous verrons des progrès dans ces questions de systèmes absolument extraordinaires. Voilà ce que je voulais vous dire.

Intervention de M. J. LERAY

Sur la demande de J. LERAY nous insérons à la place de son intervention sa communication à l'Académie des Sciences du 3.1.72 (voir page 1004).

Intervention de M. J. FRENKEL

Je me trouve dans la pénible nécessité de contredire globalement une série de déclarations que j'approuve parfaitement isolément. La gageure est qu'on ne peut les approuver qu'en les isolant les unes des autres, et de leur contexte, car elles sont contradictoires entre elles, bien que chacune d'elles soit pleine de bon sens. Tel est le problème : c'est à des choix que nous sommes acculés, et je pense que nous avons fait le plus exécrable ... à l'exception de tous les autres.

Par exemple, il est certain que l'application prématurée d'une réforme faite trop rapidement (on n'y réfléchit guère que depuis 6 ans) a été le révélateur d'une situation de crise qui échappait à tout le monde... ou presque. Le grand public a pris conscience de l'état de malformation des maîtres ; les mathématiciens se sont passionnés, comme le montre cette réunion. Or qui est chargé de former les maîtres de l'enseignement public, mis à part les instituteurs, sinon l'enseignement supérieur ? Et pourtant, de 1945 à 1956 ou 1961, rien, absolument rien, dans les programmes de mathématiques de l'enseignement supérieur, ne concernait l'enseignement secondaire pour l'excellente raison que les programmes de cet enseignement n'intéressaient plus les mathématiciens depuis longtemps.

Preuve aussi que cette réforme a servi de révélateur : la S.M.F., donc des mathématiciens professionnels, juge pour la première fois qu'elle se trouve devant un problème grave, et l'examine ; d'autre part, dans les Facultés, on se préoccupe maintenant de fournir des professeurs au secondaire.

On a opposé, ou cru opposer, rigueur formelle, axiomatique, découverte, problèmes, curiosité, démonstrations. Lehmann a fait une très bonne analyse du fait qu'il existe trois processus différents :

— mathématisation d'une situation concrète
— travail mathématique sur le modèle mathématique
— confrontation des résultats de ce travail avec la réalité.

Et ces trois processus correspondent à des activités intellectuelles distinctes. Mieux vaut certes signaler leur existence et leur différenciation que passer sous silence ce genre de distinction. Lehmann parle de théorème à suspense. Mais qui me fera croire sérieusement qu'un enfant normalement constitué, disons l'échantillon du petit Français moyen de 12 ans, est passionné par le fait que les médianes d'un triangle, ou ses hauteurs, sont concourantes ?

— ...Question : ce problème ne vous passionnait-il pas quand vous étiez en quatrième ?

— FRENKEL : Bien sûr que si, et dans une classe de 35 élèves, nous étions une dizaine à nous passionner pour cette question ; mais je sais que les 2/3 de la classe s'en moquaient éperdûment, et qu'ils n'ont jamais, jamais compris ce qu'on voulait leur faire faire en mathématiques, en particulier la différence entre la déduction, l'expérimentation et les affirmations gratuites.

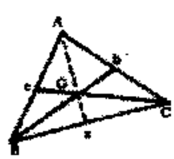
En voici d'ailleurs la preuve : depuis trois semaines, l'ORTF et les journaux nous abreuvent d'"avoir fiscal" et il semble que personne n'ait encore réalisé que l'avoir fiscal est un cadeau fait aux petits contribuables et une retenue faite aux gros. Voilà qui en dit long sur la culture mathématique du Français moyen et sur sa capacité à manier les fonctions linéaires. Autre exemple, fiscal lui aussi (c'est d'actualité) : qui s'est aperçu que l'impôt progressif sur le revenu était une fonction continue dudit revenu jusqu'à ces dernières années, mais qu'il est devenu une fonction discontinue par le biais de majorations de 1% ou de "réfaction" de 1/2% qui s'appliquent à l'impôt et non au revenu ?

