Notions et vocabulaire modernes en Sixième

E. DEHAME,
et l'équipe des expérimentateurs de Poitiers-Couhé

1. Mise en garde contre l'abus du vocabulaire et du symbolisme.

1.1. En quoi consiste l'introduction en Sixième de mathématiques dites « modernes »?

Une croyance trop répandue consiste à assimiler les mathématiques modernes à un langage un peu pédant réservé à quelques initiés. S'il est vrai que le traité de N. BOURBAKI paraît plus hermétique aux non-mathématiciens que les traités de mathématiques classiques, il est absolument hors de question d'introduire en Sixième l'esprit et le langage de cet éminent mathématicien.

La réforme actuelle de l'enseignement des mathématiques dans le premier cycle ne devrait pas s'appeler « introduction des mathématiques modernes », car il n'y a pas deux sortes de mathématiques, mais une science unique — la mathématique — qui évolue avec le temps. Et personne ne peut prétendre introduire en Sixième la mathématique de 1969.

Plutôt que de « mathématiques modernes », il faudrait parler d' « enseignement moderne de la mathématique ». Contrairement à l'enseignement traditionnel qui se bornait trop souvent à dresser les élèves à des techniques opératoires et à la résolution de problèmes-types, cet enseignement moderne est une initiation à de véritables notions mathématiques à partir de situations familières :

— Un premier objectif de cet enseignement est d'amener les élèves à raisonner, à prendre des initiatives, à se poser des problèmes sur des sujets qui ne comportent aucune notion mathématique apparemment nouvelle.

— Ensuite, par le rapprochement de plusieurs situations familières comportant une analogie de structure non perçue *à priori* par les élèves, un nouveau concept mathématique s'élabore dans leur esprit.

— C'est seulement quand les élèves ont pris conscience de ce concept que se fait sentir la nécessité d'un mot pour le désigner, et éventuellement d'un symbole pour le noter.

— Ensuite, ce concept, appelé par son nom, est appliqué à l'étude d'autres situations.

Les fiches de Poitiers sur l'introduction de la notion d'application fournissent un exemple où ces quatre étapes sont nettement démarquées (voir ci-dessous : § 3).

1.2. Dangers de l'abus du vocabulaire et du symbolisme.

L'introduction prématurée d'un vocable ou d'un symbole présente, entre autres, les dangers suivants :

— Le risque qu'un contre-sens systématique sur ce vocable ou sur ce symbole s'établisse dans l'esprit de l'élève, y demeure au cours de toutes ses études et lui rende obscures toutes les phrases où figure ce vocable ou ce symbole.

— La perte d'intérêt pour une étude ultérieure du concept sous-jacent que l'enfant croit déjà posséder.

— L'incitation à jongler avec les mots ou avec les symboles en faisant abstraction de leur sens : encouragement au verbalisme, développement d'automatismes nouveaux aussi néfastes que les automatismes que nous reprochons à l'enseignement traditionnel.

L'engouement pour la mathématique des élèves des classes de Sixième expérimentales nous laisse espérer que l'enseignement moderne de cette discipline préservera un grand nombre d'entre eux de la désaffection à l'égard des études scientifiques, si fréquente dans nos actuelles classes de Quatrième et de Troisième. Cet espoir risque d'être déçu si nous cédons à la tentation d'introduire dès la Sixième un trop grand nombre de mots qui font partie du langage mathématique des adultes, mais qui, chez l'enfant de 11 ans, n'évoquent qu'une idée vague, un concept mal assimilé; le discours mathématique risquerait de n'être compris que par quelques privilégiés et de se réduire à un verbalisme vide de sens pour les autres : nous ne sortirions pas des préjugés actuels sur la « bosse des maths ».

Or une conclusion indéniable de l'expérience sur l'introduction en Sixième des nouveaux programmes est précisément la possibilité d'éliminer ces préjugés : peu d'élèves se déclarent « faibles en mathématiques », et la nouveauté de la matière et de la méthode d'enseignement a permis aux « faibles en calcul » de l'école primaire de s'épanouir.

Ne gâchons pas cet espoir de revalorisation des études scientifiques en cherchant à trop bien faire! Une certaine sobriété dans le choix des notions (et par suite des symboles et des mots) à introduire est une des meilleures garanties de succès.

