## La mathématique, qu'en penser? Pourquoi l'étudier?

par H. LAFORGE

Laissons aux grammairiens, aux auteurs de dictionnaires et d'encyclopédies, sinon aux mathématiciens eux-mêmes la tâche ingrate de donner une définition de la mathématique et contentons-nous de glaner ici et là dans l'histoire ce qu'ont pu en penser certains hommes.

Platon en recommande l'étude au soldat et au philosophe : le soldat pour y trouver mille moyens de s'aider à l'art de la guerre, le philosophe pour s'exercer à l'abstraction. Au Moyen-Age, Saint-Augustin met en garde le chrêtien contre les mathématiciens et tous ceux qui font des prophéties vides de sens. Il semble, dit-il, que les mathématiciens aient fait un pacte avec le diable dans le but d'obscurcir les esprits et de mener l'homme à l'enfer. Dans une lettre à Fermat datée du 10 août 1660, Blaise Pascal reconnaît l'utilité des mathématiques et leur grandeur en tant qu'exercice de l'esprit, mais ne leur

attribue pas la qualité de science pure. Arthur Shopenhauer, considérant qu'une machine peut calculer, conclut que la plus basse activité de l'esprit est l'arithmétique.

Pour C.F. Gauss, la mathématique est la reine des sciences et l'arithmétique, la reine de la mathématique. Elle condescend souvent à rendre service à l'astronomie et aux autres sciences naturelles, mais en toutes circonstances la première place lui est due. Dans un des nombreux exemples d'inutiles controverses de mathématiciens que l'histoire nous fournit, Jacobi réplique à Fourier, qui accuse d'enfantillage ses travaux de mathématiques pures, que le vrai but de celles-ci est la plus grande gloire de l'esprit humain.

Et sans essayer d'en savoir davantage sur la nature de la mathématique, risquons quelques éléments de réponses à la question : pourquoi l'étudier ?

## Culture, humanisme nouveau

Une conception nouvelle de l'humanisme, au moins due en partie à une meilleure connaissance du milieu, dépasse celle d'Erasme, de Rabelais, de Montaigne. L'éventail de l'esprit s'est considérablement élargi. L'étude d'Heisenberg, de Wundt, de Boole, de Wiener, de Keynes, est certainement aussi importante aujourd'hui, pour une vision correcte du monde, que celle de Sartre, de Camus ou de Teilhard de Chardin. La connaissance du grec et du latin est un luxe à côté de celle des nouveaux modes de perception et d'expression.

Il ne fait pas de doute que la mathématique constitue un des éléments de base de ce nouvel humanisme. Elle est la clef indispensable à la pénétration et à l'élaboration de la culture moderne. Il ne semble pas que Leibniz ou Newton soient moins source d'inspiration pour la jeunesse que Jules César et son lieutenant Titus Labienus. Cependant il est étonnant de constater, dans bien des milieux encore, que la véritable culture ne puisse se concevoir en dehors du domaine littéraire.

## Logique

Kant déplorait le fait que malgré son caractère de science exacte, la logique n'ait fait que très peu de progrès au cours des siècles, après avoir apparemment atteint son développement maximum sous Aristote. Heureusement, depuis un demi-siècle, et sous l'impulsion de la mathématique, la logique s'est remise en marche. Logique et mathématique ne font plus qu'un. La logique est devenue davantage mathématique et la mathématique davantage logique. En 1847, George Boole écrivait :

"I am then compelled to assert, that according to this view of the nature of Philosophy, Logic forms no part of it. On the principle

of a true classification, we ought no longer to associate Logic and Metaphysics, but Logic and Mathematics."

Le rationalisme est une des valeurs qui transcendent des mathématiques et il s'en nourrit. Il faut rectifier sa vision, à moins de vivre et de penser dans l'anachronisme.

## Beauté

Si on accepte qu'est beau ce qui suscite par son aspect un plaisir admiratif et par extension ce qui produit une impression agréable, il ne fait aucun doute que la beauté est un des attributs de la mathématique. Cette beauté est à la fois objective et subjective : une démonstration pourra soulever l'enthousiasme de certains, leur donner une réelle satisfaction émotionnelle, et paraître moins intéressante ou même non acceptable à d'autres. D'après Félix Klein, une bonne mathématique doit satisfaire un des trois critères suivants : utilité immédiate pour la science, utilité possible ou beauté. Ces deux derniers critères qui ne sont pas matière de faits rangent la mathématique parmi les arts où seul le bon jugement est guide.

L'utilité de l'enseignement à tous des subtilités des mathématiques est parfois mise en doute. Et la réflexion du technicien qui avoue n'avoir point fait usage, en quinze ans de carrière, de connaissances dépassent le niveau de la "règle de trois", peut embarrasser. Pour défendre la position de l'enseignement des mathématiques, il n'est pas nécessaire de relever la faiblesse de cet argument; la bataille est déjà gagnée, et sur trois fronts différents: humanisme, logique et beauté.

Indications bibliographiques sur le sujet : parmi l'abondante littérature, il paraît intéressant de signaler :

Abro d', A., The Evolution of Scientific Thought, from Newton to Einstein, New York, Dover, 1950, XX-481 p.

Blumental, Leonard M., A Modern View of Geometry, San Francisco, Freeman, 1961, XI-191 p.

Boll, Marcel, Histoire des mathématiques, Paris, F.U.F., 1958, 128 p.

Bourbaki, Nicolas, pseud., Eléments d'histoire des mathématiques, Paris, Hermann, 1960, 277 p.

Bridgman, P.W., The Nature of Physical Theory, New York, Wiley, 1964, 138 p.

Daumas, Maurice, Histoire de la science, Paris, Gallimard, 1957, LII-1907 p.

Daval et G. Th. Guilbaud, Le raisonnement mathématique, P.U.F., 152 p.

Dickson, Leonard Eugene, Introduction to the Theory of Numbers, New York, Dover, 1957, VIII-183 p.

Goblot, Edmond Léonce-Laurent, Traité de logique, Paris, Colin, 1947, XXIII-412 p.

Gödel, Kurt, Russell's Mathematical Logic, dans Schilpp, éd., The Philosophy of Bertrand Russell, Cambridge, 1944, Univ. Press.

L'abbé, Maurice, Quelques aspects des mathématiques contemporaines, Montréal, Beauchemin, 1963, 110 p.

Le Lionnais (et autres), Les grands courants de la pensée mathématique, Blanchard.

Poincaré, Henri, La science et l'hypothèse, Paris, Flammarion, 1943, 294 p.

La valeur de la science, Paris, Flammarion, 280 p.

Science et méthode, Paris, Flammarion, 316 p.

Rosenbloom, Paul, The Elements of Mathematical Logic, New York, Dover, 1950, IV-214 p.

Rouse Ball, W.W., A Short Account of the History of Mathematics, New York, Dover, 1960, XXIV-522 p.

Russell, Bertrand, An Essay on the Foundation of Geometry, New York, Dover, 1956, XX-211 p.

Sarton, George, A Guide to the History of Science, New York, Ronald, 1952, XIX-316 p.

Tarski, Alfred, Introduction to Logic and to the Methodology of Deductive Sciences, New York, Oxford, 1965, XVIII-252 p.

R. Taton (et autres), Histoire générale des sciences, P.U.F.