

Calcul numérique à l'école élémentaire

Animateur : M. CREPIN

1. Utilisation du signe =

C'est, en première approche, un signe sténographique qui correspond à un moule du type : ...=...

Il y a égalité au niveau des *représentants* d'une même chose, et non au niveau des *représentés*.

On peut écrire $3 + 3 + 3 + 3 = 3 \times 4$

mais on ne peut écrire 3 billes rouges = 3 billes rouges.

En fait, la relation "... est égal à ..." ou "égale" est une relation d'*équivalence* : les différentes propriétés de cette relation permettent de préciser certaines utilisations du signe =

Réflexivité

On peut donc écrire $3 = 3$

(ceci était déconseillé, voire interdit, dans les instructions de 1945).

Symétrie

Ceci est très important car en raison de notre système d'écriture, on a trop tendance à favoriser la lecture de gauche à droite.

Exemple 1 : $3 + 5 = 8$ mais aussi $8 = 3 + 5$.

La deuxième écriture étant favorisée à l'école primaire par ce qu'on appelle "les décompositions des nombres" : ces dernières seront très utiles au niveau de la technique des opérations.

$$13 \times 4 = (10 + 3) \times 4 = \dots$$

Il faut aussi remarquer pour la première écriture $3 + 5 = 8$ que $(3 + 5)$ et 8 jouent le même rôle : c'est une écriture "statique" et non dynamique : il faudra dans cet esprit éviter de dire " $3 + 5$ fait 8", laquelle relation n'est pas symétrique (la réciproque serait : 8 est fait par $3 + 5$? !).

Exemple 2 : $\forall_n a, \forall_n b, (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Il est évident que dans l'optique "factorisation", c'est dans le sens droite — gauche que l'on utilise le plus l'égalité.

Il faudra donc dans cette optique conditionner dès l'école primaire la symétrie de la relation.

Transitivité

$$\left. \begin{array}{l} 3 + 3 + 3 + 3 = 3 \times 4 \\ 3 \times 4 = 144 : 12 \end{array} \right\} \Rightarrow 3 + 3 + 3 + 3 = 144 : 12$$

Cette transitivité permet d'écrire une suite d'égalités :

$$3 + 3 + 3 + 3 = 3 \times 4 = 144 : 12$$

Nous abordons à partir de cet exemple et en conclusion le fait que l'égalité a pour but de mettre en valeur les multiples écritures d'un même nombre.

2. Le calcul numérique

Il doit être basé sur la lecture et l'exploitation des tables d'addition et de multiplication.

Celle-ci permettront (à partir de nombreux exemples) l'approche des *propriétés des opérations*, sans la compréhension desquelles il ne peut y avoir de calcul numérique.

Dans un deuxième temps, le but du calcul numérique sera de décoder des situations concrètes.

Pour terminer cette présentation du calcul numérique et avant d'aborder le problème des techniques, nous pouvons dire qu'il y a peu de modèles (addition et multiplication) mais de nombreuses écritures (provenant des propriétés).

3. Opérateurs

Il ne rentrait pas dans le cadre de ce groupe de travail d'aborder le problème épineux de l'introduction des opérateurs à l'Ecole Primaire.

D'autres groupes de travail se sont penchés sur la question (voir en particulier les articles de Madame Robert et de F. Colmez dans "La Mathématique à l'Ecole Primaire").

Cependant il est permis de penser que si l'approche théorique des opérateurs, approche qui déboucherait sur la notion d'application de N ou de fonction

dans N est difficile à l'école primaire en raison du fait qu'on travaille sur des ensembles numériques finis, les opérateurs présentent un intérêt dans la mesure où ils *aident au calcul numérique* en variant les situations et les présentations.

C'est cette variété de présentations qui d'après les commentaires semble dominer l'esprit du programme rénové de 1970.

En particulier, la présentation de la soustraction à partir de l'addition, et de la division à partir de la multiplication, apparaissent clairement par cette notation.

4. Techniques opératoires

Le problème des techniques opératoires paraît être un bon exemple de l'esprit du *programme rénové*, à savoir qu'il n'y a pas de changement sur le fond, mais sur la forme.

Ce n'est pas un nouveau programme quant au contenu, mais le même programme avec des méthodes différentes.

L'opération fondamentale est l'*addition*.

Le fait que ce soit la seule opération au programme du C.P. doit permettre de mieux l'appréhender, en partant de la table, et en étudiant ses propriétés sur de nombreux exemples.