1.3. Manuels ou fiches?

Or, si on ouvre l'un quelconque des manuels récemment parus sur le nouveau programme de Sixième, on y trouve un grand nombre de notions ne figurant pas explicitement au programme : réflexivité, symétrie, transitivité, associativité, commutativité, distributivité, etc., et même parfois des notions de logique : « ou non exclusif », « si et seulement si », etc.

Il est peu vraisemblable qu'un élève moyen soit capable de posséder correctement toutes ces notions en sortant de Sixième. Le professeur qui utilise le manuel devra donc faire un choix parmi toutes ces notions.

Pour chaque classe C de Sixième, on peut chercher à définir l'ensemble E_c des connaissances qu'il est raisonnable d'exiger des élèves à la fin de l'année scolaire. Cet ensemble dépend du nombre d'élèves, de leur niveau, de l'horaire et peut-être aussi du dynamisme du professeur.

Il semble que les auteurs de manuels aient choisi de présenter dans leur ouvrage la borne supérieure (la réunion) de tous les ensembles E_c. Ce choix est facilement

compréhensible (les manuels s'adressent à toutes les classes) et présente l'intérêt d'apporter aux professeurs une information sous une forme directement enseignable, ce qui complète utilement les autres formes de recyclage (livres destinés aux professeurs).

Le programme officiel — heureusement pas trop explicite — peut être considéré comme la borne inférieure (l'intersection) des ensembles E_c (1). Seul le professeur de la classe C est qualifié pour déterminer E_c, mais il ne peut le faire que par approximations successives, selon les réactions des élèves.

Comment utiliser le manuel? Le professeur pourrait recommander aux élèves la lecture de certains paragraphes (ceux qui traitent de questions appartenant à E_c) et l'étude des exercices correspondant à ces paragraphes. Mais j'avoue que cette solution n'est pas facilement réalisable : le manuel forme un tout; les notions hors-programme introduites dans un chapitre sont utilisées dans les chapitres suivants. Je crains que le seul choix effectivement réalisable consiste à conserver intégralement les deux premiers tiers du manuel et à laisser tomber le dernier tiers, ce qui n'est évidemment pas une solution satisfaisante.

La méthode d'enseignement par fiches est plus souple. Les fiches sont distribuées aux élèves au début de chaque séance. Même si les fiches ont été élaborées dans le même esprit d'universalité que les manuels, c'est-à-dire si elles présentent la borne supérieure des ensembles E_c, il est toujours possible au professeur de ne pas distribuer une certaine fiche, et éventuellement de la remplacer par une fiche de sa fabrication ou par des exercices dont il dicte l'énoncé.

L'utilisation d'un manuel ou de fiches ne sont pas les seules méthodes possibles. Le professeur peut, par exemple, dicter des énoncés d'exercices choisis dans les manuels ou les fiches actuellement édités, et ensuite élaborer avec la classe une synthèse d'où se dégage une nouvelle notion mathématique.

De toute façon, quelle que soit la méthode adoptée, le rôle du professeur pour la détermination des notions à introduire est primordial. Ce serait un grave danger de croire que tout ce qui figure dans les manuels constitue un bagage indispensable pour l'entrée en Cinquième.

1.4. Un minimum de vocabulaire est toutefois nécessaire.

Quand un concept est acquis, il n'y a pas lieu d'hésiter à lui donner un nom. Une notion qui n'a pas reçu de nom se fixe difficilement dans la mémoire de l'enfant.

La mémoire, dira-t-on, n'a rien à faire dans un enseignement qui se veut moderne! Personnellement, je ne suis pas de cet avis, mais je pense que la fixation dans la mémoire est simultanée à l'acquisition du concept : il ne s'agit pas de fixer une phrase ni une formule, mais un ensemble de situations où intervient le concept.

Définir dans toute sa généralité la réunion de deux ensembles au moyen d'une phrase est un exercice d'expression orale ou écrite qui a une valeur formatrice indéniable; mais tant que l'enfant n'est pas capable de bâtir lui-même cette phrase, il serait vain et même nuisible de la lui faire apprendre par cœur. Dans une première phase de l'initiation, le concept de réunion peut être mémorisé à la fois visuellement par des diagrammes de Venn et affectivement par le souvenir des exemples concrets de

(1) Sauf en ce qui concerne la mesure (voir 2.5.).

réunion qui ont de plus frappé l'enfant (la réunion de l'ensemble des internes et de l'ensemble des élèves qui font de l'anglais, etc.). Mais que resterait-il dans la mémoire de l'enfant si celui-ci ignorait que tous ces exemples illustrent une même notion qu'on appelle la réunion?

