

2

FINALITÉS DE L'ENSEIGNEMENT DE LA MATHÉMATIQUE

Finalités possibles d'un enseignement de mathématiques

(au niveau du second cycle)

par M. DUMONT

Les lignes qui suivent n'ont d'autre but que de rassembler quelques idées plus ou moins banales sur un problème fort ancien dont les données ont considérablement évolué depuis un siècle ou deux.

Ces idées doivent évidemment être d'une part placées dans le contexte plus général d'un système d'éducation et de culture et d'autre part analysées, modifiées et complétées à la lumière de connaissances spécifiques de la discipline.

I REMARQUES PRELIMINAIRES

a) Les finalités d'un enseignement de mathématiques sont parfois définies pour certains niveaux d'enseignement. Elles le sont rarement sur le plan général d'un système complet d'éducation.

b) Les objectifs de cette discipline elle-même sont rarement et mal précises. Quelques boutades célèbres, dont celle de Bertrand Russell, ne sont pas suffisantes à cet égard.

c) Les objectifs d'une discipline sont souvent confondus avec les objectifs de l'enseignement de cette discipline. La France est encore l'un des rares pays où la didactique des disciplines scientifiques n'est pas

reconnue ou l'est à peine par l'enseignement supérieur. A une ou deux exceptions près, les tentatives faites actuellement soulignent cette confusion et les difficultés qui découlent de cette confusion.

d) Dans un passé lointain, les idées et méthodes fondamentales de la mathématique de l'époque constituaient une part importante de toute culture. L'imprimerie, en mettant l'accent sur la diffusion des langues naturelles comme moyen d'expression, n'est sans doute pas étrangère au déclin durant les derniers siècles de l'influence des mathématiques sur la culture. Il est plus facile de décrire à l'aide d'une langue familière que de se familiariser avec des langages nouveaux.

e) La plupart des dirigeants des sociétés de notre époque (politiciens professionnels) ont, pour tout bagage mathématique, les quelques recettes concernant tel ou tel aspect particulier des mathématiques, recettes dispensées par un enseignement trop longtemps figé et contemplatif de son passé. Eux et la plupart de nos contemporains ignorent tout ou presque des idées fondamentales de cette discipline à l'heure actuelle. Les enseignements élémentaire et secondaire n'ont pas rempli, à cet égard, leur mission. Ceci explique en partie le phénomène d'auto-blocage du système d'éducation.

f) Les grands mathématiciens (ceux qui créent des mathématiques), emportés par leur élan, s'intéressent rarement aux problèmes de l'éducation. Les autres, qui s'intéressent parfois à l'enseignement, emportés par leur souci de comprendre et d'imiter les premiers, songent plus à assurer l'avenir de la profession en décelant leurs successeurs qu'à éduquer les masses.

Quant aux professionnels de l'enseignement des mathématiques, qui ne peuvent pas être des mathématiciens professionnels, pris dans le filet contraignant des habitudes et structures, ils n'ont plus qu'à se soumettre aux exigences de la hiérarchie du corps des mathématiciens et à celles des responsables de l'éducation.

g) Les remarques c, d, e, f, suffisent à boucler le cycle empêchant toute évolution du système d'éducation.

h) L'apport massif de connaissances nouvelles dans tous les domaines depuis un siècle ou deux-et particulièrement depuis cinquante ans, leur importance actuelle et la rapidité de leur évolution provoquent un bouleversement profond des notions séculaires de discipline, de culture.

Chacun est conscient de la nécessité :

- de redéfinir la notion de culture compatible avec notre époque ;
- de procéder à une nouvelle définition des disciplines.

Le "recouvrement" actuel ne devrait pas nous conduire à l'idée simpliste d'une "partition" mais plutôt à une notion analogue à celle de "filtre". En termes non-mathématiques, l'idée d'environnement, d'approximation devrait peut-être se substituer à celle de classification en disciplines disjointes...

— de faire un choix parmi cet amoncellement de connaissances, c'est-à-dire d'admettre des sacrifices.

i) Faute d'avoir fait ce choix, on sollicite constamment la mémoire, réduisant ainsi le temps de fonctionnement de l'intelligence. Le capital immense de l'intelligence des hommes est inexploité à plus de 90 %. Aucun système ne peut résister à un tel gâchis.

j) Trop souvent les idées sont jugées essentiellement d'après l'homme qui les émet, sa position dans l'échelle sociale, son passé. Or un "génie" qui se trompe est un homme comme les autres, un "génie" qui dort est un dormeur, un "imbécile" qui a une lueur de génie est un homme comme les autres.

Seules les fréquences des erreurs, des lueurs, des sommeils différencient les individus et ces fréquences varient elles-mêmes au cours de l'existence d'un même individu. Ce qui montre combien de tels substantifs sont dangereux.

k) L'opposition entre d'une part la remarque g) et d'autre part les remarques i) et j) explique le caractère passionnel que prennent les controverses sur ce que l'on pourrait appeler une "Renaissance de l'éducation". Lorsque le terme "révolution" est utilisé, il est bon de se souvenir que les véritables auteurs d'une révolution ne sont pas ceux qui la font, mais sont ceux qui ont empêché ou freiné les évolutions.

