Méthodologie de l'enseignement coordonné : mathématique - langue maternelle

G. Van Hout
Athénée Adolphe Max, Bruxelles

Depuis 1964, une équipe d'enseignants (mathématiciens et philologues) poursuit une importante expérience pédagogique (*).

Cette expérience consiste à coordonner l'enseignement de la mathématique et l'analyse de la langue maternelle (ici le français), en intégrant les apports les plus récents de la linguistique structurale. Cette démarche s'applique à la totalité de l'enseignement grammatical.

A titre d'information, nous donnons ici un extrait du cours de Sixième tel que l'utilise l'élève.

Avant d'aborder cet extrait, il est bon de s'initier à un minimum de notions détaillées largement, cela va de soi, pour l'élève lui-même.

***

Syntagme nominal : Structure linguistique signifiant un « ensemble »; le syntagme nominal, dans sa totalité, remplit une fonction dans l'énoncé.

Ex. : Pierre caresse ' *le petit âne gris que nous avons promené ce matin* '
Pierre caresse ' *Dudule* '
Pierre ' *le* ' caresse.

Les expressions soulignées sont des syntagmes nominaux; elles remplissent les fonctions de C.O.D.

Un syntagme nominal possède une structure synthétique (pronom, nom propre) ou analytique.

(*) Nous remercions très vivement notre Collègue Van Hout et nos Collègues de la Société Belge de Professeurs de Mathématiques qui nous autorisent à reproduire cet article paru dans le n° 34 de *Mathematica et Paedagogia.*

Noyau : (ou nœud, ou centre).

Mot exprimant la propriété de chacun des éléments appartenant à l'ensemble que l'on définit dans l'univers du discours (choses ou événements).

Épithète : Mot ou groupe de mots caractérisant le noyau, c'est-à-dire définissant structuralement un sous-ensemble de l'extension du noyau.

Ex. : Les élèves ' *bruxellois* '
Les élèves ' *de Monsieur Tournesol* '
Les élèves ' *que j'ai félicités* '

Les expressions soulignées sont épithètes; elles ne diffèrent que formellement (épithète intrinsèque, extrinsèque, relative).

Article : L'article indique et quantifie l'ensemble exprimé par le syntagme nominal (cf. plus bas).

L'on définit ainsi non pas une « catégorie » de l'article, mais une *« fonction article »* (renseignement sur la formation par le langage d'un certain ensemble).

Ex. : Les élèves
des élèves
quelques élèves
mes élèves
ces élèves
trois élèves
etc.

On en déduira que les mots « les, des, quelques, mes, ces, trois, etc. » remplissent également dans la langue française une fonction article (et ainsi, l'on cessera d'analyser le français avec les instruments grammaticaux du latin).

***

La note suivante est une note terminale du cours de Sixième. Elle est destinée à montrer comment l'on peut construire un système abstrait de l'article, quitte à en rechercher l'adéquation avec diverses langues. Il va de soi que, pédagogiquement, elle suit une importante démarche inductive d'analyse et d'abstraction du langage réellement parlé.

Le système logique de l'article.

(Il va de soi que cette note ne doit pas être « connue ». Si tu réussis à la comprendre, c'est plus que suffisant.)

1. Soit un *référentiel:* $E_4 = \{a, b, c, d\}$

Tu peux imaginer qu'il s'agit d'un ensemble (bien défini) d'élèves; par exemple, les élèves de ta classe qui obtiennent plus des huit dixièmes au total des points.

L'ensemble E_p comprend plus d'un élément. Nous dirons qu'il est *pluriel* et nous l'indiquerons par l'indice p (ici $p = 4$).

2. Tu peux construire l'ensemble des parties de E_4 :

$$\mathfrak{P}(E_4) = \{\varnothing, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b, c, d\}\}$$

Imagine à présent un ensemble F que tu ne connais pas, mais dont tu sais que

$$F \subset E_4$$

ou encore que

$$F \in \mathfrak{P}(E_4)$$

F est un des 16 ensembles qu'il est possible de former avec des éléments de E_4.

Si l'on t'*informe* que F appartient à un certain sous-ensemble $\mathcal{F}$ de $\mathfrak{P}(E_4)$, on réduit le nombre de constructions possibles pour F. On t'apporte *une information* sur F.

Par exemple, on pourrait t'informer que

$$F \in \{\{a\}, \{a, b\}, \{b, d\}, \{a, b, c\}, \{a, b, c, d\}\} = \mathcal{F}$$

Le nombre de constructions possibles pour F est réduit de 16 à 5.

