Promenade au long du programme du 2 janvier 1970 et des commentaires qui les accompagnent

P. JACQUEMIER,
Grenoble.

Une révolution en deux temps.

Le programme du 2-1-70 et les Commentaires qui les accompagnent introduisent la Mathématique à l'École Primaire : c'est une grande nouveauté, et même une sorte de révolution. Voici seulement vingt ans, celui qui déclarait que l'enfant avait accès à la Mathématique bien avant la Cinquième était fortement contredit. Surtout s'il parlait de l'enfant ordinaire, c'est-à-dire de l'enfant ne présentant pas de don spécial : on était encore au temps du mythe de la bosse des mathématiques.

L'introduction des mathématiques modernes sera une seconde révolution. Initialement prévue pour 1971, puis 72, puis 73, elle ne se fera que quand une information suffisante aura été donnée aux maîtres.

C'est de cette seconde révolution dont tout le monde parle; mais on peut penser dès maintenant que la première aura eu autant d'importance qu'elle.

Un regret.

Que les textes de ces Programmes et Commentaires n'aient pas abondamment été distribués aux Instituteurs, et gratuitement, comme l'ont été les textes relatifs à l'Éducation Physique, en une brochure qui aurait d'ailleurs été beaucoup moins épaisse. Serait-elle si coûteuse?

Quand paraîtront ces lignes, ce regret ne sera peut-être plus fondé...

Le nombre naturel.

C'est le nombre entier, positif ou nul, de notre enfance. Il résulte de la considération des ensembles, disons, sans inconvénient, des collections d'objets ; c'est par là qu'il faut commencer. Une telle affirmation peut paraître banale. Il faut la répéter. Elle implique une séparation nette entre le nombre utilisé comme cardinal d'un ensemble et le nombre utilisé pour exprimer une mesure ; une séparation, nette et honnête entre : « Il y a 6 crayons sur cette table » et « Ce crayon mesure 6 centimètres ».

Rupture avec les Instructions de 1945, qui déclaraient : « On enseignera le décimètre en même temps que la dizaine ». On s'interdit d'enseigner le décimètre tant que les enfants risquent de ne pas appréhender les dix segments d'un centimètre, voire de les confondre avec les traits de division qui les limitent (et qui sont 11) et surtout tant qu'ils voient mal le rôle de ces traits lors d'une mesure.

Il faut en outre laisser intacte chez l'enfant l'idée qu'une mesure a bien des chances de ne pouvoir se traduire par un nombre naturel, et qu'il est plus honnête de parler d'encadrements.

Le maître écrit 7 cm + 2 cm ; il demande de traduire le signe + par ceci : dessiner un segment de 2 cm dans le prolongement d'un segment de 7 cm qu'il vient de dessiner. C'est beaucoup demander au signe +. Les enfants de Cours Préparatoire, en ce mois de Janvier, ne répondent pas, évidemment, puis docilement disent oui quand le maître termine le dessin. Additionner deux longueurs est une opération mentale plus complexe qu'additionner les cardinaux de deux collections. Les difficultés des enfants viennent de là et un retour aux bûchettes ou aux jetons ne saurait les aider.

Il y a un abîme entre le discret et le continu. Le continu est remis à plus tard : la mesure a disparu du Cours Préparatoire.

Égalité.

Deux semaines après la rentrée : « Tu avais deux bonbons, tu en as mangé un ». Les difficultés des enfants pour traduire cette situation par $2 - 1 = 1$ s'expliquent facilement : les enfants n'ont pas acquis les notions figurées par les cinq symboles que contient cette écriture d'apparence anodine. En particulier, pour le quatrième de ces symboles, on se borne généralement à dire : « Tu mets le signe = ». Cela ne donne évidemment pas la *notion* d'égalité, laquelle devrait précéder l'emploi du symbole qu'on utilise pour la traduire.

On a enseigné et écrit $2 + 1 = 3$. On demande ensuite aux enfants de compléter ceci : ** + * = . Faut-il écrire le nombre 3 ? ou dessiner trois petites étoiles ?

Cet exercice ne fait probablement pas progresser les élèves sur la voie que l'on veut suivre. L'opération addition est définie sur les naturels, et non sur des petits dessins, et ce retour au concret est fâcheux. Surtout s'il n'est qu'un demi-retour : faire écrire ** + * = 3 donne des idées fausses puisque le membre de gauche semble être une collection d'objets alors que celui de droite est un caractère de cette collection : le signe = ne saurait être écrit entre eux.

D'une façon générale, lorsqu'on écrit $a = b$, c'est que les symboles a et b désignent le même objet (ce sont là les termes mêmes des Commentaires). Par exemple, $5 + 3$ et 8.