Le symbole, comme le mot, favorise la mémorisation; il a même l'avantage d'être plus visuel. Mais est-il vraiment nécessaire que chaque notion soit accompagnée à la fois d'un mot et d'un symbole? Si la notion (hors-programme) de complémentaire peut éclairer certaines parties du programme de Sixième, je ne trouve pas que le symbole $\complement_E A$ soit particulièrement éclairant.

On pourrait penser que, pour des enfants, un vocabulaire choisi par eux ou, tout au moins puisé dans leur univers, serait préférable au vocabulaire mathématique des adultes. Ce principe me paraît défendable jusqu'à un certain âge, mais je pense qu'à partir de la Sixième il ne faut pas en abuser : tous les ans, les élèves seraient amenés à réviser leur vocabulaire; l'ensemble des mots introduits au cours de leur scolarité en serait alourdi.

Toutefois, si les notations normalisées sont des sources de confusion, on peut utiliser des notations provisoires. Ainsi, dans

$$-(-6)-(+4)=+2$$

le signe — a trois sens différents; cette ambiguïté disparaît si on écrit :

$$\text{opp}\,(\bar{6})-\overset{+}{4}=\overset{+}{2}.$$

Signalons enfin que certaines locutions qui ne correspondent pas à proprement parler à des notions mathématiques peuvent être introduites pour faciliter le dialogue avec les élèves : par exemple, il est commode de parler du « lien verbal » d'une relation, de sa représentation sagittale, etc.

2. Notions et vocabulaire introduits à Poitiers.

Les nouveaux programmes de Sixième ont été expérimentés deux années consécutives (1967-1968 et 1968-1969) par l'équipe de Poitiers-Couhé. Il s'agit ici des notions qui ont été introduites durant la deuxième année d'expérience (1968-1969).

Les notions d'ensemble et de relation intervenant tout au long du programme, il a paru naturel de les introduire en début d'année et de leur consacrer une bonne partie du premier semestre, *en alternance avec le calcul numérique qui n'a pas été négligé.*

2.1. Les ensembles. ont été introduits à partir d'exemples tirés de la vie courante. Le symbole $\in$ a été lu *« est élément de »* plutôt que « appartient à », afin d'éviter la confusion entre l'appartenance et l'inclusion (et aussi entre l'appartenance mathématique et l'appartenance au sens commun : « le ballon de football appartient à l'équipe »). C'est aussi pour éviter cette confusion qu'il nous a semblé préférable de n'introduire l'inclusion qu'après l'étude des relations.

Les instructions officielles du 28 février 1969 précisent qu'il n'y a pas lieu de s'attarder sur la définition en extension et la définition en compréhension; en effet,

il n'est pas nécessaire d'introduire ces mots, mais il est intéressant de mettre en évidence ces deux façons de définir un ensemble et de proposer en exercice le passage de l'une des définitions à l'autre pour un même ensemble : c'est l'occasion de faire en même temps un exercice de mathématiques et un exercice d'utilisation de la langue française. Il est bien entendu que la définition en compréhension pour un élève de Sixième consiste à exprimer en français une propriété caractéristique (1) des éléments de l'ensemble et que l'écriture

$$\{x;\ x \in \mathrm{E},\ x \text{ possède la propriété } p\}$$

n'est pas à recommander en Sixième, surtout au début de l'année, les élèves n'étant pas habitués à utiliser une lettre comme variable. A défaut de variable, nous avons renoncé aux accolades pour les ensembles définis en compréhension : nous n'avons pas remplacé

$$\{x;\ x \in \mathbb{N},\ x < 10\}$$

par l'écriture incorrecte

$$\{\text{naturels inférieurs à } 10\}$$

mais par la définition en français :

« l'ensemble des naturels inférieurs à 10 »

Les *accolades* ont donc été réservées exclusivement aux définitions en extension :

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

2.2. La notion de relation. (2) est une des plus faciles pour un élève de Sixième et peut être abordée dès le début de l'année à partir de situations familières.

Une relation de E vers F est tout d'abord définie par les trois données suivantes :

— un *ensemble de départ* E,
— un *ensemble d'arrivée* F,
— un *lien verbal.*

Il est ensuite possible de considérer des relations qui ne sont pas définies par un lien verbal, mais par un ensemble de couples dont le premier terme est élément de E et dont le second est élément de F. Nous n'avons pas introduit les termes « graphe » ni « produit cartésien », mais le mot *« couple »* demande à être précisé et bien distingué du mot *« paire »*.

