3
TRIBUNE LIBRE DE L'A.P.M.E.P.

Pour inaugurer cette Tribune, il semble opportun de publier une série de textes qui n'émanent pas tous de membres de l'A.P.M.E.P., il s'en faut de beaucoup, et qui ont été publiés ou nous sont parvenus au cours de la dernière année scolaire. Ils ont tous trait à l'enseignement de la mathématique et certains d'entre eux ont largement contribué à alimenter la polémique. Ces textes sont regroupés autour de deux entités : l'Académie des Sciences et la Société Mathématique de France ; ils apportent tous des informations sur les points de vue de Collègues qui font autorité sur le plan scientifique.

I Textes émanants de l'Académie des Sciences

Vœu relatif à l'enseignement du second degré

Académie des Sciences (22-2-71)

L'Académie des sciences s'émeut du caractère sans cesse plus abstrait et dogmatique de l'Enseignement du second degré, qui sous-estime gravement l'originalité et la richesse de la méthode expérimentale. Malheureusement, ce sont des exercices de déduction, impropres à déceler le sens de l'observation, l'habileté expérimentale et l'aptitude à réagir devant un problème concret qui sélectionnent, dès la fin de la période de scolarité obligatoire, les élèves destinés aux études scientifiques.

C'est pourquoi l'effectif des classes terminales scientifiques a diminué, le nombre des étudiants scientifiques baisse et le recrutement des élèves de l'enseignement technique est de plus en plus déficient.

L'enseignement du second degré a pour but d'assurer une initiation progressive et raisonnable au savoir humain, de manière à réaliser chez chacun une bonne formation générale. Il devrait s'efforcer de développer harmonieusement chez tous l'esprit d'observation et le goût de l'expérimentation, et même l'habileté manuelle, tandis que d'autre part l'emploi des notions abstraites et de leur application aux cas concrets donnerait le désir de comprendre. Les sciences d'observation, les sciences expérimentales et les disciplines techniques qui mettent l'adolescent en contact avec les réalités du monde physique et biologique, sont aussi nécessaires à sa formation que les sciences théoriques.

Il importe que les manuels l'initiant aux théories lui exposent en termes naturels, clairs et simples leurs fondements ; ils doivent lui épargner toute définition qu'il ne puisse employer qu'à dire des banalités en termes savants ; ils ne doivent pas blaser sa curiosité par des vulgarisations prématurées et fallacieuses de faits et de notions modernes.

Il importe aussi de faire saisir à l'élève la profonde unité et continuité de la science au-delà des objectifs et des méthodes propres à chaque discipline.

L'orientation nouvelle de tout l'enseignement scientifique et technique du second degré et le rétablissement de sa haute qualité déterminent la place qu'occupera notre pays dans la compétition entre les Nations.

L'Académie des sciences demande au Gouvernement de mettre en oeuvre ce profond et indispensable changement dans la formation de notre jeunesse.

Sur les programmes de mathématiques en quatrième

par J. LERAY (3-1-72)

Le Bulletin officiel de l'Education nationale (n° 46, 2 décembre 1971, Circulaire n° 71-730, p. 2867-2916) publie, signé du Directeur délégué des enseignements élémentaire et secondaire, un Commentaire des programmes de quatrième et troisième ; à la suite de ces 49 pages est reproduite l'Annexe, d'une page un quart, par laquelle la Commission de réforme des programmes avait clairement expliqué elle-même le sens précis des programmes que le Ministre a promulgués le 22 juillet 1971.

Ce récent Commentaire déclare d'abord "qu'il déborde sur de nombreux points du cadre des programmes" (p. 2867). Puis (p. 2869), au nom du renouveau pédagogique et de la liberté des professeurs, il affirme que "l'action de ceux-ci sera facilitée si, pour interpréter le programme, ils s'inspirent du présent commentaire". Autrement dit, il modifie, en décembre, des programmes appliqués depuis la rentrée de septembre et publiés le 29 juillet. Voyons de quelle façon.

En Géométrie, le programme de quatrième et son Annexe proposent de définir, à partir du corps des nombres réels, ceci : la droite, la droite orientée, le plan.

Ce récent Commentaire propose qu'en quatrième, à des enfants de 13 ans, priés de se rappeler ce qu'est le corps R des nombres réels, on expose ceci : la droite physique, la présentation mathématique d'un axe, la présentation mathématique d'une droite euclidienne, la présentation mathématique d'une droite affine, le plan physique, la présentation mathématique d'un plan affine réel (1). On ne leur "présentera" le plan euclidien qu'en classe de troisième.

Pour les initier à l'esprit géométrique, voici les termes que ce Commentaire préconise (2) :

"Par définition, une droite affine Δ est un ensemble E muni d'une famille Φ de bijections de E sur R telle que :

a) pour tout élément f de Φ, et pour tout élément (a, b) de $R^* \times R$, l'application définie par $g(M) = a\,f(M) + b$ appartient aussi à Φ ;

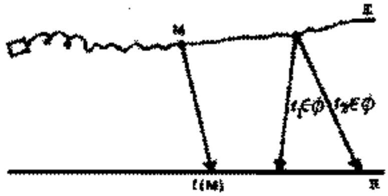
b) réciproquement, si f_1 et f_2 sont deux éléments quelconques de Φ, il existe $(\alpha\beta)$ appartenant à $R^* \times R$, tel que $f_2(M) = \alpha\, f_1(M) + \beta$.

L'ensemble E est appelé le support de la droite affine Δ, un élément M de E est appelé point de la droite affine Δ" (loc. cit. 2886).

---

(1) "réel" par opposition au "plan affine complexe", dont on en parle pas, et pour cause : les élèves ignorent les nombres complexes ! Pourquoi préciser : "plan affine réel" quand on ne précise pas : "droite affine réelle" ?

(2) En recourant à l'alphabet grec, que ces enfants ignorent; c'est que la présentation de la droite euclidienne a épuisé l'alphabet latin, celle de l'axe l'alphabet gothique.



Le "support E d'une droite Δ" en classe de quatrième, depuis septembre 1971.

En classe de quatrième, désormais (1), une droite Δ n'est plus l'ensemble E de ses points ; elle n'est plus une partie de l'espace physique ; mais elle est un "espace", au sens que la mathématique contemporaine donne à ce terme. Tout ensemble E ayant "la puissance du continu" (toute courbe, tout plan, l'espace lui-même, "l'ensemble totalement discontinu de Cantor") est donc le "support d'une droite", en employant la terminologie que ce Commentaire doit créer pour expliciter le Programme. C'est de cette façon que, désormais, les jeunes Français de 13 ans sont préparés à être ingénieurs ou ajusteurs, architectes ou constructeurs d'immeubles.

Ce Commentaire commence par déclarer (p. 2868) :

"Une question ne peut être présentée en quatrième ou troisième comme elle le serait à un étudiant ayant déjà reçu une formation abstraite et acquis un certain esprit de synthèse ; on se gardera du style qui ferait poser à priori des axiomes, en déduire des conséquences initiales, puis justifier l'existence des éléments ainsi introduits." C'est un excellent principe ; mais c'est pour se disculper de le violer qu'on l'énonce.

Ce Commentaire dénature le programme de géométrie de quatrième, qui est à peine entré en vigueur. Ce programme est très cohérent (2), puisque le langage des géométries non euclidiennes permet de le formuler en quelques mots : "les propriétés affines du plan euclidien". La Commission de réforme des programmes, guidée par sa connaissance des géométries nées de celle d'Euclide, préparait excellemment les élèves à les comprendre beaucoup plus tard ; mais elle se gardait bien de leur en parler prématurément : elle ne prononçait pas le mot "affine".

Initier les élèves à une géométrie non euclidienne, la géométrie affine, en classe de quatrième, avant de leur enseigner en troisième la géométrie euclidienne est impossible.