II OBJECTIFS DE LA DISCIPLINE

Les mathématiques n'existent que parce qu'ont existé et existent des mathématiciens. Il vaudrait donc mieux parler des objectifs des mathématiciens plutôt que des objectifs des mathématiques. Nous retiendrons les idées générales susceptibles de réaliser l'accord des mathématiciens actuels :

A — Les Modèles

- a) "Comprendre" le "Fonctionnement" de "n'importe quoi" :
- "Comprendre", c'est-à-dire "décrire et prévoir systématiquement",
 - "Fonctionnement", c'est-à-dire "système relationnel" lié ou non lié à l'espace usuel, au temps, ou à d'autres dimensions plus ou moins sensibles.

- Ces deux caractères sont évidemment ceux de toute discipline scientifique. Mais tandis que ces dernières mettent l'accent sur la nature des systèmes dont elles étudient le fonctionnement, le mathématicien s'intéresse essentiellement à la description systématique du fonctionnement, négligeant ainsi la nature des systèmes. C'est ce "n'importe quoi" qui donne à cette discipline son caractère envahissant sinon "impérialiste".

b) L'objectif fondamental du mathématicien est donc de "créer des modèles" qui lui permettent de décrire et prévoir le fonctionnement d'un système (que ce système soit réel, imaginaire, naturel, artificiel, visible, audible, etc..., ou non). Ces modèles (analogues, dans d'autres domaines, aux maquettes, à la simulation) sont essentiellement des "discours" tenus à l'aide de langages créés de toutes pièces pour les besoins de la cause (choix d'un alphabet, choix d'une syntaxe, choix d'axiomes). C'est le "fonctionnement du discours" (c'est-à-dire sa syntaxe) qui doit permettre de prévoir le fonctionnement du système, ceci bien que les deux ne soient pas nécessairement "calqués" l'un sur l'autre (et pour cause puisque les règles du dernier sont souvent ignorées : "tout se passe comme si...").

Ceci joint aux faits qu'un modèle :

- 1°) ne décrit pas tout mais seulement certains aspects du système (on dit parfois qu'il est abstrait) ;
 - 2°) introduit des contraintes étrangères au système qu'il représente (dues par exemple au choix de l'alphabet) ;
- montre qu'un système peut être décrit par des modèles différents. Par ailleurs le même modèle peut convenir à des systèmes de nature totalement différente. Parmi ces modèles on peut distinguer :
- 1) les modèles qui s'interprètent facilement mais dont la syntaxe est compliquée,
 - 2) les modèles dont inversement l'interprétation est pénible mais la syntaxe commode.

c) Des modèles fondamentaux (fondamentaux en ce sens qu'on les retrouve fréquemment dans une foule de situations) ont été dégagés au cours des siècles. Les plus anciens sont sans doute les systèmes de numération avec leurs règles de calcul bien que la notion de modèle soit plus ou moins consciente chez leurs créateurs et leurs utilisateurs. Mais le plus connu est sans doute le modèle géométrique grec (Euclide) permettant de décrire quelques-uns des aspects de notre espace familier (quelques-uns seulement) ; modèle assez confus puisqu'il mélange toujours deux langages. L'un "naturel", l'autre "figuratif" (lignes, points, etc..) mais dont l'axiomatisation plus ou moins explicite constitue sans doute l'une des premières tentatives d'organisation fonc-

tionnelle d'un modèle (c'est-à-dire d'une théorie). Cette organisation fut assez cohérente pour survivre plus de vingt siècles. Ce sont les insuffisances de ces modèles antiques qui ont été à l'origine d'une évolution de plus en plus rapide de la pensée mathématique, évolution qui devait au cours des cent cinquante dernières années permettre de dégager ces notions de modèles, de théories, d'axiomatiques, à cause de la création et du perfectionnement d'une multitude de modèles.

d) Les modèles ainsi créés deviennent alors de véritables outils en tant que moyens d'expression et de prévision ; ils peuvent être ou ne pas être considérés comme éléments d'une certaine culture. On les retrouve sous le nom d'"espèces de structures". Cette notion de "structure" a envahi tous les domaines au point de s'ériger en système philosophique, le structuralisme. Mais ce ne sont ni les structures, ni les modèles qui sont l'essentiel de l'activité du mathématicien ; c'est la "modélisation" des modèles.

B — Les modèles de modèles de modèles..., etc.

Jusqu'à maintenant, en effet, l'optique est à peine différente de celle des autres sciences. Ce qui les distingue profondément, c'est que le mathématicien abandonne toujours le premier système qui a donné naissance à un modèle. La recherche de moyens d'expression et de prévision efficaces et peu fatigants (donc "automatiques") l'amène à modéliser les modèles déjà créés, c'est-à-dire à créer de nouveaux types de discours permettant de mieux comprendre le fonctionnement des discours précédents. (Le mot "modèle" prend ainsi différents sens suivant le niveau auquel on s'arrête !).

On assiste alors à deux phénomènes :

a) d'une part l'opposition entre deux tendances :

— l'une à la spécialisation du discours, c'est-à-dire à la création de modèles propres à révéler certains aspects jusque-là mal compris (naissance de théories particulières — comme l'algèbre homologique — particulières jusqu'à ce qu'on s'aperçoive qu'elles s'appliquent à des domaines autres que ceux qui lui ont donné naissance !)