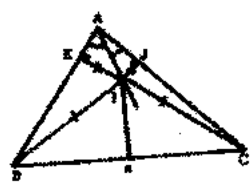
Il est donc enfin possible d'avoir des revenus nets inférieurs en gagnant plus d'argent, du moins dans certaines situations. Là aussi, le Français moyen ne s'est pas aperçu du changement. Voilà qui en dit long sur l'intérêt du point du concours des médianes et de la géométrie pour échapper aux dangers d'un enseignement désincarné et non motivant ; danger certes, car ce qui décourage les non-intellectuels, ce sont les spéculations qui apparaissent gratuites. De là une raison, parmi cent autres, pour condamner la rigueur formelle. Je n'en condamnerais, pour ma part, que les excès. Du reste le bon sens est une qualité essentielle au pédagogue, et il se concilie rarement avec des positions excessives.

Mais il faut cependant dire aux élèves de quoi on parle ! On ne fait pas de mathématiques sans définitions. Nous en reparlerons... Constatons d'abord le désaccord des censeurs : tout à l'heure, Lehmann prônait les vertus de l'algèbre sous une certaine forme, et celles de l'algèbre linéaire en particulier ; et mon voisin Malgrange me susurrait à l'oreille que la géométrie est la seule chose consistante. Nous étions bien d'accord, mais le problème est un problème de motivation : va-t-on motiver l'algèbre par la géométrie, ou expliquer la géométrie par l'algèbre ? Cartan déclare : "les deux simultanément". Malgrange rétorque : "ne pouvez-vous laisser les enseignants libres de faire comme ils l'entendent ? ". C'est évidemment très tentant, d'autant plus que l'on peut employer ces deux approches (comme la commission a essayé de le faire). Mais l'enseignement est une oeuvre de longue haleine puisqu'il se fait en 6 années scolaires ; or, comme chacun le sait, les parents des petits Français, animés d'un mouvement brownien, passent leur temps à déménager et par voie de conséquence, leurs enfants changent d'établissements scolaires (les professeurs aussi, du reste). Pour que ces changements ne troublent pas la scolarité des enfants, il faut donc qu'il y ait des programmes. C'est même sans doute la seule raison sérieuse pour qu'il en existe. Ils constituent la façon la plus simple d'assurer la continuité de l'enseignement. Permettez-moi une parenthèse : s'il existe des programmes, et s'ils sont mauvais, l'enseignement sera difficilement bon (encore que ce ne soit pas exclu !) ; s'ils sont bons, l'enseignement ne le sera pas nécessairement, tant s'en faut. Pour une bonne pédagogie, les programmes comptent pour très peu, et le professeur pour presque tout ; les manuels pour presque autant que les maîtres, car ils fixent une tradition mieux que les programmes, et forment finalement autant les maîtres que leurs élèves.

En tout cas, en France, il existe des programmes, et pour les rédiger, il faut faire des choix. Ces choix comportent nécessairement une part d'arbitraire. Que l'on introduise à la géométrie par l'algèbre, ou à l'algèbre par la géométrie, voilà qui est effectivement indifférent, mathématiquement parlant ; pédagogiquement, il y a dans ce domaine quelques précautions à prendre, quel que soit le choix adopté : motivation dans un cas, intelligibilité dans l'autre. Mais si ce choix est indifférent, il est sûr qu'en géométrie, il y a des structures topologiques qui jouent un rôle important et on peut penser qu'il y a un gain intéressant à les concentrer sur R. En parlant ainsi, je ne tranche pas entre le procédé de Klein, et celui que Monsieur Leray qualifie de bourbakiste ou d'ensembliste. En tout cas, certaines critiques de Monsieur Leray m'échappent : les élèves de quatrième connaissent au moins un ensemble en bijection avec R, c'est R lui-même. Il y a peu de bijections de R sur lui-même conservant sa structure de corps : il y en a beaucoup conservant sa structure affine, mais pas toutes, tant s'en faut ! ce qui montre l'intérêt qu'il y a à expliquer ce qu'est une droite pour le mathématicien. L'image d'un fil tendu ne permet guère de faire comprendre comment le mathématicien utilise la notion de droite. Quoi qu'il en soit et quel que soit le procédé, il consiste effectivement à accrocher les choses sur R et il y a une démarche algébrique qui économise bien des tours de passe-passe topologiques ; or ces tours de passe-passe ne sont pas imaginaires, et tous, vous savez bien que l'évidence est trompeuse. Admettre toutes les choses évidentes pour en déduire des propriétés plus cachées conduit à d'étranges mécomptes. Le principe recommandable pour établir que les médianes d'un triangle sont concourantes, est très efficace aussi pour prouver que tous les triangles sont équilatéraux.