L'élève est en général séduit par les schémas *sagittaux* et *cartésiens* utilisés pour représenter les relations, et il éprouve un sentiment de réconfort à pouvoir exprimer clairement une situation parfois compliquée sans se heurter aux difficultés que présente pour lui l'utilisation de la langue française.

La notion de *relation réciproque* d'une relation donnée est naturelle et son interprétation sur les schémas est facile. Le passage du lien verbal d'une relation au lien

(1) Ce mot n'a pas été employé devant les élèves. Estimant qu'une véritable initiation à la logique ne pouvait être entreprise qu'en Cinquième, nous avons écarté tout le vocabulaire de la logique, et nous n'avons pas utilisé de symboles tels que $\Rightarrow, \Leftrightarrow, \forall, \exists$.

(2) Nous avons dit « relation » et non « relation binaire ». N'ayant pas à envisager en Sixième de relations entre plus de deux éléments, ce qualificatif nous a paru encombrer inutilement le langage.

verbal de la relation réciproque donne d'ailleurs l'occasion de « cultiver chez l'élève le souci d'expression » comme le recommandent les instructions officielles.

Par l'étude des schémas sagittaux, on est conduit à s'intéresser plus particulièrement aux relations pour lesquelles, de chaque élément de l'ensemble de départ, part une flèche et une seule : ce sont les *applications* (voir § 3). Une application dont la réciproque est une application est une *bijection.*

C'est toujours à partir d'exemples tirés de la vie quotidienne que la *composition de deux relations* a été présentée : si $\mathcal{R}$ est une relation de E vers F, S une relation de F vers G, on peut définir une relation de E vers G que l'on appelle, pour les élèves de Sixième, $\mathcal{R}$ *suivie de* S.

2.3. Commentaires.

Dans le paragraphe 1 du programme de Sixième, on lit : « description précise de relations et de leurs propriétés ». Comment doit-on interpréter cela? Les instructions du 28 février laissent entendre que les mots « symétrie », « réflexivité » et « transitivité » peuvent être prononcés, mais qu'il faut éviter le mot « bijection ».

Nous ne sommes pas d'accord avec cette interprétation.

— D'abord parce que les notions d'application et de bijection (surtout de bijection) sont facilement assimilées par les élèves et peuvent être utilisées tout au long du programme. S'il ne fallait conserver qu'une seule de ces deux notions, ce serait celle de *bijection* (qu'on peut présenter sans parler d'application) : on trouve des bijections partout, depuis la première leçon où on est amené à coder de deux façons différentes les éléments d'un même ensemble jusqu'à la dernière où l'on met en évidence une bijection de $\mathbb{N}$ sur $\mathbb{Z}^+$; la notion de bijection est une source de jeux (codes secrets) qui intéressent beaucoup les élèves.

— Ensuite parce que l'expérimentation du nouveau programme de Cinquième a montré que l'étude des relations dans un ensemble présentait des difficultés, en particulier à propos de la transitivité : il faut déjà avoir une certaine formation mathématique pour admettre que l'implication :

$$\text{« si } x\mathcal{R}y \quad \text{et} \quad y\mathcal{R}z, \quad \text{alors } x\mathcal{R}z \text{ »}$$

est vérifiée quand il n'existe dans $E \times E$ aucun couple d'éléments distincts (x, y) tel que $x\mathcal{R}y$.

L'antisymétrie est aussi une notion difficile. Aussi avons-nous considéré que les relations d'équivalence et les relations d'ordre sont entièrement en dehors du programme de Sixième (en cela, nous sommes d'accord avec les instructions officielles).

Toutefois, des exercices où interviennent des relations dans un ensemble E (cas où E est à la fois ensemble de départ et ensemble d'arrivée), mais ne conduisant à aucune notion nouvelle, ont permis de préciser la notion de couple : distinction entre les couples (a, b) et (b, a), introduction de couples du type (a, a).

2.4. Notions sur les parties d'un ensemble.

Les notions de *sous-ensemble* (ou *partie*) et *d'inclusion*, ainsi que le symbole $\subset$ ont été introduits plusieurs mois après le symbole $\in$. Plusieurs exercices avaient pour but la distinction de ces deux symboles et de ces deux notions. Cette expérience n'a

pas été très concluante : même introduites à deux époques éloignées l'une de l'autre, ces deux notions sont encore souvent confondues par les élèves; il faudra y revenir en Cinquième.