Le sens des mots *égal*, *égalité*, a changé. Il n'y a pas si longtemps qu'on disait $5 + 3$ *font* 8, avec un pluriel qui laisse entendre que le mot *plus* est remplaçable par la conjonction *et*; ce 5 et ce 3 étaient actifs; à eux deux, ils *faisaient* quelque chose, le signe = traduisait cette action (à tel point qu'on n'écrivait pas $8 = 5 + 3$; cette non-commutativité de l'égalité a gêné des générations d'écoliers devenus lycéens).

On n'écrivait pas non plus $3 = 3$, comme l'indiquaient explicitement les Instructions de 1945, essentiellement parce que cela ne traduisait aucune action (et aussi parce que cela ne sert pas à grand-chose). On demandait à l'élève interrogé de *répondre à* $5 + 3$; $5 + 3$ était une sorte de question; c'était un état initial qui évoluait nécessairement vers l'état final 8. $5 + 3 = 8$ exprime maintenant que $5 + 3$ et 8 sont deux dénominations d'un même objet, et n'exprime rien d'autre.

Égal n'a pas même sens non plus pour nous que pour Rémy de Gourmont qui découvrait de la façon suivante, voici 80 ans, la fécondation découverte depuis peu : « Du mâle A, de la femelle B, naissent, sans fécondation aucune, spontanément, de petits mâles a et de petites femelles b. Ces petits mâles sont appelés spermatozoïdes, ces petites femelles ovules. C'est entre ces deux êtres nouveaux que se produit la conjugaison fécondatrice. On voit alors a et b se résoudre en un troisième animal x, lequel, par accroissement naturel, deviendra soit A soit B. »

On clarifie sans doute les choses en évitant de parler d'égalité quand il n'y a que ressemblance en s'interdisant d'écrire que le fils x *devient* le père A, ou que la fille x *devient* la mère B.

« Le carré a quatre côtés égaux. » Ils ne sauraient l'être, puisqu'ils sont des objets distincts. « Quatre côtés qui sont les mêmes », dit-on parfois, au risque d'être incompréhensible. Ce sont les mesures des côtés qui sont égales.

« Lorsqu'on écrit un zéro à la droite d'un naturel, ce naturel *devient* dix fois plus grand ». « Diviser un naturel par 100, c'est *le* rendre 100 fois plus petit. » Ces naturels qui en *deviennent* d'autres sont probablement à l'origine d'incompréhensions diverses.

Soustraction, au C.P. et ailleurs.

Présenter la soustraction $8 - 5$ à l'aide des mots *six*, *sept*, *huit*, cela n'apprend pas grand-chose aux enfants.

La présenter à l'aide d'une collection de 8 jetons et d'une collection de

5 autres jetons, ce n'est pas infaisable, mais cela risque fort de ne pas être clair : il y a trop d'objets.

« 8 escargots sont dessinés; il y en a 5 qui partent. Qu'est-ce qu'il faut mettre? » L'enfant ne sait répondre; son voisin répond pour lui : « Le trait ». Que le sens de la soustraction ne soit pas acquis, ce n'est ni grave, ni surprenant; mais ce n'est pas en se référant à une attitude formelle (« Tu mets un trait » ou bien « Tu fais une soustraction ») qu'on le fera acquérir. Si les enfants, pour *trouver* qu'il reste 3 escargots, écrivent $5 + 3 = 8$, ils montrent qu'ils ont bien compris.

Maître et élèves disaient un jour, en C.E. ou C.M., dans le feu de l'action : « Une soustraction, c'est une addition, en somme! » C'est presque vrai...

« Combien Pierre a-t-il d'images de plus que Claude ? » Ce problème pose des difficultés à la maîtresse. Il a sans doute manqué des exercices de comparaison des cardinaux de deux collections; une correspondance terme à terme des images de Claude avec une partie de celles de Pierre serait utile.

Qui peut dire pourquoi, pour « poser et effectuer » une soustraction 832 — 285, on ne se contente pas, dès le C.E. 1 et pour toute la scolarité de l'élève, de ce qui est ci-contre? Le récitatif serait celui de l'addition : $5 + 7$, 12 et je retiens 1, etc...

$$\begin{array}{r} 285 \\ +\ \ldots \\ \hline 832 \end{array}$$

On éviterait bien des misères aux enfants et bien du labeur aux maîtres. Certains ont essayé cette petite révolution, et s'en sont bien trouvés.

Division (1).

Elle est définie à partir de la multiplication comme la soustraction l'est à partir de l'addition. Les Commentaires auraient pu rédiger le paragraphe relatif à division (exacte) en le calquant exactement sur le paragraphe soustraction. Les « quatre opérations », très souvent enseignées comme isolées, ont des parentés simples.

