

La nature du raisonnement formel (d'après Piaget)

par Raymond DUVAL, psychologue à l'I.R.E.M.
de Strasbourg

"Vers 11-12 ans, avec un palier d'équilibre dès 14-15 ans, débute une dernière phase de la construction des opérations propres à l'enfance et à l'adolescence. Son caractère le plus apparent est que le sujet n'est plus astreint à raisonner directement sur les objets concrets ou leurs manipulations (opérations de classes, de relations, de nombres et opérations spatiotemporelles), mais qu'il parvient à déduire opératoirement à partir de simples hypothèses énoncées verbalement (logique des propositions). De ce fait, la forme de ces nouvelles structures opératoires se dissocie de son contenu, d'où la possibilité d'un raisonnement hypothético-déductif ou formel." Traité de Psychologie Expérimentale - Tome VII P.U.F. page 154.

Ce texte décrit le raisonnement formel, tel qu'il apparaît au cours du développement de l'intelligence entre 10 et 15 ans. Il faut retenir deux caractéristiques essentielles selon Piaget :

a) Le raisonnement formel porte sur des énoncés sans référence immédiate aux objets concrets et à leurs propriétés. Avant 10 ans, en effet, les raisonnements de l'enfant sont ceux qui supposent principalement des activités simples de classification, de sériation ou de mise en correspondance. De tels raisonnements ne sont pas liés à la manipulation d'un code linguistique ou algorithmique. Les raisonnements mettant en jeu l'inclusion entrent dans cette catégorie.

b) Le raisonnement formel consiste en démarches rendant l'enfant capable de comprendre ou d'utiliser l'implication, la conjonction, l'incompatibilité ...

Le problème que Piaget a essayé de résoudre est le suivant : *quelles sont les activités et les processus psychologiques qui permettent le développement du raisonnement formel à partir de 11 ou 12 ans ?*

1 Quelques données génétiques

Toute l'analyse de Piaget s'appuie sur des faits mis en évidence par la méthode génétique, c'est-à-dire sur des résultats obtenus en présentant une même épreuve à des enfants d'âges différents. Ces résultats peuvent être classés en deux catégories : d'une part les constatations d'échecs et de réussites systématiques selon les âges et d'autre part les différentes conduites de l'enfant au cours des stades intermédiaires entre l'échec et la réussite systématiques.

Ainsi on constate que :

a) Avant 10 ou 11 ans, l'enfant échoue à *combinaison systématiquement* plusieurs jetons pris deux à deux. Il procède par tâtonnement et ne trouve pas toutes les possibilités.

b) Avant 10 ou 11 ans, l'enfant échoue dans tous les problèmes exigeant pour être résolus que soient dissociés plusieurs facteurs n'intervenant jamais isolément dans une situation.

Pour illustrer ces points, voici une présentation très simplifiée de deux des nombreuses épreuves mises au point par Piaget et ses collaborateurs :

a) Une épreuve porte sur la combinaison de liquides.

La combinaison de trois corps 1,3 g permet d'obtenir la couleur jaune ; si l'on ajoute un quatrième corps 4, le mélange précédent est décoloré. La présence d'un cinquième corps 2, ne change rien.

On présente à l'enfant d'une part le mélange 1 + 3 auquel on ajoute g et d'autre part 2 auquel on ajoute g.

Disposant de quatre récipients identiques contenant des liquides incolores 1, 2, 3, 4 et d'un récipient dont il sait qu'il contient le liquide g, l'enfant doit par des mélanges successifs retrouver la couleur jaune. Les réponses des enfants peuvent être classées selon les étapes suivantes :

1. Stade II A (7-8 ans) : *multiplication des facteurs par g.*

L'enfant associe systématiquement g à tous les autres éléments mais sans procéder à aucune autre forme de combinaison. La suggestion de combiner plusieurs facteurs à la fois provoque quelques tâtonnements empiriques vite abandonnés.

2. Stade II B (9-11 ans) : *début empirique de combinaisons n à n.*

L'enfant multiplie spontanément chaque élément, puis tous les éléments, par g. Il passe ensuite aux combinaisons 2 à 2 ou 3 à 3 mais sans parvenir à réaliser toutes les combinaisons possibles des liquides pris n à n pour y ajouter g.

