

Probabilités totales en terminales B et D

BRAMURGIA

Lycée de Saint-Gaudens

Je voudrais signaler des erreurs que font parfois nos élèves en utilisant les probabilités totales du programme de Terminales B et D : les élèves confondent quelquefois probabilités totales et probabilités composées, ou confondent événements incompatibles et événements compatibles.

* * *

1° Si 2 événements A et B sont incompatibles, la probabilité pour que se réalise l'événement A ou B est

$$P(A \text{ ou } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (\text{Prob. totales})$$

Exemple. — On tire une carte d'un jeu de 32. Quelle est la probabilité pour que la carte tirée soit une Dame OU un Valet?

$$\begin{aligned} P(\text{Dame ou Valet}) &= P(\text{Dame}) + P(\text{Valet}) \\ &= \frac{4}{32} + \frac{4}{32} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

2° Par contre la probabilité pour que se réalisent les événements A ET B est

$$P(A \text{ et } B) = P(A \cap B) = \begin{cases} P(A) \times P(B) \\ \text{ou} \\ P(A) \times P(B/A) \end{cases} \quad (\text{Prob. composées})$$

(suivant que les 2 événements sont indépendants ou non).

Exemple. — On tire une carte d'un jeu de 32. Quelle est la probabilité pour que la carte tirée soit une Dame *ET* un Carreau?

$$P(\text{Dame et Carreau}) = \frac{4}{32} \times \frac{8}{32} = \frac{1}{32}.$$

3° Mais si les 2 événements *A* et *B* sont compatibles, la probabilité pour que se réalise l'événement *A* *OU* *B* est

$$P(A \text{ ou } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (\text{Prob. totales})$$

Exemple. — On tire une carte d'un jeu de 32. Quelle est la probabilité pour que la carte tirée soit une Dame *OU* un Carreau?

$$P = \frac{4}{32} + \frac{8}{32} - \frac{1}{32} = \frac{11}{32}.$$

* * *

Voici un exercice où on utilise le 1° et le 2° :

Un premier sac contient 5 boules rouges et 15 boules jaunes; un deuxième sac contient 10 boules rouges.

On prend au hasard une boule du premier sac, et on la met dans le second; on tire ensuite une boule du second sac.

Quelle est la probabilité pour que cette dernière boule tirée soit rouge?

Deux éventualités peuvent se produire :

— ou bien on prend dans le premier sac une rouge; la probabilité de tirer ensuite une rouge du second sac est (d'après le 2°) :

$$\frac{5}{20} \times \frac{11}{11}$$

— ou bien on prend dans le premier sac une jaune; la probabilité de tirer ensuite une rouge du second sac est (d'après le 2°)

$$\frac{15}{20} \times \frac{10}{11}$$

La probabilité pour que la deuxième boule tirée soit rouge, dans l'une *OU* l'autre des 2 éventualités est (d'après le 1°)

$$P = \frac{5}{20} \times \frac{11}{11} + \frac{15}{20} \times \frac{10}{11} = \frac{41}{44}$$

BEAMURCIA.