3. L'article, en plus de l'indication d'un ensemble, apporte une information sur la construction possible pour cet ensemble.

Si cette information est une *quantification*, le sous-ensemble $\mathcal{F}$ de $\mathfrak{P}(E)$ doit être *homogène* par rapport à ses éléments (toute permutation des éléments ne modifie pas l'information).

4. Les articles cardinaux.

Si l'on t'informe que

$$F \in \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}\}$$

on t'apprend que F est un singleton.

La forme correspondante sera :

$$F = \textit{un} \text{ élève} \qquad \text{(un et rien qu'un)}$$

ou encore

$$\# F = 1$$

De même :

$$F \in \{\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}\}$$

$$F = \textit{deux} \text{ élèves} \qquad \# F = 2$$

$$F \in \{\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}\}$$

$$F = \textit{trois} \text{ élèves} \qquad \# F = 3$$

$$F \in \{\{a, b, c, d\}\} \text{ ou encore } F = E$$

$$F = \textit{quatre} \text{ élèves}$$

Enfin, on peut t'informer que

$$F \in \{\varnothing\} \text{ ou encore } F = \varnothing$$

c'est-à-dire

$$F = \text{aucun élève} \qquad \# F = 0$$

Les mots aucun (ou zéro), un (et rien qu'un), deux, trois, etc., sont *articles cardinaux.*

5. Les articles usuels.

5.1. Le système usuel des articles se construit sur la partition suivante de $\mathcal{P}(E)$

$$T = \{\{a, b, c, d\}\} = \{E_p\}$$

$$P = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d,\} \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{b, c, d\}, \{a, c, d\}\} = \text{ensemble des parties strictes}$$

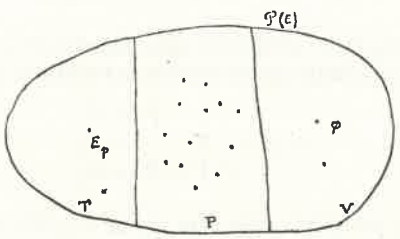
$$V = \{\varnothing\}$$

En effet

$$V \neq \varnothing \text{ et } P \neq \varnothing \text{ et } T \neq \varnothing$$

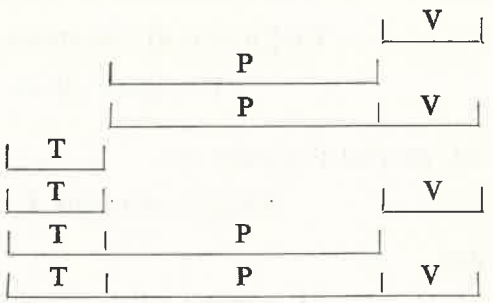
$$T \cap P = P \cap V = T \cap V = \varnothing$$

$$T \cup P \cup V = \mathcal{P}(E)$$



Avec ces trois ensembles, tu peux construire huit sous-ensembles de $\mathcal{P}(E)$:

$\varnothing = \mathcal{F}_0$
$V = \mathcal{F}_1$
$P = \mathcal{F}_2$
$P \cup V = \mathcal{F}_3$
$T = \mathcal{F}_4$
$T \cup V = \mathcal{F}_5$
$T \cup P = \mathcal{F}_6$
$T \cup P \cup V = \mathcal{F}_7$



Si l'on t'apprend que l'ensemble F appartient à l'un des ensembles $\mathcal{F}$, on te fournit une information sur F.

C'est *l'article* qui est chargé de cette information. D'où la classification des articles.

5.1.1. Si $F \in \begin{cases} T = \mathcal{F}_4 \\ T \cup V = \mathcal{F}_5 \\ T \cup P = \mathcal{F}_6 \\ T \cup P \cup V = \mathcal{F}_7 \end{cases}$

alors l'ensemble F peut être *la totalité* (l'extension) de l'ensemble E. On dit de l'article qu'il est *extensif.*

Ex.: les élèves.

Un article *extensif* indique un ensemble susceptible d'être l'extension du qualificateur noyau.

5.1.2. Si $F \in \begin{cases} V = \mathcal{F}_1 \\ P = \mathcal{F}_2 \\ P \cup V = \mathcal{F}_3 \end{cases}$

alors l'ensemble F ne peut être la totalité de l'ensemble E. On dit de l'article qu'il est non extensif.

