Développer et moderniser l'enseignement des mathématiques ? Pour quoi faire ?

(I.R.E.M. de Lille)

Beaucoup trouveront la question incongrue et la réponse évidente. Les Mathématiques ne constituent-elles pas « un langage universel » dont on se servira de plus en plus dans les autres disciplines? Certes, reconnaîtront-ils, certaines mathématiques ne constituent qu'un art un peu abstrait, mais leur « pouvoir formateur du raisonnement » et leur contribution à la « culture générale » ne sont-elles pas évidentes? Cette réponse, bien sûr, n'est pas dénuée de tout fondement. Mais ce qui nous gêne un peu, c'est de l'avoir déjà entendue pour justifier l'enseignement du latin dans les petites classes. Et, s'il est vrai qu'à niveau intellectuel égal, l'enfant issu d'un milieu socio-culturel élevé réussira mieux en latin, c'est en partie parce qu'il aura, dans son milieu familial, mieux appris à s'exprimer (et pour savoir raisonner, il faut d'abord savoir s'exprimer). La transmission traditionnelle de la « culture » aux élèves consiste essentiellement à mettre en valeur auprès d'eux des œuvres que d'autres ont su exprimer.

Or, si le rôle d'un système scolaire était d'atténuer les inégalités sociales, il faudrait l'axer avant tout sur l'acquisition des méthodes d'expression. On a beau déclarer que les Mathématiques sont un « langage universel », rares sont ceux pour qui elles constitueront effectivement un langage.

Une modernisation mal comprise de l'Enseignement des mathématiques risque d'aggraver encore ce défaut. En voici un exemple très simple : celui de l'axiomatisation de la géométrie élémentaire. On a dénoncé, à juste titre, la complète incohérence de certains manuels qui prétendaient « démontrer » certains « théorèmes » (par exemple, les cas d'égalités des triangles) sans jamais avoir eu le souci de préciser les prémisses. Comme l'axiomatique la plus économique (espace affine sous-jacent à un R — espace vectoriel de dimension 2 ou 3 muni d'un produit scalaire) était trop savante pour de jeunes élèves, plusieurs axiomatiques « élémentaires » ont été proposées. Elles consistent à demander aux élèves d'admettre certaines propriétés plus ou moins évidentes baptisées « axiomes », et à construire tout le reste de la géométrie là-dessus. Le malheur est que le procédé est extrêmement lent, et qu'on démontre, au bout d'un certain nombre de raisonnements parfois fort ingénieux, des théorèmes à peu près aussi évidents que les axiomes admis à l'origine. Il est bien clair que ce jeu est parfaitement stérile pour de jeunes élèves et qu'on aurait tout aussi bien pu leur demander d'admettre ces théorèmes. [Le tout, bien entendu, étant de rester honnête et de bien préciser ce qu'on admet.] Ainsi, par exemple, dans les projets de programme pour la classe de Quatrième, en date du 9 juin 1970, de la très officielle Commission ministérielle pour l'enseignement des mathématiques, on peut lire que les axiomes d'incidence entre droites et points du plan ont pour premières conséquences qu'un plan P possède au moins 4 points, 6 droites et 3 directions de droite. Comme il n'est probablement pas dans les intentions de cette commission de faire enseigner la géométrie sur un corps fini, nous essayons d'imaginer quelles pourront être les réactions d'élèves de 13 ans quand on leur démontrera ces « premières conséquences ». Les élèves brillants auront peut-être compris l'induction. Certains d'entre eux, les moins scolaires, se révolteront, non sans raison, contre le fait qu'on leur demande d'admettre les axiomes d'incidence et qu'on leur interdise de savoir qu'un plan possède une infinité de points, de droites et de directions de droite.

Quant à l'immense majorité, elle n'aura pas du tout compris le petit jeu qui consiste à *faire semblant* d'ignorer certaines choses que l'on connaît bien, et sera, de ce fait, décrétée « non douée pour les Mathématiques ». C'est au sein de cette majorité qu'interviendra alors la sélection sociale : les uns seront réconfortés par un milieu familial suffisamment éduqué pour comprendre ce qui s'est passé (et se révolter à la place de ses enfants); d'autres seront poussés par une famille suffisamment riche pour leur payer des redoublements de classe ou des leçons supplémentaires; mais les enfants issus d'un milieu familial modeste et peu cultivé seront irrémédiablement abandonnés.

En fait, l'axiomatique pourrait jouer un rôle véritablement progressiste : quand on a rencontré différents exemples d'une même « structure » mathématique, il devient alors naturel d'exprimer ce qu'il y a de commun à tous ces exemples, de les dépouiller des propriétés parasites qui risquent de cacher les raisons profondes d'un résultat; il devient naturel, en un mot, « d'axiomatiser » cette structure. Mais cette opération, qui est en elle-même création d'un langage nouveau, ne doit venir qu'à son heure. Un enseignement des Mathématiques, qui mettrait les élèves en état de remarquer eux-mêmes les analogies entre plusieurs situations mathématiques rencontrées et d'essayer eux-mêmes (fût-ce de façon malhabile au début) d'axiomatiser la structure sous-jacente, serait non seulement plus efficace quant à l'acquisition des résultats, mais enseignerait aux élèves à s'exprimer et à créer.

C'est au moins autant en celà que, par des changements de programme, devrait consister la véritable révolution que nous voulons en mathématiques. Sans nier la nécessité d'une rénovation des programmes, nous estimons que nous avons au moins autant besoin de bons maîtres. Le recyclage n'est pas une fin en soi, mais n'a de sens que pour répondre à certains objectifs précis : s'il ne s'agit que d'ingurgiter aux maîtres le conteau des nouveaux programmes, nous craignons fort qu'on ne remplace simplement un ancien dogmatisme par un nouveau, dont le modernisme aura même l'inconvénient de mieux mystifier les gens. Tant que le recyclage négligera les méthodes pédagogiques pour ne s'intéresser qu'aux programmes, nous le considérerons comme voué en grande partie à l'échec. La réaction de cette institutrice est très saine, qui a dit : « Je refuse pour l'instant de faire des mathématiques modernes dans ma classe : le jour où l'on me montrera en quoi elles doivent permettre d'améliorer l'enseignement que je donne à mes élèves, j'accepterai de faire l'effort de rénovation nécessaire. » Hélas, les maîtres mal recyclés ne font pas tous preuve du même bon sens; certains recrachent tels quels à leurs élèves des concepts qu'ils dominent insuffisamment (il y en a même qui ont le toupet de faire apprendre par cœur, sans le moindre dessin, à des élèves de Troisième, la phrase suivante : « On appelle relation binaire entre les ensembles E et F toute fonction propositionnelle à valeurs dans $E \times F$ »...). Certes, il y aura toujours des imbéciles, dont les I.R.E.M. ne sauraient être responsables, et les maîtres en question étaient tout aussi néfastes avec les anciens programmes. Cette réponse ne nous satisfait cependant pas dans la mesure où nous estimons qu'il appartient au moins autant à un animateur d'I.R.E.M. de dénoncer le dogmatisme que d'enseigner ce qu'est une relation binaire.

Sous couleur de modernisation, notre travail peut avoir les meilleures, ou les pires, conséquences pédagogiques et sociales. A cet égard, grande est notre responsabilité à tous, en particulier dans les I.R.E.M.