Au nom du Ministre, le Directeur délégué des enseignements élémentaire et secondaire conseille cependant de le tenter. Ce conseil sera évidemment suivi par les auteurs de ceux de ces manuels scolaires qui s'hypertrophient chaque fois que l'occasion se présente.

Un enseignement "démentiel" (3) de la géométrie menace cette classe de quatrième où les vocations doivent s'éveiller ; il met en danger la technique et la science françaises.

Complément au rapport précédent

Le rapport précédent cite trois textes officiels :

— "le Programme pour la classe de quatrième"
(B.O.E.N. n° 30 (4), du 29 juillet 1971, p. 1873-1875),
signé du Directeur adjoint du Cabinet ;

— "l'Annexe proposée par la Commission ministérielle au sujet du programme de quatrième"
(B.O.E.N. n° 45, du 2 décembre 1971, p. 2916-2917),
publiée par le Directeur délégué des Enseignements élémentaire et secondaire ;

— "le Commentaire sur les programmes de mathématiques de quatrième", contenu dans la Circulaire n° 71-370,
(B.O.E.N. n° 45, du 2 décembre 1971, p. 2867-2916)
et signé du Directeur délégué des Enseignements élémentaire et secondaire.

L'Annexe, que le rapport précité critique ainsi que le Commentaire, est en vigueur depuis la rentrée scolaire de septembre.

(1) Vu la définition précédente et vu aussi la définition de la droite qu'impose l'Annexe au Programme ; ce paragraphe-ci s'applique aussi au Programme en vigueur.

(2) Sauf la définition de la droite qu'il impose.

(3) Ce terme est choisi en hommage au Recteur de Paris qui eut le courage de l'employer en pareille matière.

(4) B.O.E.N. : Bulletin officiel de l'Education nationale.

En effet dès avril 1971 le Bulletin de l'A.P.M. (1) (n° 278, mars-avril 1971, épreuves corrigées en date du 31 mars ; p. 203-209) a publié le texte exact du Programme et de l'Annexe (à des permutations près d'alinéas n'altérant en rien le sens). La confirmation officielle du Programme (B.O.E.N., n° 30), en annonçant des commentaires (p. 1873), garantissait dès juillet 1971 l'authenticité de l'Annexe ; cette authenticité devait être effectivement établie par le B.O.E.N. du 2 décembre 1971.

L'A.P.M. précise qu'elle a publié ces textes officiels, plusieurs mois avant le Ministère, sans avoir bénéficié d'aucune information officieuse (Bulletin A.P.M., n° 278, mars-avril 1971, p. 209, à caractères gras) ; l'A.P.M. signale en ces termes sa source de renseignements :

"L'Administration de l'Education nationale ... n'hésite pas à dialoguer avec les éditeurs. L'information des professeurs, qui seront seulement chargés d'enseigner ces programmes, la préoccupe-t-elle moins ? ".

Tel est le processus par lequel un texte excellent (le Programme) est gravement altéré, avant même sa parution, par un texte d'abord officieux, (l'Annexe) qu'un texte officiel (le Commentaire) finit tardivement par authentifier et par hypertrophier de façon "démentielle", comme disait le Recteur Sarrailh.

L'Académie des Sciences doit mentionner ce processus ; mais elle n'a pas autorité pour le qualifier ; c'est d'ailleurs superflu, comme le lui rappelle le sourire qui plane sur elle : celui de Molière.

---

(1) A.P.M. ou A.P.M.E.P. : Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement public.

Communication à l'Académie des Sciences

par A. LICHNEROWICZ (10-1-72)

Mes chers confrères,

J'ai désiré m'adresser à vous en ma qualité de délégué de l'Union mathématique internationale à la Commission de l'Enseignement interunion scientifique (I.C.S.U.) d'une part pour vous communiquer les résultats d'une brève analyse de l'enseignement scientifique à travers certains pays développés, d'autre part pour faire quelques réflexions critiques sur la situation française.

Je voudrais d'abord — aussi paradoxal que ce soit — me présenter à vous : j'ai été de 1962 à 1966 Président de la Commission de l'Enseignement de l'Union mathématique internationale et membre de cette Commission de 1966 à 1970. A ces postes, j'ai eu l'honneur d'être élu par des délégués des mathématiciens du monde entier. Dans mon action, comme dans mes déclarations, j'essaye de ne pas trahir leur confiance.

Au sein de la Commission de l'Enseignement I.C.S.U., comme au sein des groupes de travail, les convergences d'analyse entre les physiciens, principalement américains et suédois, et moi-même sont d'autant plus grandes qu'ils me reconnaissent souvent comme l'un des leurs. Notre Commission a pris comme thème les nécessités d'un enseignement scientifique intégré et la formation des maîtres des différentes disciplines, compte tenu de ces nécessités. Une conférence internationale organisée par notre Commission aura lieu à Washington dans un délai proche. Je vous rendrai compte de ses travaux.

A qui analyse, aujourd'hui, l'enseignement scientifique secondaire d'un certain nombre de pays développés, connus par la qualité de leurs physiciens et de leurs ingénieurs (Etats-Unis, Hollande, Suède, Japon), il apparaît que leurs élèves bénéficient d'un enseignement mathématique qui se renouvelle dans le même sens que le nôtre, équilibré par un enseignement physique où l'approche expérimentale a largement sa place et qui s'étale le plus souvent tout au long du secondaire (je laisse de côté la biologie par suite de mon incompétence). Si cet enseignement est encore très insuffisamment intégré, il reste que, dès le premier cycle du secondaire, des élèves pour lesquels l'électricité, par exemple, fait désormais partie du quotidien sont amenés souvent à réfléchir sur cette expérience quotidienne, à faire des montages, à mesurer, et qu'on les habitue fort tôt à la matière, à ses pièges comme à ses prestiges.

Une autre remarque s'impose, concernant la formation des futurs maîtres : en physique, on voit le plus souvent courir, tout au long du cycle universitaire, un cours dit de physique générale, confié à un théoricien, et qui constitue la colonne vertébrale de l'enseignement. A Zürich, ce théoricien fut longtemps Pauli, à Princeton Wheeler, au Californian Institute of Technology Feynman. Articulée sur ce cours, la formation mathématique des futurs maîtres en physique est généralement supérieure à celle dont bénéficient actuellement nos étudiants. Inversement, dans trop de pays encore et hélas présentement en France, les futurs mathématiciens ne bénéficiant pas de cours de physique, de mécanique ou d'astronomie spécialement destinés à eux.

D'une façon générale enfin, l'Ecole Polytechnique fédérale de Zürich comme le M.I.T. convient leurs étudiants à des séminaires d'épistémologie, où en particulier le rôle et les limites des modèles mathématiques du réel sont analysés en profondeur. On évite ainsi d'assez atterrantes naïvetés.

A la lumière de l'expérience internationale, notre enseignement scientifique français apparaît, à travers les lycées, comme profondément déséquilibré, non pas par un enseignement mathématique en voie de renouvellement, mais bien par les carences de l'enseignement de la physique. Tel est le jugement des physiciens étrangers résidant provisoirement en France et ayant des enfants dans nos écoles. Selon le témoignage même de nos collègues français, l'enseignement de la physique est resté substantiellement le même depuis soixante dix ans à travers les trois années du second cycle de l'enseignement secondaire auxquelles il se borne tristement. Dans son état présent, il n'est le plus souvent ni théorique, ni expérimental ; il est vieillot (épithète de A. Kastler) et livresque : pour nos enfants, faire de la physique, c'est faire des "problèmes de physique", à partir de formules cueillies à la bonne page du livre ou apprises par coeur. Est-ce cela la physique ? Est-ce cela un enseignement qui développe l'observation, l'imagination et le sens du concret ?

