

Techniques pédagogiques dans le premier cycle

Animateur : CHABRIER

"Contribuer au bonheur du petit d'homme"

Walusinski

Esprit de ce groupe de travail et objectifs

— Ne pas séparer artificiellement pédagogie et contenu mathématique ; bien au contraire, étudier les relations réciproques entre les deux domaines.

— Insister particulièrement sur des techniques vivantes, concrètes, expérimentales, avec des preuves à l'appui, non pas pour les présenter comme "modèles" mais pour *ouvrir les problèmes*, après avoir déblayé le terrain.

— Tenter de convaincre ceux qui restent étrangers ou allergiques aux techniques pédagogiques, soit qu'ils ne croient qu'au contenu, soit qu'ils nient l'existence de la pédagogie, soit plus simplement qu'ils n'en ont jamais eu la moindre connaissance.

— Tenter de pondérer la théorie selon laquelle la pédagogie serait strictement "affaire de personnalité".

— Tenter de déceler à travers les modes, les engouements, les habitudes, ce qui est valable, ce qui est perfectible, ce que l'expérience a révélé comme convenable ; à travers l'évolution constante de la pédagogie, appréhender non pas des méthodes rigides mais des techniques vivantes et souples.

— "Le reste" (en parlant de tout ce qui n'est pas le contenu scientifique) "n'a pas à venir après". Après signifie souvent : jamais ...

— Dégager des exposés de l'animateur, des questions des participants, des débats, le maximum de conclusions concrètes à porter à la connaissance de tous les adhérents de l'A.P.M., du Comité National et du Bureau National de l'A.P.M., des Commissions pédagogiques nationales de l'A.P.M.

— Dégager enfin de ces conclusions concrètes un ensemble de données d'ordre pédagogique s'inscrivant dans les lignes directives de la Charte de Caen, et complétant les travaux de Dijon au plan des finalités, de l'organisation scolaire, et des Commissions pédagogiques nationales, régionales et départementales de l'A.P.M.

Première partie : Travaux libres de mathématique

Dans la période transitoire que nous vivons avant une adoption, plus ou moins complète, des propositions de l'A.P.M. sur l'organisation scolaire, la recherche, l'expérimentation, il nous faut prendre conscience de cette forme d'activité des élèves.

Les travaux libres s'inscrivent :

- dans le "nouveau style éducatif" dont il est question page 386, dans "Une nouvelle étape ..." issu des Journées de Dijon.
- dans l'objectif du développement de la créativité chez les élèves (comme chez les maîtres).
- dans "la rénovation profonde de la gestion de la classe".
- dans "la contagion novatrice sans laquelle ne sera pas débloqué le système actuel" (page 387).
- dans le secteur "innovation" (heures de soutien, d'options, d'activités dirigées, de clubs).
- dans le système *Noyau-Thèmes* qui a été défini à Dijon.
- dans l'objectif des échanges interdisciplinaires.
- dans le développement réel de la recherche pédagogique, non seulement au plan établissement, mais par des échanges entre équipes à tous les niveaux.
- dans l'objectif de la mise en route d'une équipe du premier cycle (voir annexe IV, pages 392 et 393).

Le but poursuivi dans ce groupé de travail est de prouver que les travaux libres, bien que ne pouvant pas, dans le système actuel, s'appliquer pleinement, sont parfaitement possibles. C'est la base des collègues qui doit prendre conscience de cette possibilité très réelle, dont il faut espérer qu'elle sera appliquée en plein un jour.

Essai de définition des travaux libres

Activités libres en ce sens qu'il ne s'agit pas de devoirs avec énoncés, à rendre à date fixe, avec questions imposées, ni de fiches dirigées ou à formule souple, ni de travaux dirigés.

Malgré tout, il y a un thème, un centre d'intérêt, qui n'est pas toujours celui qui est actuellement en cours. Le maître est animateur, impulseur ; il ne fait que suggérer.

Formules possibles de travaux libres

1. Exercices libres

Exemples en sixième :

- Trouver des exemples de relations.
- Trouver des exemples de couples de naturels, au moment de la construction de $\mathbb{Z}$ (avec $a > b$, $a < b$, $a = b$).

Exemples en cinquième :

- Trouver des exemples de liens verbaux de relations, déjà plus élaborés qu'en sixième.
- Exemples de divisions euclidiennes.

- Exercices libres de calculs sur les puissances dans N .
- Exercices libres de calculs sur Z .

Exemples en quatrième :

- Exercices libres complémentaires de calculs sur D .
- Exercices libres sur le groupe des puissances de 10.
- Exemples variés libres de suites décimales illimitées.
- Exercices libres d'addition dans R , de multiplications dans R .
- Travail libre (court) sur des exemples de bijections de D sur R (droite euclidienne).

2. *Petits "dictionnaires" de mots mathématiques faits par l'élève.*

3. *Résumés, formulaires faits par l'élève*

L'expérience m'a prouvé que cette technique, pratiquée dès la sixième, amène les élèves à des connaissances très solides.

Exemple : en quatrième, on arrive ainsi aisément à faire comprendre ce qu'est un groupe (tout autrement qu'en le citant formellement, dans un "océan fichiste").

4. *Liaisons spontanées faites par les élèves avec la Géographie et l'Instruction civique ; liaisons impulsées par les deux collègues*

Si, dès la sixième, on donne à l'élève l'habitude de réfléchir librement au quantitatif, à l'espace et au temps, quand il est en géographie comme quand il est en mathématique ; si ces liaisons sont judicieusement impulsées et voulues d'un commun accord par les deux collègues ; on s'aperçoit que ces liaisons spontanées existent.

