

La mathématique et les autres disciplines

par J. CHABRIER

L'équipe fonctionne depuis 3 ans. L'I.R.E.M. a réalisé une bande télévisée et une bande d'interview d'élèves. A Caen, il en a été question dans le groupe 16. L'équipe du C.E.S. pense qu'il ne faut pas s'en tenir au C.E.S. et au 1er cycle, mais faire des réflexions d'ordre général, et des propositions constructives de bas en haut. Nous avons à la disposition des collègues une analyse ensembliste et relationnelle de l'univers des cloisonnements actuels entre la mathématique et les autres disciplines. Je cite succinctement : l'inexistence d'apports des départements universitaires au 1er degré, au 1er cycle, au 2ème cycle ; la non conception de l'étude des langues dans leur adaptation et leurs rapports avec les sciences (dont la mathématique) et les techniques.

1 *Les motivations des liaisons*

- 1) Extension du champ d'action de la mathématique.
- 2) Extension du champ d'action des autres disciplines, dans une orientation tendant à la mathématisation.
- 3) Multiplication des besoins des élèves

et des étudiants, le temps des recettes étant révolu. 4) Fin des exercices trop scolaires. 5) Élimination de la mathématique comme moyen de sélection, développement d'une véritable culture mathématique. 6) Nécessité de voir toutes les relations entre le contenu, l'enseignement mathématique, le contenu des autres disciplines, leur enseignement. 7) Existence d'équipes interdisciplinaires, ce bulletin devant permettre de les connaître. 8) Existence de velléités de travaux interdisciplinaires détendus, dans les visites scolaires, les expositions de travaux d'élèves, les clubs, la correspondance scolaire, les travaux manuels, le dessin. 9) Rôle des autres disciplines dans le passage de la situation au concept mathématique (les liaisons avec le français, dès l'école élémentaire, réduiront les difficultés d'ordre sémantique et linguistique dont BUISSON a parlé, en quatrième ; CLOPEAU a parfaitement analysé le rôle de la technologie ; LEHMANN, dans le Bulletin 284, a bien dit qu'il ne fallait pas introduire ex nihilo un concept ; Itinéraire mathématique de sixième présente de véritables fiches de liaison entre Mathématique et Géographie). 10) Universalité de la question des liaisons. Je suggère, pour développer l'action, de petites brochures A.P.M., accessibles aux collègues des autres disciplines. 11) L'objectif majeur de l'A.P.M. d'accroissement de l'efficacité de l'enseignement mathématique sera encore approché grâce aux liaisons. 12) On relira le paragraphe du haut de la page 396 du Bulletin 283 (dans "*Une nouvelle étape*"). 13) Les liaisons seront un remède radical au mal des sections littéraires. 14) Il y a le triple désir a) de placer l'enseignement mathématique dans le plan général d'un système complet d'éducation, — au lieu de ne regarder que son niveau, son optique, son programme à soi ! . b) de poser les questions de fond : Pourquoi la mathématique ? Pour elle-même ? Pour ne former que des "matheux" ? Pour ne former que des étudiants seulement scientifiques ? Faut-il maintenir les baccalauréats de techniciens sans organisation rationnelle des liaisons ? c) ne pas confondre les objectifs de la discipline avec les objectifs de son enseignement (distinction de M. DUMONT). Les I.R.E.M. doivent concrètement s'inspirer de ces lignes d'action, de même que l'enseignement technique, ou encore l'enseignement de la Géographie. J'en profiterai pour dire que la commission LAGARRIGUE devra, elle aussi, promouvoir un contenu nouveau mais aussi un enseignement nouveau, avec liaisons rationnelles avec la mathématique.

Il faut bien dire enfin que, pour la plupart des disciplines, la recherche fondamentale, si elle existe, est complètement coupée de l'enseignement, et la recherche pédagogique n'existe pas ou n'a que des effets très limités.

15) La 15ème motivation apparaît dans l'ensemble des rôles des liaisons :

a) Rôle de présentation de situations utilisables pour amener un concept.

b) Rôle d'accroissement de l'efficacité de l'enseignement mathématique.