A la différence de leurs collègues étrangers, les physiciens français se sont en fait désintéressés, jusqu'il y a un an, des problèmes posés dans les lycées à la fois par l'évolution de la science et par celle des finalités de l'éducation. Nous attendons encore vainement, en France, des suggestions positives faites en matière d'enseignement de la physique. Si l'Académie, comme je le souhaite, veut en faire, il est grand temps qu'elle mette au travail sa Commission de l'enseignement. Pour moi j'esquisserai quelques souhaits :

— qu'un enseignement expérimental de la physique s'étende tout au long du secondaire

— que nos collègues physiciens utilisent plus effectivement l'instrument mathématique qui est aux mains de leurs élèves dans le second cycle

— qu'ils enseignent correctement, donc probablement le plus tard possible, la dynamique : trop de manuels en usage demeurent incorrects en ce qui concerne les fondements de la dynamique

— qu'ils rendent manifestes aux élèves l'unité et l'intérêt de leur science.

Venons-en aux mathématiques. Je me permettrai de citer brièvement le texte de l'un de nos confrères :

"Ce sera pour moi, dit-il, l'occasion de préciser et en quelque sorte de justifier l'esprit et la tendance des mathématiques modernes. Il semble en effet à bien des observateurs superficiels qu'il y ait un abîme entre les mathématiques telles qu'on les comprend aujourd'hui et telles qu'on les comprenait il y a cent ans. Les mathématiques, à les en croire, seraient devenues une science de curiosité dépourvue de tout objet réel, un jeu d'esprit dont le seul intérêt serait la difficulté et dont les efforts ne sauraient contribuer d'aucune manière à l'étude rationnelle de l'Univers. Peut-être mes considérations suffiraient-elles à montrer qu'un tel jugement est dénué de profondeur, que le développement actuel des mathématiques est une évolution nécessaire et que l'intelligence la moins abstraite, la plus éprise de réalité, qui chercherait à perfectionner les sciences exactes en vue d'applications importantes ne pourrait guère suivre d'autre voie que celle où l'on s'est engagé aujourd'hui".

On ne saurait mieux dire. Ce texte a été prononcé dans une leçon d'ouverture par Paul Painlevé, le 10 octobre 1895, en présence de sa Majesté le Roi de Suède. On voit que certains procès de tendance visant les mathématiques ne datent pas d'hier. Peut-être réussissait-on, à cette époque, à éviter une agressivité et une passion qui semblent loin de la sérénité nécessaire à l'activité scientifique comme à l'éducation. N'ayant aucun goût pour la controverse, mais ayant été habitué à l'exactitude et à la rigueur intellectuelle, non à des amalgames brouillons, j'aimerais rappeler à l'Académie des faits concernant l'enseignement mathématique.

1°) Son renouvellement est un phénomène mondial, ainsi que l'attestent un rapport de la National Science Foundation, le colloque consacré par l'UNESCO dès 1968 à ce problème et bien d'autres conférences internationales depuis.

2°) La Commission française de réforme est née fin 1967. Aucun étudiant ou élève de grande école n'a été formé par les nouveaux programmes qui, après avoir été expérimentés, ont été mis en place en sixième et seconde en octobre 1969 et débutent cette année en terminale. Aucun programme antérieur n'a fait autant de place au calcul (numérique ou algébrique). C'est un état antérieur qui est critiqué, parfois à juste titre. Un gros effort doit être fait, en effet, sur la pratique du calcul.

3°) La Commission de l'enseignement de l'Académie a été informée par moi-même particulièrement des projets de programme de quatrième et troisième (janvier 1967). J'ai dit et écrit à Messieurs les Secrétaires perpétuels que je me tenais à la disposition de l'Académie pour toute information ou consultation qu'elle souhaiterait. Rien n'est venu.

Venons-en à la géométrie de quatrième, école à la fois d'imagination et de raisonnement. Quelles que soient l'amitié que je porte à notre confrère Leray et l'admiration que m'inspire son génie de mathématicien, il m'est impossible de laisser dire "qu'il s'agit d'enseigner en quatrième une géométrie non euclidienne" : Euclide lui-même serait-il devenu non euclidien ?

Les commentaires mis en cause recommandent à plusieurs reprises une analyse préalable, longue et détaillée, de situations concrètes. C'est là un "excellent principe" d'après Leray qui ajoute : "c'est pour se disculper de le violer qu'on l'énonce"; étrange logique du procès de tendance. On convie alors les enseignants à dégager des énoncés clairs, classiques, puissants (en quatrième ce sont principalement les énoncés d'Euclide et de Thalès) à les prendre comme axiomes et à en étudier un certain nombre de conséquences. La démarche d'Euclide lui-même, non celle de ses épigones, est parfaitement semblable, le théorème de Pythagore étant rejeté notablement plus tard.

L'épithète "non euclidienne" a une signification commune à l'ensemble des mathématiciens : elle signifie nier l'axiome d'Euclide. Ce n'est pas le cas ici puisque cet axiome est au contraire pris comme base. Il y a dans l'emploi de cette épithète au moins un jeu de mot non innocent, capable d'impressionner certains bons esprits. J'aimerais leur demander si, dans un graphique où l'on porte la pression d'un gaz en abscisse et son volume en ordonnée, les axes correspondent à des droites euclidiennes et ce qui signifient au juste les changements d'unités. Ceux-ci figurent au programme.

Puis-je aussi faire observer qu'une droite mathématique n'a jamais été "identique à l'ensemble de ses points" et qu'elle ne saurait "être une partie de l'espace physique", sous peine d'être une droite physique. Une droite mathématique peut être un modèle pour une droite physique qui est elle-même une image. Ce passage du modèle à l'image est à la base de toute mathématisation d'une situation. La confusion n'est pas une école de clarté ; mais laissons cela qui lasserait la patience de l'Académie.

Je conclurai par deux remarques :

Les enfants de nos collèges seront dans la plénitude de leur vie active dans vingt ans. Peut-être est-il utile qu'ils soient armés pour le monde où ils vivront, non pas celui d'hier. On s'est préoccupé du sort des ajusteurs et des architectes. Depuis quinze ans, il n'y a plus d'ajusteurs aux Etats-Unis. Un architecte, aujourd'hui, est aussi un homme qui doit savoir analyser un système complexe de fonctions et les traduire dans l'espace à travers des processus de programmation, réglant par exemple la circulation des biens et des personnes, l'évacuation rapide, etc... Dans cette activité toute imbriquée à la conception, nul ingénieur ne peut se substituer entièrement à lui. Quant aux maisonnettes, il n'en construit pratiquement plus.

Devons-nous d'autre part, dans un monde technique où se développe l'ordinateur, préparer la formation d'ingénieurs identiques à ce qu'ils étaient en 1920 ? Faut-il rappeler que ces ingénieurs qui sortent aujourd'hui du M.I.T., du Cal. Tech., des Ecoles Polytechniques de Delft, Stockholm ou Zürich, où j'ai enseigné, oeuvrent à partir d'un enseignement mathématique renouvelé ? Veut-on que, dans peu d'années, nos ingénieurs apparaissent comme des sous-développés sur le marché international du travail ? Si un tel choix était fait, technique et science française seraient en effet bien menacées.

Nous pratiquons tous ici, mes chers confrères, une orgueilleuse fantaisie qui a débuté quelques cinq siècles avant J. C. et modelé le monde : je veux dire la Science. Nous respectons l'héritage du passé et l'exemple des grands savants qui furent avant nous. Mais cet exemple consiste aussi à faire comme eux. Ce n'est pas en les recopiant que nous serons leurs héritiers.

A propos de l'enseignement scientifique dans le second degré

Communication de Monsieur Alfred KASTLER à l'Académie des Sciences (24-1-72)

Dans les discussions récentes au sujet de l'enseignement scientifique du second degré, j'ai été mis en cause.