Exemples en sixième : Précisions sur les notions souvent imprécises données en géographie de latitude et de longitude. Applications spontanées multiples des notions d'ensemble, sous-ensemble. Multiples applications des relations et du diagramme cartésien d'une relation. Calculs simples sur populations, densités de populations. Echelle d'une carte.

Exemples en cinquième : Développement des liaisons faites en sixième. Calculs de densités (application des propriétés des quotients et non plus "barrière des zéros" !). Pourcentages (correctement compris). Relations en géographie et relations en mathématique. Habitude des ordres de grandeur.

Exemples en quatrième : Eviter les monstruosité bien connues comme $1 \text{ cm} = 200 \text{ t}$. Calculs approfondis de pourcentages (en instruction civique). Exercices numériques sur les monnaies européennes. Aider les élèves à vaincre les difficultés de spatialisation. Intégrer, de concert (par exemple en un cours commun), le raisonnement ensembliste ou rela-

tionnel à la compréhension de la géographie. Exemple : schéma des parties d'un pays. Développement des liaisons faites en sixième et en cinquième, correction des erreurs, réduction maximum des carences.

5. *Liaisons spontanées et liaisons impulsées entre mathématique et histoire.*

- . Lectures historiques sur l'histoire de la numération, en sixième et en cinquième (voir anciens livres de Queysanne et Revuz) : les travaux libres sur ces lectures seront autrement productifs qu'une lecture monotone et dont les élèves ne retireraient presque rien.
- . Examens de portraits de mathématiciens (voir Brédif).
- . Explications *élémentaires* données aux élèves qui le demandent. Exemples : Descartes — Newton — Calcul infinitésimal (en quatrième) — Chasles (en quatrième) — Thalès (en quatrième) — Euclide (surtout en sixième et en cinquième).
- . Réduction des difficultés de situation dans le temps.
- . Exercices relationnels sur le temps en sixième et en cinquième.

6. *Liaisons spontanées et liaisons impulsées entre mathématique et français.*

Le but majeur est d'éviter l'irréparable et de ne pas bloquer les élèves pour une difficulté de langage.

Exemples en sixième : Il existe déjà des fiches simples sur les mots : le, un, emploi de ET et OU, à propos de l'intersection et de la réunion de deux ensembles, les, des. Travaux libres de formulation, en français, de propriétés étudiées en mathématique. Exemple : Propriété fondamentale de la différence dans N . Le collègue de français peut corriger les phrases, puis les comparer, et enfin indiquer les tournures les moins lourdes. Etude de mots : réflexivité — transitivité — commutativité — associativité.

Exemples en cinquième : Exemples de liens verbaux plus élaborés, en français, de relations. Etude en commun du comparatif et du superlatif en grammaire. Etude des mots ou expressions : et, ou, le, les, des, un, tout, si, quel que soit, pourtant (voir le Brédif de cinquième et les exercices).

Exemples en quatrième : En collaboration avec le professeur de français et de latin, étude des mots : associativité — commutativité — distributivité — extrêmement et infiniment (pour les suites décimales illimitées à ne pas confondre avec les décimaux ayant "beaucoup de chiffres") — incidence — abscisse — intersection.

7. *Liaisons avec le dessin, le travail manuel.*

Contrairement à certaines opinions qui se prévalant de l'existence de la "géométrie propre" veulent absolument éliminer le dessin géométrique, les manipulations, nous pensons, bien au contraire, qu'il faut absolument développer, par une pédagogie active, ces activités dès la sixième. L'enfant doit prendre très tôt conscience des moments où il faut des manipulations et des moments où il faut de la mathématique. Justement, les travaux libres, par leur spontanéité, leur impact plus profond, sont de nature à lui donner de saines habitudes.

8. *Exercices étendus.*

L'expérience démontre très concrètement que le thème judicieusement développé sur un exercice étendu (dans le temps — et dans sa structure) intéresse les élèves et donne — sur toute une classe — des résultats vraiment intéressants par la quantité, l'acharnement (notamment au calcul), à partir du moment où l'élève, la classe, n'ont plus les carcans de la date de remise — du temps limité.

Exemples en sixième : Premiers calculs libres sur les bases de numération.

Exemples en cinquième : Calculs sur les puissances dans $\mathbb{N}$.

Exemples en quatrième : Calculs à la main pour approcher $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$.
Addition dans $\mathbb{R}$.

Exercices sur les bijections de $\mathbb{D}$ sur $\mathbb{R}$ (droite euclidienne).

9. *Travaux libres sur les relations*

Les travaux libres bien impulsés sur les relations sont de nature, l'expérience le prouve, à éviter de nombreux écueils, déjà "classiques".

- 1 La "patatite" et la "nouillite" car l'enfant ne retient que le "jeu" du dessin agréable. Au contraire, les travaux libres sur tout un tas d'exemples qui, petit à petit, dégageront nettement l'idée de produit cartésien et de graphe, permettront une compréhension saine.
- 2 La simple répétition, par les travaux libres, de symboles comme $f(x)$ et d'expressions comme : l'image par f du nombre x , sera bien meilleure qu'une connaissance verbaliste et formelle de la chose.
- 3 L'enfant doit inventer des relations lui-même. Il faut absolument l'y habituer. "Les belles relations toutes cuites" des fiches, des manuels, ou du professeur, ne suffisent pas. Les relations sont un domaine immense, un véritable univers pour le développement de l'esprit de créativité des élèves. Beaucoup de professeurs de sixième, cinquième, quatrième, troisième, devraient se rendre, dans leur C.E.S., dans les

classes de leurs collègues de sixième et cinquième de transition, et verraient comment les élèves arrivent à trouver des relations.

Ainsi, les travaux libres sur les relations seront une excellente occasion pour apprendre aux élèves à chercher, et pour ne plus entendre "ils ne mordent pas", "ils ne font rien".