3. Stade III A (12-13 ans) : *formation de combinaisons systématiques n à n.*

L'enfant fait toutes les combinaisons 2 à 2 puis toutes les combinaisons 3 à 3. Une fois trouvée la solution 1 + 3 + g, il cherche s'il n'y a pas d'autres solutions possibles.

b) Une autre épreuve porte sur la dissociation des facteurs pouvant intervenir dans la flexibilité des tiges : le métal (laiton (A_1) ou non (A_1')), la longueur (A_2 ou A_2'), l'épaisseur (section large (A_3), ou fine (A_3')), le poids qui peut être ajouté à une extrémité, etc ... L'enfant dispose d'un jeu de tiges variées et il doit les comparer du point de vue de leur flexibilité (X) ou non (X') (un critère étant indiqué pour la flexibilité, critère qui se traduit par une inclinaison plus ou moins grande de la tige). Les réponses des enfants peuvent être classées selon les étapes suivantes :

1. Stade II A (7-8 ans)

Le sujet série les tiges selon les inclinaisons obtenues sans tenir compte des différents facteurs qui interviennent.

2. Stade II B (9-11 ans)

Le sujet devient capable d'établir une correspondance immédiate s'il se trouve en présence d'un seul facteur et de son résultat X ou X'. Il devient capable de comprendre comment deux facteurs peuvent se compenser (la longueur et l'épaisseur par exemple).

3. Stade III A (12-13 ans)

Le sujet comprend que pour faire des comparaisons concluantes, il faut choisir certains couples de tiges plutôt que d'autres et donc veiller à ce que tous les autres facteurs ne varient pas.

4. Stade III B (14-15 ans)

Le sujet devient capable de faire varier un seul facteur en maintenant tous les autres inchangés. Il peut ainsi démontrer l'influence de chaque facteur sur la flexibilité.

La combinaison systématique de plusieurs facteurs présentés isolément et la dissociation de plusieurs facteurs donnés simultanément en vue de déterminer l'influence de chacun sur un phénomène donné, sont des activités réussies seulement à partir de 12 ans environ.

Le passage du stade II au stade III constitue pour Piaget, un progrès essentiel. Au stade II l'enfant est capable de lire dans l'expérience des correspondances entre 1 ou 2 facteurs et le résultat, c'est-à-dire de construire des tableaux à double ou triple entrée et donc d'établir parmi les quatre associations $A_1 X, A_1' X \dots$ ou les huit associations $A_1 A_2 X, A_1 A_2 X', \dots$, celles qui sont réalisées ; mais il ne peut envisager l'ensemble des parties formé par ces quatre ou huit associations : pouvant construire un tableau à double entrée, il ne peut envisager les seize tableaux des associations binaires.

Or cela est nécessaire lorsque plus d'un facteur est susceptible d'intervenir sur le résultat, car il faut alors procéder à la dissociation des facteurs c'est-à-dire :

1° — Envisager parmi l'ensemble des combinaisons possibles celles qui correspondent à la variation d'un seul facteur.

2° — Analyser l'importance de ce facteur "toutes choses égales par ailleurs", c'est-à-dire être capable d'interpréter le tableau trouvé :

	A	A'
X		
X'		

ce qui nécessite l'aptitude à envisager les seize tableaux possibles.

C'est ce passage du stade II au stade III qui marque l'apparition du raisonnement formel : il consiste essentiellement dans la formation d'une activité combinatoire au sens donné par Piaget (utilisation des seize tableaux), laquelle permet d'expliquer les deux caractéristiques du raisonnement formel.