Pour ces deux premiers rôles, je me mets ici au plan concret, pratique, ponctuel, journalier — et non des principes comme dans 9) et 11).

c) Rôle d'apport de la mathématique aux autres disciplines.

d) Rôle de la mathématique dans l'explication des problèmes classiques posés aux utilisateurs et mal connus, voire ignorés, des élèves et des utilisateurs.

e) Rôle de nourriture, de source de recherches supplémentaires, de travaux libres.

f) Rôle des concepts mathématiques nouveaux pouvant s'appliquer à une ou plusieurs autres des disciplines.

g) Rôle dans la réflexion interdisciplinaire générale de l'élève.

2 Impossibilité de réalisation totale, dans la situation actuelle, des liaisons réciproques de la mathématique et des autres disciplines, au plan des contenus et au plan des enseignements. L'obstacle du manque de temps, la manque d'ouverture vers les autres disciplines dans la formation initiale, l'argument des maîtres "ne voulant pas travailler pour rien", les difficultés dues à l'emploi du temps, l'absence presque totale de liaisons dans les I.R.E.M., l'obstacle de la conception même de l'organisation scolaire, rendent actuellement les liaisons difficiles ou impossibles, ou encore très ponctuelles.

3 *Mathématique et Français en sixième*

Chapitre sur les ensembles

1) En collaboration avec le professeur de Français, explications sur : objet, concret, abstrait, avec nombreux exercices dirigés des deux côtés et travaux libres écrits et oraux. 2) Etymologie des mots réflexivité, symétrie, transitivité pour l'égalité d'objets, exemples en français, pour éviter les inconvénients du formalisme. Les trois propriétés sont accessibles, comme le croyait le regretté P. VISSIO. 3) Ensemble est un substantif. 4) Nombreux exercices communs de compréhension de l'idée d'ensembles d'ensembles. 5) Exercices communs sur le mot MEME (à propos des ensembles égaux). 6) Exercices de lecture correcte de définitions au panneau d'affichage (collaboration du professeur de dessin pour les affiches). 7) La liaison

permet de résoudre la difficulté d'ordre sémantique sur les mots : extension et compréhension.

Chapitre sur l'inclusion

1) Avec des exemples préparés par le professeur de mathématique, le professeur de français pourra faire faire la distinction entre appartenance et inclusion. 2) Distinction entre DES et LES. 3) Exercices communs sur "n'est pas une partie de ...", "n'est pas un sous-ensemble de ...", "n'est pas inclus dans ...". 4) Les trois adjectifs : vide, propre, pleine. 4) Ayant évidemment constaté, avec BUISSON et beaucoup d'autres, avec les instituteurs, avec les collègues de français, que les notions de grammaire n'étaient pas bien fixées, je me demande si les ensembles et l'inclusion ne pourraient pas contribuer à vaincre les ennuis causés par le fatras des règles.

Chapitre sur l'intersection

Etude du mot ET (voir Brédif de cinquième) pour les exercices les plus simples.

Chapitre sur la réunion

Etude du mot OU (voir Brédif de cinquième) pour les exercices les plus simples. La conjonction de coordination est bien au programme de grammaire de sixième.

Chapitre général sur les relations

1) La préposition est au programme de sixième. Donc, travaux en commun sur : VERS, DANS, SUR. 2) Corrigé en commun de liens verbaux défectueux. 3) Grammaire et liens verbaux pour relations réciproques. 4) Au lieu de faire "apprendre la définition", les deux professeurs, après les travaux pratiques de compréhension, font construire par tous les élèves cette définition, pour les mots fonction, application, bijection. 5) Avec les liaisons, passage plus facile des relations d'équivalence.

Autres genres de liaisons

1) Travaux libres de rédaction française sur des exemples analogues à ceux étudiés. 2) Explication demandée, en un français étoffé, d'un diagramme, d'une relation, d'une situation, d'un problème, d'une correction.

3) Construction d'un dictionnaire de mathématique par les élèves eux-mêmes.

4) Articles pour le journal du C.E.S. sur les travaux de mathématique.

5) Ordre lexicographique et relations d'ordre.

Pour 72-73, j'utiliserai le livre : Orthographe et Mathématique

(BRAY et CLOSARD). Je pense qu'il faut songer à demander des travaux dirigés communs Mathématique-Français en sixième.