Par contre, les Commentaires ne parlent pas de « diviser par zéro ». Il a pourtant fallu, à propos des fractions, écrire « $\frac{X}{Y}$ avec $Y \neq 0$ ». On pourrait ajouter à la fin du § 4.2.2. cette idée simple, qui aiderait beaucoup les enfants dans la suite de leurs études :

Les produits de 0 par un nombre naturel quelconque sont tous nuls : $0 \times a = a \times 0 = 0$. Si donc on se donne un naturel b autre que 0, il n'y a aucun naturel qui puisse remplacer $\square$ dans :

$$0 \times \square = b \text{ ou } \square \times 0 = b$$

ni donc dans $b : 0 = \square$.

(1) Les commentaires l'appellent « *division exacte* » (?), mais il ne faut pas en conclure qu'il existe pour autant une « *division inexacte* ».

Division euclidienne.

Elle est enseignée depuis toujours, pour résoudre le problème suivant : placer un naturel dit dividende, parmi la suite des multiples d'un autre, non nul, dit diviseur (lequel n'est généralement pas un diviseur du premier).

A ce couple de naturels, la division euclidienne fait correspondre deux autres naturels : le quotient entier et le reste. Au couple : dividende égal à 7 et diviseur égal à 2, elle fait correspondre le quotient entier 3 et le reste 1.

La division euclidienne aurait besoin de deux signes. Un d'abord pour le *quotient entier*. Les Commentaires déclarent que le signe « : » est réservé exclusivement au cas où le quotient entier de la division euclidienne est aussi quotient exact : on écrira $6 : 2 = 3$. Leur attitude est sage, mais ils sont muets quant au signe à employer dans les autres cas. On a parfois proposé $7 \div 2 = 3$. Il est à craindre que, à côté de $6 : 2 = 3$, les maîtres continuent à écrire $7 : 2 = 3$ et $7 : 2 = 3{,}5$, et que les enfants continuent à confondre des notions distinctes.

Un second signe à employer, pour le *reste*, ne serait pas superflu. Si s était ce signe, on écrirait $7\ s\ 3 = 1$.

Commutativité.

La multiplication est une opération commutative.

Les Instructions de 1945 parlent en plusieurs endroits de « nombres concrets ». Cette expression, qui est proprement antinomique, car un nombre ne saurait être concret, a porté grand tort à la commutativité de la multiplication. Il n'y a pas à distinguer multiplicande et multiplicateur; si on les distingue souvent, c'est parce qu'on pense plus à ces « nombres concrets », 3 sacs de 7 oranges, 15 barriques de 228 litres, qu'à des *nombres*. L'emploi de ces mots ne se justifie pas (l'emploi des mots soustractande et soustracteur se justifierait; on s'en passe aisément d'ailleurs).

« Quelle est l'unité du multiplicande? » Les litres. « Du multiplicateur? » Les barriques. « Le produit a la même unité que le multiplicande » déclare le maître.

Puis, se ravisant à cause de cette curieuse unité barrique, injustement éliminée, et se souvenant de ses cours de Physique du Lycée : « En fait, c'est 228 litres par barrique ». Cette nouvelle unité, le litre-par-barrique, ou l */ba*, lui fait peur et il interrompt sa lancée. Il fallait l'interrompre, bien sûr. La sagesse, même si c'est une petite révolution dans nos classes, c'est de considérer que la multiplication agit sur les nombres, que les nombres sont 15 et 228, et non 15 barriques et 228 litres.

Une pédagogie ancienne, mais pas disparue, fait dire : « Si tu veux trouver des litres, il faut que tu commences par des litres ». C'est peut-être de tels dogmes, un tel arbitraire, de tels entraînements mentaux, qui empêchent les enfants de comprendre. En voici d'autres : quand on divise des francs par des francs, on ne doit pas trouver des francs; quand on divise des litres par des vases, on trouve des litres.

Les tenants des « nombres concrets » protesteront : l'ensemble des deux mains contient 5 doigts $\times$ 2 = 10 doigts. Il faudra qu'ils acceptent qu'il contient aussi bien 2 doigts $\times$ 5 (2 pouces, 2 index, etc.); que 3 sacs de 7 oranges contiennent 7 oranges $\times$ 3 ou aussi bien 3 oranges $\times$ 7 (3 oranges que j'ai placées dans les sacs à raison d'une par sac, puis 3 autres, etc., et ceci 7 fois). Ils en contiennent 3×7, ou 7×3 ou 21.

La commutativité de la multiplication n'est pas évidente chez les enfants. Ils la découvrent quand, disposant des objets en 3 rangées de 7, ils découvrent 7 rangées de 3; et c'est bien là l'idée la plus simple. On peut aussi leur proposer d'envisager un produit cartésien d'ensembles; ces mots savants ne sont rien d'autre que ceci : 3 fruits distincts, une pomme, une poire, une banane, posés de toutes les façons possibles sur 7 assiettes de couleurs distinctes, à raison d'un fruit sur une assiette comme au restaurant; en remplissant les cases d'un tableau, ils voient, là encore, 3 colonnes de 7 cases ou 7 lignes de 3 cases.

