

Etym. : lat. *penicillum*, diminutif de *penis*, queue.

Us. : Instrument du peintre; la disposition des poils du pinceau évoquant un ensemble de lignes droites approximativement concourantes, le mot est passé en Optique (pinceau de rayons) et en Géométrie, depuis longtemps en anglais (*pencil*), plus récemment en français où le mot *faisceau* reste très utilisé; mais on peut présumer que l'évolution du langage mathématique imposera *pinceau*, le mot *faisceau* ayant reçu un autre sens.

Géométrie.

1.1. Dans le plan (resp. l'espace) — le plus souvent projectif — famille de courbes (resp. surfaces) algébriques indexée par un paramètre λ , décrivant en régéral \mathbb{R} , ou \mathbb{R} , ou une de leurs parties, finie ou non. Dans le cas le plus fréquent, l'équation générale de ces courbes (resp. surfaces) dépend de λ au premier degré : le pinceau est alors dit *linéaire*. Suivant que cette équation est relative aux coordonnées ponctuelles ou tangentielles, le pinceau reçoit lui même ces qualificatifs.

Les courbes d'un pinceau linéaire ponctuel ont en commun certains points, dit *points de base*; les surfaces d'un pinceau linéaire ponctuel ont en commun une courbe dite *courbe de base*. On a les propriétés corrélatives pour les pinceaux linéaires tangentiels.

Les points ou courbes de base peuvent être en principe réels ou imaginaires, distincts ou confondus, à distance finie ou infinie. Toutefois on a l'habitude en géométrie élémentaire de réserver l'appellation « pinceau de cercles à points de base » au cas où les cercles ont en commun deux points réels distincts; si ces points sont confondus, on a un « pinceau de cercles tangents »; les pinceaux de cercles sans points de base réels sont dits « à points limites » ou « à points de Poncelet », ces points étant les centres réels des cercles de rayon nul du pinceau (deux en général, un seul si le pinceau est constitué de cercles concentriques).

1.2. *Pinceau ordonné de droites ou de plans.* Si l'on excepte les couples de droites ou de plans, les cas les plus usuels de pinceaux ordonnés sont : dans le plan, les quadruplets de droites concourantes ou parallèles, dans l'espace, les quadruplets de plans concourants ou parallèles; désignons un tel quadruplet par (D_1, D_2, D_3, D_4) . Il existe une infinité de pinceaux linéaires ponctuels P contenant D_1, D_2, D_3, D_4 , mais le birapport des quadruplets $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$ des valeurs associées du paramètre est indépendant du choix de P : il est dès lors légitime de l'appeler birapport du pinceau ordonné (D_1, D_2, D_3, D_4) ; on montre de plus que c'est le birapport du quadruplet de points découpé par le pinceau ordonné sur une droite quelconque (pourvu qu'elle ne rencontre pas D_1, D_2, D_3, D_4 au même point).

Un pinceau ordonné de droites ou de plans est dit *harmonique* quand son birapport est -1 .