4

*Documentation*

# Programme pour la classe de Quatrième

Il est rappelé que les professeurs ont toute liberté pour choisir l'ordre dans leque les différentes parties du programme sont étudiées.

L'importance de chacune d'elles et le temps à y consacrer ne sont pas proportionnels à la longueur de leur libellé : les questions qui ne figuraient pas dans les programmes antérieurs, ou qui n'y figuraient pas sous la même forme, ont fait, en général, l'objet d'une rédaction plus détaillée.

## I. — Relations.

Révision des notions présentées dans les classes antérieures et compléments : produit cartésien, relation, application, composition des applications, bijection d'un ensemble sur un ensemble et bijection réciproque.

Notion de groupe : définition (on la dégagera des exemples du programme).

## II. — Nombres décimaux relatifs et approche des réels.

### 1. *Groupe des puissances de dix.*

Nombres décimaux relatifs écrits $a.10^p$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $p \in \mathbb{Z}$ et sous forme de nombres à virgule : addition, multiplication, ordre, valeur absolue. Résumé des propriétés fondamentales de l'ensemble ainsi structuré des décimaux relatifs.

2. *Calculs approchés.*

*a*) Encadrement d'un nombre décimal par des intervalles des types

$$[a.10^p, (a+1)10^p[,\ ]a.10^p, (a+1)10^p],\ [a.10^p, (a+1)10^p]$$

avec $a \in \mathbb{Z}$ et $p \in \mathbb{Z}$. Sur des exemples : encadrement d'une somme, d'un produit.

*b*) Exercices de détermination, pour un décimal strictement positif $d$ donné et pour un entier relatif $n$ donné, du nombre décimal $x.10^n$, avec $x \in \mathbb{N}$, tel que soient vérifiées les inégalités $0 \leqslant d.x.10^n \leqslant 1 < d(x+1).10^n$.

*c*) Exercices de détermination, pour un décimal strictement positif $d$ donné et pour un entier relatif $n$ donné, du nombre décimal $y.10^n$ avec $y \in \mathbb{N}$, tel que soient vérifiées les inégalités : $[y.10^n]^2 \leqslant d < [(y+1).10^n]^2$.

*d*) Suites décimales illimitées, nombres réels, encadrements d'un nombre réel.

3. *Énumération des principales propriétés* qui structurent l'ensemble $\mathbb{R}$ des réels : addition, $(\mathbb{R}, +)$ est un groupe commutatif; multiplication, associativité, distributivité par rapport à l'addition; ordre et valeur absolue.

On admettra que pour tout nombre réel $a$ différent de 0 il existe un nombre réel $a^{-1}$ et un seul tel que $aa^{-1} = 1$. Pour tout couple de nombres réels $(a, b)$ avec $a \neq 0$, il existe un nombre réel unique $x$, appelé quotient de $b$ par $a$, et noté $ba^{-1}$ ou $\frac{b}{a}$ tel que $ax = b$. Exercices simples de calcul sur de tels quotients.

Sur des exemples numériques, équations et inéquations du premier degré à une inconnue.

Usage des exposants entiers : groupe des puissances d'un nombre réel non nul.

Calculs approchés sur les nombres réels.

4. *Exemples de fonctions polynomes* (applications de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$). Degré. Exercices de calcul sur les polynomes.

Produits $(x+a)^2$, $(x-a)^2$, $(x+a)(x-a)$. Exercices de factorisation.

## III. — Géométrie de la droite.

A la fin de l'année scolaire, la géométrie, née de l'expérience, devra apparaître aux élèves comme une véritable théorie mathématique; c'est-à-dire que des faits ayant été admis (axiomes), d'autres en sont déduits (théorèmes). Mais il est absolument indispensable que de nombreuses manipulations, des exercices pratiques utilisant les instruments de dessin aient précédé à la fois l'énoncé des axiomes et tout raisonnement. Le but de l'enseignement des mathématiques dans cette classe est de faire comprendre aux élèves ce que sont des démonstrations et de leur apprendre à en rédiger; les prémisses devront donc être précisées avec soin. On pourra adopter comme axiomes ceux qui sont indiqués dans les commentaires; mais d'autres choix demeurent légitimes.