— l'autre à l'universalisation du discours (diverses théories des ensembles, des classes, les logiques, en sont des exemples; le langage des applications, celui des morphismes, des foncteurs en sont d'autres).

b) d'autre part l'existence de deux types de "court-circuit" :

— l'un d'aspect théorique permettant de simplifier le fonctionnement d'un modèle. (A peine l'école Bourbaki venait-elle de lancer cette vaste tentative d'unification de la mathématique en

décrivant et organisant les espèces de structure à l'aide d'un certain langage, qu'un nouveau langage, celui des catégories, venait éclairer d'un jour nouveau et plus synthétique cet édifice) ;

- l'autre, d'aspect pratique, permettant de redescendre aux sources et d'interpréter un modèle de modèles... de modèles de systèmes directement au niveau de l'un de ces systèmes.

Ainsi peut-on comparer l'univers mathématique à une végétation puisant sa vie dans la terre même (problèmes "pratiques") et d'une part, prodigieusement luxuriante, pleine de vie, multipliant les feuillages, les excroissances, les jeunes pousses, et d'autre part tentant constamment de regrouper rameaux, buissons et forêts en un monumental squelette — squelette dont les aspects de vie ou de mort se confondent facilement, hélas, au point d'apparaître comme un monument figé pour l'éternité.

III OBJECTIFS DE L'ENSEIGNEMENT DE CETTE DISCIPLINE

A) Remarques

1°) Quel que soit le public auquel est destiné cet enseignement, il faut distinguer entre éducation et information. Or, au niveau du second cycle secondaire, c'est-à-dire 15 à 17 ans, il n'est plus question d'éducation mais de rééducation avec les difficultés que celle-ci entraîne.

2°) Les mathématiques ne s'apprennent pas : elles se font. C'est en les pratiquant qu'on les mémorise. Il ne s'agit donc pas d'un enseignement, d'un apprentissage, mais il s'agit d'une éducation et d'une information par l'action.

3°) Les finalités peuvent différer en importance suivant les divers types d'élèves, sans que nous sachions a priori distinguer ces types (ceci n'est pas une partition — une classification en classes disjointes — et évolue avec le temps) :

a) les élèves qui abandonnent plus ou moins leurs études et spécialement les mathématiques (une formation permanente bien conçue devrait réduire cette classe) ;

b) ceux qui parviendront à des postes de responsabilité sur le plan social, politique, culturel ;

c) ceux qui se spécialiseront soit en mathématique, soit dans l'enseignement de cette discipline ;

d) enfin tous ceux qui utiliseront des mathématiques — classe la plus nombreuse, incluant évidemment la classe c, et les responsables sur le plan économique (mais pas nécessairement ceux qui auraient intérêt à les utiliser !).

Il est évident, bien que contraire aux usages actuels, que ce sont les types a) et b) qui ont besoin d'avoir des idées les plus générales sur cette discipline sans pour autant entrer dans les détails des contenus. Il est en effet plus important pour eux de savoir que des outils existent et à quoi ils servent, de savoir que l'on en crée de nouveaux, plutôt que de se servir mal et inconsciemment de quelques-uns d'entre eux, de portée très limitée (voir remarque I,e).

B) Education

Rappelons quelques-uns des objectifs qui pourraient être ceux d'une éducation mathématique. A ce sujet il vaut mieux parler en termes de comportements plutôt que d'aptitudes (de même qu'en éducation physique, la souplesse, c'est-à-dire l'adaptabilité, provient du développement équilibré des muscles antagonistes, en mathématiques le comportement de l'individu oscille toujours entre deux tendances opposées. C'est pourquoi nous les présenterons par couples) :

a) D'une part un comportement automatique libérant la pensée pour une action future ou permettant le rêve, la somnolence, et d'autre part un comportement conscient permettant le contrôle de l'action présente. Les automatismes (utiles ou non, importants ou non) sont les meilleurs et les pires instruments. L'homme doit rester capable à chaque instant de s'arracher à la torpeur dans laquelle les automatismes risquent de le plonger. Le danger est d'autant plus grand que l'un des caractères des outils mathématiques est leur fonctionnement automatique.

b) D'une part le caractère absolu d'un jugement, d'autre part son caractère relatif.

Les notions de vrai, de faux ne sont pas en effet des notions absolues mais des notions relatives :

- à des systèmes d'axiomes,
- à des règles de déduction admises ou non dans la théorie,
- au contexte auquel s'applique la théorie.

c) D'une part la volonté de restreindre un contexte, d'autre part celle de l'élargir, ceci permettant d'étudier la variabilité des jugements (les sens de ces deux mots s'intervertissent d'ailleurs suivant que le contexte est défini en compréhension ou en extension).

d) D'une part la confiance, confiance dans la validité d'un mécanisme monté soigneusement, d'autre part le doute dès que le vague, le flou s'introduisent dans le mécanisme.

e) D'une part faire fonctionner à plaisir un modèle en oubliant qu'il s'agit d'un modèle, d'autre part interpréter à chaque instant les états successifs du modèle.