Il convient de distinguer deux choses pour les techniques opératoires :

- le niveau mathématique
- le niveau pédagogique.

a) le niveau mathématique

• soustraction

La recherche de la différence se présente comme une *équation*, abordée dès la fin du C.P. comme "exercices à trous".

La recherche de la solution se fait à partir de la table.

• multiplication

C'est une addition répétée.

Ceci apparaît très nettement dans la construction des tables de multiplication.

Pour bien faire appréhender cette construction, il convient de varier les exemples, et nous voyons ici l'intérêt de la construction des tables en base quelconque.

A ce propos, il faut bien remarquer que le but de la numération dans une base autre que dix n'est pas de faire du codage et du décodage, mais bien de dégager les structures et les propriétés des opérations en "cassant les habitudes".

Remarque : Au niveau du maître un exercice très intéressant est, pour une opération donnée en base dix, de faire la même opération dans une autre base : l'habitude et la mémorisation ne jouant plus, nous nous rendons bien mieux compte des difficultés que peut avoir l'élève.

● *division*

Elle se présente à partir de la multiplication de la même manière que la soustraction à partir de l'addition.

Le but donc de ce niveau mathématique est de faire comprendre le lien existant entre ces différentes opérations.

Le problème de la technique va en découler, en précisant bien au départ que, pour chaque opération, nous connaissons une *technique générale bien élaborée*, mais qu'il convient ici de ne rien imposer (contrairement aux définitions et aux propriétés) et de faire découvrir la technique par les enfants.

b) *le niveau pédagogique*

C'est précisément à ce niveau qu'intervient la découverte des techniques opératoires (et pas obligatoirement de la technique "idéale").

Il est bon à ce propos de rappeler deux choses :

— il existe des techniques transitoires (nous allons en développer certaines)

— il est bon de toujours revenir aux définitions et propriétés, car certaines opérations peuvent se présenter comme cas particuliers, et il serait inutile d'appliquer la technique générale.

● *la soustraction*

A côté de la technique classique (avec le principe des retenues), il convient de noter certaines méthodes qui dans des cas simples évitent de "poser la soustraction".

$$x = 9283 - 995 \Leftrightarrow x + 995 = 9283$$

$$x + 1000 = 9288 \Leftrightarrow x = 8288$$

Il est bon également de favoriser la technique dite "compter en addition" (recherche du complémentaire).

● *la multiplication*

Il est intéressant pour le maître de connaître la technique dite *à la musulmane* (développée dans de nombreux manuels d'arithmétique).

Elle présente l'avantage d'éviter les retenues partielles en séparant l'utilisation de la table de multiplication et de la table d'addition.

Ceci est particulièrement intéressant quand la mémorisation n'est pas encore parfaite.

Pour la multiplication par un nombre de deux chiffres, notre technique (arbitraire) du "décalage" devra être motivée.

Ex. : $236 \times 42 = (236 \times 40) + (236 \times 2)$

et $(236 \times 40) = (236 \times 4) \times 10$

D'où une disposition transitoire intéressante :

$$\begin{array}{r} 236 \\ \times 42 \\ \hline 9440 \\ 472 \\ \hline 9912 \end{array}$$

• la division

Cette technique est très élaborée donc très difficile à retenir si l'on reste au niveau du procédé.

Il suffit pour s'en convaincre d'effectuer une division soi-même en base huit (ou en base douze).

Ici aussi nous pourrions utiliser des techniques transitoires et en particulier

— poser les différences partielles, de manière à bien séparer multiplication et soustraction

— utiliser la méthode dite : "division en soustractions successives" (qui est celle utilisée par les machines à calculer).

$$\begin{array}{r|l} 728 & 17 \\ - 68 & \hline 048 & \\ - 34 & \\ \hline 14 & \end{array}$$

4. Calcul numérique et mesures

Il convient tout d'abord de différencier à propos des mesures :

- l'aspect physique
- l'aspect calcul numérique

Ceci se traduira par une progression pédagogique que l'on peut schématiser ainsi :

- C.E. : usage des instruments
- C.M. : mesures à l'aide des instruments
calculs à propos des mesures.

Nous abordons ici une utilisation des techniques opératoires pour les problèmes concrets, et la notion d'encadrement et d'ordre de grandeur prend ici tout son intérêt.

Il est à noter que ceci est favorisé par l'introduction dans le programme des signes > et < dès le cours préparatoire.