1° *Droite.* Distance de deux points sur une droite, repères normés d'une droite. Abscisse d'un point M dans un repère normé; notation $\overline{MM'}$.

Changement de repères normés sur une droite.

Expression de la distance de deux points en fonction de leurs abscisses dans un repère normé.

*Changement d'unité.*

2° *Ordre sur une droite.* Droite orientée (ou axe). Demi-droite. Segment. Milieu de deux points. Exercices sur les barycentres de deux points.

IV. — GÉOMÉTRIE PLANE.

1° *Droites du plan.* Détermination d'une droite par deux points. Droites parallèles. Le parallélisme est une relation d'équivalence; définition d'une direction de droites comme classe d'équivalence.

Projection, de direction donnée, du plan sur une droite, d'une droite sur une droite.

Énoncé de Thalès. Rapport de projection, pour une direction donnée, d'un axe sur un axe.

2° *Triangle.* Applications de l'énoncé de Thalès au triangle.

Projection sur une droite de milieux, de barycentres. Construction graphique du barycentre de deux points donnés, affectés de coefficients donnés.

Symétrie par rapport à un point (symétrie centrale) : image d'une droite.

Parallélogramme propre ou aplati (défini par l'existence d'un centre de symétrie). Parallélisme des droites portant les côtés d'un parallélogramme propre; réciproque. Projection d'un parallélogramme; réciproque.

3° *Équipollence de bipoints.* C'est une relation d'équivalence. Vecteurs et translations, addition des vecteurs et composition des translations.

Direction d'un vecteur non nul.

Multiplication d'un vecteur par un nombre réel. Propriétés.

Deux vecteurs de directions distinctes étant donnés, tout vecteur en est combinaison linéaire d'une manière et d'une seule. Repères du plan; coordonnées cartésiennes par rapport à un repère.

Exercices de calcul vectoriel; médianes d'un triangle.

***Annexe au programme de Quatrième.***

**Géométrie de la droite.**

On appelle *droite* un ensemble D d'éléments dits points, muni d'une bijection $g$ de D sur $\mathbb{R}$ et de toutes celles $f$ qui s'en déduisent de la manière suivante : $a$ étant un nombre réel arbitraire, on a soit :

$$f(\mathrm{M}) = g(\mathrm{M}) + a$$

soit

$$f(\mathrm{M}) = -g(\mathrm{M}) + a$$

La famille des bijections $f$ s'appelle une structure euclidienne.

Si M, M′ sont deux points de D, le nombre positif

$$d(\mathrm{M}, \mathrm{M}') = |f(\mathrm{M}') - f(\mathrm{M})|$$

ne dépend pas du choix de $f$ et par suite ne dépend que de la structure euclidienne de D; $d(\mathrm{M}, \mathrm{M}')$ est *la distance* des deux points M et M′.

Pour une bijection $f$, soit A et B les points d'images respectives 0 et 1 ($f(\mathrm{A}) = 0$, $f(\mathrm{B}) = 1$). On a :

$$d(\mathrm{A}, \mathrm{B}) = 1.$$

On établit qu'il existe une bijection $r \mapsto f_r$ entre l'ensemble des couples $r = (\mathrm{A}, \mathrm{B})$ (avec $d(\mathrm{A}, \mathrm{B}) = 1$) et l'ensemble des bijections envisagées de D sur $\mathbb{R}$; $r$ est dit un *repère normé* de la droite D, $f_r(\mathrm{M})$ est l'abscisse du point M dans le repère $r$.