f) D'une part répéter la même opération sur les états successifs d'un système (itération), d'autre part répéter la même opération sur tous les systèmes d'une certaine classe.

g) D'une part décrire linéairement (algorithme de description...), d'autre part décrire non linéairement (diagrammes, schémas..., figures, organigrammes, etc.).

g') D'une part formaliser complètement (c'est-à-dire discours entièrement automatisé), d'autre part court-circuiter la description pour gagner du temps mais avec les dangers qu'introduisent ainsi les "abus de langage".

h) D'une part affiner l'analyse, d'autre part synthétiser en oubliant les détails.

i) D'une part imiter pour gagner du temps (dans l'immédiat), d'autre part chercher et créer ses propres modèles (si imparfaits soient-ils).

j) D'une part éviter les erreurs pour se conformer aux exigences fixées, d'autre part les rechercher afin d'exploiter systématiquement les informations qu'elles apportent et satisfaire ainsi une curiosité légitime (erreur au sens large du mot !).

k) D'une part accroître l'efficacité en optimisant les méthodes de traitement d'un problème particulier, d'autre part négliger ce souci pour mieux aller de l'avant et aborder de nouveaux problèmes.

l) D'une part organiser systématiquement ses connaissances avant de les enrichir, d'autre part songer d'abord à les enrichir.

m) D'une part se satisfaire d'un seul modèle et l'exploiter à fond, d'autre part diversifier les modèles pour favoriser les transferts et mieux recouvrir les aspects du système qu'ils décrivent.

Mais une telle liste de dualités pourrait être fort longue (il faudrait envisager une involution dans l'ensemble des sous-ensembles d'un ensemble de comportements précis !).

On remarquera que des mots tels que : raisonnement, logique, rigueur, intuition, concret, abstrait, ont été évités à cause des interprétations trop vagues donc multiples qui leur sont données habituellement. (Par exemple : "raisonnement" sous-entend au moins trois idées qu'il convient de distinguer soigneusement : 1) connaissance d'un langage — habituellement on sous-entend l'emploi d'une langue naturelle avec les incohérences qu'elle comporte et la confusion entre les divers niveaux de métalangue —, 2) automatisation du discours, 3) son adéquation au système qu'il décrit).

C) Informations générales

Il ne s'agit pas ici de connaissances précises en tant que finalités : elles apparaîtront plutôt parmi les moyens et méthodes. Il s'agit d'idées générales qui semblent devoir être connues par les divers types d'élèves et particulièrement a) et b).

1) Les connaissances mathématiques évoluent avec le temps. Elles sont donc relatives à une époque.

2) Les outils mathématiques ne sont jamais des outils universels. Chaque modèle offre des avantages pour certains objectifs, des inconvénients pour d'autres objectifs.

3) Les langues naturelles ont une vocation universelle due à leur souplesse. Elles sont impropres dès que l'on cherche à analyser d'une part, à synthétiser d'autre part des aspects plus profonds dans n'importe quel domaine.

4) Il est nécessaire de distinguer dans un langage les divers niveaux afin de ne pas confondre variables, métavariabes, axiomes et schémas d'axiomes, etc. (Les langages machines joueront à cet égard un rôle considérable dans les années à venir).

5) Il est plus important d'apprendre à modéliser (décrire, organiser, prévoir) que d'utiliser des modèles. Le fonctionnement automatique d'un modèle est du ressort des automates. L'intelligence de l'homme doit s'attacher à automatiser ses tâches et non à appliquer des automatismes ; il n'en reste pas moins que les plus importants de ces automatismes (l'importance étant fonction de l'époque et des moyens techniques) doivent être connus à défaut d'être pratiqués (valable surtout pour le type d).

6) Distinguer dans le fonctionnement d'un modèle si l'on se place au point de vue purement formel, ou si l'on se place au point de vue sémantique (le point de vue formel de ce premier modèle pouvant être considéré comme le point de vue sémantique d'un second modèle décrivant le premier).

7) La pluralité des modèles, impliquant de multiples transferts, est une condition nécessaire à une bonne "compréhension".

8) La distinction entre mathématiques appliquées et mathématiques pures est factice. Il est aussi important de savoir appliquer les modèles à des situations pratiques (c'est-à-dire "descendre l'échelle") que de chercher à les comprendre à l'aide d'autres modèles (c'est-à-dire "grimper à l'échelle").

9) Les situations "finies" ont une place considérable actuellement et donnent naissance à des problèmes souvent dits "combinatoires".

Mais leur modélisation conduit le plus souvent à des modèles infinis. Il importe de distinguer là aussi les niveaux de "modélisation".

10) Enfin des notions comme celle de variable, de quantification, de récurrence, d'algorithme, de compatibilité, de multiples types d'"infini", de relations, de morphismes, de foncteurs..., etc., sont si importantes qu'elles apparaissent plus comme des finalités que comme des moyens.

Une telle liste n'est, elle aussi, qu'une ébauche avec ses omissions, ses imperfections.

Toutefois de telles idées peuvent paraître si générales qu'elles exigent d'être complétées par ce que nous rangerons parmi les moyens et méthodes de l'enseignement des mathématiques (l'aspect technologique de cet enseignement étant provisoirement mis à part).