Un article *non extensif* indique un ensemble qui n'est pas l'extension du qualificateur noyau.

5.1.3. Si $F \in \begin{cases} V = \mathcal{F}_1 \\ P \cup V = \mathcal{F}_3 \\ T \cup V = \mathcal{F}_5 \\ T \cup P \cup V = \mathcal{F}_7 \end{cases}$

alors l'ensemble F peut être *l'ensemble vide.* On dit de l'article qu'il est *virtuel.*

Un article *virtuel* indique un ensemble susceptible d'être vide.

5.1.4. Si $F \in \begin{cases} P = \mathcal{F}_2 \\ T = \mathcal{F}_4 \\ T \cup P = \mathcal{F}_6 \end{cases}$

alors l'ensemble F ne peut être vide. On dit de l'article qu'il est *réel.*

Un article *réel* indique un ensemble non vide.

5.1.5. $$\text{Si } F \in \begin{cases} P & = \mathcal{F}_2 \\ P \cup V & = \mathcal{F}_3 \\ T \cup P & = \mathcal{F}_6 \\ T \cup P \cup V & = \mathcal{F}_7 \end{cases}$$

alors l'ensemble F peut être une *partie stricte* de E. On dit de l'article qu'il est strictement partitif.

Si l'article est strictement partitif, il y a diverses manières (14 dans notre exemple) de construire l'ensemble F.

Pour cette raison, on dira de l'article qu'il est *indéfini.*

Ex.: des élèves; quelques élèves.

Un article *indéfini* indique un ensemble susceptible d'être une partie stricte de E.

5.1.6. $$\text{Si } F \in \begin{cases} V & = \mathcal{F}_1 \\ T & = \mathcal{F}_4 \\ T \cup V & = \mathcal{F}_5 \end{cases}$$

alors l'ensemble F ne peut être une partie stricte de E. On dit de l'article qu'il est *défini.*

Un article *défini* indique un ensemble qui n'est pas une partie stricte du référentiel.

5.1.7. *Conclusion:* Dans ces conditions, un article α peut être :

non extensif-défini-réel	:	α_0
non extensif-défini-virtuel	:	α_1
non extensif-indéfini-réel	:	α_2
non extensif-indéfini-virtuel	:	α_3
extensif-défini-réel	:	α_4
extensif-défini-virtuel	:	α_5
extensif-indéfini-réel	:	α_6
extensif-indéfini-virtuel	:	α_7

L'article α_0 (non extensif-défini-réel) n'existe dans aucune langue. En effet, il t'informerait que l'ensemble F n'est pas le tout, n'est pas une partie stricte, n'est pas l'ensemble vide. Ces informations sont *contradictoires.*

L'article α_7 (extensif-indéfini-virtuel) ne t'apporte aucun renseignement. On dit que l'information est nulle.

5.2. *Référentiel singleton*

Si le référentiel E se réduit à un singleton

$$E_1 = \{a\}$$

alors l'ensemble des parties se réduit à

$$\mathcal{P}(E) = \{\varnothing, E_1\}$$

et, dès lors, l'article est nécessairement défini.

Il y a quatre possibilités :

défini	non extensif-réel	β_0 (information contradictoire)
	non extensif-virtuel	β_1
	extensif-réel	β_4
	extensif-virtuel	β_5

5.3. *Référentiel vide.*

Si le référentiel E est vide

$$E_0 = \varnothing$$

alors l'ensemble des parties se réduit à

$$\mathcal{P}(E) = \{\varnothing\}$$

et l'article est nécessairement défini, non extensif.

Il y a deux possibilités :

non extensif-défini	réel	γ_0 (information contradictoire)
	virtuel	γ_1

6. Tu pourras mettre les articles de la langue française en relation avec les articles abstraits.

α : # Ref. > 1
β : # Ref. $= 1$
γ : # Ref. $= 0$

les $\in \{\alpha_4, \beta_4, \gamma_1\}$
le $\in \{\beta_4, \gamma_1\}$
des $= \alpha_6$
un $\in \{\alpha_6, \beta_4\}$ (au sens anglais « a »)
un $\in \{\alpha_2, \beta_4\}$ (au sens anglais « one »)
$\alpha_6 \in$ {deux, trois, quatre...}
quelques $= \alpha_3$
aucun $\in \{\alpha_1, \beta_1, \gamma_1\}$

De même, il est possible dans chaque langue de mettre en relation les articles linguistiques avec les articles abstraits que tu viens de construire.