**Géométrie plane.**

Les résultats suggérés au paragraphe 1 peuvent être pris de la manière suivante comme axiomes :

On considère un ensemble P dont les éléments sont appelés points et un ensemble non vide H de parties propres de P qui sont supposées être des *droites*. On dit que P est un plan (mathématique) quand les axiomes suivants sont satisfaits :

1° Par deux points distincts passe une droite et une seule.

2° Pour toute droite D et tout point M n'appartenant pas à D, il existe une droite et une seule contenant M et n'ayant pas de point commun avec D (Euclide).

3° Étant donnée une projection non constante $p$ d'un axe A sur un axe A', il existe un nombre réel $k$ (ne dépendant que de A, A' et $p$) appelé *rapport de projection* tel que pour tout couple de points (N, N) de A on ait $\overline{p(M)p(N)} = k\overline{MN}$ (Thalès).

Tous les autres résultats du programme peuvent être déduits de ces axiomes.

# Programme pour la classe de Troisième

Il est rappelé que les professeurs ont toute liberté pour choisir l'ordre dans lequel les différentes parties du programme sont étudiées.

L'importance de chacune d'elles et le temps à y consacrer ne sont pas proportionnels à la longueur de leur libellé : les questions qui ne figuraient pas dans les programmes antérieurs, ou n'y figuraient pas sous la même forme, ont fait, en général l'objet d'une rédaction plus détaillée.

Les élèves ont déjà appris, en Quatrième, ce qu'est une démonstration. Cet effort sera poursuivi, à propos des questions d'algèbre et de géométrie propres à cette classe, dans le même esprit qu'en Quatrième.

On pourra adopter comme axiomes pour la géométrie ceux qui sont indiqués dans les commentaires; mais d'autres choix demeurent légitimes.

## I. — Nombres réels, calculs algébriques, fonctions numériques.

1° Rappel des propriétés de l'addition, de la multiplication et de l'ordre définissant $\mathbb{R}$ comme corps totalement ordonné.

Somme, produit, quotient de nombres réels exprimés sous la forme $\frac{b}{a}$ (où $a$ et $b$ sont des nombres réels et $a \neq 0$).

Un nombre $r$ est dit rationnel s'il existe deux entiers $a \neq 0$ et $b$ tels que $ar = b$. Corps des nombres rationnels. Exercices de calcul dans ce corps.

2° On admettra que l'application $x \mapsto x^2$ de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}^+$ est surjective. Étant donné un nombre réel positif ou nul $a$, le symbole $\sqrt{a}$ ou $a^{1/2}$ désigne le nombre réel positif ou nul $b$, appelé racine carrée de $a$, tel que $b^2 = a$.

Utilisation de tables pour le calcul de valeurs approchées de $a^{1/2}$.

Racine carrée d'un produit de nombres réels, de l'inverse d'un nombre réel strictement positif.

3° Exemples de fonctions polynomes. Exercices de calcul sur des fonctions rationnelles.

Fonction linéaire et fonction affine. Exemples de fonctions en escalier et de fonctions affines par intervalles; représentation graphique.

4° Mise en équations de problèmes variés, mathématiques ou non.

Exemples conduisant à une ou deux équations ou inéquations du premier degré à une ou deux inconnues, à coefficients numériques. Représentation graphique des solutions d'une équation ou d'une inéquation du premier degré à deux inconnues.

## II. — Plan euclidien.

1° Introduction de la notion d'orthogonalité de droites, de directions de droites. Projection orthogonale sur une droite. Rapport de projection orthogonale d'un axe sur un axe. Symétrie de ce rapport.

2° Distance $d(M, N)$ de deux points du plan. Norme d'un vecteur. Inégalité triangulaire. Deux points distincts M, N étant donnés étude de l'ensemble des points Q tels que $d(M, N) = d(M, Q) + d(Q, N)$.

Pour tout triangle (A, B, C), la condition $d(A, C)^2 = d(A, B)^2 + d(B, C)^2$ équivaut à l'orthogonalité des droites AB et BC (Pythagore).

Repères orthonormés. Expression de la distance de deux points.