10. Figures géométriques libres.

a) L'objectif

Puisqu'il faut absolument faire de la géométrie propre au niveau de la quatrième, le problème fondamental est d'y préparer les élèves en sixième et en cinquième (et encore plus depuis l'école primaire). Penser qu'"il ne faut pas faire de "géométrie" en sixième et en cinquième" est excessivement grave si, — comme il est fort à craindre — on comprend très mal, dans le premier cycle, le vrai problème de la géométrie.

b) Les faits

. C'est d'abord un fait hélas ! vérifié trop souvent, que la partie du programme actuel de sixième portant le titre "Etude d'objets géométriques et physiques donnant lieu à mesure" est : soit éliminée par faute de temps, — soit bâclée, — soit faite dans l'état d'esprit ancien, — soit le plus souvent, inachevée par faute de temps. Situation analogue et souvent pire en classe de cinquième.

. C'est ensuite un autre fait que bon nombre de collègues se refusent à faire une partie dont ils disent : 1) qu'elle n'est pas mathématique, 2) qu'elle contredit le programme de quatrième (exemple : définition du parallélogramme ...), 3) qu'elle a été faite au CM₁ et au CM₂.

. C'est ensuite un troisième fait dont l'expérience d'une première année d'enseignement en quatrième démontre la gravité : les élèves ont d'immenses difficultés en géométrie en quatrième, dans les classes faites encore traditionnellement, en dépit des nouveaux programmes.

Faire disparaître, en sixième et en cinquième, toute manipulation d'ordre géométrique, toute pratique des figures géométriques, apparaît excessivement dangereux, au moins pour six raisons :

1ère raison : Ce serait contraire à l'intérêt des élèves allant plus tard dans les C.E.T. ou les L.T.

2ème raison : Ce serait tarir toute possibilité de faire précéder la géométrie propre de travaux pratiques de compréhension en quatrième. Exemple 1 : manipulations sur les graduations de la droite physique, précédant la droite euclidienne. Exemple 2 : pratique réelle, beaucoup plus considérable, plus profonde, que ce qu'on croit habituellement, des innombrables "traquenards" et blocages, au plan élevé, nés des incom-

préhensions, du manque de pratique, sur points — segments — demi-droites — droites. Exemple 3 : exploration du plan physique.

3ème raison : Ce serait tarir tout esprit de recherche d'ordre géométrique, handicapant ou bloquant toute possibilité de faire des problèmes de géométrie propre en quatrième et troisième.

4ème raison : Ce serait oublier les étapes naturelles de la formation de la formation de la pensée mathématique chez l'enfant (voir Dienes).

5ème raison : Ce serait, très malheureusement, maintenir le défaut bien connu de l'enseignement traditionnel en géométrie dans le premier cycle, à savoir son inefficacité notoire et la préparation de lendemains bien sombres aux malheureux ainsi peu nantis, passant dans le second cycle.

6ème raison : Ce serait maintenir l'enseignement de la Technologie dans une infériorité notoire (à part de très rares endroits). Vouloir exclusivement confier les manipulations d'ordre géométrique aux maîtres de technologie serait excessivement dangereux, car on couperait ces manipulations de l'enseignement de la mathématique. Il faut au contraire construire une liaison scientifique réciproque entre les deux.

c) Les figures géométriques

Les manuels, les fiches, sont traditionnellement beaucoup trop pauvres en figures géométriques. De même qu'on apprend à nager à la mer ou à la piscine, on apprend la géométrie en faisant et en étudiant de très nombreuses figures. On a vu heureusement récemment des réactions contre cette carence.

Exemples : 1) Collection Mauguin cinquième (travaux dirigés : fiches 27 à 32)

2) Brédif de troisième avec 118 pages comportant une ou des figures géométriques.

On fera donc faire et étudier, en classe, le maximum de figures géométriques (en espérant qu'un jour le ministère accordera en sixième, cinquième, quatrième et troisième, une heure de plus en mathématique).

d) Les figures géométriques libres

L'utilisation exclusive de la figure géométrique imposée, voire rigide "dictée", la figure de problème, la figure du bel exposé ex cathedra, la figure rare, voilà les ennemis ! ! !

Les figures géométriques libres, construites autrement que par le professeur, les figures "inventées" par les élèves, les figures répétées, refaites "encore mieux", voilà ce qu'il faut.

Exemples :

en sixième :

1) figures faites en liaison avec le professeur de géographie : sphère terrestre — ligne des pôles — équateur — méridiens — parallèles — latitude — longitude.

2) représentants assez nombreux de la classe d'équivalence de segments.

3) figures libres permettant de détruire, dans toute la classe, les séquelles de confusion entre segments, droites, demi-droites, et les ignorances.

en cinquième :

1) A quoi servira une étude concrète du cube, ou une étude ensembliste abstraite (paires de droites, paires de plans ...) si l'enfant ne construit pas lui-même et n'étudie pas réellement force cubes !!

2) Multiplier les exemples comme celui, excellent, de Queysanne et Revuz, de cinquième (page 197).

3) Figures libres sur demi-plans.

4) Figures libres nombreuses sur repérages, quadrillages, avec l'emploi de papier millimétré. Exemple : chemins sur un quadrillage.

5) Figures libres, après utilisation de matériel, ou fabrication par les élèves, pour les objets simples de l'espace.

6) Ensembles convexes (voir Caparros cinquième (Bordas) pages 136, 137, 138, 139 — Galion cinquième fiches 62, 63, 64).