Vous vous rappelez certainement ces "démonstrations" classiques :





On prend deux médianes, on constate qu'elles se coupent, et, sauf si l'on est complètement vicieux, on ne démontre pas ce fait, sinon, comme le dit Lehmann, on démontrerait des choses évidentes ; ce qui reste en suspens, c'est que la troisième médiane passe par le point de concours des 2 premières ; voilà ce qui est à démontrer, tandis que le premier point (concourance de 2 médianes) est admis. Voici pour la première démonstration.

Quant au fait que tous les triangles sont équilatéraux, vous vous souvenez bien de la manière dont on le prouve : on prend la bissectrice d'un angle et la médiatrice du côté opposé, et on les fait soigneusement se couper à l'intérieur du triangle et non pas à l'extérieur, sur le cercle circonscrit ; on considère leur point de rencontre I, on abaisse la perpendiculaire du point de concours sur les côtés de l'angle et on trouve suffisamment de triangles égaux pour constater des égalités de segments (voir figure)... par addition, on trouve $AB = AC$. En recommençant, tous les triangles sont équilatéraux.

Dans ces deux "démonstrations", on admet une "évidence" : l'existence d'un point de concours. Dans aucun des deux cas, cette existence incontestée n'est déductible des propriétés explicitement admises. Que ces évidences ne soient pas de même ordre, il faut beaucoup de science, ou beaucoup de finesse, pour s'en apercevoir. En fait, ce qui fonde une telle démonstration est simplement... l'autorité des maîtres. Principe pédagogique discutable !

— Vous me dites qu'en quatrième, votre professeur vous avait appris les deux démonstrations, et en avait tiré la leçon. Il est vrai qu'il est très instructif, en effet, de faire ainsi, et cela prouve bien d'ailleurs qu'avec un bon corps enseignant, on peut faire beaucoup de choses. Mais il n'empêche que même avec un excellent corps enseignant, la proportion de Français capables de se débrouiller dans les mathématiques de la vie courante est bien faible. Non pas certes, dans les espaces de Banach, mais dans les déclarations d'impôts, c'est-à-dire dans les fonctions affines par morceaux. Il est tout de même essentiel de savoir ce qu'on tient pour évident et ce qui ne l'est pas, même si l'on n'est pas logicien. La non-contradiction n'a été démontrée par personne, et pour cause ; pas question donc de s'attaquer à ce genre de problèmes, mais simplement de concentrer les choses admises et les difficultés dans un minimum d'endroits ; je ne dirais pas dans les endroits les moins nocifs : comme le dit Monsieur Leray, on ne sait pas très bien où se place la nocivité. Il s'agit en fait de ne pas passer sa vie à tenir des discours ambigus ; à partir d'un certain moment, il faut savoir de quoi on parle et à partir de quoi on travaille. Si je supporte, avec quelques autres, la responsabilité de la rédaction de cette horrible définition de la droite affine qui a fait les joies du Canard Enchaîné, et a été rendue encore plus incompréhensible, par édulcoration, pour échapper aux sarcasmes des hommes de "bon sens", c'est bien parce que nous voulions dire de quoi nous parlions : si tout le monde croit savoir ce qu'est une droite, il est bien évident que personne ne le sait, et qu'il faut donc le dire.