Structure de plan euclidien sur $\mathbb{R}^2$ (on pourra l'admettre partiellement ou totalement).

## III. — Géométrie plane euclidienne.

1° Ensemble des points équidistants de deux points distincts donnés (médiatrice).
Distance d'un point à une droite.

2° Cercle et disque. Intersection d'un cercle et d'une droite, d'un disque et d'une droite; tangente à un cercle. Par trois points non alignés passe un cercle et un seul.

3° Isométries du plan euclidien : ce sont, par définition, les bijections du plan euclidien sur lui-même qui conservent la distance. Exemples : translations, symétries centrales, symétries orthogonales.

Image d'une droite par une isométrie. Toute isométrie conserve l'orthogonalité et le parallélisme des droites.

Groupe des isométries. Exemples simples de composée d'isométries. Détermination d'une isométrie par l'image d'un repère orthonormé donné, par l'image d'un triangle donné.

Toute isométrie conserve le rapport de projection orthogonale de deux axes; réciproque. Angle géométrique, défini comme classe d'équivalence de couples isométriques de demi-droites de même origine.

4° Symétries d'un cercle. Arcs isométriques d'un cercle. Repérage d'un point M d'un demi-cercle de diamètre AB par la mesure de l'arc $\widehat{AM}$ (on admettra l'existence et l'unicité de la mesure des arcs de cercle, la mesure du demi-cercle étant fixée). Emploi de cette mesure pour définir l'écart angulaire de deux directions orientées ou de deux demi-droites.

Usage des tables trigonométriques en degrés et en grades; cosinus, sinus, tangente d'un écart angulaire.

5° Isométries laissant globalement invariante la réunion de deux demi-droites de même origine (bissectrice), la réunion de deux droites.

Exercices sur le triangle isocèle, le losange, le rectangle, le carré.

***Annexe au programme de Troisième.***

On peut traiter le (II, 1) en introduisant les définitions et axiomes qui suivent :

On considère un plan P (au sens de la géométrie de Quatrième). *L'orthogonalité* entre directions de droites de P est une application $\omega$ de l'ensemble des directions de droites de P dans lui-même qui jouit pour toute direction $\delta$ des deux propriétés suivantes :

1° Elle ne laisse aucune direction invariante ; $\omega(\delta)$ est toujours distinct de $\delta$.

2° L'image de l'image de $\delta$ est $\delta$ elle-même: $\omega(\omega(\delta)) = \delta$.

Deux droites sont orthogonales (ou perpendiculaires) si leurs directions sont orthogonales.

Le plan P est un *plan euclidien* si l'orthogonalité jouit de la propriété suivante.

3° Pour tout couple (A, A') d'axes du plan P, le rapport de projection orthogonale de A sur A' est égal à celui de A' sur A.

On peut en déduire — et on peut aussi admettre — que ce rapport est en valeur absolue inférieur ou égal à 1.

Tous les autres résultats du programme peuvent être déduits de ces axiomes.

# Programme de Terminale A

***Partie obligatoire : 2 heures.*** Fonctions exponentielles et logarithmes.

I. Révision des notions relatives à la continuité, les limites, la dérivation d'une fonction réelle d'une variable réelle. Dérivée d'une fonction composée.

On admettra sans démonstration que si une fonction numérique est dérivable sur un intervalle, et si la dérivée est positive ou nulle sur cet intervalle, alors elle est croissante au sens large dans cet intervalle et que l'image d'un intervalle est un intervalle.

Interprétation géométrique de la dérivée.

Application à l'étude et à la représentation graphique de quelques fonctions simples (uniquement sur des exemples numériques).

Fonction $x \mapsto x^n (n \in \mathbb{Z})$.

(On ne demandera pas aux candidats au baccalauréat de démontrer directement la continuité d'une fonction, ou de chercher directement une limite; on se bornera à utiliser les théorèmes généraux, énoncés sans démonstration, à propos des limites des sommes, produits, quotients de fonctions.)