Des exercices de dénombrement (au moyen d' « arbres ») ont permis de construire toutes les parties d'un ensemble et de donner une première idée de la notion de complémentaire, mais c'est seulement en Cinquième que ces notions seront étudiées et que l'on introduira les locutions « ensemble des parties », « complémentaire » et les symboles $\mathcal{P}(E)$, $\complement_E A$.

La définition de l'*intersection* (ensemble des éléments communs à A et B) et des *ensembles disjoints* ne présente pas de difficulté. Pour définir la *réunion* en évitant toute ambiguïté sur le sens du mot « ou », nous avons précisé : « les éléments qui appartiennent soit à l'ensemble A, soit à l'ensemble B, soit aux deux ensembles à la fois ».

Les exercices sur l'intersection et la réunion n'avaient pour but que de préciser ces notions en variant les exemples concrets et en variant la situation mathématique (cas de deux ensembles disjoints, de deux ensembles inclus l'un dans l'autre, de deux ensembles égaux), mais l'étude des propriétés des lois de composition $\cap$ et $\cup$ (associativité, commutativité, etc.) ne sera abordée qu'en Cinquième.

Les trois symboles $\subset, \cap, \cup$ se ressemblent; mais le premier symbolise une relation entre les parties d'un même ensemble, les deux derniers des lois de composition dans l'ensemble des parties. Autrement dit, si A et B sont deux parties de E :

$A \subset B$ est l'énoncé d'une propriété vérifiée par (A, B),
$A \cap B$ est la désignation d'une troisième partie C.

Cette distinction a parfois été mal faite par les élèves : certains ont affirmé que « $A \cap B$ signifie qu'il y a des éléments communs à A et à B ».

Il semble qu'on pourrait éviter cette confusion en donnant la priorité aux mots (« est inclus dans », intersection) sur les symboles, et en prenant soin de faire souvent entrer ces mots dans des phrases :

« L'intersection de l'ensemble des blocs carrés et des blocs bleus est l'ensemble des blocs carrés bleus »; « L'ensemble des blocs carrés bleus est inclus dans l'ensemble des blocs bleus ».

Il est peut-être aussi préférable de ne pas prononcer le mot « inclusion » qui ressemble au mot « intersection ». La relation $\subset$ peut très bien être désignée par son lien verbal « est inclus dans », de même que la relation $\in$ a été désignée par « est élément de ».

2.5. *Étude d'objets géométriques et physiques donnant lieu à mesure.*

Nous avons considéré cet alinéa du programme comme une borne supérieure de ce qu'on peut traiter en Sixième : c'est une liste d'exemples parmi lesquels il faut choisir ceux qui se prêtent le mieux à l'introduction de la notion d'*encadrement* et aussi, dans la mesure où cela est possible en Sixième, à la *notion mathématique*

de mesure : une mesure est une application qui, à certaines (1) parties d'un ensemble, associe un réel positif de façon que, si A et B sont des parties mesurables disjointes, la mesure de $A \cup B$ soit la somme des mesures de A et de B.

Des exercices sur les relations numériques et leurs représentations graphiques ont fait intervenir des mesures de longueur, de vitesse, de temps, de masse et de volume. La masse volumique a été introduite, mais sans grand succès.

La pratique de la mesure des longueurs a permis de préciser la notion d'encadrement.

Les aires et les volumes ont donné lieu à des exercices de caractère plus théorique, mais sans aucune prétention. Une tentative plus poussée avait été faite dans cette direction en 1967-1968 (notion de segment ouvert, de segment fermé; de carré ouvert, de carré fermé; étude de la réunion et de l'intersection de deux carrés fermés; relation entre l'aire de chacun des carrés, l'aire de leur réunion et l'aire de leur intersection; approche de l'aire d'un polygone quelconque par des encadrements de plus en plus fins), mais ces préoccupations théoriques sont trop éloignées de l'univers de l'enfant; cette année, nous avons préféré y renoncer.

En somme, dans ce chapitre, la seule notion nouvelle qui intéresse vraiment les élèves de Sixième est celle d'encadrement, mais il s'agit de la notion physique d'encadrement (imprécision des instruments de mesure) et non de la notion mathématique (encadrements de plus en plus fins conduisant à une mesure définie comme une limite).