2 — Analyse du raisonnement formel

L'idée principale de Piaget est que l'intervention d'une activité combinatoire transforme les mécanismes intellectuels du raisonnement. C'est cette idée que nous essayerons de présenter, dépouillée de toute analyse technique.

a) Le raisonnement n'est plus limité à des opérations qui peuvent être effectuées sur des objets en fonction de propriétés immédiatement ou facilement distinguées (comparer, réunir, classer, ordonner, mettre en correspondance ce qui a été rangé ou ordonné, etc...). Le raisonnement formel porte sur un ensemble de situations possibles qui ne sont pas données simultanément mais qui doivent être découvertes successivement. Cette différence est importante : un tel ensemble n'est pas directement perceptible et *n'existe pour le sujet que dans la mesure où il est capable de le construire*. On ne peut donc présenter un matériel ou une situation qui facilite ou guide le raisonnement formel comme cela peut se faire pour des raisonnements utilisant l'inclusion (activité concrète de classification par comparaison...) ou pour des raisonnements utilisant la transitivité (activité concrète de sériation : on ordonne selon des valeurs croissantes ou décroissantes...).

Même lorsqu'il doit être conduit à partir d'objets, le raisonnement porte sur les différentes associations ou combinaisons d'objets et non sur les propriétés des objets eux-mêmes. Ainsi dans la première épreuve présentée, il ne s'agit pas de classer les corps chimiques, mais de comparer leurs différents mélanges relativement à l'occurrence d'un certain phénomène. Une telle comparaison suppose que l'inventaire des différents mélanges par le sujet soit exhaustif. Ce qui est à comparer n'est donc pas donné : cela exige une plus grande anticipation de la part du sujet dans la conduite du raisonnement.

Piaget exprime cette première caractéristique du raisonnement formel, par rapport au raisonnement portant sur des situations concrètes, en disant qu'il repose sur une "inversion entre le réel et le possible". L'enfant ne raisonne plus sur le réel en fonction de ce qui lui paraît vraisemblable ou non mais en fonction de ce qui est possible. La réaction des enfants devant l'une des phrases du test Binet-Simon éclaire ce point : "quelqu'un disait : si je me tue un jour de désespoir, ce ne sera pas un vendredi, car le vendredi est un mauvais jour qui

porterait malheur". Avant 11 ans, l'enfant ne remarque pas la contradiction interne de la phrase, il cherche à la réfuter en contestant le contenu de l'argumentation : on peut se tuer tous les jours, ou bien, on ne peut pas savoir si le vendredi porte malheur, etc... Avant 11 ou 12 ans l'enfant ne raisonne sur des hypothèses qu'en fonction de leur vraisemblance.

b) Le raisonnement formel ne porte pas sur des objets mais sur des énoncés compris en fonction de leur forme et non de leur contenu. Nous avons vu en effet que chaque situation possible correspond à une certaine association de facteurs ou à un certain mélange de corps chimiques. Dans le cas d'un facteur et du résultat obtenu, analyser l'importance d'un facteur revient à choisir un des seize tableaux représentant les seize situations possibles ($2(2^2)$). Or ces tableaux peuvent s'interpréter à l'aide des connecteurs de la logique des propositions : être capable de percevoir les seize tableaux, c'est être capable de percevoir les seize énoncés provenant de la combinaison de deux propositions. Mais il y a une différence essentielle dans l'interprétation qu'on en donne : dans le calcul des propositions les deux termes jouent des rôles symétriques, alors qu'ici il s'agira d'interpréter chaque tableau en tenant compte du fait que la question posée est de déterminer l'influence du facteur A sur le résultat X et non l'inverse.

Ainsi pour analyser l'influence d'un facteur A sur le résultat X, le sujet doit :

- Etudier la réalisation de chacune des quatre associations AX, A'X, AX', A'X'. Il se trouve alors devant une suite de résultats qui peuvent être notés 1 ou 0, selon que l'expérience a permis de constater l'existence ou l'absence de chacune des quatre associations. Cette suite de résultats forme un énoncé que l'on peut inscrire dans un tableau à double entrée ;
- Interpréter l'énoncé composé des différents résultats c'est-à-dire le reconnaître parmi les seize tableaux possibles.

Pour montrer que le liquide n°2 n'intervient pas dans le changement de la couleur du mélange (expérience 1), le sujet doit constater l'existence des quatre associations données dans le tableau suivant :

La reconnaissance de cette *tautologie* permet de conclure à l'indépendance du résultat X par rapport au facteur A.