Les figures géométriques libres une fois faites devront être l'occasion, en classe (ou en prolongement du travail libre) d'un approfondissement de la notion de relation (Exemple : relations entre les faces d'un solide — Galion cinquième, fiche 59).

en quatrième :

1) De préférence à des introductions peut-être remarquables pour les professeurs (je dirai que ce sont des "cures" de rajeunissement et de "nettoyage"), au sujet des constatations et de la mathématisation, et à un passage brutal et non naturel, pour l'élève, à la droite euclidienne (précédé par une étude dirigée de la bijection entre l'ensemble des points d'une droite physique et $\mathbb{R}$), il vaut beaucoup mieux :

— De très nombreuses manipulations et études sur les graduations de la droite physique, suivies de figures libres et études libres de l'élève.

— L'étude du changement de sens.

— L'étude du changement d'origine, dans les mêmes conditions.

— La compréhension, à partir de nombreux exemples trouvés librement par les élèves, des deux familles de bijections.

— Le passage, encore libre, et non imposé, au modèle mathématique.

2) Connaissant bien, depuis longtemps, les difficultés des élèves du premier cycle pour comprendre et appliquer la relation de Chasles, j'ai

été amené à constater que la démonstration provenant de la définition moderne de la mesure algébrique d'un bipoint passait fort bien. Mais j'estime que cet avantage serait bien perdu, si l'on n'apprenait pas vraiment aux élèves une application réelle. Voici ce que j'emploie :

le travail libre consistant à faire choisir *librement* la lettre intermédiaire par l'élève, un nombre assez grand de fois, avec figures libres associées.

On ne comprend vraiment une chose que si on l'écrit soi-même plusieurs fois et librement.

3) Est-il réellement souhaitable qu'en quatrième des leçons entières comme : étude des bijections entre l'ensemble des points d'une droite physique et $\mathbb{R}$, ordre sur la droite, premiers axiomes du plan mathématique, parallélisme, projections, se déroulent sans figure, ou avec une seule figure ?

Comment le professeur peut-il s'attendre à un succès même relatif en donnant des exercices ou des épreuves de contrôle, après de pareilles leçons ?

Les figures libres sont *l'unique moyen d'assurer le succès des élèves*, après, bien entendu, des leçons émaillées de travaux pratiques avec figures plus ou moins dirigées. Voir Queysanne — Revuz, quatrième, pages 234-235.

4) Enfin, si, bien entendu, du point de vue de la géométrie propre, les choses sont maintenant très bien établies, il n'en reste pas moins que l'axiome et le théorème de Thalès ne passeront jamais, au plan élèves, convenablement, pour une masse importante — avec un nombre restreint de figures. Justement, il faut absolument profiter de la magnifique simplicité apportée par l'exposé nouveau pour multiplier les travaux dirigés, les exercices, *et les travaux libres* avec figures libres et études libres.

5) De même pour la construction de barycentres de deux points, la symétrie par rapport à un point, le parallélogramme.

En résumé, on va vers un échec, vers une catastrophe appelée à prendre des proportions de plus en plus considérables (dans les classes de type I comme dans les classes de type II) si l'on se méprend sur les qualités remarquables de la structure du nouvel exposé, et si l'on oublie les exigences pédagogiques pour les enfants de cet âge qui, — ainsi que Diènes le dit — doivent passer nécessairement par les six étapes du développement de la pensée mathématique. Il est à craindre que géométrie propre, pour certains, signifie : "absence de figures" ou du moins "réduction du nombre des figures". Au stade de la quatrième, il n'y a rien de plus faux. Une cause de l'échec de la géométrie traditionnelle était d'ailleurs aussi le nombre ridiculement faible des figures réellement *pensées* par l'élève. Bien entendu, dans les figures libres, seront propo-

sées les figures ensemblistes (voir Galion quatrième, fiches 34, 35, 36, 37, 48, 49, 50, 51). Il y a là une méthode sérieuse et séduisante à exploiter en travaux libres.

Je me permettrai, pour terminer ce paragraphe volontairement important sur les figures géométriques libres, de citer M. Roumieu, directeur de l'IREM de Montpellier, dans son ouvrage de géométrie pour les professeurs du premier cycle : "Je me suis efforcé de présenter un exposé déductif fondé sur des axiomes très "naturels". Ce qui signifie que ces axiomes doivent être l'énoncé précis de propriétés déjà familières aux élèves, soit parce que ces propriétés sont très intuitives, soit *parce que de nombreux exercices de dessin les ont mises en lumière*".

11. *Travaux libres sur l'histoire des mathématiques*

Les élèves font les recherches eux-mêmes. Il suffit de proscrire la compilation. Exemples : à propos du diagramme cartésien, faire rechercher des renseignements sur Descartes. Le but est d'amener les enfants à constater que la science s'est construite progressivement. Il est bon, alors, d'établir une liaison avec le programme d'histoire. Autre exemple : histoire du nombre π .

12. *Dialogues libres avec le professeur*

Si, malheureusement, ces dialogues libres sont difficiles ou bien trop rares actuellement, et si, comme il faut l'espérer, Jeanne Bolon finira par avoir raison et amènera le ministère (avec nous tous) à repenser complètement le cadre de l'emploi du temps, et à réserver de larges moments au dialogue réel professeur-élève, il n'en reste pas moins vrai qu'on peut et qu'on doit préparer ce nouveau style éducatif.

- . On ne peut bloquer un élève qui désire le dialogue.
- . Il faut lui répondre, lui donner satisfaction, immédiatement.
- . Un travail libre écrit est l'excellente occasion de l'épanouissement d'une intervention — même si elle se révèle peu productive et à fortiori, si elle décèle des aptitudes.

13. *Travaux libres stimulés par la promesse d'expositions de travaux ou d'utilisation.*

- . Exposition pour les parents.
- . Utilisation pour les professeurs recyclés à l'IREM.
- . Affichage dans la classe avec utilisation (formulaires — résumés).

