Tribune libre

Sur deux notes...

H. Durup
(Université d'Aix-Marseille)

Deux notes parues dans le n° 274 du *Bulletin de l'A.P.M.* m'incitent à rédiger quelques réflexions sur les sujets qu'elles abordent.

1. Probabilités totales (pp. 252-253).

Aux confusions signalées par notre collègue dans son introduction, j'ajouterais la confusion entre incompatibilité et indépendance, conduisant à déclarer que : P(A ou B) = P(A)+P(B) dans le cas de l'indépendance entre A et B ou (non exclusif) que P(A et B) = P(A)×P(B) dans le cas de l'incompatibilité... Mais, plus graves, car correspondant peut-être davantage à une absence de compréhension qu'à l'absence de réflexion, sont les confusions entre les probabilités *a priori* et les probabilités *conditionnelles* dans les problèmes à succession d'événements et probabilités composées.

Il est donc indispensable que le professeur s'exprime avec la plus grande rigueur. C'est pourquoi je suis inquiet devant les formulations suivantes lues dans la note de notre collègue :

— « 2° ... P(A et B) = ...P(A)×P(B) ou P(A)×P(B/A)... suivant que les deux événements sont indépendants ou non » :

en réalité, P(A et B) = P(A)×P(B/A) dans *tous* les cas, cependant que P(B/A) = P(B) lorsque les deux événements sont indépendants (1);

(1) La rédaction « 3° Mais si les *2 événements* A *et* B *sont* compatibles... » pour annoncer une égalité qui est *toujours* vraie procède du même esprit. De telles oppositions abusives sont peut-être à l'origine de ce que les élèves quelquefois « confondent événements incompatibles et événements compatibles », confusion que, pour notre part, nous n'avons jamais rencontrée chez les nôtres.

— « ou bien on prend dans le premier sac rouge; la probabilité de tirer ensuite une rouge du second sac est (d'après le 2°) : (5/20)×(11/11) » :

en réalité, il ne s'agit nullement de la « probabilité de tirer *ensuite* », laquelle correspond à P(B/A), mais de la probabilité de « tirer dans le premier sac une rouge *et* de tirer ensuite une rouge du second sac »;

— la même confusion très grave se retrouve évidemment dans l'autre volet du raisonnement et, très atténuée, dans la conclusion : « La probabilité pour que la deuxième boule tirée soit rouge, dans l'une *ou* l'autre des deux éventualités, est... » peut laisser penser qu'il s'agit d'une probabilité qui prend la même valeur dans deux éventualités; « la probabilité pour que la deuxième boule tirée soit rouge » *devrait suffire* ou sinon il faudrait soit expliciter complètement (par exemple : « la probabilité pour que la deuxième boule tirée soit rouge, sans référence au premier tirage, est... », qui ne me satisfait pas pleinement), soit utiliser conventionnellement l'expression *a priori*, non nécessaire mais peut-être commode, pour attirer l'attention sur l'absence de stipulation concernant le premier tirage : « la probabilité *a priori* pour que la deuxième boule tirée soit rouge » (ou « la probabilité initiale »?).

L'essentiel est de souligner pour les élèves qu'il y a trois sortes de probabilités à ne pas confondre, qui interviennent dans ce type de problème :

— la probabilité d'un événement (exemples : « que la 1e boule tirée soit blanche », « que la 2e boule tirée soit rouge », pour laquelle on peut parler de « probabilité » tout court ou de « probabilité *a priori* »;

— la probabilité d'un événement, sachant qu'un autre événement s'est produit (exemple : « après avoir tiré une boule blanche du premier sac, probabilité de tirer alors une rouge du second sac »), qui est une « probabilité conditionnelle » (autre exemple : sachant qu'on a tiré une boule rouge du second cas, probabilité d'avoir tiré une blanche du premier sac);

— la probabilité d'un produit d'événements (exemple : « que la 1ère boule tirée soit blanche et que la 2ème boule tirée soit rouge »), qu'on peut appeler « probabilité composée ».

S'il subsiste la moindre confusion entre la probabilité « conditionnelle » et la probabilité *a priori*, impossible d'expliquer qu'à la roulette, bien que les séries de 11 noires soient plus rares que les séries de 10 noires, après 10 noires consécutives les probabilités d'une rouge et d'une noire restent égales.