	A	A'
X	1	1
X'	1	1

Pour montrer que le liquide n° 4 empêche la formation de la couleur jaune (expérience 1) le sujet doit remarquer les quatre situations suivantes :

Cet énoncé permet de conclure à l'*incompatibilité* de la présence du liquide n° 4 et de la formation de la couleur jaune.

	A	A'
X	0	1
X'	1	1

Le sujet ne peut donc conclure à partir d'une seule situation expérimentale, mais il doit interpréter l'énoncé constitué par une suite de résultats. Cela peut expliquer pourquoi l'*implication*, à la différence de l'inclusion, est seulement comprise au stade du raisonnement formel. En effet le raisonnement sur l'inclusion exige une opération de classification qui peut être effectuée au cours d'une manipulation relativement simple. La compréhension de l'implication suppose, au contraire, que l'on envisage plusieurs situations, que l'on rassemble leurs données en un énoncé et que celui-ci soit interprété. Lorsque le sujet se trouve devant les associations du tableau suivant :

	A ₁	A' ₁
X	1	1
X'	0	1

il doit comprendre que non seulement la longueur A₁ est un facteur intervenant dans le phénomène de la flexibilité des tiges, mais que ce facteur n'est pas le seul ; en l'absence de facteur A₁, on observe la flexibilité des tiges.

Conclusion.

Le raisonnement formel consiste dans la référence à l'ensemble des possibilités, défini à partir des hypothèses acceptées. Cette référence suppose une activité combinatoire et une attention qui se porte davantage sur les connecteurs que sur les éléments connectés. Il faut préciser que cette utilisation des connecteurs est plus spontanée que réfléchie chez un enfant de 13 ans ; le fonctionnement des mécanismes intellectuels est pour une grande part inconscient et ne serait pas nécessairement facilité par l'apprentissage de la logique propositionnelle.

Trop souvent on invoque Piaget pour affirmer que la maîtrise du langage est extrinsèque à l'apprentissage des mathématiques. Cela est

juste dans la mesure où Piaget a montré que la logique se développait à partir de l'action et non du langage, et donc que les manipulations d'objets doivent avoir la priorité sur l'entraînement verbal. On ne saurait trop le rappeler. *Mais on oublie que cela vaut essentiellement pour le stade des opérations concrètes (7—11 ans).* Les travaux de Piaget sur le raisonnement formel montrent que le passage à ce type de raisonnement suppose la comparaison d'énoncés différents et non plus des manipulations soit à l'aide d'un matériel, soit par le truchement de diagrammes. Avec le développement de l'intelligence le langage semble devoir jouer un rôle important dans le raisonnement.

Le problème qui demeure en recherche est de déterminer l'aspect sous lequel le langage intervient dans le raisonnement abstrait : maîtrise de l'aspect syntaxique, ou bien de l'aspect sémantique, aptitude à saisir les oppositions de termes et donc à comprendre les définitions ?

Ainsi on a pu observer que l'une des principales difficultés des enfants de quatrième pour comprendre ou retrouver une démonstration concernait la substitution sémantique. ⁵

Bien qu'ayant paru comprendre la définition de $a \leq b$ par $b - a \in D^+$, la plupart sont incapables d'effectuer ou même de comprendre la substitution qui permet de traduire $ac \leq bd$ par $bd - ac \in D^+$.

Des entretiens répétés ont montré qu'interrogés sur la signification de la relation "*est inférieur ou égal à ...*" pour deux entiers, la plupart des élèves ne parvenaient pas à penser que cela signifiait que leurs différence était positive (ou négative).

La manipulation dirigée, selon des consignes précises, de symboles ou de lettres ne pose pas de problèmes, mais la substitution d'une expression à une autre devient vite insurmontable lorsqu'elle suppose que l'on en comprenne la signification. Cela explique peut-être pourquoi les élèves préfèrent travailler avec les chiffres plus qu'avec les lettres : avec les chiffres les transformations à effectuer sont automatiques en vertu des tables d'addition et de multiplication bien mémorisées. En revanche, avec des lettres, les transformations d'expression supposent que l'on perçoive le jeu des définitions et leur signification.