14. *Participation des élèves à des séances d'animation pour instituteurs.*

J'ai constaté que les instituteurs prenaient un très vif intérêt à voir,

sur le vif, travailler des élèves de sixième ou de cinquième. Il en résulte d'intéressantes confrontations sur le plan psycho-pédagogique. Il est d'autre part certain que l'instituteur voit ainsi, très concrètement, ce que sont : les travaux dirigés, les travaux de groupes, les travaux libres, le travail sur fiches.

Quant aux élèves, cette forme de travail libre les stimule sérieusement.

Après cet exposé sur 14 formules de travaux libres effectivement expérimentées depuis trois ans au C.E.S. de Rémoulins, les questions suivantes sont posées par quelques-unes des 37 personnes ayant choisi ce groupe de travail :

1ère question. Peut-on souhaiter la prise en charge d'un élève ayant des difficultés, par un élève brillant en classe, et au dehors ? Bien sûr. La formule des travaux libres le permet aisément. L'expérience prouve que l'élève faible s'améliore mais il faut impulser les travaux libres sur une grande durée.

2ème question. Les élèves se groupent-ils par affinité, ou travaillent-ils individuellement ? Le travail est fait en dehors de la classe, l'horaire étant insuffisant, d'où difficultés de regroupements. Cependant, des enfants habitant le même village ou la ville peuvent se grouper. Dans une permanence, les élèves peuvent se grouper, dans une classe, pour leurs travaux libres. Si certains élèves veulent faire, quelquefois, un travail libre individuel, ils le font, bien entendu.

3ème question. Pourquoi a-t-on omis de parler d'une liaison possible avec les sciences d'observation ? Réponse : c'est un oubli, bien involontaire. Il est donc possible de trouver 15 formules de travaux libres.

Anecdote pour la détente : Ayant assisté à un cours sur l'oignon, en sixième, j'ai constaté que ce cours me faisait penser à la différence entre l'objet réel et la représentation faite au tableau et prise par les élèves. Sur le champ, je leur ai dit de faire le rapprochement entre les sciences et la mathématique, avec un ensemble et sa représentation par un diagramme de Venn ou de Carroll. J'ai constaté que, grâce à l'oignon (!), les enfants avaient à jamais franchi les difficultés qui, précédemment, dans le premier trimestre de sixième, arrêtaient quelques-uns. L'objet réel et son image dans un diagramme étaient désormais bien distingués.

4ème question. Travaux libres possibles d'Informatique. Des études à ce sujet ont été ou vont être faites dans certains IREM. Il faut qu'elles soient publiées. Il faudra s'adapter aux enfants de sixième, cinquième, quatrième ou troisième.

5ème question. Travaux libres possibles de probabilités. S'adresser à M. Hennequin, professeur à Clermont-Ferrand, qui a fait un exposé sur une expérience faite aux U.S.A. avec des enfants de 5 à 6 ans. J'ai été heureux d'enrichir ainsi ma propre expérience. Je pense faire, en troisième, l'an prochain, des travaux libres sur la programmation linéaire (bien élémentaire, bien sûr) et sur machines (fournies par l'IREM).

6ème question. Travaux libres en liaison avec le travail manuel.

Réponse : on rencontre des difficultés car le professeur de T.M.E. ne connaît pas la mathématique. Cependant, il peut intervenir dans la fabrication de cartonnages, de matériels simples (bases), de fiches perforées, de cartes perforées ...

Intérêt des travaux libres pour les élèves.

Une constatation expérimentale, fréquemment renouvelée, est que, dès le moment où l'enfant fait des travaux libres (dès son entrée en sixième), on est stupéfait des résultats. A travers des réflexions d'élèves, on peut dire qu'il existe une émulation générale, une espèce d'engouement. Certains élèves se sont trouvés débloqués en quatrième car on ne met jamais de mauvaises notes (on supprime ainsi la peur de la mauvaise note). Les travaux libres pouvant être accompagnés de travaux de groupes en classe ou hors de la classe, facilitent les discussions, les contacts entre élèves. Ils développent la personnalité. La compréhension est meilleure. L'élève a conscience qu'il faut se rappeler des leçons précédentes et non plus simplement apprendre par coeur, pour un jour donné — sans aucune suite. L'élève apprécie la liberté des exercices. Il apporte plus de soin à la présentation des travaux. On constate à la longue une sûreté de vocabulaire. Le goût de la liberté de la recherche se développe.

Rubrique des "récompenses" :

- EE+ Bonne expression écrite
- Cr+ Bonne compréhension
- MS+ Méthode, soin
- I+ Esprit d'invention
- T+ Quantité de travail

Indéniablement, la masse de renseignements recueillis de cette façon permet une connaissance non formelle de l'élève, beaucoup moins superficielle. Elle permet aussi des progrès certains, dans une atmosphère dynamique.

Note habituelle (en lettres ou chiffrée).

Intérêt des travaux libres pour le professeur

- . Ils permettent de déceler les erreurs personnelles, d'où récupération d'élèves (par exemple notions non assimilées les années précédentes — à cause d'absences).
- . Ils permettent de déceler les insuffisances notoires de travail (chez ceux qui n'en rendent pas ou qui en rendent trop peu).
- . Ils permettent de déceler, de promouvoir le goût pour la mathématique.
- . L'affichage permet au professeur de faire faire des lectures de formules ou propriétés, de débloquer rapidement un élève.
- . Ils permettent de réaliser la continuité nécessaire de chapitre à chapitre et d'éviter ces barrières stupides qui ont fait tant de gâchis, de catastrophes, dans l'enseignement traditionnel. Les "mauvais en math." sont ainsi en nombre extrêmement réduit.
- . On constate l'augmentation considérable de l'impact du calcul sur les élèves puisque, par le calcul libre, on leur en donne naturellement le goût et la pratique saine.

Réflexions, critiques constructives, limites des valeurs des travaux libres de mathématique.