Je voudrais donc me permettre de préciser le point de vue des physiciens.

Les physiciens ne sont nullement opposés à une rénovation de l'enseignement des mathématiques. Dans la mesure où cet enseignement devient plus logique et plus cohérent, il devrait entraîner une économie de temps et de moyens et ne pas nécessiter une hypertrophie des heures d'enseignement de mathématique au détriment de l'enseignement des sciences expérimentales. Il est bien vrai aussi que l'enseignement de la physique a gardé un aspect qui ne correspond plus aux exigences modernes. Ce n'est pas la faute des enseignants, mais la faute des programmes et des horaires. Les plus ardentes volontés de réforme se heurtent au goulot d'étranglement constitué par l'insuffisance des horaires et par l'introduction trop tardive de la physique dans le cursus.

Mais il est faux de prétendre que rien n'a été fait pour changer cet état de choses. La Société de Physique, l'Union des Physiciens et l'Inspection Générale travaillent depuis plusieurs années de concert pour rénover cet enseignement. Grâce à leur suggestion, une Commission ministérielle a été chargée de préparer les nouveaux programmes de physique. Une Commission semblable va fonctionner pour la biologie et les sciences de la terre. Un effort méritoire a d'ailleurs été fait par le corps enseignant des lycées et collèges pour intégrer au cours des travaux pratiques illustrant la méthode expérimentale, ceci malgré les difficultés considérables résultant des limitations budgétaires et de l'exiguïté des locaux. Mais une profonde réforme de structure s'impose. Elle ne doit pas être improvisée, mais faire l'objet d'une étude pédagogique approfondie s'inspirant de celle en cours dans les pays anglo-saxons. Faut-il ajouter que dans l'Enseignement Supérieur même, une réforme profonde des programmes de physique a été instaurée en 1967 et qu'elle aura sa répercussion sur la formation des maîtres du secondaire ? Par ailleurs, des cours de recyclage ont été organisés pour les professeurs du secondaire et connaissent un succès croissant.

J'ai dit que malgré les reproches de lenteur que leur adressent leurs collègues mathématiciens, les physiciens entendent procéder lentement et méthodiquement pour mettre en place la réforme de l'enseignement des sciences expérimentales. Ce sont les conditions mêmes de la mise en place du nouvel enseignement de la mathématique qui nous invitent à cette prudence. Dans sa réponse au discours du président de notre Académie*, le président de l'Association des professeurs de mathématiques dit** : "que la réforme de l'enseignement mathématique ne peut être jugée sur ses seules premières réalisations, qu'elle ne prendra toute sa signification que, l'information des maîtres ayant été suffisante, lorsqu'elle pourra se développer de la maternelle à l'Université", et je le cite encore : "Il est vrai qu'on peut trouver dans certains cas des exemples caricaturaux, la raison principale en est le manque d'information des maîtres qui est total au niveau de l'enseignement élémentaire".

* Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, tome 273 (13-12-71), p. 135-136

** Lettre publiée dans "l'Education", n° 123 du 6-1-72, p. 7

Mes chers Confrères, n'est-ce pas l'aveu, par ceux-mêmes qui ont la responsabilité d'instaurer la réforme, que celle-ci est faite dans de mauvaises conditions, qu'on a la prétention de former les élèves avant d'avoir formé les maîtres.

Car ces "certains cas" dont parle M. Colmez sont nombreux, et chez beaucoup de maîtres, d'élèves et de parents, c'est le désarroi ; c'est là que réside le scandale. Lorsque, pour instaurer l'enseignement de la logique, on procède d'une manière aussi dépourvue de sens pédagogique, les plus graves appréhensions ne sont-elles pas justifiées ?

Et je pose la question à nos collègues mathématiciens : Comment voulez-vous que les gens du dehors jugent une transformation autrement que par ses premiers résultats ? Ne soyons pas injustes. Nous savons que toute innovation crée des perturbations, mais dans le cas qui nous préoccupe, la mesure a été dépassée.

Mais revenons au problème des sciences expérimentales.

Comme je l'ai déjà fait remarquer, dans la situation actuelle des horaires, toute tentative de réforme de l'enseignement des sciences expérimentales dans le second degré s'avère impossible.
En effet, depuis l'introduction du nouvel enseignement de mathématique, la répartition globale des horaires, pour l'ensemble du cycle secondaire s'étendant sur les sept années de la sixième à la terminale, est, en ce qui concerne la moyenne générale du nombre d'heures hebdomadaires, la suivante :*

En section C

Mathématique : . . . . Moyenne 5 heures

Ensemble des Sciences Expérimentales (Physique, Chimie, Biologie) : . 3 heures 1/7

En section D

Mathématique : . . . . 4 heures 3/7

Sciences Expérimentales : . . . . 3 heures 4/7

Si, comme l'a affirmé Monsieur Germain, l'enseignement actuel de mathématique ne privilégie plus les orientations vers les sciences expérimentales et vers l'art de l'ingénieur et si, comme il le préconise, il convient de créer dès le début des études secondaires, en dehors de l'enseignement de la mathématique, un enseignement général des Sciences devant prendre à sa charge l'enseignement des mathématiques utiles au développement des sciences expérimentales, on mesure à quel point la situation est devenue dramatique. Elle a été d'ailleurs encore récemment aggravée par le fait que l'administration a privé la Physique d'une heure d'enseignement du second cycle, en liaison avec l'introduction de l'enseignement des mathématiques nouvelles dans ce cycle. Un projet de nouvelle grille, prévu pour 1974, fera empirer cet état de choses s'il est mis en application, car il réduit dans certaines sections scientifiques l'enseignement de la physique à un enseignement partiellement facultatif.

Aussi, lorsque par surcroît, on reproche maintenant aux physiciens la "carence" de leur enseignement, ceux-ci ne peuvent s'empêcher de penser que cette ironie a pour eux un goût amer.

Conformément au voeu exprimé par l'Académie des Sciences *, nous désirons que la réforme en cours aboutisse à un enseignement équilibré entre les disciplines abstraites et les sciences d'observation et d'expérimentation. Il importe que les élèves puissent entrer en contact avec la réalité physique dès le début des études secondaires, à l'âge où le monde de la science et de la technique correspond aux centres d'intérêt naturels de l'enfant.

Nous constatons avec satisfaction que Monsieur Lichnérowicz, Président de la Commission d'Enseignement des Mathématiques, est d'accord avec nous sur ce point. Mais l'expérience récente nous a rendus circonspects. Nous éprouverons la sincérité des attitudes lorsqu'il s'agira de répartir les horaires sans les surcharger pour réaliser cet enseignement équilibré qui est le but de nos efforts.

Je voudrais insister sur un dernier point qui est capital : la plupart des parents universitaires dont les enfants suivent actuellement l'enseignement secondaire constatent que leurs enfants perdraient pied s'ils ne les

---

* Le détail des heures hebdomadaires pour les différentes classes est donné dans l'annexe.

* Comptes Rendus de l'Académie des Sciences du 8 Mars 1971

aidaient constamment, surtout en mathématiques, à accomplir leur travail à domicile. Combien de parents sont susceptibles de fournir cette aide à leurs enfants ? C'est cet état de choses qui constitue actuellement le plus grave obstacle à la promotion sociale. Sans doute les promoteurs du nouvel enseignement proclament-ils "le droit à la mathématique" de tous ; on ne verra plus, nous disent-ils, une poignée d'élèves suivant l'enseignement, les autres étant rejetés vers les ténèbres. Mais l'impression première de beaucoup de parents est que l'évolution ne se fait guère dans ce sens. C'est ce critère qui nous permettra de juger de la valeur pédagogique de l'innovation en cours.

