Ne dites pas... mais dites...

J.-M. CHEVALLIER,
Secrétaire de la Commission du Dictionnaire de l'A.P.M.E.P.

Ce petit « Guide du langage » ne vise, en dépit de son titre, ni à interdire, ni à imposer; d'ailleurs la langue mathématique, comme toutes les langues, ne connaît pour maître que l'usage, et c'est une coupable imprudence de légiférer contre lui. C'est pourquoi dans la plupart des cas les « conseils » donnés seront en fait de simples

constatations; parfois on a essayé de dégager un choix ou une tendance lorsque l'usage hésite ou évolue; c'est seulement lorsqu'il risque de créer des confusions graves qu'on a cru devoir en faire la critique. La même ligne de conduite a été adoptée en ce qui concerne les notations. Sous ces réserves, nous croyons cependant nécessaire d'attirer l'attention des collègues sur les inconvénients qui résultent, surtout au niveau élémentaire, d'une trop grande dispersion du vocabulaire et des notations : si l'on multiplie l'individualisme des auteurs de manuels par l'individualisme des enseignants, le « produit » sera la confusion chez nos élèves. Pensons à eux!

1. Ensembles.

1.1. Lien d'*appartenance* entre un élément et un ensemble : $\in$, lu « est élément de » ou « appartient à »; *non-appartenance :* $\notin$.

1.2. Définition des ensembles dite *en extension :* l'ensemble constitué des trois éléments a, b, c se note $\{a, b, c\}$, l'ordre des lettres n'intervenant pas. Proscrire comme *fautive* une écriture telle que $\{a, b, a\}$ est sévère, mais il faut absolument éviter de dire qu'elle représente un ensemble à *trois* éléments, c'est en réalité la *paire* $\{a, b\}$. On rappelle par ailleurs la distinction entre l'élément a et le *singleton* $\{a\}$; l'écriture $a \in \{a\}$ est correcte.

1.3. Définition des ensembles dite *en compréhension* par une « propriété caractéristique » de leurs éléments : notations $\{x; x$ a la propriété $p\}$, $\{x \mid x$ a la propriété $p\}$, le plus souvent abrégées en $\{x; p\}$ ou $\{x \mid p\}$. Rejeter les écritures telles que {les doigts de ma main droite} qui n'ont d'ensembliste que l'accolade.

1.4. Ensemble vide : $\varnothing$; quel que soit l'élément a, $a \notin \varnothing$.

1.5. On rappelle qu'il est impossible de considérer « l'ensemble de tous les ensembles » sans tomber dans des paradoxes. Élémentairement, il sera sage de se placer d'emblée dans un *univers* (ou *référentiel*) dont on s'interdira de sortir, afin d'éviter des difficultés de langage qui, à ce niveau, seraient des subtilités.

2. Parties d'un ensemble, sous-ensembles.

(Pour l'inclusion, voir § 7.)

2.1. Intersection : $A \cap B$, lu « A inter B »; on dit que deux ensembles sont *disjoints* si leur intersection est l'ensemble vide. Se rappeler que l'intersection est elle-même un ensemble, éventuellement un singleton, *jamais* un élément a : on peut écrire $A \cap B = \{a\}$, mais non $A \cap B = a$.

2.2. Réunion : $A \cup B$, lu « A union B ».

2.3. La *différence ensembliste*, la *différence symétrique*, le *complémentaire* ne sont pas explicitement au programme; leurs notations respectives les plus usuelles sont : $\setminus$ (de préférence à — pour éviter toute confusion avec la soustraction), Δ, et $\complement$ ou le

surlignage : A\B, A Δ B, $\complement$A ou $\overline{A}$. (On croit parfois devoir préciser $\complement$ en $\complement_E$: ce n'est pas absolument recommandable si l'on veut garder le parallélisme entre la complémentarité ensembliste et la négation logique; on dispose d'ailleurs de E\A pour la nuance qu'on souhaite exprimer ainsi.)