Résumons le parti que nous avons pris dans ce genre de question : au lieu d'essaimer les pétitions de principe tout au long du cours de mathématiques, les concentrer en un petit nombre d'endroits bien définis. Bien sûr il y a plusieurs théories des ensembles, et il n'est question d'en décrire aucune ; il s'agit là d'un mot non défini, vague, pris dans un sens intuitif. Ce n'est pas sans danger, mais il s'agit de danger localisé. Le vocabulaire ensembliste permet de dire ce qu'est une droite, ou un plan, un espace de Banach, un anneau ; on est capable de dire beaucoup de choses. Mais si on s'interdit de prononcer le mot "ensemble", non seulement on ne pourra dire ce que sont une droite, un plan, un espace, une droite plongée dans le plan, un plan plongé dans l'espace ; mais on se torturera même l'esprit pour savoir s'il s'agit d'un plan en soi, si vraiment il faut qu'il soit plan ; autrement dit, on confondra les propriétés intrinsèques et les propriétés de plongement, et on sera tout le temps dans la confusion. Nous sommes parfaitement conscients qu'il y a des choses admises, c'est évident ; quand on me parle de théorie des ensembles exposée à des enfants de la maternelle ou de la classe de sixième, aux élèves de seconde, je proteste avec énergie : il n'en est naturellement pas question. Le langage ensembliste est commode ; les situations ensemblistes se prêtent à des représentations graphiques variées ; qu'une même situation mathématique puisse être illustrée de diverses façons est une idée essentielle, parce qu'elle ne se distingue pas du fait que la même théorie mathématique peut décrire des situations apparemment très diverses. Les deux vertus d'un vocabulaire ensembliste dans l'enseignement secondaire sont là : il permet l'unification du langage et la variété des dessins.

J'ajouterai qu'il ne me semble pas aussi évident qu'à Lehmann qu'il s'agit d'un enseignement "de classe" : pour quelques années, parents de toutes classes sociales seront également désarmés pour aider leurs enfants à apprendre ce qu'ils n'ont pas eux-mêmes appris.

Intervention de A. MAGNIER

Après avoir exprimé ma sympathie aux deux brillants orateurs et mon opposition à l'emploi, dans le second degré, d'un "manuel unique", j'ai dit à Monsieur Lehmann que si j'étais totalement d'accord avec lui pour l'excellente description qu'il avait faite des trois processus :

— apprentissage du raisonnement déductif
— axiomatisation d'une situation mathématique
— mathématisation d'une réalité physique,

je ne pouvais retenir le reproche qui semblait être ainsi fait au programme, à son annexe et aux commentaires, d'être trop courts. La nouveauté du programme exigeait que ces textes fussent longs ; mais, à mes yeux, ils sont déjà trop longs.

Monsieur Lehmann a fait allusion aux conditions dans lesquelles se sont déroulés les stages destinés à des professeurs de mathématiques enseignant en quatrième, en novembre et décembre derniers. Il est utile que je précise que, décidés au cours de l'année civile 1970, ils ont été très différents d'une Académie à l'autre ; ils étaient, en principe, de deux jours pour les P.E.G.C., d'une journée pour les titulaires des lycées : il est donc normal que dans un département aussi peuplé que le Pas-de-Calais, P.E.G.C. et certifiés aient été séparés ; il n'en a pas été de même partout.

Monsieur Lehmann a critiqué le fait que j'ai dit de "traiter tout le programme" ; certes, je l'ai dit et je le répète ici. Cette obligation me paraît une absolue nécessité pédagogique et correspond aux engagements pris, tant par les membres de la Commission qui a proposé les programmes que par l'Inspection Générale qui les a acceptés : ne pas traiter entièrement le programme d'une classe compromet gravement, je ne peux pas ne pas le rappeler, l'enseignement dans la classe suivante.

Monsieur Lehmann a également rapporté des propos selon lesquels, à nos yeux, il serait normal "qu'il n'y ait qu'un tiers des élèves qui suivent". Je m'inscris en faux contre cette affirmation et je dis avec netteté, en présence de Monsieur Cagnac, Doyen de l'Inspection Générale de mathématiques, donc en notre nom à tous, que programmes et méthodes pédagogiques, dans le premier cycle, doivent être tels que tous les élèves puissent suivre (interruption de M. Lehmann...)