Des situations trop concrètes, 3 sacs de 7 oranges, risquent de rendre la commutativité moins claire. De même pour les adultes : si un pain vous nourrit 3 jours, vous mangerez 7 pains en 3 semaines puisqu'une semaine dure 7 jours...

Tout de même, beaucoup de chemin parcouru depuis que les Instructions de 1945 déclaraient que la commutativité de la multiplication devait être apprise aux élèves non par une preuve théorique (que serait une *preuve théorique?*) mais « par des constatations faites plus ou moins méthodiquement dans la table d'abord, ensuite sur des opérations ».

L'apprentissage par cœur primait la compréhension. La table de multiplication, toute faite, observée comme on observe une Renoncule, et la technique opératoire, toute élaborée, enseignée dogmatiquement, servaient d'arguments, sans qu'on vît dans ce cercle vicieux une mauvaise nourriture pour les enfants. Ce qu'on lit dans la table y a été mis quand on a étudié les propriétés de la multiplication, et les techniques qui permettent d'obtenir le produit de deux naturels supérieurs à 10 résultent de cette étude.

Associativité.

Une grande dame, souvent ignorée à l'école élémentaire. On pourra se reporter à un article du Bulletin (N° 263, pages 333-336) où j'ai essayé de montrer la place que devrait avoir à l'école primaire cette importante propriété de l'addition et de la multiplication.

Techniques opératoires.

Le maître demande : « Je paie 600 F en billets de 100 F; combien ai-je donné de billets? » Pour aider l'élève, il ajoute : « Quelle opération fais-tu? » Et l'on pose une division, et on l'effectue... On est très près du cercle vicieux :

la technique de la division, ou de la multiplication 100×6, résulte immédiatement des principes de la numération. Il suffit de retourner à la lecture des nombres de plusieurs chiffres; elle contient la réponse; la numération ne s'enseigne pas qu'au C.P.

On rencontre le produit 40×3. « Qu'a-t-il de particulier, celui-là? Il se termine par un zéro. On utilise le mécanisme qu'on a appris par cœur : 3 fois zéro, zéro, etc... Mais ce mécanisme résulte des propriétés de la multiplication qui, employées seules, donneraient la réponse, sans intermédiaire. Le cercle vicieux est tout proche.

Si des enfants de C.E. 1 à qui l'on dicte le naturel 57 ne savent pas l'écrire, on peut évidemment leur demander d'additionner 50 et 7, et de poser l'opération. Mais les règles qu'on leur demande d'utiliser résultent des principes de la numération; justifier l'écriture d'un naturel de plusieurs chiffres à l'aide de ces règles, c'est encore un cercle vicieux.

Comme les deux précédents, il ressemble beaucoup au cercle vicieux décrit plus haut à propos de la commutativité de la multiplication. Tout cela ne forme guère les intelligences.

Qu'au moins on n'oublie pas que ces cas, dits particuliers, sont plus simples que le cas général, antérieurs à lui, et justement en permettent l'étude. Constater qu'un mécanisme, dont l'apprentissage est parfois laborieux, « colle bien » dans les cas simples, cela tranquillise l'élève, lui donne de l'assurance, et l'aide à retenir.

On divise 2790 par 275. Est-il possible que l'enfant, même en cours d'apprentissage, ne se réfère pas si aveuglément au mécanisme? (En 279 combien de fois 275, ou en 2 combien de fois 2, etc...) Voir qu'il faut écrire 1 au quotient et que le reste est 4, c'est bien plus immédiat que ne le laisse entendre la ritournelle habituelle. Il faudrait au moins, si on fait utiliser un mécanisme dans un cas aussi simple, que ce soit, là encore, avec l'intention d'en montrer la validité. Le parallèle entre le calcul fait mentalement et le calcul qu'organise le mécanisme améliore la compréhension et, corrélativement, la mémorisation.

L'enfant doit-il comprendre le pourquoi des techniques opératoires qu'on lui enseigne? Certainement; au moins sur des exemples numériquement simples. Par exemple : pourquoi « pousse-t-on de deux rangs » dans la multiplication par 408?

« Comme j'ai multiplié le diviseur par 100, il faut aussi que je multiplie le dividende par 100. » Voilà un *comme*, souvent prononcé, qui n'apporte pas grand-chose aux élèves; il faudrait, en fait de justification, aller au delà de cet argument qui est du type « Pour ne pas faire de jaloux ».