4 *Mathématique et Français en cinquième*

Le livre de BREDIF cinquième est très complet dans ce domaine. Il a l'avantage de donner d'abord des explications strictement en français, donc accessibles au professeur, avec des exercices en français ; puis les exercices de passage à la mathématisation de l'emploi de mots essentiels : le, un, les, des, ou, et, tout, tous. Comme M. BARNIER le remarque (Bulletin 283 page 266) il faut expliquer aux élèves, concrètement, patiemment, avec emploi naturel et non parachuté, les expressions : "Si nous généralisons", "D'une manière plus générale". Sinon la situation ou les quelques situations décrites risquent de s'évanouir et de ne rien laisser d'efficace. De même pour "Déduis - en une méthode pour ...". Il y a encore : si ; si, alors ; quel que soit ; chaque ; aucun ; pour tout. Naturellement, il faudra reprendre, au 1er trimestre, les exercices faits en sixième, arriver à une maîtrise de ces liaisons, qui deviennent spontanées et naturelles. En effet, l'expérience prouve que les élèves ainsi formés en sixième en arrivent même à reprendre le professeur de mathématique lorsqu'il a donné une explication peu claire, lorsqu'il manque cette étincelle, ce détail de français, pour la compréhension de la mathématique. Réciproquement, lorsque les élèves sentent intuitivement que la grammaire, par sa rigueur de pensée, se rapproche de la mathématique, et même lorsque le professeur se rend compte que la mathématique peut lui apporter quelque chose, on arrive à des résultats surprenants. C'est ainsi qu'en mai 71, Madame HERRMANN, professeur de lettres au C.E.S., en cinquième 1 A, m'a demandé de faire avec elle, en deux séances, une leçon commune sur le superlatif et le comparatif, qui a donné de bons résultats. Les élèves ont travaillé, en mathématique, sur ordre et pré-ordre. En grammaire, ils ont pu élucider, grâce à la pensée mathématique, quelques difficultés.

Je pense qu'il faut songer à demander des travaux dirigés communs Mathématique-Français en cinquième.

5 *Mathématique et Français en quatrième*

Le travail, en 71-72, a été rendu très délicat et très incomplet, vu la lourdeur du programme. Il y a eu toutefois des articles d'élèves pour le journal du C.E.S., des exercices de diction et d'expression orale, en français uniquement, sur le vocabulaire révisé et maîtrisé des relations. Il faut éliminer la puérilité du langage des flèches et des boucles qui, pour certains élèves, remplit les trois quarts de l'univers de compréhension.

6 Etude faite en sixième et en cinquième sur les idées des enfants relatives au temps, et sur les conséquences à en tirer pour un enseignement pluridisciplinaire à l'école élémentaire et dans le 1er cycle, relativement à la mathématique.

6.1. Espoirs nés de la mathématique et de sa pédagogie : nos travaux interdisciplinaires dans le 1er cycle ayant tendu à corriger ou à entreprendre le chantier de la correction de certaines aberrations, ou de certaines ignorances, voire de certaines incapacités, nous sommes convaincus que le nouvel esprit mathématique, allié à une pédagogie active de l'histoire, devrait, dès l'école primaire, améliorer sérieusement les choses.

6.2. Rôle de l'enseignement mathématique lié aux autres disciplines à l'école élémentaire et dans le 1er cycle, pour donner à l'enfant les bases d'une philosophie dynamique du temps : 1) nombreuses manipulations avec montre, chronomètre (calculs et éducation physique). 2) à l'enseignement strictement mémorisé des dates, substitution d'un enseignement avec raisonnements ensemblistes, relationnels, graphiques ; avec échelles de temps, petits calculs. 3) notion de temps et notions élémentaires de Géologie (avec calculs d'ordre de grandeur). Montrer que ce n'est pas le nombre de millions d'années qui compte et qui, en fait, est inconnu, mais l'ordre de grandeur. Commencer la notion d'encadrement très tôt. 4) à l'école élémentaire, on doit pouvoir, à l'aide de multiples situations d'ordre historique, en travaux pratiques, élaborer petit à petit les notions de chronologie à reprendre dès la sixième. 5) calculs simples de distances et de temps astronomiques. 6) par contraste, calculs avec centièmes de seconde (compétitions) ou dixièmes de seconde. 7) temps et combinatoire et probabilités (groupe 2 de Caen : M. BLANZIN).