Monsieur Glaeser a posé sept conditions pour toute réforme ; elles sont très justes mais il sera, je pense, d'accord avec moi pour penser que si l'on avait attendu qu'elles fussent, toutes les sept, réalisées, rien n'aurait été fait.

Je veux lui dire aussi, sans entrer dans les détails, que je n'approuve pas entièrement sa description historique de l'enseignement des mathématiques dans le second degré ; deux faits, si on se borne à l'histoire récente, me paraissent essentiels :

— la modernisation de la présentation des mathématiques dans l'enseignement supérieur est relativement récente ; elle date, si on veut préciser, de 1954 ; seuls donc les professeurs qui ont débuté en 1957 pouvaient en tenir compte dans leur enseignement. En fait d'ailleurs, une première évolution a été faite sans retard, dès 1960, avec de nouveaux programmes de seconde.

— la variété de la formation initiale des professeurs qui enseignent actuellement les mathématiques au niveau du second degré et la pénurie numérique qui sévit depuis 1950 sont des faits ; ils ont eu pour conséquence que les ressources, en hommes, à affecter au "recyclage" sont loin d'être illimitées.

A mes yeux d'ailleurs, et quelle que soit l'importance d'une formation permanente, le problème essentiel est celui d'une formation initiale suffisante ; je pense ici, de manière précise, à celle, trop souvent oubliée, des P.E.G.C.

Enfin je tiens essentiellement à nuancer ce qui a été dit par les deux orateurs sur les professeurs du second degré. Certes chacun d'eux a une forme d'esprit, une compétence, des qualités qui lui sont propres et qui varient considérablement de l'un à l'autre. Mais j'ajoute que je ne connais pas un corps qui, attaché à son métier, ait fait plus qu'actuellement le corps des professeurs de mathématiques.

Intervention de B. MALGRANGE

Je voudrais être extrêmement rapide, et ne pas entrer dans les détails techniques, vous m'en excuserez. Glaeser a dit très justement, en donnant les conditions nécessaires d'une réforme, qu'il faut un plan, et "qu'on ne peut pas changer comme ça tous les six mois". C'est une chose avec laquelle je suis entièrement d'accord, mais qui me semble en appeler une autre : je crois qu'un plan se définit d'abord par son but, par les objectifs qu'on veut atteindre. A ce propos, je voudrais dire très franchement à ceux de nos collègues qui s'occupent de cette réforme que je n'ai jamais très bien compris leurs buts ; quand je leur ai posé cette question, ils m'ont donné des réponses diverses, qui ne me satisfont pas entièrement. Certains m'ont dit : il faut faire des mathématiques pour tous ; autrefois, on ne s'intéressait qu'à un tiers des élèves ; nous voulons faire des mathématiques pour tous, et non pour le tiers qui a la bosse des mathématiques. Ceci est très bien, mais Lehmann a parlé de cette question à la fin de son exposé ; à mon avis, il a justement souligné l'effet de sélection des nouveaux programmes, ou tout au moins de la manière dont certains les interprètent. C'est dire que cette première réponse ne me satisfait pas.

Une deuxième réponse m'a été donnée, qui est la suivante : nous expérimentons d'abord ; quand nous constatons qu'une notion passe dans une classe expérimentale, nous voyons qu'il est possible — donc, dans certains cas, souhaitable — de l'introduire partout ; cela ne me satisfait pas non plus. Je vais prendre un exemple, poussé à l'absurde :

Si l'on constate que les élèves de CM 1 comprennent les tables de vérité, cela ne me prouve pas l'intérêt et la nécessité d'enseigner les tables de vérité en CM 1. Il y a beaucoup de choses qu'on peut enseigner, mais qu'il n'est ni utile, ni intéressant d'enseigner. Par exemple, il ne me paraît pas fondamental de passer beaucoup de temps sur la construction des nombres négatifs ou des réels, il me semble plus utile de savoir s'en servir.