ANNEXE

Détail de la répartition des heures hebdomadaires d'enseignement entre les disciplines scientifiques

	MATH	PHYS. et CHIMIE		BIOLOGIE
1er Cycle				
Classe de 6e	4	0		2
5e	4	0		2
4e	4	0		1
3e	5	0	1 classique	1 1/2 moderne
TOTAL :	16	0	6	6 1/2
2ème Cycle				
Section C (Section D)				
2e	5 (6)	4 (4)		0 (0)
1e	6 (6)	5 (4)		0 (3)
Term.	9 (8)	5 (4)		2 (4)
TOTAL :	20 (18)	14 (12)		2 (7)

	MATH	PHYS. et CHIMIE	BIOLOGIE
TOTAL GENERAL :	36 (31)	14 (12)	8 (13)
		22 (25)	

Sur l'enseignement des mathématiques

Communication de Monsieur Paul GERMAIN à l'Académie des Sciences (17-2-72)

Si l'on veut dépasser le stade des affrontements bien souvent négatifs et stériles auxquels donne lieu actuellement la réforme systématique et généralisée de l'enseignement des mathématiques, il faut partir de la constatation sur laquelle s'accordent aussi bien les partisans que les détracteurs de la réforme. Or voici un énoncé qui reçoit l'approbation des uns et des autres, ainsi que j'ai pu le constater ces derniers mois.

"Alors que jusqu'à une date relativement récente, l'enseignement des mathématiques privilégiait incontestablement les orientations vers les sciences mécaniques, physiques, chimiques et les applications aux disciplines soutenant l'art de l'ingénieur, l'enseignement actuel, en France, de la mathématique — car en devenant modernes, les mathématiques sont devenues singulier — ne les privilégie plus du tout".

Il était inévitable que la mutation extraordinaire des mathématiques contemporaines, qui restera dans l'histoire de la culture l'un des acquis majeurs du milieu du XXème siècle, se traduise par une évolution de l'enseignement. On peut certes regretter que les autorités de notre pays, enfermées dans le cadre centralisateur et uniformisant de l'éducation nationale française, aient pris, sans doute un peu prématurément, le risque et la responsabilité d'imposer une réforme unilatérale et généralisée de tout l'enseignement mathématique. On aurait pu espérer, qu'au niveau de l'enseignement tout au moins, on ait gardé le souci d'assurer le contact avec la mécanique et la physique. Même si ce fut initialement l'intention des auteurs des programmes, la manière dont la réforme est appliquée montre que le divorce évoqué dans l'énoncé qui précède est une réalité. C'est pourquoi ma position est de partir de cette constatation, sur laquelle tout le monde peut s'accorder et qui traduit un état de fait qui me paraît pour l'instant irréversible, pour en déduire des conséquences positives et novatrices. Permettez-moi d'en exposer quelques-unes qui mériteraient, me semble-t-il, d'être précisées et approfondies.

1 — Le recrutement des élèves des écoles d'ingénieurs et des étudiants de l'enseignement supérieur scientifique et technique ne doit plus s'effectuer en testant essentiellement les aptitudes et les connaissances en mathématique — (au singulier) — des candidats, alors qu'il était normal de le faire dans le passé lorsque l'enseignement des mathématiques s'effectuait en étroite liaison avec celui des sciences mécaniques et physiques et en privilégiant considérablement l'orientation vers ces disciplines.

2 — En conséquence, compte tenu des besoins intellectuels et professionnels de la

Nation, il convient dans l'enseignement secondaire de réduire l'enseignement moderne de la Mathématique qui s'apparente maintenant plutôt à une discipline d'expression générale. Il me semblerait suffisant de lui consacrer un nombre d'heures hebdomadaires qui ne serait pas supérieur à celui dont disposaient les mathématiques avant la guerre sous le régime dit de l'égalité scientifique — soit 2 heures par semaine pour les classes de la sixième à la seconde.

3 — Prenant acte de l'orientation donnée à l'enseignement de la mathématique et du vide causé par cette nouvelle orientation, il convient de créer, dès le début des études secondaires, un enseignement général de Sciences : sciences mathématiques, physiques et chimiques. Cet enseignement de Sciences, qui ferait évidemment usage des notions et concepts introduits dans le cours de Mathématique (au singulier), aurait à développer entre autres des matières comme la géométrie euclidienne, la géométrie analytique, la cinématique, la statique, la dynamique, qui autrefois étaient enseignées par les professeurs de Mathématiques.

Un tel enseignement de Sciences, qui devrait jouer un rôle majeur dès qu'interviendrait un commencement de spécialisation scientifique, ne peut voir le jour que si nos collègues physiciens se montrent ouverts et prêts éventuellement à reviser certaines de leurs méthodes de pensée. Il faut qu'ils fassent place — en leur sein ou à côté d'eux — à ceux qui comme eux se consacrent au développement de la connaissance de notre univers, mais qui, par goût, par vocation et par expérience ont choisi d'y accéder par l'intelligence mathématique de la réalité physique et expérimentale ; alors que, jusqu'ici en France, les physiciens les ont empêchés de jouer le rôle qu'ils jouent à l'étranger en leur interdisant pratiquement d'enseigner même en première année de premier cycle de nos universités.

Nos mathématiciens se sont peut-être montrés trop novateurs dans leurs conceptions de l'enseignement : puissent nos physiciens ne pas se révéler trop conservateurs ! Il faut en effet que tant dans l'esprit des programmes que dans le recrutement des enseignants, il soit tenu compte de cette "fonction théorisante" de la science moderne. Par exemple, il convient qu'une partie des étudiants de nos maîtrises de Mécanique et de Mathématiques — Applications Fondamentales — puissent, moyennant un complément convenable de formation, être appelés à participer à cet enseignement de Sciences.

4 — Un effort de réflexion, d'approfondissement et d'adaptation s'impose à ceux qui doivent enseigner la mécanique et certaines parties de la physique au niveau des grandes écoles et de l'université pour faire face à la situation difficile suivante : les concepts des mathématiques traditionnelles étaient élaborés et enseignés dans cet environnement physique privilégié évoqué plus haut. Ils étaient naturellement porteurs d'intuition physique et donc immédiatement utilisables. Actuellement ils sont élaborés et enseignés en dehors de ce contexte. Les enseignants de mécanique et de physique ont alors tendance à continuer à utiliser leurs modes d'expression ancienne qui leur paraissent plus appropriées. Cela n'est pas bon ; car, d'une part leurs étudiants formés d'une autre manière ne peuvent plus les suivre et font l'expérience d'un hiatus dans la trame continue de la connaissance scientifique, et d'autre part, ces enseignants se privent de modes de pensée et d'expression qui recèlent une fécondité certaine. Il incombe aux professeurs, notamment à ceux qui enseignent la mécanique et la physique classiques qui soutiennent encore aujourd'hui une part si importante du développement technique, de travailler pour découvrir, en y mettant le temps nécessaire, toutes les résonnances physiques que contiennent les notions modernes de Mathématique et pour les utiliser dans leur enseignement en les chargeant de cette signification physique qui en fera des clefs privilégiées pour ouvrir une intelligence renouvelée de la réalité physique.

Telles sont, à mon sens, quelques lignes constructives d'action découlant assez directement de la constatation énoncée au début de cette communication et sur laquelle tout le monde est d'accord. L'attitude qui me paraît la plus raisonnable est de tirer le meilleur parti de l'état de fait actuel en envisageant lucidement les conséquences qu'il faut en déduire pour l'enseignement des Sciences. Si nous savons le faire avec audace et bon sens, l'enseignement général des Sciences Mathématiques, Physiques et Chimiques pourra s'en trouver bénéficiaire.