3. Produit cartésien; couple.

3.1. Le *produit cartésien* ne figure pas explicitement au programme; si le mot et la notation A × B risquent de créer des confusions avec le produit de deux nombres, l'expérience semble prouver que la notion « passe » bien chez les élèves.

3.2. Couple : notation (a, b). A distinguer rigoureusement de la paire $\{a, b\}$ en ce sens que (a, b) *diffère* de (b, a) et que (a, a) est un véritable couple. Éviter d'appeler a et b les « éléments » du couple (a, b); on peut dire *première* et *deuxième composantes*. Généralisation : triplet (a, b, c), etc.

4. Ensembles numériques.

4.1. L'ensemble $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3...\}$ est l'ensemble des *naturels*; si les élèves ont été habitués à dire « entiers » dans l'enseignement primaire, l'expression « entiers naturels » semble tout indiquée pour faciliter la transition.

4.2. L'ensemble $\mathbb{Z}$ est l'ensemble des *entiers;* l'expression « entiers relatifs », actuellement pléonastique, ne présente pas grand intérêt; elle peut être conservée à titre transitoire.

4.3. On peut désigner par $\mathbb{D}$ l'ensemble des décimaux, par $\mathbb{D}_1$, $\mathbb{D}_2$..., l'ensemble des décimaux ayant 1, 2... décimales (décimaux d'ordre 1, 2...).

4.4. Une convention assez générale consiste à marquer d'un astérisque les symboles des ensembles précédents (ainsi d'ailleurs que $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$) lorsque ces ensembles sont privés de l'élément zéro; par exemple $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, ...\}$. On a également coutume de les marquer d'un + pour indiquer le sous-ensemble de leurs éléments positifs ou nuls, par exemple $\mathbb{Z}^+$.

5. Ensembles géométriques.

5.1. Les mots *droite, demi-droite, segment, plan, demi-plan, cercle, disque* ne prêtent pas à controverse au niveau élémentaire, non plus que les adjectifs *fermé, ouvert, semi-ouvert* qui les précisent en cas de besoin.

5.2. Le mot *secteur* (auquel « angulaire » n'ajoute rien) ne sert guère que dans les énoncés de caractère très général; il peut donner lieu — suivant la définition adoptée — à quelques difficultés lorsque les bords sont confondus. De toute façon il est réservé à la désignation d'ensembles ponctuels (les anciens « angles saillants »

et « angles rentrants »); dans la plupart des cas pratiques les mots *saillant* et *rentrant*, employés seuls (substantivement), le remplacent avantageusement. Par exemple : si deux saillants aigus sont adjacents, leur réunion est un saillant (on évitera naturellement de parler de « somme »).

L'ancienne expression *secteur circulaire* — ou *secteur de disque* — reste utilisable mais l'abréger en « secteur » comme on le faisait fréquemment ne peut plus être admis.

5.3. Le mot *angle* — dont le programme *tolère* assez malencontreusement la synonymie avec *secteur* — est en fait employé par les manuels avec des acceptions discordantes; un sondage fait par l'A.P.M. auprès des professeurs n'a pas donné de résultats nets; dans l'état *actuel* des choses, c'est un mot dont il convient de se défier. On peut parler de « classe angulaire » de secteurs; le mot « amplitude » est également controversé.

5.4. Le sens du mot *bande* — partie du plan comprise entre deux parallèles — était devenu classique depuis plusieurs années. Le changement de vocabulaire introduit par certains auteurs (« bande » pour la réunion des bords, et « ruban » pour l'ancienne « bande ») est d'un intérêt très discutable.

5.5. Notations. Il subsiste des divergences notables d'un manuel à l'autre; un essai d'harmonisation tenté par le *Bulletin* a été adopté localement par certains collègues. Nous le donnons à titre indicatif :

Droite : (AB), (xy);
Demi-droite : [AB), [Ax);
Segment : [AB], de « longueur » AB;
Saillant : $[\widehat{xOy}]$, de « classe angulaire » $\widehat{xOy}$;
Rentrant : $[\widetilde{xOy}]$, de « classe angulaire » $\widetilde{xOy}$;
Arc : $[\widehat{AB}]$ ou $[\widetilde{AB}]$, de classe $\widehat{AB}$ ou $\widetilde{AB}$;
Bande : [D, D'].