II. 1° Exemples, tirés des sciences humaines et naturelles, de fonctions dont l'accroissement sur tout invertalle $(x, x + l)$, pour un $l$ donné, est proportionnel à la valeur de la fonction au point $x$.

2° Étude des suites $n \mapsto f(n)$ telles que $f(n + 1) - f(n) = kf(n)$, $n \in \mathbb{N}$. Calcul de $f(n)$, monotonie de $f$; limite de $f$ lorsque $n$ tend vers $+\infty$.

3° On admettra l'existence, pour tout $a$ réel strictement positif, d'une unique fonction continue et dérivable $f_a$ définie sur $\mathbb{R}$ telle que pour tout couple de nombres réels $(x, y)$ on ait $f_a(x + y) = f_a(x)\, f_a(y)$ et $f_a(1) = a$.

Calcul de $f_a(x)$ pour $x \in \mathbb{Z}$ et $x \in \mathbb{Q}$; (on pourra admettre l'existence d'une racine $n$-ième pour tout nombre réel positif et tout entier positif $n$.)

Calcul de $f'_a(x)$ en fonction de $f'_a(0)$.

Notation $a^x$, (fonction exponentielle de base $a$), propriétés des exposants : $(a^b)^c = a^{bc}$, $(ab)^c = a^c b^c$. Signe et monotonie de $f_a$, limite de $f_a$ pour $x$ tendant vers $\pm\infty$.

4° Nombre $e$. Notations $\exp x$ et $e^x$. La fonction $x \mapsto \exp x$ sera caractérisée parmi les fonctions exponentielles par le fait que sa dérivée vaut 1 pour $x = 0$.

Équations différentielles $y' = ky$.

5° Fonction réciproque de la fonction $x \mapsto a^x$. Notation $\mathrm{Log}_a$.

Logarithmes décimaux et népériens, notations Log ou ln; formule $a^x = e^{x \mathrm{Log}\, a}$.

Usage des tables et de la règle à calcul.

6° Représentation graphique des fonctions exponentielles et logarithmes.

7° Études de fonctions $x \mapsto \dfrac{a^x}{x^n}$ pour $n \in \mathbb{N}$, $a > 1$. On énoncera le résultat concernant la limite de ces fonctions pour $x$ tendant vers $+\infty$. (Toute démonstration est en dehors du programme.)

Application aux fonctions logarithmes.

***Programme complémentaire : 2 heures.*** Calcul des Probabilités.

Espaces probabilisés finis $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$. Exemples (dés pipés ou non, cartes, urnes...).

Variable aléatoire numérique; événements liés à une variable aléatoire X (p. ex., parties de $\Omega$ telles que $X(\omega) = a$, ou $X(\omega) < a$ pour $a$ donné); densité discrète; fonction de répartition, croissance; espérance mathématique (ou valeur moyenne) et variance d'une variable aléatoire.

Probabilité conditionnelle d'un événement par rapport à un événement de probabilité non nulle. Événements indépendants.

Produits d'espaces probabilisés finis; exemples.

**N.D.L.R. — Nos Collègues auront été surpris de ne pas trouver, en tête des programmes précédents, la mention des dates des arrêtés ministériels les promulguant. Il en était de même pour les programmes de Terminale, sections B, C, D, E, publiés dans notre *Bulletin* n° 273.**

**La raison de cette omission est simple : au moment où nous corrigeons ces épreuves [31 mars], aucun de ces textes n'est encore officiellement paru.**

**Pourquoi l'Administration de l'Éducation Nationale, seule responsable de ce retard, n'a-t-elle rien fait pour y remédier ou même pour s'en expliquer? Elle n'hésite pas, cependant, à dialoguer avec les éditeurs [voir notre note en bas de p. 176]. L'information des professeurs qui seront seulement chargés d'enseigner ces programmes, la préoccupe-t-elle moins?**