7 Mathématique et Géographie en sixième

A. La géographie permet de présenter d'innombrables situations, faciles, concrètes, sympathiques aux élèves, ayant l'avantage de la précision, d'une représentation (carte, schéma, diapositive, graphique ...) utilisables pour amener un concept mathématique. Itinéraire mathématique en sixième a largement utilisé cette possibilité. Nous avons pu, avec le manuel et les fiches du Vissio-Clopeau-Pollie de sixième, expérimenter sérieusement la découverte, par les élèves eux-mêmes, en travaux libres de liaisons Géographie-Mathématique, d'une multitude de situations géographiques familières, locales, ou liées au programme sur l'Afrique. Indiscutablement, elles m'ont aidé pour mieux amener un concept mathématique. C'est essentiellement le chapitre des ensembles et des relations qui est en cause. Les collègues intéressés peuvent me demander l'étude complète sur les

ensembles liés au programme de géographie. Quant aux relations, l'examen d'un livre de sixième (actuel), l'audition d'un cours, l'examen d'un cahier, démontrent vite qu'il existe une multitude de situations relationnelles en géographie, que l'enseignement rénové actuel s'efforce de dégager. Ces situations ne peuvent que concourir à aider la compréhension des concepts mathématiques sur les relations enseignés en sixième.

1) Il y a d'abord les liens verbaux élémentaires. 2) Il y a ensuite des liens verbaux moins triviaux. Exemples : est à la même latitude que, est beaucoup plus chaud que, est plus doux que, est une région de départ des alizés soufflant vers. 3) La transformation et la crise de croissance de l'Afrique est une excellente occasion d'amener le concept de relation. 4) Température et latitude, température et proximité de la mer, température et altitude. 5) L'objection du temps limite de passage sur les relations ne tient pas, un élève qui n'a pas compris en mathématique en octobre peut bien se corriger en mai grâce à la géographie. 6) Travaux libres après lancement comme pour les ensembles. Travaux libres de liaisons communs. Tableaux, panneaux, mettant en commun les résultats de travaux d'équipes ... et de l'équipe des professeurs.

B. L'accroissement de l'efficacité de l'enseignement mathématique peut trouver un terrain fantastique de développement nouveau grâce aux liaisons Mathématique-Géographie.

Or, s'agissant de la sixième, si, du strict point de vue de l'introduction du nouveau contenu mathématique, les choses sont convenables, il n'est pas du tout certain que les programmes actuels et les méthodes actuelles remplissent complètement cet objectif. Mes collègues stigmatisent à juste titre : 1) L'arrivée du CM2, en sixième, de beaucoup trop d'enfants dressés uniquement (en géographie et en mathématique) au par-coeur, à une mémorisation systématisée, manquant des rudiments de raisonnements. 2) Les difficultés inouïes du début du programme sur le globe terrestre, les notions de mesure ne venant qu'en fin de programme de mathématique. 3) Les difficultés, chaque année renouvelées, que rencontre le professeur de géographie quand il veut faire calculer une densité de population, un pourcentage, une distance réelle à partir de l'échelle. 4) Les difficultés qu'il a pour faire apprécier un ordre de grandeur, pour faire faire une évaluation correcte. 5) Les difficultés de lecture, de confection d'un graphique. 6) Les difficultés, parfois paralysantes, de passage d'une activité géographique à une activité mathématique. 7) Les aberrations en tous genres obtenues dans l'utilisation, non raisonnée, d'un chiffre, d'une donnée numérique. Il faut constater aussi l'inexistence des liaisons, dans les programmes officiels. Il y a

encore le mépris, qui frise parfois la manie, pour tout ce qui est mathématique, la persistance très inquiétante de définitions empiriques ou semi-empiriques, les conséquences parfois graves des confusions sur tout ce qui relève de la mesure. Nous nous sommes donc dit qu'il fallait faire, qu'on pouvait commencer, quelque chose pour accroître l'efficacité de l'enseignement de la mathématique en sixième, relativement à celui de la géographie. Nous espérons qu'un jour les liaisons seront à l'actif de la fin de la crise des sections littéraires, à l'actif de l'épanouissement des sections économiques, et, pour plus tard, qu'elles seront utiles aux étudiants en Sciences de la Terre.