2.6. Naturels, décimaux, entiers.

On lit dans le programme : « Contrôle de l'acquisition de la technique et du sens des opérations sur les nombres naturels... » Nous avons séparé nettement ce qui concerne la technique et ce qui concerne le sens.

Pour la technique, des exercices de calcul numérique (calcul mental, calcul écrit, calcul à la machine), sur les naturels et les décimaux en base dix, ont été répartis sur toute l'année.

Pour le sens, il ne s'agit pas simplement, comme le dit le programme, de contrôler une acquisition. Les opérations sur les naturels s'interprètent grâce à la notion de *nombre d'éléments* (ou *cardinal*) d'un ensemble fini (les mots « fini », « infini », n'ont pas été prononcés) Cette notion est introduite à partir des bijections.

Des exercices sur la numération dans différentes bases ont permis d'introduire la notion de *système de numération* et de consolider les techniques opératoires en ne les réduisant pas à de simples mécanismes (dans les systèmes non décimaux, nous nous sommes contentés de l'addition).

Les entiers (relatifs) ont été introduits, à partir de jeux, comme classes de couples de naturels (cf. *Bulletin* 259, p. 355). Les seules notions nouvelles pour les élèves étaient les notions classiques de valeur absolue, de signe, d'opposé, de « supérieur à », d' « inférieur à ». Les notations utilisées étaient $\overset{+}{5}$, $\overline{3}$, ..., opp, $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $>$, $<$. Nous n'avons pas introduit le symbole $\leqslant$ qui semble ne pas présenter d'intérêt pour les élèves tant qu'il relie deux nombres dont on sait à l'avance s'ils sont égaux ou non;

(1) Les parties mesurables d'un ensemble E pour une mesure donnée *m* forment un clan (si A et B sont mesurables, il en est de même de leur réunion et de leur différence). Il n'est pas question de préciser cela en Sixième.

ce symbole ne deviendra intéressant que quand les élèves auront la notion de variable (lettre susceptible de représenter n'importe quel élément d'un ensemble).

Nous avons systématiquement laissé de côté toute la terminologie relative aux lois de composition (associativité, commutativité, élément neutre, etc.). Nous pensons en effet que la notion même de loi de composition ne peut être acquise par les élèves de Sixième que si on y consacre une longue étude que les horaires et les programmes ne permettent pas. Il vaut mieux ne pas parler de commutativité que de dire « la somme est commutative » au lieu de « l'addition est commutative ». Pour l'intersection et la réunion, il y a une difficulté supplémentaire : « intersection » désigne à la fois une loi de composition (l'intersection est commutative) et le résultat d'une opération (l'intersection de A et de B); cette subtilité du langage ne pouvant pas être perçue par un élève de Sixième, nous n'avons jamais employé le mot « intersection » dans le sens de loi de composition.

3. Exemple d'introduction d'une notion.

Dans les classes de Sixième expérimentales de Poitiers et de Couhé, la notion d'application a été introduite en début d'année, aussitôt après les ensembles et les relations. Cette introduction a fait l'objet des fiches 3 et 4 reproduites ci-dessous.

3.1. Fiche 3 : Notion d'application.

Exercice I : — Voici les représentations incomplètes de deux relations; si vous savez que les ensembles représentés sont des ensembles de personnes et si vous savez que le lien verbal de l'une est « a pour mère », de l'autre est « a pour frère », pouvez-vous placer sur chaque représentation le lien verbal qui lui correspond.

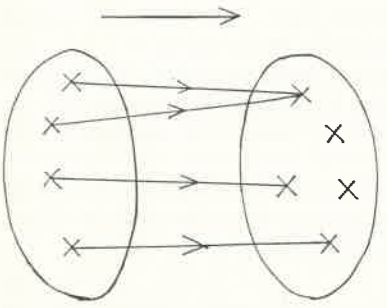


FIG. 1.

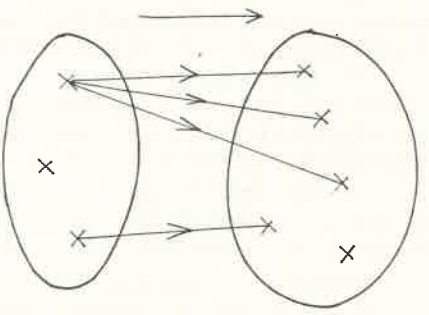


FIG. 2.