IV MOYENS, METHODES ET ESPRIT DE L'ENSEIGNEMENT

A) Contenus

Il est évident que les méthodes et moyens qu'utilisent les mathématiciens peuvent devenir les finalités de l'enseignement. Comme tout outil, les outils mathématiques servent eux-mêmes à fabriquer de nouveaux outils. Nous les retrouverons donc dans l'enseignement à la fois parmi les finalités et parmi les moyens. Nous indiquons les plus fondamentaux en adoptant une classification arbitraire et déjà dépassée mais provisoirement commode. (Ceci n'est pas un programme mais des grands centres d'intérêt ouvrant des horizons sans pour autant les refermer !).

1) *Les grandes structures*

a) Structures d'ordres : toute organisation, toute hiérarchisation nécessitent une conscience claire de ces structures et il est impensable qu'actuellement de telles notions ne figurent pas dans les programmes des sections non mathématiques en particulier.

b) Structures algébriques : l'algèbre linéaire, outil fondamental, ne doit plus seulement apparaître au travers d'un modèle à la fois trop complexe et trop simple comme le plan euclidien, mais doit revêtir les formes les plus variées afin de montrer son efficacité dans des domaines autres que l'espace usuel à trois dimensions.

c) Structures topologiques : l'espace usuel, des situations "discrètes" peuvent se prêter à des premières ébauches de modèles — point n'est besoin d'attendre des connaissances poussées en analyse : cette dernière ne s'en modélisera que mieux après cette préparation.

2) Points de vue particuliers

a) Le calcul dans les algèbres de Boole doit être aussi familier à l'homme du XXI^e siècle que la table de multiplication à celui du XIX^e.

b) Statistiques et probabilités ont déjà été introduites dans les programmes; mais là encore, la construction du modèle, sa relativité, ont beaucoup plus d'importance que son utilisation inconsciente.

c) Les "logiques" et grammaires formelles sont vues non dans le détail mais seulement pour souligner l'importance de leur conception et des résultats qu'elles permettent d'atteindre.

d) Par opposition à l'aspect c), la recherche opérationnelle, présentant un aspect beaucoup plus "terre à terre" mais se prêtant peut-être mieux à l'idée de modélisation, rejoindra l'un des aspects importants de l'enseignement de la technologie.

e) L'analyse et le calcul numérique occupant une place prépondérante en tant que modèle fondamental à un premier niveau.

f) L'espace euclidien perdant son importance au profit de l'analyse et de l'algèbre mais conservant son intérêt sur un plan pédagogique à cause de son modèle figuratif (lignes et figures).

Bien qu'énumérés dans une même liste, ces outils ne sont pas nécessairement sur un même plan d'égalité. Leur regroupement pourrait faire l'objet d'options fondamentales, certains d'entre eux apparaissant dans la formation générale commune.

B) Programmes

1) Que ces contenus soient groupés sous une forme ou une autre, ils n'en restent pas moins des outils, des moyens de parvenir à des objectifs beaucoup plus larges que ceux qui consistent à savoir se servir de ces outils. Il est extrêmement dangereux de laisser croire que le "programme" est l'objectif fondamental de l'enseignement, car c'est figer l'enseignement. Les programmes, au sens usuel de ce mot, doivent apparaître comme un moyen parmi d'autres.

2) Une idée communément admise et responsable de nombreux méfaits — entre autres des orientations définitives et malencontreuses d'élèves — consiste à croire que l'enseignement des mathématiques suit nécessairement une voie linéaire. Cette croyance résulte de plusieurs confusions :

- On confond l'évolution chronologique des découvertes, c'est-à-dire des connaissances, avec l'organisation extra-temporelle de ces connaissances (organisation qui varie d'ailleurs avec l'époque) ;

- On confond cette organisation avec une description linéaire de cette organisation ;
- On confond, parce que l'enseignement se déroule dans le temps, l'acquisition chronologique des connaissances et la prise de conscience de leur organisation (ce point est important : sortir d'un labyrinthe parce que l'on connaît un algorithme ne signifie pas pour autant connaître la structure de ce labyrinthe. C'est la diversification des algorithmes et des modèles qui permet de parvenir à cette connaissance).

Un programme linéaire comporte plus d'inconvénients que d'avantages :

- avantages sur le plan de la simplicité de réalisation et de contrôle du système d'enseignement ;
- inconvénients sur le plan de la longueur de temps nécessaire pour parvenir aux dernières connaissances, lassitude engendrée par le trop grand nombre d'étapes, inadaptation aux rythmes et voies propres à chaque individu, entre autres.

Ceci joint au fait que certains :

- admettent difficilement qu'il puisse exister divers chemins logiques, les uns plus courts que d'autres ;
- sous-entendent que celui qu'ils connaissent ne peut plus être raccourci ;
- n'imaginent pas qu'une autre présentation du même chemin leur met à la portée d'élèves plus jeunes ;

explique les difficultés d'élaboration des "programmes".