C. Réflexion interdisciplinaire générale et particulière à la géographie, dès la sixième.

La mathématique ne doit pas apparaître à l'élève comme "morte", isolée. Il ne faut pas, surtout, que naissent les malaises qui font dire "On ne fait pas ces calculs en math", "On n'a pas encore fait cela", "On ne fait pas comme cela". La réflexion interdisciplinaire particulière à la géographie doit amener l'élève à comprendre que la mathématique a besoin de la géographie et que la géographie a besoin de la mathématique.

D. Apport de la mathématique à la géographie en classe de sixième.

1) La clarté, la commodité du langage des ensembles et des relations doit aider la géographie ; on fera trouver aux élèves des relations d'un ensemble géographique vers un autre, des relations dans un ensemble géographique. Il y a notamment les relations d'un ensemble géographique vers une partie de N , ou une partie de D , ou une partie de Z ... Il faut rechercher la mathématisation des schémas géographiques, employer les diagrammes, les tableaux, en faire acquérir leur pratique familière dès le début de la sixième. Exemple : à l'interrogation traditionnelle, substituer la constitution d'un tableau ensembliste et relationnel, par la classe ENTIERE, avec conclusions, par exemple, d'ordre économique. Lors des synthèses géographiques sur l'Afrique (milieu naturel, milieu humain, économie), la pratique du raisonnement ensembliste et relationnel servira énormément. La connaissance des relations d'équivalence permettra d'éclairer d'un jour nouveau des questions longtemps bien confuses comme : les distances, les latitudes, les longitudes, l'amplitude thermique. Habituer très sérieusement les élèves à l'emploi de *et*, à l'emploi des relations d'ordre. Exemples : 1) Régions de l'Ethiopie selon l'altitude. 2) Ton livre indique : "Dans la zone équatoriale règne une chaleur constante, jamais inférieure à 20° ". Corrige l'erreur. Traduis mathématiquement. On développera aussi la distinction entre ordre et pré-ordre. 3) On peut faire apparaître et étudier des fonctions, des

applications, des bijections, des relations réciproques, étant bien entendu que ce n'est qu'un début en sixième et que ce travail sera poursuivi en cinquième, quatrième, troisième.

Exemples : 1) Relation d'un ensemble d'altitudes vers l'ensemble des températures. On fera constituer le tableau suivant, après que le professeur de géographie a indiqué que la température diminue de 1° tous les 160 m.

mètres-mesures des altitudes	degrés-mesures des températures
a + 1600 (2)
(1)	t - 5
a + (160 × 4)	t - 4
a + (160 × 3)	t - (3)
a + (160 × 2)	t - (4)
a + (160 × 1)	t - 1
a	t

Complète (1) (2) (3) (4);

2) Fiche 14 Itinéraire mathématique sixième.

3) Profiter, bien sûr, des nombreux graphiques du professeur et du livre et les faire interpréter par les élèves en langage relationnel.

4) Il faut habituer l'élève, d'autre part, à avoir le sens de l'ordre de grandeur. Ce n'est pas tant le nombre, la mémoire du nombre, l'étalement des tableaux numériques que l'on cherche. Dès le début, travaux pratiques spéciaux sur : milliers — millions — milliards ; pourcentages très élémentaires ; durée des ères géologiques ; distances. Exemple : nous avons, en Instruction Civique, en quatrième, après de telles préparations en sixième et en cinquième, obtenu des résultats très encourageants dans le domaine POURCENTAGES, pour l'étude des cultures dans 16 villages habités par les élèves du C.E.S. de Remoulins.

5) Calculs dans N et Géographie. Exemples : fiche sur Soleil et Terre ; fiche sur les climats.

6) Ensemble Z et Géographie en sixième (nous nous documentons en Océanographie).

7) Ensemble D et Géographie en sixième. Exemple : fiche sur population en habitants, milliers, millions — Fiche d'océanographie (km comme unité de longueur).

8) Activités pré-géométriques en sixième (cette expression a ravi M. WALUSINSKI à Dijon !) (manipulations réelles, sens de l'espace, multiplicité des figures, lutte contre l'empirisme (les deux parties "égales" de la Terre, formées par l'équateur !)). Exemples de fiches : De la terre à la sphère terrestre. Le modèle est plus facile à comprendre que la totalité du réel. Il constitue un appauvrissement du réel puisque nous éliminons : le relief émergé, le relief immergé, l'aplatissement aux pôles, le renflement à l'équateur.