2. Addition et soustraction (pp. 257-258).

La méthode initiale doit à mon avis être telle que, très rapidement, l'élève parvienne au récitatif suivant (exemple : 61—33) : « 3 et ... <u>8</u> : 11, je retiens 1; 1 et 3 : 4, et ... <u>2</u> : 6 », les chiffres soulignés étant écrits en même temps que prononcés. C'est le seul récitatif rationnel car il traite la soustraction comme ce qu'elle est, c'est-à-dire une addition à compléter (« 3 ôté de 11, reste 8 », que je trouve affreux, passe implicitement par « 3 et 8 : 11 », soit au niveau de la recherche actuelle du « reste », soit au niveau de l'acquisition progressive d'une « table de soustraction » venant, inutilement me semble-t-il, surcharger la mémoire). J'imagine qu'il suffirait de comparer la rapidité de calcul des adultes opérant de l'une ou l'autre façon pour se convaincre de l'avantage d'une méthode qui, je crois, était déjà enseignée aux futurs instituteurs voilà un demi-siècle à l'École Normale d'Auteuil.

Pour la tradition.

M. Lot
(Lycée d'Aubervilliers)

J. Kuntzmann attire justement notre attention dans le *Bulletin* n° 274 sur les dangers de certaines notations pour les nombres relatifs, nouvelles notations qui ont pour but pédagogique de souligner que les symboles habituels + et — ont ici un sens distinctif et non un sens opératoire.

Mais, me semble-t-il, ne suffit-il pas dans un premier temps d'écrire par exemple $(+2)$ ou (-3)? Pourquoi donc introduire des mots originaux et des notations nouvelles sans nécessité fondamentale? L'écriture mathématique doit toujours être aussi simple et aussi brève que possible. Le fait qu'un même mot ou un même signe ait plusieurs sens différents n'est pas un inconvénient majeur car le contexte permet toujours (si l'expression ou la formule est écrite correctement) de savoir exactement de quoi il s'agit. Et nous devons apprendre à nos élèves à utiliser ce contexte et à réfléchir.

Mieux, ce n'est pas un hasard si le signe — est utilisé pour distinguer les nouveaux nombres, que d'Alembert dans l'Encyclopédie appelle des *nombres faux*, des nombres ordinaires. Car une des propriétés les plus fondamentales de ces nombres nouveaux, et sur laquelle c'est l'occasion d'insister, est de rendre possible dans tous les cas l'opération soustraction.

Il en est ainsi exactement comme de l'utilisation du symbole traditionnel des fractions pour distinguer le numérateur du dénominateur; cette utilisation est liée à la propriété la plus profonde des fractions : rendre possible la division dans tous les cas. C'est dire que la tradition n'a pas toujours tort, même d'un point de vue « moderne ».

« Ils ne savent plus compter ».

Gribonval
(Lycée Carnot, Paris)

« Depuis qu'ils font des maths modernes, ils ne savent plus compter. » C'est la réflexion d'un collègue parlant d'élèves du Secondaire.

« Maintenant on leur fait au Primaire ! » C'est une autre réflexion, celle du collègue qui devisait avec le premier. Sous-entendu : « cela va être encore pire ».

Je voudrais illustrer ces phrases en relatant une expérience vécue il y a trois ans dans une classe primaire équivalente au C.E. 1.

C'était au Canada, dans une école où Diénès exerce. Les élèves, depuis leur entrée dans cette école, « faisaient des maths modernes ». Bien sûr, ils ne connaissaient pas leur table de multiplication. La preuve en est cette petite fille de huit ans et quelques mois qui n'avait rien d'exceptionnel dans cette classe.

Un exercice lui était proposé sur une feuille ronéotée, de manière tout à fait individuelle. Elle cherchait $7!$ et venait de passer en revue $2!$, $3!$, ..., $6!$ S'attaquant alors fermement à $7!$, elle multipliait 6 par 7, puis le résultat par 5. Je n'ai rien dit mais j'ai simplement caché les 6 premiers nombres de $7!$ puis ôté la main.