3) En fait c'est le concept même de "programme" qui doit être remis en cause. Peu importe le mot : ce qui est essentiel à chaque niveau est de rappeler les objectifs généraux de l'enseignement, puis à partir de ceux-ci de préciser les objectifs particuliers à ce niveau (en veillant à la non-contradiction des uns et des autres !), enfin de donner des moyens de parvenir à ces objectifs, de permettre aux maîtres de créer d'autres moyens éventuellement plus efficaces ; parmi ces moyens, figurent évidemment les contenus, mais au même titre que les méthodes et attitudes pédagogiques, ces dernières ayant autant d'importance que les contenus. Ceci exige une grande liberté d'action et avant tout un climat de confiance mutuelle autant entre les responsables de l'Education Nationale et les maîtres, qu'entre les maîtres et leurs élèves.

C) Méthodes

1) Motivations

Nul ne peut faire un travail intelligent s'il ne s'intéresse à son travail. Le mot "intérêt" ne doit pas nous faire confondre deux types

de motivations : les unes faisant intervenir des facteurs extérieurs à l'individu, les autres étant purement internes.

— Parmi les motivations externes figurent les “contraintes formelles” : sanctions sociales sous toutes leurs formes dans un sens ou dans l'autre — diplômes, récompenses, honneurs, punitions, ce sont les pires maux de l'enseignement car ils dénaturent totalement l'individu. C'est cependant la motivation hélas la plus répandue.

— Une autre motivation externe est infiniment plus importante bien que négligée dans l'enseignement général : ce sont les “contraintes vitales” ou “problèmes pratiques”. La résolution des problèmes que pose l'existence quotidienne (à notre époque !) est une source d'intérêt. Les mathématiques servent à quelque chose. Il est bon de s'en rendre compte, et d'élaborer l'enseignement des concepts à partir des problèmes pratiques qui leur ont donné naissance ou auxquels ils s'appliquent.

Un exemple dans un domaine particulier, à un autre niveau, nous est donné par les démonstrations. Apprendre à démontrer nécessite une motivation. Imposer une démonstration dans un cas fini, là où une méthode exhaustive est plus efficace, c'est une erreur. C'est précisément le choix de situations de plus en plus “complexes” qui introduira tout naturellement la nécessité d'une formalisation et d'une démonstration.

— Mais la meilleure de toutes les motivations est celle de “jeu”. Il est difficile de distinguer un “jeu” d'un “travail”. La même activité peut en effet être considérée comme un jeu par certains, et comme un travail par d'autres. La différence tient sans doute au climat plus ou moins grand de liberté que se donne l'individu au cours de cette activité.

Plusieurs remarques apparaissent :

a) Il ne faut pas confondre “imposer un jeu avec ses règles” et “laisser libre de créer ou modifier des jeux”.

b) Un jeu est d'autant plus captivant qu'il est riche, riche en stratégies possibles, riche quant aux curiosités qu'il éveille.

c) L'étape ultime du jeu est celle où l'individu joue contre lui-même et contre ses propres pensées.

d) La notion de jeu ne concerne pas tel ou tel âge bien déterminé ; elle est liée à un sentiment d'indépendance à l'égard du temps.

Un mathématicien de talent conclut l'introduction d'un de ses ouvrages de haut niveau par la citation : “Tout cela, dit le Sphinx, pour amuser Zeus”. Pourquoi privons-nous nos élèves de ces sourires ? Ce ne sont pas les mathématiques qui ont un aspect sévère, ce sont les individus qui font rejaillir leur sévérité sur ce qu'ils enseignent.

Quoi qu'il en soit, chaque fois que la motivation est insuffisante, seules des contraintes impératives parviennent à mobiliser artificiellement l'élève, pour un résultat combien éphémère. 50% de tâche pédagogique doit être consacrée avant tout à créer les bonnes motivations.

2) Niveaux d'approche

a) Enrichir les expériences

Une théorie, un modèle, un concept seront d'autant mieux "compris" qu'ils s'appuieront sur des expériences nombreuses et variées. Parmi celles-ci, les contre-exemples sont encore plus significatifs que les exemples.

Faute d'avoir enrichi cette expérience, nous obtenons des élèves qui, bien que connaissant "le fonctionnement formel" d'une théorie, sont incapables de l'interpréter, de mettre des idées derrière les écritures.

b) Distinguer des niveaux de formalisation

Là encore, il est faux de croire que ces niveaux dépendent de l'âge des élèves. La compréhension de cette formalisation dépend essentiellement de l'expérience. Plus les expériences seront riches et variées, plus le niveau de modélisation pourra s'élever. Un modèle de modèle à un niveau donné ne peut être compris que si l'interprétation au niveau inférieur est suffisamment familière.

c) Diversifier les langages

Plus les langages seront nombreux, plus les transferts imposeront l'idée d'interpréter un langage dans un autre, et permettront de préciser le concept, et de distinguer le niveau formel du niveau sémantique. Le mot "langages" étant pris au sens large et désignant aussi bien des langues élaborées, des moyens d'expression "imagés", "figuratifs", des objets réels, des matériels divers, films animés, etc.