- . En dehors de la correction individuelle des travaux libres qui est indispensable et qui s'ajoute naturellement à la correction des devoirs et épreuves de contrôle, il faut une correction collective. Or le temps manque.
- . Si le professeur a une classe de cinquième, ou de quatrième, ou de troisième, qui n'a jamais fait de travaux libres, il lui sera difficile de lui donner l'habitude des travaux libres. C'est dès la sixième qu'il faut commencer.
- . En sixième et en cinquième, les travaux libres sont aisément supportés par les élèves. En quatrième, il semble qu'il y ait des périodes importantes où ils refusent d'en faire en dehors de la classe — car ils sont surchargés de travail.
- Non* Les seules issues possibles sont l'augmentation de l'horaire avec travaux libres intégrés — ou la réforme de l'organisation scolaire comme Jeanne Bolon le préconise.
- . Si une classe de sixième a commencé les travaux libres avec un professeur, et si elle change de professeur, elle risque de ne plus en faire ...

Deuxième partie : Rubrique de diverses techniques pédagogiques

Le temps imparti au groupe de travail (9 h à midi, vendredi matin) ne permettait pas une étude approfondie.

1) Travaux pratiques de compréhension

Exemple 1 en quatrième : observations, manipulations, graduations de la droite physique. Il est indispensable de s'étendre suffisamment sur ces travaux avant de passer à la droite euclidienne. Puis, on revient à la droite physique avec "le changement de pas" et d'abondantes manipulations, avant de passer à la droite affine.

Exemple 2 en quatrième : addition de deux réels.

Plan de travail pratique de compréhension de l'addition dans $\mathbb{R}$

1. Ecrire les valeurs approchées par défaut à 10^0 , 10^{-1} , 10^{-2} , 10^{-3} , 10^{-4} près du réel $a = 1,87777 \dots$
2. Ecrire les valeurs approchées par excès de même rang de a .
3. Ecrire les valeurs approchées par défaut de même rang de $b = 3,2960 \dots$
4. Ecrire les valeurs approchées par excès de même rang de b .
5. Ecrire les sommes des valeurs approchées de a et de b , par défaut, de même rang.
6. Ecrire les sommes des valeurs approchées de a et de b , par excès, de même rang.
7. Existe-t-il $r \in \mathbb{R}$ tel que

$$4 \leq r < 6 \quad (1)$$

$$5 \leq r < 5,2 \quad (2)$$

$$5,16 \leq r < 5,18 \quad (3)$$

$$5,173 \leq r < 5,175 \quad (4)$$

$$5,1737 \leq r < 5,1739 \quad (5)$$

8.	Partie entière de r	1ère décimale	2ème décimale	3ème décimale	4ème décimale	5ème décimale	6ème décimale
(1)	4 ou 5	?	?	?	?	?	?
(2)	5	0 ou 1	?	?	?	?	?
(3)	5	1	6 ou 7	?	?	?	?
(4)	5	1	7	3 ou 4	?	?	?
(5)	5	1	7	3	7 ou 8	?	?

C'est le "jeu de massacre" des points d'interrogation.

2) Travaux dirigés

S'asseoir, donner des exercices et les corriger à la fin de l'heure, ce n'est pas du travail dirigé. Expliquer les exercices à 2 ou 3 qui

"suivent", ce n'est pas du travail dirigé. Imposer la recherche dans un cadre très rigide, ce n'est pas du travail dirigé. Faire faire une fiche sans intervenir en aucune façon et emporter les travaux des élèves pour les corriger, ce n'est pas du travail dirigé. Le vrai travail dirigé ne peut se faire qu'avec un nombre réduit d'élèves. Avec une classe entière, non dédoublable, de 24 élèves, on ne peut faire qu'un travail dirigé de valeur très relative. Il faut arriver au maximum de réponses individuelles.

3) *Technique des multi-tableaux*

Une classe de mathématique devrait être "tapissée" de tableaux. On peut envoyer, avec deux grands tableaux déjà, 7 ou 8 élèves en même temps. Ceux qui restent à leur place travaillent sur leur classeur. Puis la classe profite de tout ce qui a été fait au tableau (erreurs comprises). Ceux qui sont venus au tableau, se corrigent ensuite après réflexion. La classe peut être amenée à juger les avantages et les inconvénients de chaque méthode de travail (résultats trop rapides, raisonnements trop longs ...), de même que les aberrations. Collectivement, les points compris apparaissent mieux, les points incompris (dont le professeur risquait de ne pas s'apercevoir) sortent au grand jour. Cette technique réussit brillamment pour les exercices courts et l'on peut envoyer plusieurs "fournées" d'élèves, l'on peut faire de "bonnes brachettes" d'exercices.

4) *Interrogation volante*

Toute la classe doit y passer. Cette technique ne peut s'appliquer au-delà de 24 élèves.

Exemples :

en sixième : élaboration de la définition d'une fonction avec, en même temps, un excellent exercice de français.

en cinquième : calcul mental, sur puissances dans N
sur additions simples dans Z .

en quatrième : compréhension en profondeur de la notion de groupe.

5) *Travail sur fiches*

Il ne faut pas s'enfermer dans cette méthode : même des fiches bien expérimentées ont provoqué des ennuis en quatrième. Il faut savoir faire de temps en temps, sa propre fiche. Il faut se méfier du nombre trop peu important d'exercices sur certaines fiches. Toutefois, le professeur, qui, sans cesse se documente, sur chaque sujet, avec plusieurs sortes de fiches et en retire le maximum, doit pouvoir tirer de cette technique pédagogique, un enrichissement considérable de son enseignement.

Il semble aussi que le travail trop ponctuel de certaines fiches empêche les élèves de prendre progressivement l'habitude de faire des problèmes assez étendus.