Au risque de la schématiser abusivement, je résumerai ma position en quelques phrases. Il faut par dessus tout offrir une vue complète et continue de la connaissance scientifique. Or, on doit constater que les professeurs de Mathématique ont abandonné aujourd'hui un certain terrain et une certaine orientation. Il faut donc que ceux qui croient en la vertu et à l'efficacité de l'intelligence mathématique de la réalité physique puissent prendre leur part dans la formation scientifique de nos élèves et de nos étudiants.

P.S. — (Ce qui suit ayant déjà le caractère d'une contribution à la discussion ne fait pas partie de la communication lue en séance publique).

Pour préciser ma position sur les interventions que nous avons entendues en séance publique les 3 et 10 janvier derniers, j'ajouterai à ma communication ceci.

a) Il reste évidemment indispensable de déceler impitoyablement les erreurs graves que l'on trouve dans certains manuels de mathématique ou dans certaines directives qui font preuve d'une dangereuse prétention. J'approuve entièrement l'action de mon confrère Jean Leray qui plusieurs fois a attiré l'attention de l'Académie des Sciences sur de telles erreurs. Puissent ses avertissements être entendus et ramener certains de nos enthousiastes novateurs à des conceptions pédagogiques plus raisonnables !

b) Tout en souscrivant à la plupart des affirmations de mon confrère André Lichnérowicz, je ne peux partager complètement son optimisme sur l'enseignement mathématique actuel en France. Mon expérience personnelle d'enseignant dans les Facultés d'Ingénieurs aux Etat-Unis et mes informations de première main sur la formation des élèves ingénieurs en U.R.S.S. et au Japon me conduisent à des constatations sensiblement différentes de celles qu'il a énoncées. Je redoute par-dessus tout la cassure entre un enseignement de la mathématique qui ne s'intéresse plus spécialement à la connaissance de l'univers physique et celui de la physique qui, par réaction, privilégierait encore plus que par le passé les approches purement expérimentales. Je sais que mon confrère partage mon souci, mais je crains que, néanmoins, ses recommandations ne contribuent en fait qu'à accentuer le hiatus que je déplore.

Vœu du Comité Secret de l'Académie des Sciences

(6-3-72)

(Extrait des Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences, t. 274, p. 95, séance du 13 mars 1972, Vie Académique).

En Comité secret le 6 mars 1972, l'Académie a adopté le voeu suivant, relatif à la rénovation et à la coordination des enseignements scientifiques secondaires :

L'Académie des Sciences,

estimant important de rénover et de coordonner les enseignements scientifiques secondaires, d'y équilibrer observation, expérimentation et déduction et de les perfectionner en développant des expériences pédagogiques, en procédant à la critique de manuels, en assurant une large formation des maîtres, en attribuant aux établissements secondaires les équipements appropriés ;

observant que, dans certaines classes, la modernisation en cours de l'enseignement mathématique aboutit trop souvent à des manuels ou décevants ou aberrants et à des enseignements défectueux ;

constatant que les mathématiques ne rendent plus aux autres disciplines tous les services qu'elles leur doivent ;

se félicitant de la récente création par le Gouvernement d'une Commission de réforme de l'enseignement des sciences physiques,

émet le voeu

- qu'une Commission de réforme analogue soit créée pour les sciences biologiques et les sciences de la terre ;
- qu'un enseignement expérimental des sciences physiques et biologiques, s'étendant tout au long de l'enseignement secondaire, soit mis en place ;
- qu'un organisme de conseil pluridisciplinaire soit créé, auprès du Directeur général de la pédagogie, pour coordonner et compléter le travail des Commissions spécialisées, éviter tout malmenage scolaire, favoriser l'essor de l'esprit des élèves, de leurs qualités d'observation et de leur habileté manuelle, faciliter le développement de leur personnalité et leur orientation scolaire.

L'Académie décide de joindre à ce voeu le rapport ci-après.

Rapport sur la réforme de l'enseignement secondaire des mathématiques, rédigé à la demande de l'Académie des Sciences

par Jean LERAY (21-2-72)

Cette réforme se poursuit depuis quatre ans. C'est seulement la publication tardive du commentaire des programmes de quatrième et troisième, entrant en vigueur respectivement en septembre 1971 et 1972, qui révèle le caractère véritable de cette réforme (cf. le Bulletin Officiel de l'Education Nationale, 29 juillet 1971, p. 1872-1878, les programmes ; 2 décembre 1971, p. 2867-2917, leur commentaire). L'esprit de ce commentaire explique les aberrations de manuels qui provoquent le désarroi des élèves et des professeurs ; aucun recyclage de ceux-ci ne peut y remédier.

Préliminaire : La nécessité d'une réforme — L'importance croissante des langages logique et ensembliste, de l'analyse combinatoire (c'est-à-dire des applications d'ensembles finis vers des ensembles finis), de la statistique, des probabilités, du calcul différentiel et intégral et des espaces vectoriels exige que l'enseignement soit modernisé et diversifié.

D'autre part, l'exposé de la géométrie à la façon d'Euclide est inacceptable : il débute par des raisonnements fallacieux ; le corriger en explicitant tous les axiomes nécessaires est vain, car cela ne prépare pas la définition des géométries autres que la géométrie d'Euclide à 1, 2 ou 3 dimensions. Or, il importe de les connaître : elles se construisent à partir d'un corps qui, dans l'enseignement secondaire, sera toujours le corps R des nombres réels. C'est cette construction qu'on doit faire comprendre.

Si les diverses géométries se construisent à partir de l'algèbre, l'intuition géométrique inspire cependant l'algébriste et l'analyste, qui emploient souvent le langage géométrique. De même, en logique mathématique, il est difficile de comprendre qu'on ait le choix entre plusieurs théories des ensembles si l'on ignore la diversité des géométries (euclidienne, sphérique, de Lobatchevsky, de Riemann, etc ...).

L'enseignement secondaire doit donc simplifier l'enseignement de la géométrie, sans minimiser son rôle, l'élargir et diversifier l'enseignement des mathématiques. Tous les Pays le savent ; les Pays non centralisés essayent simultanément plusieurs choix. Nous les schématiserons en trois options.

1. L'OPTION PRAGMATIQUE.— Cette option consiste à postuler les propriétés des notions qu'on manie, sans craindre d'énoncer un système surabondant de postulats ; on ne s'astreint ni à définir ces notions ni à prouver leurs propriétés fondamentales à partir des axiomes qui sont actuellement à la base des mathématiques (ceux des théories des ensembles). Mais on ne néglige pas de le faire ou de dire sommairement comment on peut le faire, dès qu'on en possède le moyen.

C'est ainsi que se poursuit le développement des Mathématiques, au prix d'erreurs provoquant des contradictions, que le professeur doit savoir éviter et analyser quand l'élève les commet.

Un tel enseignement met rapidement l'élève en possession de structures riches et de techniques utiles ; il lui fait progressivement comprendre l'utilité des structures générales qui synthétisent les définitions des notions acquises et les preuves de leurs propriétés.

L'enseignement supérieur recourt parfois à un tel pragmatisme : en général il postule toutes les propriétés des ensembles (par exemple en se référant non pas à la Théorie des ensembles de Bourbaki, mais seulement à son Fascicule de résultats).

Les nouveaux programmes adoptent ce pragmatisme en sixième et cinquième ; les commentaires officiel et officieux des programmes le déconseillent catégoriquement à partir de l'entrée en quatrième.

2. L'OPTION ALGEBRIQUE.— Cette option, que nul ne recommande aujourd'hui, est cependant importante du point de vue logique et du point de vue historique. Elle ne se contente pas, comme la précédente, de faire apercevoir, en fin d'études, la construction de tout ce qui fut enseigné à partir des axiomes définissant les nombres naturels : elle effectue cette construction.