Exercice II : — Question analogue, mais vous savez que les ensembles de départ sont deux ensembles de départements et les ensembles d'arrivée deux ensembles de villes et les liens verbaux à placer sont « a pour préfecture », « a pour sous-préfecture ».

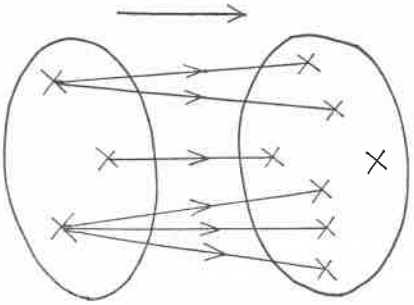


FIG. 3.

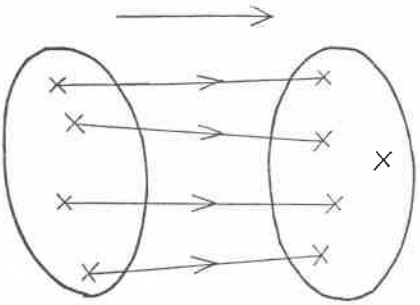


FIG. 4.

Exercice III : — 1° Question analogue. Les ensembles de départ et d'arrivée sont des ensembles de nombres et les liens verbaux à placer sont « est diviseur de », « est la moitié de ».

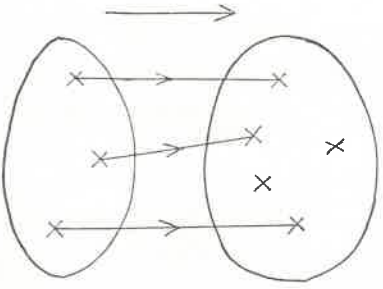


FIG. 5.

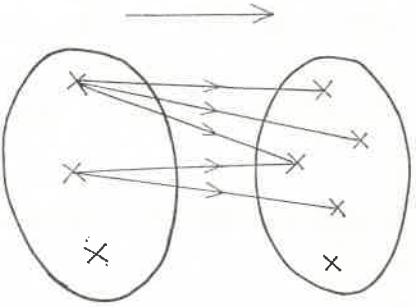


FIG. 6.

2° Complétez ces relations en attribuant à chaque élément des représentations, un nombre qui convienne.

3° Représentez par des tableaux cartésiens les deux relations que vous avez définies.

Exercice IV : — Les relations précédentes définies par « a pour mère », « a pour préfecture », « est la moitié de » possèdent une propriété commune. Énoncez-la.

3.2. Fiche 4 : Applications.

Dans la fiche précédente, vous avez remarqué qu'une personne a un père et un seul père, mais qu'une personne peut ne pas avoir de frère ou en avoir plusieurs; de même un département a une préfecture et une seule préfecture et un nombre a un double et un seul double. Ces remarques conduisent à poser la définition suivante :

On appelle *application* une relation dans laquelle chaque élément de l'ensemble de départ est en relation avec un seul élément de l'ensemble d'arrivée.

E. D.

Conséquence de cette définition.

On reconnaît qu'une relation est une application en remarquant que, dans la représentation saggitale, une flèche unique part de chaque élément de l'ensemble de départ.

Exercice I : — Comment reconnaissez-vous qu'une relation est une application lorsqu'elle est représentée par un tableau cartésien?

Exercice II : — Reprenez la première fiche sur les relations et indiquez pour chaque exercice si la relation étudiée est ou n'est pas une application.

Exercice III : — Parmi les relations suivantes, quelles sont celles qui sont certainement des applications?

ensemble de départ	lien verbal	ensemble d'arrivée
l'ensemble des élèves de la classe	a visité	un ensemble de villes de France
l'ensemble des élèves de la classe	est né à	l'ensemble des villes où sont nés ces élèves
l'ensemble des autos d'un parking	a pour numéro d'immatriculation	l'ensemble des numéros d'immatriculation de ces autos
un ensemble d'écrivains	a écrit	l'ensemble des livres écrits par ces écrivains
un ensemble de gares situées sur une même ligne de chemin de fer	est la gare où le train arrive à	l'ensemble des heures d'arrivée d'un même train dans chacune de ces gares

Exercice IV : — Vous venez dans les exercices II et III de reconnaître des relations qui sont des applications; indiquez pour chacune d'elles si la relation réciproque est aussi une application ou non.