L'expérience montre que, même avec des adultes, l'enseignement regagne en efficacité le temps consacré à ces divers niveaux d'approche.

d) Les spirales

L'analyse d'un problème n'est jamais achevée en profondeur. Tel langage adapté à un niveau d'expériences doit être à son tour modélisé plus tard. Au lieu de mettre une notion au programme d'une classe et la considérer comme définitivement acquise pour les classes ultérieures, il serait bon de reprendre la même notion à des niveaux d'analyse, de formalisation plus poussés. Cette méthode d'enseignement en spirale a l'avantage de remettre en mémoire les notions, de remettre en cause des procédés, des techniques particulières, pour les améliorer, les traiter à l'aide de langages plus généraux et redonner ainsi au savoir une certaine modestie.

L'argument de lassitude qu'on oppose à une telle méthode n'est pas valable puisque langages et objectifs ne sont pas les mêmes à chaque niveau.

3) Voies axiomatiques

Il semble qu'il y ait là une confusion entre trois objectifs :

- apprendre à axiomatiser (c'est-à-dire modéliser) est une chose ;
- apprendre une axiomatique particulière dénuée d'interprétation en est une autre ;
- enfin faire "comprendre" un système à l'aide d'une description axiomatisée est encore autre chose.

Le premier appartient aux objectifs fondamentaux et nécessite une grande variété d'exemples et contre-exemples.

Le deuxième est un objectif particulier : se familiariser avec le fonctionnement d'un outil (ce qui ne signifie pas qu'on saura reconnaître les situations auxquelles il s'adapte).

Le troisième est une erreur pédagogique monumentale. Croire que l'on familiarise un élève avec un système qui lui est étranger, qu'on lui fait comprendre son organisation à l'aide d'une et une seule description axiomatique, c'est croire que l'on connaît un labyrinthe lorsqu'on sait en sortir. D'une seule manière et toujours à partir du même point.

Autant les deux premiers objectifs sont fondamentaux, autant le troisième est illusoire et dangereux.

4) Construction des connaissances par récurrence

Un contre-exemple fera mieux comprendre ce principe :

A une époque donnée on fait apprendre une formule (par exemple $(a + b)^2$).

Un an plus tard on fait apprendre $(a + b)^3$.

Plus tard encore on passe aux autres puissances $(a + b)^n$.

Que d'efforts de mémoire évités, que de temps gagné si l'on avait présenté d'emblée la suite des puissances, et la récurrence permettant de reconstruire ces formules, présentation sous de multiples aspects permettant de relier les méthodes.

Lorsqu'on veut faire comprendre ce qu'est une échelle à un enfant qui n'en a jamais vu, on ne lui présente pas une échelle à un barreau, puis à deux barreaux, etc., sous prétexte de lui simplifier la tâche. Plus le nombre de termes de la suite est grand, mieux l'élève comprendra la récurrence. Il en est ainsi des connaissances organisées de telle façon.

5) *Liaisons interdisciplinaires*

Pour des raisons de motivation et d'éducation, il est souhaitable de puiser dans les domaines les plus variés les systèmes que l'on cherche à modéliser. Cette idée, conçue ici comme méthode pédagogique, devrait certainement figurer parmi les objectifs d'un système général d'éducation.

6) *Synthèses et ouvertures*

Autant les exigences de rigueur (d'automatisme) entraînent précautions et raffinements dans les détails, autant il est dangereux de se noyer dans les détails. A chaque instant les problèmes doivent pouvoir être replacés dans un cadre plus général, c'est-à-dire donner naissance à de nouveaux problèmes. A cette fin, le souci de synthèse doit équilibrer le souci d'analyse (pour autant que ces deux mots aient un sens précis qu'il serait bon d'analyser !).

D) *Attitudes*

A priori nous serions tentés de séparer celles des élèves et celles du maître. Ce faisant nous donnerions un contre-exemple du principe bien connu et souvent oublié : "Pour tout individu A, à tout moment de son existence, il existe au moins un domaine et il existe au moins un autre individu B tels que A soit en position d'élève par rapport à B en ce qui concerne ce domaine". L'étude d'une telle relation sociale changerait sans doute bien des comportements (mais certains la confondent avec la relation qui s'en déduit en plaçant en tête la dernière quantification !) A ce sujet il est navrant de voir des pédagogues utiliser vis-à-vis des adultes, et de leurs collègues en particulier, les méthodes qu'ils stigmatisent vis-à-vis des enfants, comme si les uns et les autres étaient tellement différents sur le plan logique et sur le plan affectif ! (Un contre-exemple n'est significatif que si l'on a conscience qu'il s'agit d'un contre-exemple, c'est-à-dire par opposition à un exemple).

1) *L'auto-éducation*

Il est fondamental que l'individu soit incité :

- à aller chercher lui-même les informations (auto-information) ;
- à poser lui-même et librement les questions (auto-interrogation) ;
- à contrôler lui-même ses propres actions et jugements (auto-contrôle).

a) *Auto-information*

Toutes sortes de moyens techniques actuels facilitent cette attitude. Le maître est une source d'information parmi tant d'autres.