Elle suppose acquise la théorie des ensembles finis ; elle emploie le langage ensembliste, au sens de la langue courante, sous le contrôle du bon sens ; mais elle sait que l'enseignement secondaire ne peut parler qu'empiriquement d'ensembles finis.

Voici comment elle définit l'espace euclidien E^n, une fois R et $R^n = R \times ... \times R$ définis : on définit, sur R^n, le groupe des déplacements euclidiens, puis E^n, comme un espace homogène sur lequel ce groupe opère.

E^n est unique, comme le corps R ; ses variétés planes sont ceux de ses sous-ensembles sur lesquels il induit une structure euclidienne.

E^3 est bien l'espace que la physique et la technique emploient.

Cependant l'intérêt scientifique de cette définition est actuellement épuisé ; d'autre part, elle présente une difficulté pédagogique évidente.

Les nouveaux programmes l'excluent, puisqu'ils précisent, en quatrième, que la notion de sous-groupe est hors programme.

3. L'OPTION ENSEMBLISTE

3.1. Les mathématiques contemporaines nomment espace d'un type donné tout ensemble muni d'un certain type de structure. Cette définition s'appuie donc sur la théorie des ensembles.

Par exemple la théorie classique des espaces de Banach emploie l'axiome de choix ; elle suppose donc que cet espace soit un ensemble au sens d'une théorie des ensembles pour laquelle cet axiome vaut (cf. le Traité de Bourbaki dont le livre I est la Théorie des ensembles).

3.2. L'option ensembliste, dans l'enseignement secondaire, consiste à définir un espace euclidien par ce même procédé : on nomme droite tout ensemble muni d'une structure définie par une famille de bijections convenablement choisie. Or cette définition ensembliste n'a pas de sens pour un adolescent, parce qu'elle suppose acquise la notion d'ensemble infini (dénombrable ou non) ; or un adolescent l'acquiert empiriquement, au cours de ses études mathématiques, et non instantanément, à leur début.

3.3. Voyons ce qu'on demande à l'élève de quatrième qui vient d'étudier la définition du corps R des nombres réels.

On veut munir l'ensemble des éléments de R d'une nouvelle structure : la structure de droite ; à cette fin, on exige que l'adolescent de 13 ans conçoive cet ensemble démuni de cette structure, c'est-à-dire conçoive spontanément la notion générale d'ensemble infini (non dénombrable).

On l'a tellement fait jouer, enfant, avec les ensembles finis et leurs bijections, puis, en arithmétique, avec quelques ensembles dénombrables qu'il n'hésitera pas à parler, sans précaution, des ensembles finis et de leurs bijections. Mais il ne connaît que les bijections affines $x \mapsto ax + b$ de R sur R ; il ignore même que $x \mapsto x^3$ est une bijection de R sur R.

On charge donc "d'un fardeau de plus la mémoire de l'élève", "les notions introduites demeurent suspendues dans un domaine métaphysique ; il est impossible à l'élève de se les approprier et d'en faire usage". Nous venons de citer C. Chevalley, auquel les mathématiques et le traité de Bourbaki doivent beaucoup ; mais ce n'est pas l'enseignement secondaire de la géométrie qu'il critique en ces termes : c'est l'enseignement secondaire de l'algèbre (1).

---

(1) Préface de Cl. Chevalley, Professeur à Paris VIII, au traité de A. Warusfel, Professeur de Mathématiques supérieures au Lycée Louis-le-Grand : Structures algébriques finies (Hachette 1971). Citons exactement le début de cette préface : "La faveur dont jouit actuellement la notion de Mathématiques modernes n'en dissimule pas l'ambiguïté et aboutit malheureusement trop souvent à faire de celles-ci un fardeau de plus pour la mémoire des élèves et des étudiants, alors qu'elles devraient les libérer des ritournelles de la mathématique "classique". Dans le domaine de l'algèbre par exemple, ressasser année après année la définition des groupes, des corps et des anneaux n'est pas de nature à éveiller les esprits.
"Le fait que cet enseignement est souvent étranger à nos étudiants tient probablement à la conviction de l'élève que les notions introduites demeurent suspendues dans un domaine métaphysique et qu'il lui est impossible de se les approprier et d'en faire usage.
"L'ouvrage d'A. Warusfel qui montre, dans des cas simples, comment faire réellement fonctionner les objets algébriques vient donc combler une indiscutable lacune".

Les élèves, si imprudemment initiés au maniement si difficile de l'infini, seront bien mal préparés à éviter les absurdités que le langage ensembliste permet d'énoncer si facilement (tel est l'ensemble de tous les ensembles) ; on commence par violer la règle que l'enseignement secondaire doit s'imposer pour écarter toute contradiction : ne parler que d'ensembles qui soient des parties d'un ensemble explicitement défini (le référentiel).

Au lieu de poser un problème (celui de définir la droite à partir de R) et, si possible, de l'analyser et de le résoudre, on a tenu un discours d'une généralité utopique.

En résumé, l'erreur scientifique que signale le n° 3.2 a pour conséquences de très graves erreurs pédagogiques. Elles stupéfient l'adolescent par des démarches de pensée que celui-ci se sent incapable d'imaginer ; elles lui donnent la conviction humiliante et fausse que voici : pour maîtriser les mathématiques, il faut un génie qui lui manque.

3.4. La définition ensembliste nomme droite, D, tout ensemble, E, muni d'une structure de droite. Tout ensemble E ayant la puissance du continu est donc le support de telles droites D : le plan, l'espace, les courbes, les surfaces, toutes leurs parties infinies non dénombrables, l'ensemble totalement discontinu de Cantor sont, en ce sens, les supports de droites. L'adolescent doit distinguer ces droites-là de celles du plan et de l'espace (qui sont des sous-ensembles dont la structure induite est celle de droite). Il manie donc, en mathématiques, un langage ésotérique, en désaccord avec celui des autres disciplines scientifiques et techniques et avec le langage commun.

3.5. Pour faire place à cette définition ensembliste et à ses redites, il a fallu alléger le programme de beaucoup de propriétés qui éveillaient l'esprit des élèves et ne restaient pas toutes sans emploi. Les nombreuses structures pauvres, qui constituent le nouvel enseignement secondaire mathématique et dont l'élève ne voit pas l'emploi, n'ont d'intérêt que parce qu'elles permettent d'édifier de très nombreuses structures riches, mais toutes très spéciales. Ces richesses ne doivent pas être le privilège des enseignements supérieurs. Il est indispensable que le professeur du secondaire ait les moyens et la liberté d'en révéler quelques-unes, empruntées à volonté au contrôle optimal ou à la théorie des jeux, aussi bien qu'à l'arithmétique, l'algèbre ou la géométrie. Sa mission ne doit pas se réduire à la définition de toutes les notions que d'autres emploieront. Sa mission est d'éveiller l'esprit de l'élève, en l'exerçant à découvrir et à manier les notions mathématiques fondamentales.

Conclusion : Le danger de la réforme en cours. — Dans l'enseignement secondaire, l'option ensembliste de la définition de la géométrie est donc une dangereuse utopie. Les programmes actuellement promulgués ne l'imposent pas. Mais le commentaire officiel des programmes de quatrième et de troisième vient de la recommander (1). La réforme se poursuit en s'orientant vers cette option. Les termes scientifiques que nous avons dû employer pour l'analyser montrent combien cette réforme méconnaît les aptitudes et besoins intellectuels des adolescents qui sont élèves des C.E.G., des C.E.S. et des lycées.

La réforme en cours met gravement en danger l'avenir économique, technique et scientifique du Pays.

Ce voeu a été transmis à Monsieur le Ministre de l'Education nationale, le 6 mars 1972.

---

(1) En termes scientifiquement erronés : d'après ce commentaire, la distance euclidienne serait un nombre et non le produit d'une unité de longueur par un nombre ! Etc.