J'en viens à une troisième réponse, donnée tout à l'heure implicitement par Frenkel. J'exagère peut-être ce qu'il a dit, mais j'ai cru comprendre qu'un but essentiel de Frenkel est de "savoir de quoi on parle" et là, je ne suis absolument pas d'accord. C'est évidemment important de savoir de quoi on parle, mais il me semble plus important de savoir en faire quelque chose. Je prends un exemple dans l'enseignement primaire. Je ne sais pas si c'est systématique ou non maintenant, mais j'ai vu des ouvrages où, sous prétexte de "rigueur", de savoir de quoi on parle, on passe un temps extravagant à définir les fractions de manière extrêmement compliquée, avec des opérateurs ou autres,..., il me semble que savoir pratiquer le calcul des fractions est une activité mathématique importante, et qu'à ce niveau, on sait déjà fort bien de quoi on parle quand on sait pratiquer ce calcul et l'appliquer à des problèmes concrets ; l'exigence d'une définition "en forme", dont je ne nie évidemment pas l'intérêt, vient plus tard.

Je ne conclurai pas, c'est plutôt une question que je pose. Il me semble que nous pouvons avoir plusieurs conceptions différentes du but de l'enseignement des mathématiques et qu'il faudrait prolonger cette discussion ; il faudrait en particulier rediscuter de la place de la géométrie, que je considère comme essentielle. Si l'on veut "savoir de quoi on parle", on risque de ne plus faire de géométrie parce qu'il est très difficile d'en faire d'une manière rigoureuse — ou plus précisément, en introduisant dès le début des exigences maximum de rigueur — Pourtant, il me semble essentiel de savoir la géométrie.

Je crois qu'il faut continuer cette discussion parce que nos collègues qui s'occupent de ces questions ont beaucoup de problèmes avec le corps enseignant, avec les programmes, etc..., et que nous ne sommes pas toujours conscients de ces problèmes. Je crois aussi que ces discussions de caractère général devraient être complétées par des réunions de travail de caractère plus technique pour aider à résoudre un certain nombre de difficultés, par exemple celles que l'on rencontre dans l'enseignement de la géométrie, et d'autres encore.

Intervention de M. PARREAU

Je voudrais intervenir sur un point qui risque de faire l'unanimité de la salle contre moi : ce que j'appelle le "mythe de la compétence".

Il me semble en effet que c'est à tort que la plupart des orateurs qui sont intervenus, à commencer par GLAESER et LEHMANN, attribuent une partie des "bavures" de la réforme à la mauvaise qualité du corps enseignant.

Je ne voudrais pas passer pour l'adversaire de la formation des maîtres, dont la nécessité se fait impérieusement sentir, ni avoir l'air de nier l'évidence, à savoir que pendant la période de pénurie le recrutement des professeurs ait été très inégal, mais je ne crois pas du tout que cela suffise à expliquer les difficultés qui se sont présentées dans l'enseignement des mathématiques modernes. Je ne suis même pas sûr que ces difficultés n'auraient pas été plus grandes avec un personnel très qualifié ou surqualifié. En effet, les principales d'entre elles ont été l'excès d'abstraction (j'entends par là non pas la plus noble activité de l'esprit humain, mais la tendance irrépressible de certains enseignants à donner des définitions axiomatiques incompréhensibles pour les élèves du niveau concerné (par exemple en quatrième)), l'inflation du vocabulaire (grâce à laquelle les manuels du premier cycle de l'enseignement secondaire ont sur certains sujets une terminologie plus riche que celle de BOURBAKI) et l'excès d'exercices ingénieux et difficiles dont l'intérêt mathématique est nul.

On pourrait reprendre pour tout ce qui concerne les nouveaux programmes du second degré ce que DIEUDONNE a dit de l'algèbre linéaire : "il n'y a pas de théorie mathématique plus universellement utilisée, il n'y en a pas non plus qui soit plus élémentaire, bien que des générations de professeurs et de faiseurs de manuels se soient ingéniés à la compliquer à plaisir".