« Ah oui! Il suffit de multiplier par 7. » Elle n'a pas dit ce qu'il suffisait de multiplier par 7, mon souci de précision aurait pu en souffrir. En tous cas elle écrivit :

$$\begin{array}{r} 720 \\ \times \quad 7 \\ \hline \end{array}$$

« Sept fois zéro, zéro; sept fois deux, quatorze et je retiens un; sept fois sept... »
Horreur! elle ne savait pas sept fois sept. Mais je n'eus pas le temps d'intervenir.
« Sept, c'est deux fois trois plus un. »

Sans dire où elle plaçait les parenthèses, quelle horreur encore!, je vis alors apparaître sur la feuille, après qu'elle eut dit « deux fois sept, quatorze » :

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times \ 3 \\ \hline 42 \end{array}$$

puis elle dit « et sept, cela fait quarante-neuf ».

N'ayant pas oublié la retenue de l'opération laissée inachevée, elle compléta immédiatement le 50 manquant.

Quelques conclusions :

1° Maîtrisant parfaitement les propriétés de la multiplication et de l'addition des naturels, elle pouvait se passer d'apprendre par cœur les tables de multiplication.

2° Il serait bon de ne pas parler dans le vide, de ne pas trop avoir de préjugés, de savoir que nous sommes en retard et que des expériences très concluantes ont été faites et que d'autres se font.

Sur quelques points de vocabulaire.

G. Boucher
(Lycée Technique, Aubervilliers)

Les difficultés rencontrées par nos élèves me semblent provenir pour une part non négligeable de la langue que nous leur parlons. Beaucoup de mots, parfaitement clairs pour nous, n'ont pas encore pour eux un sens aussi précis que nous le souhaiterions. De plus, évitons-nous toujours le « charabia » dénoncé si justement par J.-M. Chevallier (*Bulletin* 265)? Ne pourrions-nous pas bannir, chaque fois que c'est possible, les expressions lourdes ou contredisant trop l'usage courant?

« Pour » est-il une préposition en français, une conjonction en mathématiques?

Le mathématicien dit-il : *Pour il pleut, je prends mon parapluie?* Alors pourquoi trouve-t-on dans la plupart des manuels : *Pour x égale zéro,* f(x) *égale 2, Pour* x *tend vers l'infini...* J.-M. Chevallier remarquait (*Bulletin* 271) que *pour* remplace tantôt le quantificateur universel, tantôt le quantificateur existentiel. Dans les exemples ci-dessus, *pour* remplace, en fait, le connecteur d'implication. L'énoncé serait-il moins clair si nous prenions l'habitude de dire : *Si* x *égale zéro, alors...*?

« La droite est une parabole ».

Qui de nous n'a rencontré ces confusions entre *droite* et *courbe?* Et comment s'en étonner : on apprend aux élèves qu'une courbe peut être une droite, alors que la langue courante oppose radicalement ces deux mots. Y aurait-il quelque inconvénient à employer le mot neutre « ligne » dans tous les cas et à réserver le mot « courbe » pour une « ligne qui n'est pas droite »?

Diagramme sagittal.

Pitié pour les non-latinistes! Pourquoi ne pas dire tout simplement un « diagramme fléché »?

« La courbe est croissante ».

Pourquoi ne pas légaliser cet abus de langage commis, qu'on le veuille ou non, par tous les élèves? Il a l'excuse d'être clair et de ne pas avoir de concurrent simple. Les professeurs se permettent d'ailleurs bien d'autres abus, avec « fonction croissante » ou « variation d'une fonction »!

On peut écrire : 0 = 1.

Cette égalité vous choque-t-elle? On peut pourtant l'écrire puisque vous l'avez sous les yeux! Je suis tout à fait d'accord avec M. Pauly (*Bulletin* n° 268), il faut résolument bannir cette forme déguisée du connecteur d'implication. Nos raisonnements ne peuvent qu'y gagner en clarté.

Loi de composition.

Quelle expression lourde pour une notion si usitée! L'usage s'est déjà répandu de dire « loi » tout court. Faut-il le légaliser?

Espace vectoriel.

Encore une expression bien lourde, alors que deux ou trois syllabes suffisent à désigner des structures moins importantes. Cela conduit beaucoup d'auteurs à abréger en « espace » tout court, de sorte que l'on ne dispose plus de mot pour désigner l'espace à trois dimensions! Bravo pour *vectoriel*, apparu seulement jusqu'ici sur la couverture du *Bulletin* n° 273.