De toutes façons, la "fichite" c'est-à-dire la classe faite uniquement par fiches est condamnée. Le travail sur fiches figure, pour une part, dans l'ensemble pédagogique, mais il est loin d'être la seule technique pédagogique valable.

Enfin, il faut remarquer que le nombre et la longueur des fiches est incompatible avec le temps qui nous est imparti dans l'année scolaire.

6) *Bandes auto-contrôles*

La collection Vissio-Polle-Clopeau les a introduites. Elles permettent un avantage pour les absents, au moment du rattrapage. Les parents peuvent, dans une certaine mesure, aider leurs enfants. Mais la question primordiale reste : comment contrôler que chacun a fait la bande auto-contrôle ? On peut insérer des questions de ces bandes dans une épreuve de contrôle. Il y a aussi les cache-réponses.

7) *Journal scolaire*

(Un exemplaire de celui de Rémoulins a été distribué).

8) *Interrogations d'élèves à élèves*

Un groupe prépare des questions et les pose aux autres. On découvre ainsi certains élèves sous un jour nouveau.

9) *Travaux pratiques de répétition en extension*

Varier les questions sur un même sujet.

Exemple : plans de calculs sur les rationnels.

10) *Corrigés photocopiés*

Le corrigé collectif, fait au tableau, et plus ou moins bien noté, est très largement insuffisant. Il vaut mieux un corrigé photocopié. Evidemment, cela suppose une augmentation considérable du stock de papier et du matériel de photocopie ! Il faut, en prolongement, une explication complète des questions non comprises.

On voit enfin apparaître des livres d'exercices avec corrigés. Personnellement, je salue cette innovation heureuse dans le premier cycle.

A signaler les fiches de calcul numérique en sixième et en cinquième de Glaymann et Jandot et le corrigé photocopié souhaitable de ces fiches.

11) *Télévision*

a) Inconvénients : horaire, brièveté des émissions.

- b) Comment rechercher une utilisation vraiment concrète ?
- c) Ces émissions ne peuvent être efficaces que si elles ont un prolongement (et peut-être même une préparation).
- d) Les IREM commencent à demander à des professeurs de "se jeter à l'eau" pour présenter à leurs collègues, avec critique constructive, une leçon faite dans leur classe et télévisée.
- e) Un collègue de Montguyon signale que, dans son C.E.S., des élèves de cinquième font des "cours" télévisés pour ceux de sixième.

12) *Cartes perforées*

(Ne pas oublier qu'on les utilise et qu'on les utilisera encore plus dans le primaire — voir celles de l'O.C.D.L.)

13) *Blocs logiques*

14) *Epreuves de contrôle avec documents*

Je recevrai volontiers les critiques, suggestions, résultats d'expériences de collègues qui auraient déjà exploité ces diverses techniques et qui continueraient en 72-73. Il est certain que l'A.P.M. doit sérieusement s'occuper, très concrètement, des techniques pédagogiques et ne se contenter :

- . ni d'une a-pédagogie.
- . ni d'un hermétisme pédagogique.
- . ni de la peur de l'innovation.
- . ni de la pratique exclusive du contenu.
- . ni des perpétuelles déclarations des pessimistes

Troisième partie : Circulation de travaux libres faits au C.E.S. de Rémoulins

Sixième : ensembles, $\subset$, $\cap$, $\cup$, arbres, relations, "activités pré-géométriques", bases (calculs en base deux).

Cinquième : calculs sur $\mathbb{Z}$.

Quatrième : lois de composition interne. Pratique de la notion d'éléments symétriques. Groupe $(\mathbb{Z}, +)$. Groupe des puissances de 10. Ensemble D . Comparaison de tous les ensembles connus munis d'une loi de composition interne.

Calculs d'approche de la racine carrée de 2, de la racine carrée de 3 (calculs faits à la main, faute de machines). Résultats :

1,41421356237
1,73205080756.

Le laboratoire de calcul de l'Ecole Normale Supérieure de Saint-Cloud (M. Poly) auquel j'ai demandé de me donner les 10

premières décimales m'a envoyé, pour les racines carrées de 2 à 99, le développement complet de la méthode, fait sur ordinateur.

Par exemple, pour la racine de 2, les élèves avaient fait :

$$\begin{array}{ll} 1,4^2 < 2 < 1,5^2 & \text{à partir de la table des carrés} \\ 1,41^2 < 2 < 1,42^2 & \text{avec les multiplications à l'appui} \\ 1,414^2 < 2 < 1,415^2 & \text{après tâtonnements sur le 4} \\ 1,4142^2 < 2 < 1,4143^2 & \text{après tâtonnements sur le 2} \\ 1,41421^2 < 2 < 1,41422^2 & \text{après tâtonnements sur le 1} \\ 1,414213^2 < 2 < 1,414214^2 & \end{array}$$

et ainsi de suite jusqu'à

$$1,4142135623^2 < 2 < 1,4142135624^2$$

Je leur avais distribué du papier de programmation déjà utilisé par un programmeur de banque, époux d'une collègue. Les 56 élèves de mes deux classes de quatrième s'en sont donné à cœur joie.

Le 18 janvier 1972, l'IREM de Montpellier est venu téléviser, au C.E.S. de Rémoulins, la classe correspondant à l'examen des travaux des élèves sur cette question de la racine de 2.

Je n'ai pu, malheureusement, présenter le cours télévisé à Caen.

Grâce au travail du Centre de Calcul de l'E.N.S. (reçu le 12 Juin), je vais pouvoir, avec les élèves, prolonger ce travail.

Le 18 Janvier, lors du cours télévisé, une manipulatrice (secrétaire d'intendance) fit fonctionner la machine de bureau du C.E.S. pour vérifier les multiplications des élèves. Ils constatèrent qu'elle se bloquait au-delà de 141421^2 .