Cette tendance à la complication sous les différents aspects évoqués plus haut me paraît être la bavure fondamentale de la réforme et la prétendue incompétence du corps enseignant n'y est pour rien.

Faut-il pour autant condamner la réforme qui a été entreprise ? D'aucuns n'hésitent pas à le faire et les récentes prises de position de savants éminents risquent de renforcer cette réaction.

Pour éviter de telles extrémités, qui méconnaîtraient totalement ce qu'il y a de positif dans la rénovation de l'enseignement des Mathématiques, il me paraît indispensable qu'une "révision déchirante" des programmes et des méthodes soit entreprise par les partisans et les auteurs de la réforme. Il n'y a rien de déshonorant à reconnaître que l'introduction des mathématiques modernes dans l'enseignement élémentaire ou secondaire a conservé jusqu'à présent un caractère expérimental, et qu'il y a lieu d'effectuer une mise au point qui tienne compte des résultats acquis. Celle-ci doit consister surtout en un travail d'élagage, qui fera disparaître des programmes tout ce qui dépasse le niveau de compréhension des élèves, ou même ce que l'on pourrait appeler leur niveau de motivation.

La pratique des mathématiques ne doit pas s'apparenter à l'art pour l'art, et, en classe de quatrième, on ne peut pas considérer qu'elle constitue une fin en soi.

Intervention de A. LICHNEROWICZ

Je serai extrêmement bref, m'étant imposé un devoir de discrétion. Je voudrais répondre à une ou deux questions. Bien sûr nous avons besoin de vous tous, là je suis tout à fait de l'avis de MALGRANGE ; d'ailleurs nous avons reçu de tous ceux qui s'y sont intéressés beaucoup de documents, beaucoup de correspondances. Quels sont les objectifs de cette réforme ? Il y a des objectifs sociaux et des objectifs proprement scientifiques ; je vais simplement faire allusion à ces objectifs sociaux en remarquant que les témoignages que chacun d'entre nous donne, soit comme grand'père, soit comme père, n'ont de valeur que de témoignage. Il y a eu, exécutés par des psychologues, des sondages par échantillon sérieux sur les classes de cinquième et de seconde. Ceci a donné deux faits : le premier c'est qu'il y a environ trois fois plus d'enfants (CEG compris) qui s'intéressent aux mathématiques, le second est que dans ces deux classes la discipline mathématique est considérée comme la plus intéressante. Je ne crois pas qu'il en était ainsi il y a quinze ans. Je pense donc que nous sommes sur une bonne voie.

Le deuxième point dont je veux parler est l'effet de sélection. Je suis, en effet, extrêmement inquiet à ce sujet. L'une des raisons de l'utilisation des mathématiques comme instrument de sélection — c'est une vieille coutume d'ailleurs, le grand bourgeois français était celui qui devait faire à la fois du latin et des mathématiques pour préparer l'Ecole Polytechnique — me paraît être le caractère totalement déséquilibré de notre enseignement scientifique. Depuis quinze ans je demande qu'il y ait une initiation expérimentale à la Physique tout au long du premier cycle ; il semble que les physiciens viennent maintenant à cette conception. Orienter à la fin de la troisième des enfants soi-disant vers les sciences, alors que la seule activité scientifique qu'ils ont connue, à laquelle ils ont participé d'une manière relativement bonne, sont les mathématiques, me paraît un élément fondamental de déséquilibre et par là, propice à toute sélection arbitraire. Il faut bien reconnaître aussi que notre système de baccalauréat universel, de concours nationaux, de grandes écoles, s'appuie sur le fait suivant : il est très facile de juger quelqu'un sur une épreuve de mathématiques et difficile d'imaginer (il faudrait de l'imagination) des épreuves d'aptitude à l'expérimentation. Ceci est un problème sur lequel nous devons nous pencher. À part cela, je suis, comme FRENKEL, en accord avec beaucoup des choses qui ont été dites ici par des gens qui paraissent d'avis différents entre eux.