La division par un diviseur de deux ou plusieurs chiffres fait beaucoup souffrir les enfants. Ils souffriraient moins s'ils ne perdaient pas de vue que, là comme dans des divisions plus simples, 45 par 7 par exemple, le problème de la division euclidienne est la comparaison du dividende à certain multiple du diviseur. Ce qui traduit la division euclidienne de 162 par 74, c'est l'égalité

$162 = (74 \times 2) + 14$ et l'assurance que 14 est inférieur à 74, de même que la division euclidienne de 45 par 7 se traduit par :

$$45 = (7 \times 6) + 3 \text{ et } 3 < 7$$

Celle de 45 par 6 se traduirait par :

$$45 = (7 \times 6) + 3 \text{ et } 3 < 6$$

Il faudrait que les enfants voient que les calculs (compliqués) qu'on leur fait faire ne sont rien d'autre que le condensé d'une multiplication et d'une soustraction — qu'on gagnerait probablement, comme on le fait dans certains pays étrangers, à écrire séparément, au moins de façon provisoire.

$$\begin{array}{r|l} 162 & 74 \\ \cline{2-2} 14 & 2 \\ & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 162 & 74 \\ \cline{2-2} 148 & 2 \\ \cline{1-1} 14 & \end{array}$$

Des instituteurs demandent s'il faut faire faire des opérations en toutes. bases de numération... Certains, qui y ont pris goût, répondent : « Bien sûr ». Les lignes qui suivent peuvent être proposées en une sorte de garde-fou : On pourra poursuivre l'emploi de bases plus petites que dix, mais uniquement dans le but d'aider à la compréhension de la numération, et à la compréhension des techniques opératoires.

L'emploi des unités usuelles de temps donne l'occasion de calculs qui ont le même intérêt.

Divisibilité. Preuve par 9.

Les Commentaires ne disent rien des caractères de divisibilité, ni de la preuve par 9, qui figurent explicitement dans le Programme.

Il faudrait faire la part du par-cœur. Puisque les caractères de divisibilité par 2 et par 5 résultent de façon simple des principes de la numération décimale, on peut les justifier aux enfants; on peut de même présenter, à condition qu'on les justifie, les caractères de divisibilité par 4 et par 25. Par contre, les caractères de divisibilité par 3 et par 9 devraient : soit être énoncés sans justification, ce silence étant explicitement dit aux enfants, silence qui n'empêche pas des contrôles de leur validité sur des exemples; soit être justifiés, ce qui est le mieux car il faut fuir le dogmatisme, mais demande une certaine préparation du terrain.

Considérations analogues pour la preuve par 9.

Colliers de perles et tableaux de nombres.

« Pour une fête, des enfants font des colliers composés tous du même nombre de perles, déclarent les Commentaires. Un enfant a utilisé 45 perles pour faire 3 colliers. » Il s'agit de calculer ce qu'il faut écrire dans les cases vides du tableau ci-dessous.

Colliers	Perles
3	45
7	
	135

Les Commentaires poursuivent : « Il suffit de chercher l'opérateur qui fait passer de la première à la deuxième colonne : multiplier par 15 ». Réaction unanime d'instituteurs : « Ce 15, il faut le trouver ! » Bien sûr. On le trouve, évidemment, par une division. Il faudra bien que l'on dise le rôle du quotient obtenu; écrira-t-on : « Naturel par lequel il faut multiplier les naturels de la 1re colonne pour trouver ceux de la 2e »? Est-ce mieux que : « Nombre de perles de chaque collier »? Oui si on oublie les perles et les colliers et ne regarde que le tableau; mais cela est-il souhaitable?

Ces tableaux me font peur. Je ne leur reproche rien, et les élèves ont besoin d'écrire beaucoup de tableaux de naturels pour aborder la notion d'application numérique. Mais je crains qu'ils ne deviennent souvent que mnémotechniques. Voir par exemple l'usage qui se fait ordinairement des « tableaux à colonnes ». Dès qu'il s'agit de convertir 3 m^2 en cm^2, ou même en dm^2 : « Que dois-tu faire ? — Un tableau ». Le tableau permet d'atteindre le résultat; il est une façon de faire tentante, pour l'enfant et pour le maître, mais douteuse, parce qu'il invite à penser peu, ou pas.

Proportionnalité.

Le mot me gêne beaucoup également. D'abord parce que les élèves ont tendance à voir de la proportionnalité partout, et les auteurs de manuels aussi, à cause de la facilité de rédiger des énoncés de problèmes...

Ensuite parce qu'on entendra : 14 et 10 sont proportionnels à 7 et 5, ce qui est correct; et aussi : 10 est proportionnel à 5. Il faut quatre naturels au moins pour parler de proportionnalité, et c'est beaucoup. Il fut un temps où la proportionnalité était « interdite » avant la troisième, et justement pour ces raisons.

Fractions.

Les Commentaires énoncent : « Les fractions sont présentées à partir de la notion d'opérateur ». Ce qui laisse entendre qu'elles sont aussi autre chose. On définira en effet, à partir d'elles, les rationnels, et, par abus de langage, on dira que les fractions sont des nombres; mais cela ne se fera qu'après l'École Primaire.