Travail en commun Géographie — Mathématique sur les monnaies européennes (nombres décimaux).

Travail en commun Technologie — Mathématique : 1) pied à coulisse, 2) incertitude relative.

Travaux en commun Géologie — Mathématique : 1) calcul approché de la durée de l'ère secondaire, 2) travail logique sur la craie (avec pratique de la négation).

Travail en commun Latin — Mathématique : à propos d'une phrase latine spontanément choisie par les élèves pour reconnaître un phénomène analogue à la distributivité d'une loi de composition interne par rapport à une autre.

De nombreuses questions ont été posées par les membres du groupe, qui se sont vivement intéressés à ces travaux et qui ont eu un exemple "d'enfants heureux dans la classe de mathématique".

Quatrième partie : Conclusions concrètes et demandes au plan APMEP, ministère et IREM

L'animateur et les participants, ainsi que Mesdames Delépine et Amour, secrétaires du groupe, ont conçu ce travail comme devant déboucher sur les conclusions concrètes et demandes suivantes :

1 Ministère

- A. Demander au ministère les raisons précises du refus d'augmentation de 1 heure dans l'horaire de mathématique en quatrième. Quel serait le coût ?
- B. Replacer l'horaire augmenté, comme en sixième, en cinquième, et en troisième, d'une heure, dans l'ensemble d'un renouvellement pédagogique.
- C. Approbation des demandes de l'A.P.M. d'allègement des programmes de quatrième.
- D. Demande de textes ministériels sur les liaisons entre mathématique et autres disciplines dans le premier cycle.
- E. Dédoubllement de toutes les classes du 1er cycle, en travaux dirigés, même celles de 24 élèves.

2 I.R.E.M.

- A. Amener les I.R.E.M. à inclure, dans les séances de formation, des études concrètes sur les liaisons inter-disciplinaires, pour les professeurs du 1er cycle.
- B. Profiter de la seconde étape d'expansion des I.R.E.M. vers la recherche pédagogique pour y provoquer, y développer d'un commun accord avec eux, une recherche solide et expérimentée sur les techniques pédagogiques. Elle devra se traduire par des rapports très accessibles aux professeurs et mettre un terme à l'inexistence quasi-absolue, pour le 1er cycle, d'une information pédagogique réelle. Ce qui ne signifie nullement que, par ailleurs, les recherches sur le contenu, pour le 1er cycle, ne continuent pas et ne s'améliorent pas.
Des psychologues devraient, sans tarder, être attachés aux I.R.E.M., et être intéressés aux techniques pédagogiques.
- C. Les classes expérimentales de sixième, notamment, devraient être plus nombreuses, et continuer d'être contrôlées par les I.R.E.M.
- D. Les I.R.E.M. devraient accepter, même s'il semble que le profit soit mince, tout document portant sur une recherche, même sauvage.
- E. Prolongement d'ordre pédagogique de la deuxième année d'I.R.E.M. 1er cycle.

3 A.P.M.

- . Développement des commissions nationales à la recherche et à l'animation pédagogique, souhaité par les participants au groupe de travail.
- . La rubrique du Bulletin ne doit pas être consacrée seulement au contenu, mais aussi aux techniques pédagogiques.
- . Il devrait y avoir, à l'A.P.M., un noyau actif de PEGC s'occupant sérieusement des techniques pédagogiques, spécialement pour les classes de type II.
- . Les professeurs du second cycle auraient le plus grand intérêt à connaître les techniques pédagogiques dans le 1er cycle et à les étendre et à les adapter au second cycle — notamment dans l'enseignement technique.
- . Ce que je propose très concrètement résoudrait le problème posé par M. Sebah (page 233 — Bulletin 283) et qui a, très probablement, retenu l'attention de beaucoup de collègues.
- * Création d'une commission nationale A.P.M.E.P. : liens réciproques entre mathématique et autres disciplines dans le 1er cycle, en rapport avec celle à créer pour le second cycle.

I — *Que faire dans l'immédiat ?*

- . Tendre, dans les établissements, à ce que l'heure de concertation, pour les professeurs de quatrième et de troisième, porte sur le contenu mais aussi sur les techniques pédagogiques.
- . Un des objectifs majeurs du département de mathématique, même s'il n'existera encore que parce que les professeurs le créeront en fait, est de promouvoir les travaux libres dans toutes les sixièmes (I, II, III sans aucune distinction), les initiés animant toute l'équipe.
- . Les membres de l'A.P.M. doivent tendre à mettre un terme à l'isolement des professeurs, notamment dans les petits établissements, à développer les travaux de groupe des professeurs.
- . Gros effort à faire auprès des collègues des autres disciplines pour arriver à assurer des liaisons mathématiques — autres disciplines.
- . Bien faire comprendre aux collègues professeurs de mathématique (certifiés ou PEGC) que la rénovation pédagogique est encore beaucoup trop superficielle.

II — *Dans l'objectif d'une réforme de fond de l'organisation scolaire*

- . Intégrer le système généralisé des travaux libres dans cette réforme.
- . Heures de concertation des professeurs, incluses dans l'emploi du

temps, avec un programme de techniques pédagogiques et pas seulement de contenu.

- . Etude demandée, par des membres du groupe de travail, de l'adaptation de l'horaire de mathématique aux possibilités d'assimilation.
- . Inscrire les thèmes pluridisciplinaires dans l'ensemble des thèmes prévus dans le système *noyau-thèmes*.

III — *Dans l'objectif d'une réforme de fond de la formation initiale des maîtres*

- . Ne pas oublier la pratique réelle des techniques pédagogiques dans les diverses étapes de la formation initiale des maîtres, quels qu'ils soient.