En particulier la vie en société, le travail par équipes, la circulation et l'acquisition plus ou moins rapide des informations au sein des équipes, font que chaque élève peut faire appel avant tout à l'aide de ses condisciples. Cette attitude offre en outre l'avantage suivant : l'élève, ou l'équipe, informateur est obligé d'élaborer les moyens d'expression précis et efficaces, porteurs de l'information : et chacun sait bien que le meilleur moyen de comprendre quelque chose est d'essayer de le faire comprendre à une autre personne. Le potentiel d'une classe est ainsi utilisé au maximum.

b) Auto-interrogation

Il est plus important d'inciter l'individu à poser des questions à lui-même, aux autres, que de répondre aux questions. Les réponses ne sont que l'issue inéluctable à un questionnaire bien organisé et se précisant de plus en plus. De plus la résolution d'un problème crée de nouveaux problèmes à un autre niveau. Rien n'est définitivement achevé et c'est heureux. L'inquiétude est le propre des hommes curieux, la quiétude est le propre des êtres repus. A cet égard, le maître est appelé à donner l'exemple de cette recherche, c'est-à-dire à tenter de se placer sur un pied d'égalité avec les élèves. Mais il est difficile d'oublier son savoir, aussi modeste soit-il, et ce savoir modifie totalement l'attitude de recherche, d'où la nécessité d'aborder de temps en temps des problèmes nouveaux pour tous.

En outre, à un instant donné, ne pas savoir résoudre un problème n'est pas une tare, une preuve d'inintelligence, pas plus que savoir le résoudre n'est une preuve d'intelligence. Ce qui est navrant, c'est de ne pas être capable de poser des problèmes. Cette condition n'est pas suffisante mais elle est nécessaire. L'existence quotidienne nous soumet de nouveaux problèmes que nous ne pouvons résoudre dans l'immédiat. Un élève qui a retourné un problème sous toutes ses faces, qui s'est posé de multiples questions sans trouver une solution, a plus appris que celui qui a imité la solution d'un autre, sans se poser de questions.

Cette attitude interrogative permanente et la créativité sont sans doute les caractéristiques essentielles de l'homme. La mémoire et les automatismes sont actuellement du domaine des machines.

c) Auto-contrôle

L'individu, seul dans la vie, n'a pas toujours auprès de lui un conseiller pour lui dire si ce qu'il a fait est juste ou faux. C'est la suite des événements qui lui permettra de porter un jugement (toujours relatif). Là encore il est important que l'élève apprenne, grâce à la multiplicité des expériences et à leur comparaison, à déceler les incompatibilités, les "erreurs".

Ignorer les erreurs est aussi l'un des grands maux de l'enseignement. Apprendre à les déceler, à les éviter, est fondamental. Mais ceci exige qu'on les ait rencontrées. Les erreurs font partie de l'action. C'est précisément dans le domaine intellectuel, là où elles n'entraînent pas de conséquences dramatiques, qu'elles fourniront le moyen pédagogique de les éviter dans d'autres domaines.

Le rôle du maître devant ses propres erreurs volontaires ou non est exemplaire à cet égard. C'est à lui de tendre des pièges qui permettront d'apprendre à les éviter. Là encore, c'est la multiplicité des voies qui permet de les comparer et de juger si celle que l'on a choisie est la meilleure.

2) *L'effacement pédagogique*

Autant il est important d'aider, de se faire aider, c'est-à-dire de vivre en société, autant il est important de faire en sorte que chaque individu puisse découvrir seul chaque idée. Il est évidemment plus facile de donner des conseils, de faire un cours, que de créer les conditions qui permettront à l'élève de faire lui-même ses découvertes. Bien entendu, la difficulté n'est pas seulement d'ordre psychologique ; elle provient surtout de la nécessité de court-circuiter les étapes pour parvenir le plus rapidement possible à l'information dernière. Cette idée n'est pas nouvelle : il est curieux de constater qu'on songe à l'appliquer seulement aux enfants et rarement aux adultes !

Dans cette optique, le maître n'est plus essentiellement la source privilégiée d'informations ; il est avant tout le moteur du groupe, celui qui incite, qui anime, qui provoque et s'efface lorsque le groupe réagit. A cet égard un minimum de connaissances sur la psychologie du groupe et sa dynamique sont indispensables.

E) Conclusion

L'ampleur du problème est telle que seuls des Etats Généraux de l'Education peuvent essayer de le préciser et l'organiser. Les lignes qui précèdent n'ont d'autre but que de provoquer les réflexions indispensables.

Il est toutefois utile de rappeler que le danger le plus grave que l'humanité puisse courir n'est pas la bombe atomique ou autres armes terrifiantes. Il est dans l'aboutissement des recherches sur l'intelligence artificielle avant celui des recherches sur le développement de l'intelligence humaine. Songeons aux conséquences possibles !

Quant à la stratégie de la mise en place de tels projets, chacun doit se souvenir de ceci : quand les idées sont bonnes, désintéressées et clairement exposées, elles finissent toujours par faire leur chemin. Peu importe de savoir qui les a lancées. La plupart du temps elles sont dues

à des confrontations de divers points de vue et naissent simultanément dans plusieurs têtes. Les gouvernements finissent ainsi par se rendre compte qu'il ne suffit pas de payer les maîtres et de construire des écoles, mais que des moyens considérables doivent redonner à la permanence de l'éducation et de la recherche en éducation une efficacité qui actuellement est loin d'être satisfaisante.