Les fractions se définissent ainsi : x et y désignant deux nombres naturels, le second non nul, multiplier un naturel par la fraction $\frac{x}{y}$ revient à le multiplier par x puis diviser, si cela est possible, le résultat par y.

Les enfants sortiront du C.M. 2 en sachant (en principe) que $\frac{20}{8} = \frac{5}{2}$, puisque les opérateurs $\xrightarrow{\times \frac{20}{8}}$ et $\xrightarrow{\times \frac{5}{2}}$, agissant sur une même série de nombres, ont le même effet, mais ils ignoreront que $\frac{5}{2}$ est un nombre, qu'il est compris entre 2 et 3, et égal à $2 + \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ étant lui-même un nombre.

Par contre, ils sauront que certaines fractions sont égales à des naturels (voir fin du § 6.2.) : puisque l'opérateur $\xrightarrow{\times \frac{2}{2}}$ a le même effet que l'opérateur $\xrightarrow{\times 1}$, la fraction $\frac{2}{2}$ est égale au *naturel* 1. On écrit de même $\frac{10}{5} = 2$. Ces fractions se comportent comme des nombres naturels.

Il ne reste pas beaucoup à faire à propos des autres fractions : en utilisant l'opérateur $\xrightarrow{\times \frac{5}{2}}$, on trouve à partir d'une même série de nombres, des nombres plus grands qu'en utilisant $\xrightarrow{\times \frac{4}{2}}$ et plus petits qu'en utilisant $\xrightarrow{\times \frac{6}{2}}$.

On en décrètera, pourquoi pas, d'abord que $\frac{5}{2}$ est un nombre, ensuite que ce nombre est compris entre $\frac{4}{2}$ et $\frac{6}{2}$, c'est-à-dire entre 2 et 3.

Mais je ne voudrais pas alourdir le programme, qui me paraît déjà chargé dans ce domaine.

Multiplication des fractions.

Elle a été ôtée du programme de Sixième en 1969. Est-elle bien à sa place au C.M. 2? On pourrait proposer une glissière de sécurité : « A n'enseigner que si les élèves suivent bien ». Réponse : la multiplication des fractions est au programme (alors que l'addition ne l'est pas). Il s'agit d'un réel changement, justifié par le fait que les fractions sont bien plus aptes à être multipliées qu'à être additionnées.

Pourcentages et numération décimale.

Puisque 5 p. 100 signifie 5 pour cent, pourquoi ne voit-on pas plus souvent les enfants qui sortent de l'École Primaire calculer l'intérêt annuel en lisant le nombre de centaines du nombre exprimant le capital? Ce nombre de centaines aurait même le droit d'être décimal.

La notion de pourcentage ne figure ni dans le Programme, ni dans les Commentaires. Elle a été un chapitre important du « Calcul » qu'apprenaient les petits Français. Son écriture est un anachronisme. Le paragraphe suivant, volontairement sobre, la remettrait à sa vraie place :

Pourcentages. L'écriture 5 % désigne un opérateur qui n'est autre que

$$\longrightarrow \left(\times \frac{5}{100}\right) \longrightarrow .$$

Nombres décimaux.

Il s'agit d'étoffe, à 18 F le mètre; on en achète 3,15 m. Des enfants restent rétifs : ils ne multiplient pas. Ils savent quoi faire pour obtenir le prix de 3 m, mais sont arrêtés pour 3,15 m. Ces enfants sont bien formés; la preuve, c'est justement qu'ils sont arrêtés, et qu'on voit de façon limpide pourquoi ils le sont; le maître n'a pas l'habitude d'opérer avec eux par entraînement mental.

Leur dire : « Puisque vous multipliez par 3 dans un cas, vous devez, dans l'autre, multiplier par 3,15 », cela ne les éclaire probablement pas. Si justement ils sont arrêtés, c'est qu'ils ne voient pas dans 3,15 la qualité de nombre et qu'ils ne sont pas convaincus qu'on peut, avec cette chose étrange, opérer comme avec un nombre naturel. Leur dire : « Vous faites pareil » c'est les amener à un automatisme basé sur une analogie qui, n'étant pour eux que formelle, ne les satisfait pas : ils ont besoin de justifications sur la multiplication par un nombre décimal.

Bien sûr, si on ne les leur donne pas, cela ne les empêchera pas, le pouvoir de persuasion du maître aidant, de « faire pareil »... La docilité des enfants est souvent un obstacle à la pédagogie.