Analyse critique du rapport de J. LERAY

par A. LICHNEROWICZ

Cette analyse sera esquissée à un point de vue volontairement un peu humoristique et satirique.

Ce projet apparaît comme un curieux mélange de genres : mélange de points de vue profondément pédagogique ou scientifique, d'autre part mélange de finalité et de ton.

Le premier paragraphe servant d'introduction et la partie intitulée "option ensembliste", semblent dépourvus d'objectivité alors que les autres parties sont fort intéressantes par l'analyse et le ton.

I — Titre et premier paragraphe

Est-il raisonnable d'intituler rapport sur la réforme de l'enseignement secondaire des mathématiques, qui est en vigueur au long des six années d'études, une réflexion qui ne porte que sur la géométrie de quatrième et, dans cette géométrie, sur une des introductions possibles de la notion de droite signalée dans une annexe ? Est-il permis de dire que le ton de ce paragraphe introductif n'est pas le ton scientifique ?

II — Préliminaire des deux premières options

Cette partie comporte une analyse objective fort intéressante par ses vues et ses dimensions intellectuelles. Elle appelle de ma part les remarques suivantes :

a) Le préliminaire même et "l'option pragmatique", considérée comme adoptée en sixième et cinquième, sont en contradiction flagrante avec le premier paragraphe dont je viens de parler.

Doit-on considérer que ce projet approuve de la réforme tout ce qui n'est pas introduction au raisonnement géométrique c'est-à-dire les neuf dixièmes ? C'est ce qu'on pourrait légitimement induire de cette partie du texte mais alors il serait nécessaire de le dire explicitement.

b) "L'option pragmatique" est définie par notre Confrère comme consistant "à postuler des propriétés de notions qu'on manie sans craindre d'énoncer un système surabondant de postulats".

Dans ce sens même, toutes les approches proposées dans les différents commentaires sont pragmatiques, les systèmes introduits de postulats étant surabondants et visant à mettre "rapidement l'élève en possession de structures riches" mais, et c'est là l'essentiel, sans plus désormais tricher (raisonnement fallacieux).

c) Je ne m'attacherai pas à l'option dite algébrique puisque la discussion n'est pas là. J'avoue cependant ne pouvoir comprendre mathématiquement comment elle se supposerait acquise que la théorie des ensembles finis, ainsi qu'il est dit. A un point de vue non pragmatique, il n'en est effectivement rien et cette affirmation paraît erronée.

En fait, dans l'introduction au raisonnement géométrique comme dans tout l'enseignement secondaire, il ne s'agit jamais de théorie des ensembles ni de logique symbolique mais d'un langage ensembliste parlé comme une langue naturelle ; quitte à parler un langage pragmatique, autant le choisir aussi universel que possible de façon, en effet, à ce qu'il puisse prendre en compte aussi bien les problèmes de contrôle, de théorie des jeux, de transfusion sanguine que l'arithmétique, l'algèbre ou la géométrie ordinaires.

Notre Commission a été la première à suggérer l'intérêt de l'introduction de ces nouveaux exemples et à développer leur étude.

En fait, ce langage ensembliste naturel est parlé de manière plus ou moins explicite depuis fort longtemps, en mathématiques comme dans une large part de notre civilisation technique ; les réels mais aussi les fractions ou les entiers forment des ensembles infinis, que cela nous plaise ou non.

III — Options ensemblistes

Sous ce titre apparaissent étroitement mêlées, du point de vue scientifique, une élaboration un peu cauchemardesque, due à l'auteur, dont l'intersection avec les programmes de quatrième et commentaires est quasi vide et se réduit à des parts des alinéas 3-2 et 3-3 ; du point de vue pédagogique, des affirmations générales péremptoires dont certaines semblent contraires à l'expérience des psychologues de l'enfance, d'autres à l'expérience quotidienne des meilleurs enseignants.

Sur ce dernier point, Piaget a écrit :

"Les recherches que je peux faire à propos des structures logico-mathématiques montrent qu'il y a une profonde parenté entre les structures des mathématiques contemporaines et les structures spontanées de l'intelligence de l'enfant"

et un groupe de psychologues :

"L'enfant ne se rend maître de l'objet qu'à travers des comparaisons entre objets et plus généralement les relations entre objets. Dans l'intelligence de l'enfant, la démarche que nous qualifierons d'abstraite est souvent antérieure à la prise de possession du concret".

En ce qui concerne l'enseignement quelles expériences répétées peuvent conduire l'auteur à ses affirmations ou s'agit-il d'un jugement à priori ?

En ce qui concerne le point de vue scientifique, je n'ai rien à dire du paragraphe 3-1 ; il est hors du sujet comme aussi la quasi totalité du paragraphe 3-4. Notre savant confrère se montre là trop savant. Ce n'est pas le programme qui nous oblige à utiliser les termes qu'il emploie ou les concepts qu'il manie, c'est lui-même. Entre le fait de ne pas vouloir du tout être savant et abandonner pratiquement toutes tentatives de raisonnement non fallacieux, et le fait de vouloir l'être trop, peut-être un honnête juste milieu est-il nécessaire ?

IV — Définition de la droite et paragraphe 3-2 et 3-3

Parlons de cette définition de la droite telle que je l'ai vu définir dans d'excellentes classes. Partons de l'axe ordinaire tracé sur une feuille de papier avec lequel on oeuvre en physique, en économie ou dans la vie courante.

On choisit, dit-on, une orientation, une origine, une unité de façon à établir entre les nombres réels et les points de l'axe une correspondance biunivoque ou bijection. C'est l'analyse de cette situation concrète de représentation qui conduit à une définition naturelle de l'axe ou de la droite affine.

Les élèves ont appris depuis la sixième ce qu'est une bijection : pourquoi ne pas se servir de ce mot, de ce concept qui est à la base même des mathématiques ?

L'avantage d'une telle méthode est qu'il n'y aura plus ensuite comme autrefois de difficultés de correspondance point-abscisse (qui est une bijection). Ce qui était implicitement fait autrefois n'est pas autre chose que ce qui est dit explicitement ici. En particulier, changer d'unité revient exactement à exécuter sur la droite une transformation linéaire qui, combinée avec les changements d'origine, donne une transformation affine $x \mapsto ax + b$ appelée improprement autrefois linéaire.

Tout cela semble correct et parfaitement accessible aux enfants et cependant mérite vos réflexions.

L'objet de la géométrie est, à partir d'une certaine analyse du réel, de dégager un modèle mathématique commode, de le faire fonctionner déductivement et de constater qu'il est susceptible de nous apprendre beaucoup de choses sur ce réel même dont nous étions partis.

Cela a toujours été, depuis les Grecs, le programme et l'ambition de la géométrie et cela se traduit par la formule suivante :

"Présenter le visible comme tel avec le langage qui convient à l'invisible".

Dois-je rappeler qu'antérieurement à la quatrième les enfants ont passé deux années au moins à dessiner, à manipuler les figures géométriques, et à passer en somme par un stade prégrec ?

Il y a un moment où il convient de raisonner, mais, il faut y insister, une démarche déductive ne peut distinguer un modèle particulier d'un modèle isomorphe obtenu par bijection et transport de structure. Cela tient à la nature même de la déduction mathématique et c'est ce caractère qui permet la variété et l'étendue des applications : de toute situation mathématique, il est possible de donner des modèles délirants, plutôt que de recourir aux exemples, physiques ou autres, utiles et non artificiels.

Je ne vois pas pourquoi notre Confrère tient à se lancer dans une voie de modèles délirants qui, comme il le sait bien, ne peut rien prouver.

Veut-il simplement se borner à de la géométrie expérimentale ?

C'est pourquoi, comme la quasi totalité des mathématiciens, je ne puis qu'être en désaccord complet avec la dernière partie du projet.