Remarques :

1. En cas d'ensembles ouverts ou semi-ouverts, changement habituel du sens des crochets.

2. Je ne maintiens pas ma suggestion du n° 268 d'appeler « arceau » l'ensemble ponctuel $[\widehat{AB}]$ ou $[\widetilde{AB}]$.

6. Relations.

6.1. L'*ensemble de départ* ou *source* étant E, l'*ensemble d'arrivée* ou *but* étant F, le *graphe* étant G, on dit « relation *de* E *vers* F » et l'on peut préciser « *par* G ».

6.2. Lorsque F se confond avec E, on peut dire « relation *dans* E »; on a intérêt à réserver « relation *sur* E » pour le cas où la relation est définie *à partir de* n'importe quel élément de E et aussi *vers* n'importe quel élément de E (par exemple, relation d'équivalence sur E, relation d'ordre total sur E, relation d'ordre partiel dans E).

6.3. Réserver la flèche strictement aux applications : $E \longrightarrow F$; ne pas confondre cette flèche, écrite entre les ensembles, avec le *béquillon* $\mapsto$ (beaucoup plus précis et également réservé aux applications) qu'on fait précéder de l'élément qui décrit l'ensemble de départ, par exemple l'application de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{N}$ définie par $n \mapsto 3n$.

7. Relations particulières.

(entre ensembles ou nombres).

L'attention est attirée sur le fait que le langage parlé énonce en général les symboles qui vont suivre sous une forme *adjective ;* cette abréviation, tolérée bien qu'abusive, ne doit pas faire oublier que dans l'écriture ces symboles (ainsi que le symbole d'appartenance $\in$) ont exclusivement valeur de *verbes.*

7.1. Égalité : $=$ « est égal à »; *non-égalité :* $\neq$ « est différent de ».

7.2. Inclusion : $\subset$ « est inclus dans »; *non-inclusion :* $\not\subset$ « n'est pas inclus dans ». Après beaucoup d'hésitations, la tendance est nettement favorable au sens « large », c'est-à-dire que $A \subset A$; si l'on veut exprimer que l'inclusion est « stricte » on écrit : « $B \subset A$ et $B \neq A$ ».

7.3. Supériorité et infériorité :
$>$ « est supérieur à »; $<$ « est inférieur à »;
$\geqslant$ « est supérieur ou égal à », « est au moins égal à », « n'est pas inférieur à »;
$\leqslant$ « est inférieur ou égal à », « est au plus égal à », « n'est pas supérieur à ».

7.4. Les signes d'opérations dans $\mathbb{N}$ ou $\mathbb{Z}$ ne font pas de difficulté.

8. Symboles logiques.

On peut considérer que leur emploi n'est pas indispensable en Sixième et se contenter en particulier des mots *non* pour la négation, *et* pour la conjonction, *ou* pour la disjonction. On ne saurait trop mettre en garde les collègues contre les pièges des symboles $\Rightarrow$ et $\Leftrightarrow$, imprudemment introduits par beaucoup de manuels. A ce niveau, et en l'absence de quantificateurs, le rejet pur et simple paraît une attitude sage; en tout cas, contrairement à la remarque du § 7, on notera que ces symboles *n'ont pas valeur de verbes,* si bien que leur traduction par « implique » et « équivaut à » aboutit presque régulièrement à un contre-sens. (Voir l'article de M GLAYMANN, *Fonctions caractéristiques des connecteurs, Bulletin* 258, p. 165.)

J.-M. C.

Tout le monde sait qu'il y a des dictionnaires qui ne se mentionnent pas. Le mot *mathématique* figure-t-il parmi les notices de « mathématique parlée par ceux qui l'enseignent » ?

Réponse : p. 373; ou mieux : consultez *votre* exemplaire.