Les nombres décimaux sont des choses compliquées. Les Commentaires les abordent ainsi : la population de la France est 50, le million étant pris pour unité. Qu'un *million* soit *unité*, c'est-à-dire *un*, *1*, il y a là quelque chose qui nous est familier, mais qui reste mystérieux. On est très près des « unités de mille », des « unités de million » (ou : « de *millions* »?)... Comptons sur la docilité des enfants, ici providentielle, et ne philosophons pas.

Il faudra bien un jour dire aux enfants que le nombre décimal 12,850 obtenu à partir de 12850 par emploi d'une virgule, et le nombre 12,85 obtenu à partir de 1285 par emploi d'une virgule, sont égaux. Peut-on le faire ici?

Les enfants ignorent que 12,850 est un nombre égal à la fraction $\frac{12850}{1000}$ et que 12,85 est égal à $\frac{1285}{100}$, fractions dont ils savent, ou sauront avant la fin du C.M. 2, qu'elles sont égales. On pourra toujours leur dire que le zéro de 12,850 n'a plus le rôle de « bouche-trou » qu'il avait dans 12850 et qu'on ne l'écrit pas; mais c'est là un argument qui n'est que formel. Faire mieux, c'est exploiter commutativité et associativité. Mais la commodité de cette virgule, qui se déplace avec aisance quand on multiplie ou divise des nombres décimaux par 10, 100, 1000, fera de tout cela un mécanisme vite acquis par les enfants. Le « Tu fais pareil » restera très puissant et absoudra tout. Cela semble même être l'optique des Commentaires qui, dans le paragraphe « Multiplication et division des décimaux par 10, 100, 1000 » sont fort laconiques, et se contentent de « De même ». Est-ce grave? Tout dépend du pourcentage, parmi les enfants d'intelligence honnête, de ceux dont l'intelligence recule à cause de telles lacunes dans la parole qu'ils reçoivent. Ce pourcentage est une grande inconnue.

On aura étudié les nombres décimaux, à l'école primaire, en ignorant que le nombre 0,1 est égal à la fraction $\frac{1}{10}$. Soit.

Cela pose pourtant la question suivante : comment *se lit* un nombre décimal? Les speakers de la radio disent : « 43 virgule zéro huit ». Les instituteurs s'efforcent de faire lire « 43 huit centièmes ». Il faudrait interdire cette façon de lire, et faire employer le mot *virgule*. Mais interdire est inélégant (et ne serait pas simple). En outre, lire « zéro virgule zéro huit », c'est plus épeler que lire; enfin la lecture « huit centièmes » sera déclarée bonne dès qu'on saura que $0{,}08 = \frac{8}{100}$.

Puisqu'on dit aux enfants que certaines fractions sont égales à des nombres naturels (§ 6.2.), on doit pouvoir dire aussi que certaines autres sont égales à des nombres décimaux : multiplier par 0,1 les nombres 70, 320, 20, cela donne les mêmes résultats qu'utiliser l'opérateur $\longrightarrow\left(\times\frac{1}{10}\right)\longrightarrow$. Mais il faudrait pour cela que 0,1 soit une notion claire pour les enfants, et que les multiplications par 0,1 le soient aussi. Or, d'après la définition des décimaux, le nombre 0,1 est réputé être le naturel 1 quand on prend la dizaine pour unité...

Tout cela n'est pas simple, et l'on peut se demander ce que cela donnera dans les classes. L'introduction des décimaux à l'aide de mesures avait bien des avantages. Ne pourrait-on prolonger la progression 1000 100 10 1 par un nouveau nombre sans craindre de s'aider de mesures, de changement d'unités (d'unités physiques, de longueur par excellence), de graduations sur une demi-droite? Un segment de longueur prise pour unité accepte de se partager en 10 segments de même longueur; le naturel 1 acceptera de donner naissance à un nombre n tel que $n \times 10 = 1$.

Retour sur les fractions.

A propos de mesure, justement, les Commentaires parlent d'un quart d'heure, d'un demi-litre, de trois quarts du chemin, et même d'un quart de beurre (qui était le quart de la livre de beurre), expressions qu'on écrira probablement avec des fractions. Comme une fraction est un opérateur et que cet opérateur agit sur des nombres, ces expressions sont sans signification. Les Commentaires déclarent pourtant qu'elles pourront donner lieu à des calculs. Est-ce reconnaître une vertu pédagogique aux 3/4 d'un segment, d'un cercle ou d'une tarte? Là encore, je me demande un peu quel sera l'effet de ce paragraphe dans les classes; il risque de faire perdre tout l'intérêt de la *fraction présentée comme opérateur*. Il est possible de faire la part du feu grâce au texte suivant :

« Dans ce qui précède, l'objectif a été de présenter la fraction à partir de la notion d'opérateur : prendre les $\frac{7}{4}$ d'un nombre. Il n'est pas interdit d'utiliser la même locution « prendre les $\frac{7}{4}$ de » à propos d'une longueur, d'un poids, d'une unité physique, d'une heure par exemple, et même à propos d'un objet géométrique, d'un cercle par exemple, comme cela se fait souvent. Mais il est essentiel que l'élève voie dans une fraction son rôle d'opérateur multiplicatif. »

Mathématique et motivation. Problèmes.

Je pense que la meilleure motivation de l'enseignement de la mathématique, c'est d'une part la mathématique elle-même, d'autre part l'intérêt que les enfants y prennent quand ils la pratiquent.

Les motivations « adventives » peuvent être dangereuses, autant que l'introduction coûte-que-coûte d'une leçon de mathématique dans le centre d'intérêt de la semaine. L'enseignement a certaines exigences, en particulier quant à la progression à faire suivre aux élèves.

Exemple. Cours Préparatoire. On parle de 12 *parce que* la date est mercredi 12 février, qu'on a écrite au tableau. « Qu'est-ce qu'on écrit quand on écrit mercredi? » Le jour de la semaine. « Et février? » Le mois. Bien. « Qu'est-ce qu'on fait quand on écrit 12? » On compte les jours du mois. Là, c'est nettement moins bien. On ne compte rien. On ne compte pas plus quand on baptise un jour *12* que quand on le baptise *mercredi*, pas moins, d'ailleurs : que le vocable placé sur un jour soit *mercredi* ou qu'il soit 3 (le 3e vocable d'une certaine liste bien connue), ce n'est qu'un changement d'étiquette. La notion de nombre est plus riche que le contenu de ces étiquettes.

Chercher une motivation avec une persévérance aussi constante que celle des manuels scolaires depuis des dizaines d'années dans le calcul du prix de revient d'une clôture d'un champ à 3 rangées de fil de fer à tant le mètre, ou le kilogramme, avec des poteaux à tant la douzaine, tous les 3,50 m, espérons que cela disparaîtra progressivement, au fur et à mesure que le programme 1970 s'insinuera dans les écoles. On parviendra alors, et sans inconvénient, à ne passer aucun temps sur le célèbre : B = P.V. — P.A., bien plus omniprésent à l'École Primaire que les problèmes de robinets, et dont le rôle le plus clair est de faire chavirer des enfants qui avaient à peu près bien compris addition et soustraction.

Le jeu intellectuel que constitue la mathématique présente grandement assez d'attrait pour les enfants pour que tout habillage dit pratique, à supposer qu'il ne soit pas paralysant, soit superflu. Les « problèmes pratiques » ne sont pas exclus, bien sûr, mais ils doivent être tels que, une fois acquises les notions mathématiques nécessaires à leur résolution, ils n'embarrassent pas les enfants.

Pédagogie.

J'ai peu parlé de pédagogie, de façon d'enseigner. Ce n'était pas mon sujet. Mais c'est important, bien sûr. Deux exemples pourront suffire.

Le premier, un peu caricatural, de ce qu'il faut éviter :

« Papa a 8 cigarettes (les enfants écrivent 8); il en fume (les enfants écrivent le signe *moins*) cinq (les enfants écrivent 5) ». Une telle pédagogie donne à l'activité de l'enfant une allure de réflexe conditionné, elle est un dressage.

Le second, choisi parmi mille autres, a de tout autres mobiles pédagogiques :

Les enfants sont occupés à écrire la « table des 9 », qu'il faut bien apprendre en effet. Le maître contrôle leurs écrits. Il fait réfléchir sur les chiffres des unités des produits successifs, laisse les enfants se poser des questions, en poser à leurs camarades; dans quelques jours, le sujet a mûri, et il peut donner des explications, plus probablement les faire dire. Elles ont alors toute la valeur souhaitable de formation des intelligences.

Pour finir.

(Ou plutôt ne pas finir, car le sujet est inépuisable. Il faudrait, aussi, parler des « exercices d'observation et travaux sur des objets géométriques », et des « exercices pratiques de mesure ».)

Quel est l'objectif des programmes de 1970 et des Commentaires qui les accompagnent? La réponse est claire : accès des enfants à l'activité mathématique, accès qui implique le bannissement du dogmatisme.

Les fondateurs de l'École Publique prévoyaient, pour les enfants du peuple, afin qu'ils sachent voter, qu'ils apprennent à lire, écrire et compter. Compter, c'était compter les sous, savoir faire face aux situations économiques dans lesquelles ils risquaient de se trouver, savoir calculer le prix de la clôture du champ, et, pour les filles, le prix de revient du pot de confiture, savoir épargner.

Maintenant, on les invite à pratiquer la mathématique.

La nécessaire introduction des mathématiques dites modernes se fera, après ce programme transitoire de 1970, de façon naturelle, dans le prolongement du mouvement ainsi commencé, quand les maîtres auront découvert le plaisir qu'il y a à s'évader, avec les enfants, de ces situations un peu « toujours pareil ».